სტატისტიკა სოციალურ მეცნიერებებში

მესამე გამოცემა

ფართლე კისი

სტატისტიკა სოციალურ მეცნიერებებში

მესამე გამოცემა

თბილისის
უნივერსიტეტის
გამომცემლობა

სოციალურ მეცნიერებათა სერია

სტატისტიკა სოციალურ მეცნიერებებში

მესამე გამოცემა

ჰაროლდ კისი

CSS
Center for Social Sciences

თბილისის უნივერსიტეტის გამომცემლობა

2008

Authorized translation from the English language edition, entitled STATISTICAL CONCEPTS FOR THE BEHAVIORAL SCIENCES, 3rd Edition, ISBN 0205332919, by KIESS, HAROLD O., published by Pearson Education, Inc, publishing as Allyn & Bacon, Copyright © 2002, 1996, 1989 by Allyn & Bacon, A Pearson Education Company. 75 Arlington St. Boston, MA 02116, Internet : www.ablongman.com

All rights reserved. No part of this book may be reproduced or transmitted in any form or by any means, electronic or mechanical, including photocopying, recording or by any information storage retrieval system, without permission from Pearson Education, Inc.

GEORGIAN language edition published by the UNION – CENTER FOR SOCIAL SCIENCES,
Copyright Georgian Translation © 2007 Center for Social Sciences
10, Chovelidze St. Tbilisi 0108 Georgia, E-mail: contact@ucss.ge Internet: www.ucss.ge

ჰაროლდ კისის წიგნის, «სტატისტიკა სოციალურ მეცნიერებებში», ინგლისური გამოცემის ავტორიზებული თარგმანი (მესამე გამოცემა, ISBN 0205332919), გამომცემელი Pearson Education, Inc, Allyn & Bacon.

საავტორო უფლება ინგლისურ გამოცემაზე © 2002, 1996, 1989 by Allyn & Bacon, A Pearson Education Company. ბოსტონი, არლინგტონის ქ. 75. ინდექსი MA 02116,
ინტერნეტგვერდი: www.ablongman.com

ყველა საავტორო უფლება დაცულია. Pearson Education, Inc.- ის თანხმობის გარეშე არ შეიძლება წიგნის რომელიმე ნაწილის ასლის გადაღება, გამრავლება ან გავრცელება რაიმე ფორმით, ელექტრონული ან მექანიკური საშუალებით, ფოტოკოპირებით ან ინფორმაციული შენახვის რაიმე სხვა საშუალებით.

წიგნის ქართული თარგმანი მოამზადა „სოციალურ მეცნიერებათა ცენტრმა".
ქართული თარგმანი © სოციალურ მეცნიერებათა ცენტრი, 2007
ქ. თბილისი, 0108, თ. ჭოველიძის ქ. № 10
ელ. ფოსტა: contact@ucss.ge ინტერნეტგვერდი: www.ucss.ge

სარედაქციო საბჭო:
პროფ. ელიზბარ ნადარაია, მთავარი სამეცნიერო რედაქტორი

სამეცნიერო რედაქტორები:	ნინო ჯავახიშვილი ქეთევან მანჯგალაძე
ტერმინებზე მომუშავე სამეცნიერო ჯგუფის წევრები:	ზაზა ხეჩინაშვილი თინათინ ზურაბიშვილი ანი ქიტიაშვილი
ენობრივი რედაქტორი:	ლია კაჭარავა
მთარგმნელები:	თეონა ასლანიშვილი მაია რობაქიძე ლილი ხეჩუაშვილი ნინო წერეთელი
დაკაბადონება, ყდის დიზაინი:	გიორგი ბაგრატიონი

ს-991882

წიგნის ქართული თარგმანი მოამზადა „სოციალურ მეცნიერებათა ცენტრმა" (Center for Social Sciences) ფონდის OSI – Zug და ბუდაპეშტის ღია საზოგადოების ინსტიტუტის უმაღლესი განათლების მხარდაჭერის პროგრამის (HESP) ფინანსური ხელშეწყობით.

Georgian translation of the book has been published by the Center for Social Sciences, sponsored by the OSI-Zug Foundation and the Higher Education Support Program (HESP) of the Open Society Institute Budapest (OSI).

ISBN 978-9941-13-0182

სარჩევი

წინასიტყვაობა ქართული გამოცემისთვის X

წინასიტყვაობა XII

თავი I. სტატისტიკის შესავალი (თარგმანი: ლილი ხეჩუაშვილი) 1

სტატისტიკის შესწავლა:
როგორ გამოვიყენოთ წინამდებარე სახელმძღვანელო 3

მნიშვნელოვანი ტერმინები და სიმბოლოები 4
შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა 4
კითხვები 4
მათემატიკური ცნებები 4

რა არის სტატისტიკა? 5

სტატისტიკის გამოყენება: სამი მაგალითი 5

აღწერა და დასკვნა 5
ექსპერიმენტი და სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმება 7
კორელაცია და რეგრესია 10

რატომ არის საჭირო სტატისტიკა 11

თავი II. მეცნიერული კვლევა (თარგმანი: ლილი ხეჩუაშვილი) 14

რა არის მეცნიერება 15

მეცნიერული კვლევის კითხვები 15
კვლევის მეთოდები 15
ოპერაციული განსაზღვრებები 17

გაზომვა 17

გაზომვის სკალები 17
თვისებრივი და რაოდენობრივი მონაცემები 22
დისკრეტული (წყვეტილი) და უწყვეტი ცვლადები 23

თავი III. მონაცემთა აღწერა: სიხშირეთა განაწილება და გრაფიკები
(თარგმანი: ლილი ხეჩუაშვილი) 30

სიხშირეთა განაწილება დაუჯგუფებელი მონაცემებისთვის 32

მარტივ სიხშირეთა განაწილება 32
ფარდობით სიხშირეთა განაწილება 32
სიხშირეთა განაწილება პროცენტებში 33
ინფორმაციის მიღება სიხშირეთა განაწილებიდან 33

სიხშირეთა განაწილება დაჯგუფებული მონაცემებისათვის 35

დაჯგუფებულ სიხშირეთა განაწილების აგება 36

პროცენტილი და პროცენტული რანგები 40

ქულის პროცენტული რანგის პოვნა 40
განაწილების პროცენტილის პოვნა 41
სიხშირეთა განაწილების გრაფიკულად გამოსახვა 45
ჰისტოგრამა 46
სიხშირეთა პოლიგონი 47
ფარდობითი სიხშირის ჰისტოგრამა და პოლიგონი 47
ინფორმაციის მიღება ჰისტოგრამიდან ან სიხშირეთა პოლიგონიდან 48
ფოთლებიანი ღეროების დიაგრამა 49
თვისებრივი მონაცემების გრაფიკულად გამოსახვა 51
სიხშირეთა განაწილების ფორმები 52
სიხშირეთა სიმეტრიული განაწილება 53
ასიმეტრიული განაწილება 53
მოდალობა 53

თავი IV. მონაცემთა აღწერა: ცენტრალური ტენდენციის საზომები (თარგმანი: ლილი ხეჩუაშვილი) 58
მოდა 59
მედიანა 60
მედიანის გამოთვლა კენტი რაოდენობის მონაცემებით : მონაცემები არ არის დაჯგუფებული 60
მედიანის გამოთვლა ლუწი რაოდენობის მონაცემებით : მონაცემები არ არის დაჯგუფებული 60
მედიანის გამოთვლა პროცენტილის ფორმულით 61
მედიანის თვისებები 62
შერჩევის საშუალო 63
შერჩევის საშუალოს გამოთვლა 63
შერჩევის საშუალოს თვისებები 64
შერჩევის საშუალოს წარმოდგენა სამეცნიერო სტატიებში 66
პოპულაციის საშუალო 66
ცენტრალური ტენდენციის საზომების შედარება 67
ცენტრალური ტენდენციის საზომების აღწერითი გამოყენება 67
ცენტრალური ტენდენციის საზომების დასკვნითი გამოყენება 70

თავი V. მონაცემთა ანალიზი: ცვალებადობის საზომები (თარგმანი: ლილი ხეჩუაშვილი) 73
ცვალებადობის საზომები 75
დიაპაზონი 75
კვარტილთშორისი გაბნევის დიაპაზონი და კვარტილთშორისი გაბნევის დიაპაზონის ნახევარი 75
ცვალებადობის საზომები შერჩევის საშუალოს მიმართ 76
დისპერსია 77
სტანდარტული გადახრა 78
პოპულაციის დისპერსიისა და სტანდარტული გადახრის შეფასების გამოსათვლელი ფორმულა 80
დისპერსიისა და სტანდარტული გადახრის გამოთვლა კალკულატორის გამოყენებით 82
სიმბოლოებისა და ფორმულების მიმოხილვა 82
დისპერსიისა და სტანდარტული გადახრის ინტერპრეტაცია 83
როდის არის ცვალებადობა დიდი 84
ცვალებადობის საზომის წარმოდგენა სამეცნიერო სტატიებში 84

ცვალებადობის საზომების შედარება 85
აღწერითი სტატისტიკის არჩევა 86
გაზომვის სკალა 86
სიხშირეთა განაწილების ფორმა 87
მონაცემების შემდგომი ანალიზი 87

თავი VI. ნორმალური განაწილება, ალბათობა და სტანდარტული ქულები (თარგმანი: ლილი ხეჩუაშვილი) 90
ნორმალური განაწილება 91
ნორმალური განაწილება და ბიჰევიორისტული მეცნიერებები 92
ნორმალური განაწილების თვისებები 92
ნორმალური განაწილების ქვეშ მოთავსებული ფართობი 93
სტანდარტული ნორმალური განაწილება 95
სტანდარტული განაწილების ცხრილის გამოყენება 97
z ქულების გამოყენების მაგალითი 104
ალბათობა 105
დისკრეტული ალბათობის განაწილების თვისებები 107
თეორიული და ემპირიული ალბათობა 110
სტანდარტული ნორმალური განაწილება, როგორც ალბათური განაწილება 110
სტანდარტული ქულები 113

თავი VII. სტატისტიკის გამოყენება დასკვნისა და შეფასებისთვის (თარგმანი: ლილი ხეჩუაშვილი) 119
$\overline{X}$ როგორც μ-ის წერტილოვანი შეფასება 120
ჩაუნაცვლებელი შეფასება 120
ძალმოსილი შეფასება 121
შეფასების სიზუსტე 121
პოპულაციის დისპერსიისა და სტანდარტული გადახრის შეფასება 124
დისპერსია 124
სტანდარტული გადახრა 124
საშუალოს შერჩევითი განაწილება – შეფასების სიზუსტის განსაზღვრა 124
საშუალოს შერჩევითი განაწილების თვისებები 126
საშუალოს სტანდარტული შეცდომის შეფასება 130
ფაქტორები, რომლებიც გავლენას ახდენენ $s_{\overline{X}}$-ის მნიშვნელობაზე 131
$s_{\overline{X}}$-ის გამოყენება 131
განაწილების ტიპების მიმოხილვა 132
პოპულაციის საშუალოს ინტერვალური შეფასება 133
ნდობის ინტერვალის აგება 134

თავი VIII. სტატისტიკური ჰიპოთეზების შემოწმების შესავალი: z კრიტერიუმი და ერთი შერჩევის t კრიტერიუმი (თარგმანი: მაია რობაქიძე) 141
სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმება 142
პარამეტრული და არაპარამეტრული კრიტერიუმები 142
სტატისტიკური ჰიპოთეზები 143
კრიტერიუმის სტატისტიკა: z 145
მნიშვნელოვნობის დონეები: სტატისტიკური იშვიათობა 147
სტატისტიკური ჰიპოთეზების შესახებ გადაწყვეტილების მიღება კრიტერიუმის სტატისტიკისა და მნიშვნელოვნობის დონის გამოყენებით 147

სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმების ეტაპების შეჯამება 150*
ერთი შერჩევის t კრიტერიუმი 152
t-ს შერჩევითი განაწილება 152
სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმება *t*-ს საშუალებით ერთი შერჩევის შემთხვევაში 155
ერთი შერჩევის t კრიტერიუმის შედეგების პრეზენტაცია 163
მნიშვნელოვანი საკითხები სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმებაში 165
რატომ არ ვიღებთ ნულოვან ჰიპოთეზას? 165
I და II გვარის შეცდომები სტატისტიკური კრიტერიუმების გამოყენებისას 166
სტატისტიკური და მეცნიერული მნიშვნელოვნობა 167
პოპულაციის საშუალოსათვის ნდობის ინტერვალების აგება t სტატისტიკის გამოყენებით 167

თავი IX. ექსპერიმენტის საფუძვლები და საშუალოთა შორის განსხვავების შემოწმება (თარგმანი: მაია რობაქიძე) 173
კვლევის პროცესის მიმოხილვა 174
მეცნიერული კითხვის დასმა და კვლევის ჰიპოთეზის ფორმულირება 175
კვლევის სქემის არჩევა 175
ცდის პირთა შერჩევა 175
ეკვივალენტური ჯგუფების შექმნა 176
დამოუკიდებელი ცვლადის მანიპულაცია 176
დამატებითი ცვლადების კონტროლი 177
დამოკიდებული ცვლადის გაზომვა 177
აქვს თუ არა გავლენა ექსპერიმენტულ ჩარევას სტატისტიკური შემოწმების საჭიროებაზე? 180
შერჩევის შეცდომის შედეგები ექსპერიმენტისათვის 180
ორ საშუალოს შორის განსხვავების სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმების მიმოხილვა 180
t კრიტერიუმი ორი დამოუკიდებელი ჯგუფისათვის 181
საშუალოთა შორის სხვაობების შერჩევითი განაწილება 181
სტატისტიკური შემოწმება *t* დამოუკიდებლის გამოყენებით 185
სიმძლავრე და t დამოუკიდებელი 195
ექსპერიმენტული პირობის ეფექტის სიძლიერის გაზომვა 196
ნდობის ინტერვალების აგება ორი დამოუკიდებელი პოპულაციის საშუალოთა სხვაობისათვის t სტატისტიკის გამოყენებით 198
რას ამოწმებს t კრიტერიუმი სინამდვილეში? 199
სტატისტიკური და მეცნიერული მნიშვნელოვნობის მიმოხილვა 200
დისკუსია სტატისტიკური ჰიპოთეზების შემოწმების შესახებ 200
t კრიტერიუმის შედეგების პრეზენტაცია 202
ცდის პირთა შიდა სქემა და t კრიტერიუმი დამოკიდებული ჯგუფებისათვის 203
t კრიტერიუმი დამოკიდებული ჯგუფებისათვის 204
ნდობის ინტერვალების აგება ორი დამოკიდებული პოპულაციის საშუალოთა შორის განსხვავებისათვის 207

თავი X. ერთფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზი ცდის პირთა შორის სქემისათვის (თარგმანი: მაია რობაქიძე) 215
ერთფაქტორიანი მრავალდონიანი სქემის მაგალითი 216
ჯგუფებს შორის და ჯგუფშიდა ცვალებადობა 217

F სტატისტიკის მიღება 219
მონაცემთა დაყოფა 219
კვადრატის საშუალოს მიღება მონაცემთა დაყოფის საშუალებით 222
F სტატისტიკის გამოთვლა 227
სტატისტიკური ჰიპოთეზების შემოწმება F-ით 229
MS_A და MS შეცდომის მნიშვნელობაზე მოქმედი ფაქტორები 230
F სტატისტიკით მიღებული სტატისტიკური გადაწყვეტილებანი 231
დაშვებები ცდის პირთა შორის ერთფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზისათვის 235
F-ის სტატისტიკური მნიშვნელოვნობის ინტერპრეტაცია მრავალდონიან ექსპერიმენტში 237
მრავალჯერადი შედარების კრიტერიუმები 237
ტუკის ნამდვილად მნიშვნელოვანი სხვაობის (Tukey HSD) კრიტერიუმი საბოლოო შედარებებისათვის 238
ჩარევის ეფექტის სიძლიერის გაზომვა 240
ეტა კვადრატის გამოთვლა დისპერსიული ანალიზისათვის 240
$T_{დამოუკიდებელს}$ და F შორის დამოკიდებულება 241
დისპერსიული ანალიზის შედეგების პრეზენტაცია 249

თავი XI. ცდის პირთა შორის ორფაქტორიანი სქემა და დისპერსიული ანალიზი (თარგმანი: ნინო წერეთელი) 259
ცდის პირთა შორის 2X2 სქემის მაგალითი 261
ფაქტორული ანალიზის შედეგად მიღებული ინფორმაცია 262
უჯრედის საშუალოები 263
მთავარი ეფექტის საშუალოები 264
დამოუკიდებელი ცვლადების ურთიერთქმედება 265
ცდის პირთა შორის ორფაქტორიანი სქემის დისპერსიული ანალიზი 266
მონაცემთა დაყოფა 267
დაყოფილი მონაცემებიდან გადახრების კვადრატების საშუალოს მიღება 269
F სტატისტიკის გამოთვლა 274
სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმება ცდის პირთა შორის ორფაქტორიან დისპერსიულ ანალიზში 277
ფაქტორები, რომლებიც გავლენას ახდენენ გადახრების კვადრატების საშუალოებზე დისპერსიულ ფაქტორულ ანალიზში 277
F სტატისტიკაზე დამყარებული სტატისტიკური გადაწყვეტილებების მიღება 278
ცდის პირთა შორის ორფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზის დაშვებები 281
2X2 ფაქტორული დისპერსიული ანალიზის ინტერპრეტაცია 282
დამოუკიდებელი ცვლადის მარტივი ეფექტი 282
შეჯამება: დისპერსიული ანალიზის ახსნა სანიმუშო ექსპერიმენტში 287
ჩარევის ეფექტის სიძლიერის გაზომვა დისპერსიულ ფაქტორულ ანალიზში 292
დისპერსიული ფაქტორული ანალიზის შედეგების პრეზენტაცია 302

თავი XII. ცდის პირთა შიდა ერთფაქტორიანი სქემა და დისპერსიული ანალიზი (თარგმანი: ნინო წერეთელი) 317
ცდის პირთა შიდა ერთფაქტორიანი სქემის მაგალითი 318
ცდის პირთა შიდა ერთფაქტორიანი სქემის დისპერსიული ანალიზი 320
მონაცემთა დაყოფა და კვადრატების ჯამების მიღება 321
თავისუფლების ხარისხების გამოთვლა 323
გადახრების კვადრატების საშუალოებისა და *F* სტატისტიკის გამოთვლა 324

სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმება $F_{\text{რაოდენობის}}$ მეშვეობით 327
ჩარევის ეფექტის სიძლიერის გაზომვა 330
ცდის პირთა შიდა დისპერსიული ანალიზის დაშვებები 331
დისპერსიული ანალიზის შედეგების პრეზენტაცია 336
კვლევის სქემის არჩევა: ცდის პირებს შორის თუ ცდის პირებს შიდა 338
ცდის პირების საჭირო რაოდენობა 338
დამოუკიდებელი ცვლადის ეფექტურობა 338
ჩარევის მრავალჯერადი ეფექტები 338

თავი XIII. კორელაცია (თარგმანი: თეონა ასლანიშვილი) 348
წერტილთა გაბნევის დიაგრამები 350
დადებითი კავშირი 350
უარყოფითი კავშირი 352
პირსონის კორელაციის კოეფიციენტი 355
კორელაციის საზომის მიღება: ჯვარედინა ნამრავლები 355
r: CP_{xy}-ის შედარება მონაცემების საერთო ცვალებადობის საზომთან 359
პირსონის კორელაციის კოეფიციენტის ალტერნატიული ფორმულები 361
r-ის სტანდარტული ქულების ფორმულა 361
r-ის გამოთვლითი ფორმულა 364
r -ის ფორმულები – შეჯამება 365
r -ის თვისებები 367
კავშირის მიმართულება 367
კავშირის ხარისხი 367
დიაპაზონის შეზღუდვა და r-ის მნიშვნელობა 369
დეტერმინაციის კოეფიციენტი 369
კორელაცია და მიზეზობრიობა 369
პირსონის r კოეფიციენტის სტატისტიკური მნიშვნელოვნობის შემოწმება 371
პოპულაციის კორელაცია, ρ 371
არანულოვანი კორელაციის შემოწმება პოპულაციაში 371
კორელაციური კვლევის შედეგების წარმოდგენა 377
სპირმენის რანგული კორელაციის კოეფიციენტი 377
r_s-ის გამოყენების მაგალითი 378
სპირმენის რანგული კორელაციის კოეფიციენტის სტატისტიკური მნიშვნელოვნობა 378
r_s-ის თვისებები 378

თავი XIV. რეგრესია და წინასწარმეტყველება (თარგმანი: თეონა ასლანიშვილი) 387
წრფივი კავშირი 388
წრფივი კავშირის განსაზღვრება 388
წრფის დახრილობა 390
წრფის Y თანაკვეთა 391
წრფივი კავშირის მაგალითები და მათი განტოლებები 392
რეგრესიის წრფის დადგენა 394
მაგალითი 394
უფრო რეალური მაგალითი 397
უმცირეს კვადრატთა მეთოდი 398
უმცირეს კვადრატთა რეგრესიის წრფის დახრილობა და Y თანაკვეთა X-ის მიხედვით Y-ის წინასწარმეტყველებისათვის 399
უმცირეს კვადრატთა რეგრესიის წრფის მორგება მონაცემებისათვის 404

წინასწარმეტყველების შეცდომა 405
ნაშთი: წინასწარმეტყველების შეცდომის საზომი 405
შეფასების სტანდარტული შეცდომა 406
S_{YX}-ის გამოთვლითი ფორმულა 406
S_{YX}-ის გამოთვლა r-ის მიხედვით 408
ინფორმაცია, რომელსაც გვაძლევს შეფასების სტანდარტული შეცდომა 409
X-ის წინასწარმეტყველება Y-ის მიხედვით 410
რეგრესიის წრფის გამოყენება 411
მრავლობითი რეგრესია 420

თავი XV. არაპარამეტრული სტატისტიკური კრიტერიუმები (თარგმანი: თეონა ასლანიშვილი) 426
სიხშირეთა ანალიზი: ხი-კვარდატ კრიტერიუმი 428
დამოუკიდებლობის ხი-კვადრატ კრიტერიუმი 428
თანხმობის X^2 კრიტერიუმი 436
ხი-კვარდატ კრიტერიუმის შედეგების წარმოდგენა 438
მან-უიტნის U კრიტერიუმი 441
სტატისტიკური ჰიპოთეზების შემოწმება მან-უიტნის U კრიტერიუმის გამოყენებით 442
მან-უიტნის U კრიტერიუმის დაშვებები 445
U-ს გამოსათვლელი ფორმულები 445
მან-უიტნის U კრიტერიუმის შედეგების წარმოდგენა 449
უილკოქსონის ნიშნიანი რანგების კრიტერიუმი 350
სტატისტიკური ჰიპოთეზების შემოწმება უილკოქსონის ნიშნიანი რანგების კრიტერიუმით 451
უილკოქსონის ნიშნიანი რანგების კრიტერიუმის შედეგების წარმოდგენა 455
არაპარამეტრული კრიტერიუმების გამოყენება 455

დანართები 461

დანართი A სტატისტიკური ცხრილები 462

დანართი B მათემატიკის მიმოხილვა 478

დანართი C ტერმინთა ლექსიკონი 483

დანართი D სტატისტიკური სიმბოლოები 493

დანართი E ამოცანების პასუხები 496

დანართი F ხშირად გამოყენებული ფორმულები 521

ლიტერატურის სია 529

წინასიტყვაობა ქართული გამოცემისთვის

საქართველოში სოციალური მეცნიერებების განვითარების ბუნებრივი გზა მეოცე საუკუნეში საბჭოეთის ოფიციალური იდეოლოგიური წნეხის გამო მნიშვნელოვნად შეფერხდა, რამაც სერიოზული ზიანი მიაყენა სოციალურ მეცნიერებებში კვლევის განვითარებას თანამედროვე სტანდარტებით.

საქართველოს ახალი კანონი უმაღლესი განათლების შესახებ აქტუალურად მიიჩნევს უმაღლეს სასწავლებლებში სწავლებისა და კვლევის რეინტეგრაციას, ხოლო სამაგისტრო და სადოქტორო პროგრამების დაფინანსების ახალი მოდელი მიზნად ისახავს კვლევაზე დაფუძნებული სწავლების დანერგვას.

უმაღლესი განათლების ახალი კანონის შესაბამისად, უმაღლესი სასწავლებლები და, განსაკუთრებით, უნივერსიტეტები ცდილობენ ფეხი აუწყონ რეფორმების პროცესს და შეცვალონ სასწავლო პროგრამები ახალი მოთხოვნების მიხედვით. ცვლილებები თვალსაჩინოს ხდის სასწაელო მასალის დეფიციტს, განსაკუთრებით კი კვლევის მეთოდების მიმართულებით.

ჰაროლდ კისის წიგნი „სტატისტიკა სოციალურ მეცნიერებებში“ ერთიანდება სასწავლო ლიტერატურის იმ აუცილებელ ჩამონათვალში, რომლის გარეშეც შეუძლებელია რომელიმე მკვლევარს ჰქონდეს სერიოზული პრეტენზია სოციალურ მეცნიერებებში მოპოვებული მონაცემები წარმოადგინოს, როგორც კვლევის სანდო შედეგი. უფრო მეტიც, დღესდღეობით ტრადიციულად არარაოდენობრივ მეთოდებზე ორიენტირებული დისციპლინებიც კი, როგორიცაა პოლიტიკური მეცნიერება და საერთაშორისო ურთიერთობები, სადოქტორო პროგრამების კვლევითი სემინარების აუცილებელ კომპონენტად მიიჩნევენ რაოდენობრივ მეთოდებში სერიოზულ ტრენინგს (ამის მაგალითად მხოლოდ ესექსის უნივერსიტეტის გამოცდილებაც კი საკმარისია, რომელიც 1967 წლიდან ყოველწლიურად მართავს ზაფხულის სკოლას სოციალურ მეცნიერებათა მონაცემების შეგროვებასა და ანალიზში).

საქართველოს განათლების მინისტრის 2005 წლის №633 ბრძანების საფუძველზე განისაზღვრა ბაკალავრიატის სპეციალობების ჩამონათვალი, რომელშიც სოციალური მეცნიერებების გრიფით გაერთიანებულია შემდეგი სპეციალობები: „ეკონომიკა, გეოგრაფია, ფსიქოლოგია, სოციოლოგია, პოლიტიკური მეცნიერებანი, საერთაშორისო ურთიერთობები, საზოგადოებრივი ურთიერთობები, ჟურნალისტიკა, საბიბლიოთეკო, საარქივო და საინფორმაციო საქმე და სხვა“ (http://www.mes.gov.ge). თითქმის ყველა ეს დარგი ისწავლება საქართველოს სხვადასხვა უმაღლეს სასწავლებელსა და უნივერსიტეტში და ჰაროლდ კისის ქართულ ენაზე თარგმნილი წიგნი, უდავოდ, შენაძენია სოციალურ მეცნიერებებში დაკავებული პედაგოგებისა და სტუდენტებისათვის.

სოციალურ მეცნიერებათა ცენტრი 2002 წლიდან გამოსცემს სოციალურ მეცნიერებათა სერიას, რომლის მიზანია სოციალურ მეცნიერებებში ქართულ ენაზე არსებული სასწავლო და სამეცნიერო ლიტერატურის შევსება და სამეცნიერო ენისა და ტერმინოლოგიის განვითარება. 2004 წელს ქართულ ენაზე პირველად გამოიცა პოლიტიკურ და სოციალურ მეცნიერებათა ტერმინების ლექსიკონი-ცნობარი. სოციალურ მეცნიერებათა სერიით უკვე გამოცემულია 16 დამხმარე სახელმძღვანელო

და 23 გაფართოებული სასწავლო სალექციო კურსი. სტატისტიკის ეს სახელმძღვანელოც ამ სერიის ნაწილია.

ჰაროლდ კისის წიგნის ეს თარგმანი მრავალი ადამიანის ძალისხმევის შედეგია. თითოეული მათგანის განსაკუთრებული წვლილის გარეშე ძნელი იქნებოდა სამუშაოს ბოლომდე მიყვანა. სოციალურ მეცნიერებათა ცენტრი განსაკუთრებულ მადლობას მოახსენებს მთავარ სამეცნიერო რედაქტორს ბატონ ელიზბარ ნადარაიას; სამეცნიერო რედაქტორებს ქალბატონებს ნინო ჯავახიშვილსა და ქეთევან მანჯგალაძეს, ბატონ ზაზა ხეჩინაშვილს; ენობრივ რედაქტორს ქალბატონ ლია კაჭარავას; მთარგმნელებს – ქალბატონებს თეონა ასლანიშვილს, მაია რობაქიძეს, ნინო წერეთელსა და ლილი ხეჩუაშვილს; სოციალურ მეცნიერებათა ცენტრის მთარგმნელობითი პროგრამის ხელმძღვანელს ქალბატონ მანანა მიქაბერიძეს.

თარგმნის პროცესში თითოეული ტერმინის შესატყვისის მოძებნასა და შეთანხმებას დიდი დრო დაეთმო. თუ სოციალური მეცნიერებებისათვის ტერმინოლოგია აქილევსის ქუსლია, სტატისტიკის ტერმინოლოგიური აპარატი ნამდვილად არსებობს, მაგრამ რიგ შემთხვევებში ის ან რუსული კლიშეა. მაგალითად, სტუდენტის კრიტერიუმი; ან ერთი და იგივე ტერმინი სხვადასხვა კონოტაციით გვხვდება (ერთი მხრივ, უწყვეტი და წყვეტილი ცვლადი, და მეორე მხრივ, უწყვეტი და დისკრეტული ცვლადი), ან სხვადასხვა სიტყვით აღინიშნება ერთი და იგივე შინაარსი (მაგალითად, სანდოობა და მნიშვნელოვნება). გაუგებრობებისა და დაუმსახურებელი შენიშვნების თავიდან ასაცილებლად სამეცნიერო რედაქტორებმა მიზანშეწონილად მიიჩნიეს, რომ ტექსტში მოყვანილი ყოფილიყო ტერმინის მეორე ვარიანტიც.

ვიმედოვნებთ, რომ პროექტის განხორციელებაში ჩადებული დრო და ენერგია, სამეცნიერო რედაქტორების, მთარგმნელებისა და ორგანიზატორების მონდომება სათანადო ნაყოფს გამოიღებს და შედეგად ქართველ სტუდენტებს სტატისტიკის შესასწავლად შესანიშნავი სახელმძღვანელო ექნებათ და უახლოეს მომავალში სოციალურ მეცნიერებებში ახალი თაობის მკვლევართა მიერ განხორციელებული კვლევები მაქსიმალურად იქნება დაზღვეული ზედაპირული სპეკულაციებისა და არტეფაქტული დასკვნებისაგან.

მარინე ჩიტაშვილი, *თსუ პროფესორი,*
სოციალურ მეცნიერებათა ცენტრის დირექტორი
თბილისი, 2006

წინასიტყვაობა

წინამდებარე სახელმძღვანელოს პირველი და მეორე გამოცემის მიზანი ძირითადი სტატისტიკური მეთოდების კონცეპტუალური განეითარების აღწერა და ბიჰევიორისტულ მეცნიერებებში მათი გამოყენება იყო. ამ მიზნის მისაღწევად მკვეთრი აქცენტი გაკეთდა თანამედროვე კვლევაში არსებული პრობლემების ბიჰევიორისტულ მეცნიერებებში გამოყენებაზე, რადგან მიგვაჩნია, რომ რეალურად არსებული პრობლემები უფრო ადეკვატურად ახდენენ მეცნიერულ კელევაში სტატისტიკური ანალიზის აუცილებლობის ილუსტრირებას. სახელმძღვანელოს წინამდებარე, მესამე გამოცემა წინა გამოცემების გადასინჯვაა, თუმცა, შევეცადეთ, რომ სახელმძღვანელოს მიზანი უცელელი დარჩენილიყო.

ტექსტის ორგანიზაცია

წინამდებარე გამოცემის სტრუქტურა წარმოდგენილი ცნებების თანმიმდევრულად მოწოდების პრინციპითაა აგებული. სტატისტიკის გამოყენება წარმოდგენილია კონცეპტუალურად, ლოგიკური თანმიმდეერობის დაცვით. პირველ ხუთ თავში აღწერილია სტატისტიკის საჭიროება, ქცევის გაზომვა, სიხშირეთა განაწილების ქულების გრაფიკულად წარმოდგენა და ცენტრალური ტენდენციისა და ცვალებადობის საზომები. მე-6 და მე-7 თავებში წარმოდგენილია ნორმალური განაწილება, ალბათობა, შერჩევითი განაწილებები და სტატისტიკის გამოყენება პარამეტრების შეფასებისთვის. სტატისტიკური ჰიპოთეზების შემოწმების საფუძვლები წარმოდგენილია მე-8 თავში *z* კრიტერიუმითა და ერთი შერჩევის *t* კრიტერიუმით. მე-9-12 თავები ეძღვნება საშუალოებს შორის განსხვავების დადგენის მიზნით ჰიპოთეზების შემოწმებას პარამეტრული კრიტერიუმის გამოყენებით. დეტალურად არის წარმოდგენილი დისპერსიული ანალიზი, ვინაიდან დღეისათვის ის ყველაზე ფართოდ გამოყენებადი სტატისტიკური კრიტერიუმია ბიჰევიორისტულ მეცნიერებებში და სტუდენტებმა აუცილებლად უნდა იცოდწენ მისი გამოყენება. სრულად არის აღწერილი ცდის პირთა შორის ერთფაქტორიანი, ცდის პირებს შიგნით ერთფაქტორიანი და ცდის პირთა შორის ფაქტორული დისპერსიული ანალიზი; ასევე, მრავალჯერადი შედარების კრიტერიუმების გამოყენება და გაზომვის ეფექტის სიძლიერე. გარდა ამისა, მნიშენელოვანი ყურადღება ეთმობა ურთიერთქმედების ინტერპრეტაციას ფაქტორულ ანალიზში. მე-13 და მე-14 თავები კორელაციასა და რეგრესიას ეძღვნება. მე-13 თავში განხილულია პირსონისა და სპირმენის კორელაციის კოეფიციენტები და თითოეულ მათგანთან დაკავშირებული სტატისტიკური ჰიპოთეზების შემოწმება. მე-14 თავში მიმოხილულია მარტივი წრფივი რეგრესიის საფუძელები. ამ ორი თავის სახელმძღვანელოს ბოლოსკენ მოთავსება შეიძლება უცნაურად მოგვჩვენოთ, ვინაიდან მრავალ სხვა სახელმძღვანელოში ამ თაეებში მოცემული საკითხები განხილულია აღწერითი სტატისტიკის შემდეგ; თუმცა, მიგვაჩნია, რომ ეს ჩვეული თანმიმდევრობა სტუდენტებს გარკვეულ სირთულეებს უქმნის. ისეთი აღწერითი სტატისტიკების აღწერას, როგორიცაა საშუალო და სტანდარ-

ტული გადახრა, ბუნებრივად მივყავართ შერჩევის საშუალოებს შორის არსებული განსხვავების სტატისტიკური შემოწმების განხილვისკენ; აღწერით სტატისტიკებსა და სტატისტიკური ჰიპოთეზების შემოწმებას შორის კორელაციისა და რეგრესიის საკითხების ჩასმა ლოგიკურ ჯაჭვს წყვეტს. ამრიგად, ვინაიდან სახელმძღვანელო ცნებების თანმიმდევრულად მოწოდების პრინციპითაა აგებული, კორელაციისა და რეგრესიის საკითხები პარამეტრული სტატისტიკურ კრიტერიუმების განხილვის შემდეგ მოვათავსეთ. სახელმძღვანელო მე-15 თავით სრულდება, სადაც წარმოდგენილია სამი არაპარამეტრული სტატისტიკური კრიტერიუმი: ხი-კვადრატის კრიტერიუმი, მან-უიტნის *U* კრიტერიუმი და უილკოქსონის ნიშნიანი რანგების კრიტერიუმი.

სახელმძღვანელოს მახასიათებლები

სტუდენტები სტატისტიკის რთული თეორიული საფუძვლების შესწავლისას მრავალ პრობლემას აწყდებიან. წინამდებარე სახელმძღვანელოს აქვს რამდენიმე მეთოდური მიდგომა, რომელიც ამ პრობლემების დაძლევაში დაგეხმარებათ და საშუალებას მოგცემთ, წარმოდგენილი მასალა უკეთ გაიგოთ და რეალურ კვლევებს დაუკავშიროთ.

რეალური პრობლემები

ყველა სტატისტიკური მეთოდი ბიჰევიორისტული კვლევის კონტექსტშია წარმოდგენილი. მრავალი პრობლემა თანამედროვე პუბლიკაციებიდან არის ამოღებული; ამასთან, წყარო იმდენად სრულად არის დასახელებული, რომ დაინტერესებულ სტუდენტს თავისუფლად შეუძლია მისი მოძიება.

სტატისტიკების კონცეპტუალური განვითარება

მრავალი სტატისტიკა ცნებით დონეზე, განმარტებითი ფორმულის გამოყენებით არის წარმოდგენილი. მნიშვნელოვანია, სტუდენტებმა თვალსაჩინოდ დაინახონ, თუ როგორ მოქმედებს მოცემული სტატისტიკა მონაცემებზე. ამის გათვალისწინებით, შევეცადეთ, ამა თუ იმ სტატისტიკის აღწერისას სტუდენტები არ გადაგვეტვირთა მათემატიკური ფორმულებით. სახელმძღვანელოს პირველ თავებში აღწერილი სტატისტიკები მხოლოდ მარტივ მათემატიკას საჭიროებენ, თუმცა, სტუდენტებს მაინც აშინებთ ხოლმე პირველ თავში წარმოდგენილი მათემატიკის საწყისები. ამიტომ წინამდებარე სახელმძღვანელოში მათემატიკური ცნებები მხოლოდ საჭიროების შემთხვევაში არის მოცემული და ახსნილი; ხოლო მათთვის, ვინც უფრო მეტად დაინტერესდება, მათემატიკური ოპერაციები სრულად არის მოცემული **ბ** დანართში.

„შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა“ და „კითხვები“

თითოეულ თავში გაფანტულია ქვეთავები – „შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა“, თავის ბოლოს კი წარმოდგენილია ქვეთავი – „კითხვები“. ამ ქვეთავებში მოცემული კითხვები სტუდენტებს საშუალებას აძლევს, გაიმეორონ მასალა და შეამოწმონ, თუ როგორ გაიგეს და აითვისეს იგი. ბევრ კითხვაში რეალური კვლევებიდან აღებული პრობლემებია წარმოდგენილი. ამრიგად, მათ არა მხოლოდ მიმოხილვის ფუნქცია აქვთ, არამედ სხვადასხვა სტატისტიკური მეთოდის გამოყენების მაგალითებსაც იძლევიან. სტუდენტებს ვურჩევთ, რომ ახალ მასალაზე გადასვლამდე სრულად უპასუხონ კითხვებს და შეასრულონ მოცემული სავარჯიშოები.

პრეზენტაცია სამეცნიერო სტატიებში

ბევრი სტატისტიკური კრიტერიუმის განხილვისას მოცემულია ამონარიდები სამეცნიერო ჟურნალებიდან და ახსნილია მათში წარმოდგენილი ინფორმაცია; მას ახლავს სამეცნიერო ჟურნალში გამოქვეყნებული კვლევის შედეგების წაკითხვის სავარჯიშოები. სახელმძღვანელოს წინამდებარე გამოცემაში ეს მახასიათებელი უფრო ფართოდ არის წარმოდგენილი და შეესაბამება *ამერიკის ფსიქოლოგიური ასოციაციის პუბლიკაციების სახელმძღვანელოს მე-4 გამოცემაში* (*Publication Manual of the American Psychological Association*. American Psychological Association, 1994) მოცემულ სარედაქციო სტილს.

ტექსტის თანმხლები განმარტებები და ტერმინების ლექსიკონი

წინამდებარე გამოცემაში შევიდა მნიშვნელოვანი ტერმინების განმარტებები, რომლებიც ახლავს ტექსტს, და ამ ტერმინთა ლექსიკონი. მნიშვნელოვანი ტერმინების შრიფტი გამუქებულია და ტექსტშია განმარტებული. სასწავლო მასალის განსამტკიცებლად ეს განმარტებები კიდევ ერთხელ არის მოცემული ტექსტის შემდეგ. სახელმძღვანელოში გამოყენებული ყველა ტერმინი განმარტებულია **ბ** დანართში.

სტატისტიკური სიმბოლოები

სტატისტიკაში გამოყენებული სიმბოლოების მრავალფეროვნებამ შეიძლება იოლად დაგაბნიოთ. სტატისტიკის ენის ათვისებისას დახმარებას გაგიწევთ **დ** დანართი, რომელშიც თავმოყრილია სახელმძღვანელოში წარმოდგენილი ყველა სიმბოლო.

თანმიმდევრობა

ტექსტი თანმიმდევრულად იკითხება, მას არ წყვეტს ჩარჩოში ჩასმული ჩანართები. თითოეული ქვეთავი წინა მასალიდან გამომდინარეობს. ამ უწყვეტობის გაუმჯობესების მიზნით, დისპერსიული ანალიზის ნედლი ქულების გამოსათვლელი ფორმულები თავის ბოლოში, სტატისტიკურ დამატებაშია მოცემული. ამრიგად, მათთვის, ვინც ყურადღების მიღმა ტოვებს გამოსათვლელ ფორმულებს (კომპიუტერული სტატისტიკური პროგრამების გამოყენების შემთხვევებში), არ ირღვევა ტექსტის თანმიმდევრულობა.

ვიმედოვნებთ, რომ ამ სახელმძღვანელოთი სტატისტიკის შესწავლა საინტერესო და გამოსადეგი იქნება თქვენთვის.

მადლობა[1]

ამ სახელმძღვანელოს შექმნაში მრავალ ადამიანს მიუძღვის წვლილი. პირველი გამოცემის იდეა ალენ უორკმენს (Allen Workmen, გამომცემლობიდან „Allyn and Bacon“) ეკუთვნის, რომელმაც გამოთქვა მოსაზრება, რომ ფსიქოლოგიური კვლევის მეთოდების სახელმძღვანელოდან – „ფსიქოლოგიური კვლევის მეთოდები, კონცეპტუალური მიდგომა“ – აღებულ მიდგომას ვიყენებდი; ეს სახელმძღვანელო ჩემი და დოქტორ დუგლას უ. ბლუმქუისთის (Dr. Douglas W. Bloomquist) თანაავტორობით გამოიცა. აქედან გამომდინარე, წინამდებარე სახელმძღვანელოში გამოყენებული მრავალი კონცეპტუალური მოსაზრება ხსენებულ სახელმძღვანელოში წარმოდგენილის მსგავსია. მე მადლობას მოვახსენებ დუგლას ბლუმქუისთს ამ მოსაზრებათა ჩამოყალიბებაში შეტანილი წვლილისა და მასალისთვის; ასევე, იმისთვის, რომ მან

[1] *იბეჭდება მცირეოდენი შემოკლებით (მთარგმნელის შენიშვნა).*

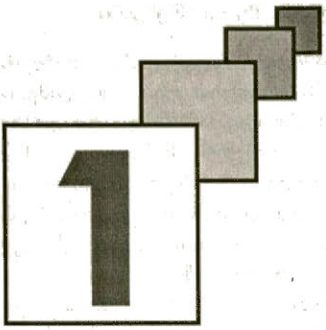
წინამდებარე სახელმძღვანელოში ამ მასალის გამოყენების ნება დამრთო. გამომცემლობის „Allyn and Bacon“ ეიცე-პრეზიდენტმა და გამომცემელმა სუზან ბედგერმა (Susan Badger) დაამტკიცა ეს გამოცემა და ამით პროექტის დასრულების იმპულსი მომცა. „Allyn and Bacon“-ის აღმასრულებელმა რედაქტორმა ფსიქოლოგიის დარგში ლაურა პირსონმა (Laura Pearson) მნიშვნელოვანი როლი შეასრულა ნიგნის საბოლოო სახით ჩამოყალიბებაში. სახელმძღვანელოს გადასინჯვისას მისი იდეები და წინადადებები ყველაზე სასარგებლო აღმოჩნდა. რედაქტორის ასისტენტი ჯენიფერ ნორმანდინი (Jennifer Normandin) ხალისით და მოხერხებულად უკმლავდებოდა ხელნაწერის მომზადებასთან დაკავშირებულ ჩემ მიერ დასმულ მრავალ საკითხს. მადლობას მოვახსენებ "Allyn and Bacon"-ის პრეზიდენტს ბილ ბარკს (Bill Barke), რომელმაც 12-ზე მეტი წლის წინ დამარწმუნა და წამახალისა, რომ კოლეჯის სახელმძღვანელოს დაწერა მეცადა.

გარდა ამისა, სახელმძღვანელოს სამივე გამოცემის შექმნაში ჩემმა მრავალმა პროფესიონალმა კოლეგამ მიიღო მონაწილეობა. ზოგიერთმა მათგანმა პასუხები გასცა დეტალურ კითხვარს, რომელიც შინაარსსა და მიდგომების სხვადასხვა ვარიანტს შეეხებოდა. სხვებმა ნახეს ხელნაწერის სრული ვარიანტი ან მისი ფრაგმენტები. მათ მიერ ნაწერების გულდასმით გადამოწმებამ ფასდაუდებელი სამსახური გამიწია აზრის ნათლად გადმოცემაში და თავიდან ამარიდა კონცეპტუალური და მათემატიკური შეცდომები. ცხადია, სახელმძღვანელოში დარჩენილ ნებისმიერ უზუსტობაზე მხოლოდ მე ვაგებ პასუხს. განეული დახმარებისთვის მადლობას ვუხდი: პოლ ამრჰეინს, ნიუ მექსიკოს უნივერსიტეტი (Paul Amrhein, University of New Mexico), დენის კოგანს, ტეხასის ტექნიკური უნივერსიტეტი (Dennis Cogan, Texas Tech University), მარკ ფაინმენს, სამხრეთ კონექტიკუტის სახელმწიფო უნივერსიტეტი (Mark Fineman, Southern Connecticut State University), მაიკ გრელეს, ცენტრალური მისურის სახელმწიფო უნივერსიტეტი (Mike Grelle, Central Missouri State University), რიკ ჰოილს, კენტუკის უნივერსიტეტი (Rick Hoyle, University of Kentucky), არტურ დ. კემფს, ცენტრალური მისურის სახელმწიფო უნივერსიტეტი (Arthur D. Kemp, Central Missouri State University), მელანი მ. კერჩერს, სამ ჰიუსტონის სახელმწიფო უნივერსიტეტი (Melanie M. Kercher, Sam Houston State University), რობერტ ლანგს, ცენტრალური ფლორიდის უნივერსიტეტი (Robert Lange, University of Central Florida), ჯ. უ. მურ უმცროსს, მარშალის უნივერსიტეტი (J.W.Moore, Jr., Marshall University), ჯონ რიჩს, ფულერტონის კალიფორნიის უნივერსიტეტი (Jon Rich, California State University at Fullerton), რიჩარდ სერკს, ტულსას კოლეჯი (Richard Serkes, Tusla Junior College), ნ. ს. სილვერს, ცენტრალური ფლორიდის უნივერსიტეტი (N. C. Silver, University of Central Florida), დავიდ დ. სიმფსონს, კაროლის კოლეჯი (David D. Simpson, Carroll College), მაიკლ ტერელს, სტოუნჰილის კოლეჯი (Michael Tirrell, Stonehill College) და პოლ იარნოლდს, ჩრდილო-დასავლეთის უნივერსიტეტის სამედიცინო სკოლა (Paul Yarnold, Northwestern University Medical School).

ასევე, მადლობა მინდა გადავუხადო CRC Press, Inc.-ს დანართში მრავალი სტატისტიკური ცხრილის გამოყენების ნებართვის მოცემისთვის.

დაბოლოს, მადლობას ვუხდი მას, ვისზეც ყველაზე მეტად იმოქმედა წინამდებარე სახელმძღვანელოზე მუშაობამ – ჩემს მეუღლეს სანდრას. მისი მხარდაჭერის, მოთმინების, წახალისებისა და სიყვარულის გარეშე ეს წიგნი ვერასოდეს დასრულდებოდა და ვერ იხილავდა დღის სინათლეს.

ჰ.ო.კ.



სტატისტიკის შესავალი

სტატისტიკის შესწავლა: როგორ გამოვიყენოთ წინამდებარე სახელმძღვანელო
- მნიშვნელოვანი ტერმინები და სიმბოლოები
- შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა
- კითხვები
- მათემატიკური ცნებები

რა არის სტატისტიკა

სტატისტიკის გამოყენება: სამი მაგალითი
- აღწერა და დასკვნა
- ექსპერიმენტი და სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმება
- კორელაცია და რეგრესია

რატომ არის საჭირო სტატისტიკა

„ო, ეს საშინელი მაღვიძარა“, – ბუზღუნით აჩუმებთ საათს და ცდილობთ, კიდევ ცოტა ხანს დაიძინოთ. რა მოკლე ღამე იყო! როგორღაც დგებით და აცნობიერებთ, რომ თუ ხანმოკლე შხაპითა და სწრაფი საუზმით შემოიფარგლებით, არ დაიგვიანებთ ლექციაზე, რომელიც 8 საათზეა დანიშნული. მანქანაში ჩაჯდომამდე ამჩნევთ, რომ ადრეული გაზაფხულის სასიამოვნო, თბილი დილა გათენებულა; გაცილებით უკეთესი, ვიდრე გუშინდელი ცივი, ნვიმიანი დღე იყო. ამასობაში გზატკეცილზე გადიხართ – მოძრაობა ჩვეულებრივზე მეტადაა გადატვირთული და ისე სწრაფად ვერ მოძრაობთ, როგორც მოელოდით. დაიგვიანებთ მეცადინეობაზე? საბედნიეროდ, არ დაგაგვიანდათ. დღეს ერთ-ერთი საუკეთესო ლექცია გქონდათ მთელი სემესტრის განმავლობაში, მაგრამ გაშინებთ ლაბორატორიული სამუშაო, რომელიც 9 საათზეა დანიშნული; ის ხშირად იმდენად დიდხანს გრძელდება, რომ ნახემსებისთვის დრო აღარ გრჩებათ ხოლმე; თუმცა, დღეს ყველაფერი სხვაგვარად, შესანიშნავად არის და დროულად დაასრულეთ მეცადინეობა, ამიტომ საკმარისი დრო დაგრჩათ და ორ საუკეთესო მეგობართან ერთად აუჩქარებლად და მხიარულად ნაიხემსეთ. შემდეგ სამუშაოდ მიდიხართ დიდ სავაჭრო ცენტრში. გუშინდელისგან განსხვავებით, მომხმარებლები დღეს ძალზე თავაზიანები არიან, ალბათ, კარგი ამინდის გამო. სასიამოვნო მომხმარებლებთან ურთიერთობაში შუადღეც მალე მოდის, თქვენ ისევ გზატკეცილზე ხართ და სახლისკენ მიიჩქარით. დღეს ჩვეულებრივზე გაცილებით ნაკლებად დატვირთულია მოძრაობა, ალბათ, ყველა ადრე ნავიდა სამსახურიდან. სამეცადინო ბევრი გაქვთ, ამიტომ სადილის შემდეგ იმ იმედით სხდებით მაგიდასთან, რომ ნაყოფიერად იმეცადინებთ მთელი საღამო. ვინაიდან (ყოველ შემთხვევაში, სადილის შემდეგ მეცადინეობის სხვა მრავალ შემთხვევასთან შედარებით) ასეც ხდება, გრძნობთ, რომ ნამდვილად მზად ხართ კეირის ბოლოს დანიშნული სტატისტიკის გამოცდისთვის. აჯილდოებთ საკუთარ თავს – ერთ საათს ტელევიზორთან ატარებთ და დასაძინებლად მიდიხართ. ცოტა ადრე თუ დაიძინებთ, იქნებ ღამე უფრო გრძელი გეჩვენოთ.

ეს მოკლე ეპიზოდი, ალბათ, თქვენი ცხოვრების ერთ ჩვეულებრივ დღეს ასახავს ან არ ასახავს. ნებისმიერ შემთხვევაში, ალბათ, დაგაინტერესებთ, რა კავშირშია ეს ეპიზოდი სტატისტიკასთან. ის გვიჩვენებს, რომ თქვენ ცხოვრებაში ამჩნევთ გარკვეულ კანონზომიერებას: დროის ჩვეული ოდენობა, რომელსაც უთმობთ შხაპსა თუ საუზმეს, ადრეული გაზაფხულისთვის ჩვეული ამინდი, კოლეჯისკენ მიმავალი გზისთვის დამახასიათებელი, გარკვეულწილად გადატვირთული მოძრაობა და დრო, რომელიც გჭირდებათ კოლეჯამდე მისვლისთვის, მეცადინეობის საინტერესოობის ზოგადი დონე, ლაბორატორიული სამუშაოს საშუალო ხანგრძლივობა, მხიარულების ჩვეული ზომა წახემსებისას, სავაჭრო ცენტრის მომხმარებელთა ტიპური ქცევა და საღამოს მეცადინეობისას ჩვეული ნაყოფიერება. ამჩნევთ, რომ თქვენს ცხოვრებაში არის კანონზომიერება და სისტემატურობა და ეს ფაქტი იმაზეც მიუთითებს, რომ ცვალებადობასაც განიცდით. ზოგიერთი ღამე, დანარჩენთან შედარებით, უფრო გრძელი გეჩვენებათ, დღიდან დღემდე ვარირებს იმ დროის ხანგრძლივობა, რომელსაც შხაპის მიღებასა და საუზმეს უთმობთ, წელინადის ამ დროს იშვიათად არის კარგი ამინდი, გზატკეცილზე მოძრაობა მეტ-ნაკლებად გადატვირთულია ხოლმე, სხვადასხვა დღეს (და სხვადასხვა კურსზე) მეცადინეობა მეტ-ნაკლებად საინტერესო შეიძლება იყოს, ლაბორატორიული სამუშაო ზოგჯერ საშუალოზე დიდხანს გრძელდება, ზოგჯერ კი – უფრო მცირე ხანს, მყიდველთა ქცევა საკმაოდ ცვალებადია და ზოგჯერ უფრო ნაყოფიერად მეცადინეობთ, ვიდრე სხვა დროს.

ცვლადი (variable) – გარემოს ნებისმიერი მდგომარეობა, ნებისმიერი სტიმული, პიროვნული მახასიათებელი ან ქცევა, რომელმაც შეიძლება მიიღოს სხვადასხვა მნიშვნელობა სხვადასხვა დროს ან სხვადასხვა ადამიანთან.

მოვლენების ეს ცვალებადობა გარემოში ცვლადების არსებობას გულისხმობს. **ცვლადი** არის გარემოს ნებისმიერი მდგომარეობა ან მოვლენა, ნებისმიერი სტიმული, პიროვნული მახასიათებელი ან ქცევა, რომელმაც შეიძლება მიიღოს სხვადასხვა მნიშვნელობა სხვადასხვა დროს ან სხვადასხვა ადამიანთან. ცვლადია იმ დროის ხანგრძლივობა, რამდენ ხანსაც გეძინათ, შხაპის მიღების ხანგრძლივობა, გზატკეცილზე მოძრაობის ინტენსივობა, მეცადინეობის საინტერესოობის დონე,

ცხრილი N1.1.
გასამართლებათა სიხშირე საფრანგეთის სასამართლოში,
როგორც წლისა და ბრალდებულის წერა-კითხვის უნარის ფუნქცია

ბრალდებულის წერა-კითხვის უნარი	წელი			
	1828	1829	1830	საშუალო
არ შეუძლია წერა ან კითხვა	0.63	0.63	0.62	0.627
შეუძლია წერა-კითხვა, მაგრამ არასრულყოფილად	0.62	0.60	0.58	0.600
კარგად წერს და კითხულობს	0.56	0.55	0.52	0.543
აქვს უმაღლესი განათლება	0.35	0.48	0.37	0.400

კეტლეს მონაცემების მიხედვით. ადაპტირებულია ს. მ. სტიგლერის (S.M.Stigler, 1986) შრომიდან *სტატისტიკის ისტორია: განუსაზღვრელობის გაზომვა 1900 წლამდე*, ცხრილი N5.2.

ლაბორატორიული სამუშაოს ხანგრძლივობა, მყიდველთა გუნება-განწყობილება და მეცადინეობის ნაყოფიერება. სტატისტიკა არის მეცნიერება, რომელიც პოულობს რაღაც მუდმივს და ამ მუდმივის მიმართ ცვლადებადობას ზომავს. მიუხედავად იმისა, რომ სტატისტიკის ასეთი განსაზღვრება არაფორმალური და არასრულია, ამ ეტაპზე სრულიად საკმარისია.

ცხადია, თქვენ არ ხართ ერთადერთი ადამიანი, რომელიც ამჩნევს მოვლენათა კანონზომიერებებს. ფართო ინტერესების მქონე ბელგიელ პროფესორ ლამბერტ ადოლფ ჟაკ კეტლეს (Lambert Adomphe Jacques Quetelet, 1796-1874) მიაჩნდა, რომ ცვალებადობის ასეთ კანონზომიერებებს თავისი მიზეზები აქვს და თუ ის დაადგენდა ამ კანონზომიერებებს, შემდეგ მათი მიზეზების პოვნასაც შეძლებდა. ამრიგად, მან განიზრახა ამ კანონზომიერებების გამოვლენა და მუშაობა დაიწყო იმის დახასიათებით, რასაც თავად „საშუალო ადამიანს" უწოდებდა. ამისათვის მან დიდი რაოდენობის ფრანგი ჯარისკაცებისგან შეკრიბა ისეთი ცვლადების ანთროპოლოგიური მონაცემები (ანუ სხეულებრივი გაზომვების შედეგად მიღებული მონაცემები), როგორიცაა წონა და სიმაღლე (Stigler, 1986). მას იმედი ჰქონდა, რომ საშუალო ინდივიდის დახასიათებით ის შეძლებდა ადამიანის მახასიათებლების კანონზომიერებების პოვნას და შეადარებდა მამაკაცებისა და ქალების საშუალოებს, ან მოახდენდა შედარებას საცხოვრებელი ადგილის, ასაკისა და რასის მიხედვით. კეტლეს საშუალო ადამიანით დაინტერესება ერცელდებოდა იმაზეც, რასაც იგი „მორალის სტატისტიკას" უწოდებდა ანუ კანონზომიერებებს ისეთ ცვლადებში, როგორიცაა სუიციდის ან დანაშაულის სიხშირე და გასამართლების სიხშირე. მაგალითად, ის წლების მანძილზე შეისწავლიდა საფრანგეთის სასამართლოში გასამართლებათა სიხშირეს და მოახდინა მათი კატეგორიზაცია იმის მიხედვით, თუ რამდენად შეეძლო ბრალდებულს წერა-კითხვა. შედეგები მოცემულია ცხრილში N1.1, რომელშიც რიცხვითი მნიშვნელობები ალბათობებს გამოხატავს. მაგალითად, თუ თქვენ საფრანგეთის სასამართლოში 1829 წელს გქონდათ საქმე და მხოლოდ არასრულყოფილად შეგეძლოთ წერა-კითხვა, ალბათობა იმისა, რომ თქვენ დამნაშავედ გცნობდნენ, იქნებოდა 0.60 (ანუ 6 შანსი 10-დან). ყურადღება მიაქციეთ, რომ აქ ჩანს აშკარა კავშირი (ანუ შესაბამისობა) ბრალდებულის წერა-კითხვის უნარებსა და დამნაშავედ ცნობის ალბათობას შორის. ამ სტატისტიკური კვლევების დაწყებისთვის კეტლეს ხშირად სოციალური მეცნიერების მამას უწოდებენ (Dudycha & Dudycha, 1972).

სტატისტიკის შესწავლა: როგორ გამოვიყენოთ წინამდებარე სახელმძღვანელო

როგორც შესავალში ვნახეთ, სტატისტიკა შეეხება მოვლენათა კანონზომიერებებს და ცვალებადობას, რომელსაც ყველა ჩვენგანი ამჩნევს ცხოვრებაში. ამრიგად,

გარკვეული აზრით, ყველანი დამწყები სტატისტიკოსები ვართ: მიუხედავად ამისა, ბევრ ადამიანს აფრთხობს სტატისტიკის სრულ კურსზე ფიქრი, თუმცა, ეს ასე არ უნდა იყოს. სტატისტიკის შესწავლა ახალი ენის ათვისებას ჰგავს. სტატისტიკის ენა სიტყვებისგან, სიმბოლოებისა და ფორმულებისგან შედგება. ნებისმიერი ახალი ენის მსგავსად, ის სერიოზულ მეცადინეობას მოითხოვს ამ კომპონენტების დასაძლევად და ასათვისებლად, მაგრამ პრაქტიკასა და გამოცდილებასთან ერთად ის ისეთივე ბუნებრივი უნდა გახდეს თქვენთვის, როგორც მშობლიური ენა. წინამდებარე სახელმძღვანელოს ზოგიერთი თავისებურება დახმარებას გაგიწევთ სტატისტიკის შესწავლისას.

მნიშვნელოვანი ტერმინები და სიმბოლოები

ტექსტში წარმოდგენილი მნიშვნელოვანი ტერმინები **გამუქებულია** და შემდეგ ცალკეა გამოტანილი მათი განმარტებები. როდესაც ტექსტში შეგხვდებათ გამუქებული ტერმინი, უნდა მიხვდეთ, რომ ის მნიშვნელოვანია სტატისტიკის გაგებისათვის. ნუ გააგრძელებთ ტექსტის კითხვას, სანამ არ შეისწავლით ტერმინს. ამასთანავე, ტერმინთა ლექსიკონი მოცემულია **ბ** დანართში. თუ ტექსტში შეგხვდებათ ტერმინი, რომლის მნიშვნელობა დაგავიწყდათ, ჩაიხედეთ ამ ლექსიკონში. სტატისტიკური სიმბოლოების ლექსიკონი მოცემულია **დ** დანართში.

ქვეთავები „შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა“

თითოეულ თავში მოცემულია ქვეთავები – *„შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა“*, რომლებიც შესაძლებლობას გაძლევთ, რომ შემდეგ ქვეთავზე გადასვლამდე გაიმეოროთ მასალა და ნახოთ, თუ რამდენად გაიგეთ ის. ამ კითხვათა დიდი ნაწილი მიმართულია კვლევის რეალურ პრობლემებზე. შესაბამისად, მათში მოცემულია თქვენ მიერ უკვე ნასწავლი სტატისტიკური მეთოდების გამოყენების მაგალითები. ამ ქვეთავების კითხვებზე პასუხების დიდი ნაწილი მოცემულია სახელმძღვანელოს ბოლო **ე** დანართში – *ამოსახსნელი ამოცანების პასუხები.*

კითხვები

თითოეული თავის ბოლოს მოცემულია განვლილი მასალის გასამეორებელი კითხვები. როგორც ქვეთავების „შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა“ შემთხვევაში, აქაც შეგიძლიათ უპასუხოთ განვლილი მასალის გასამეორებელ კითხვებს და შეადაროთ თქვენი პასუხები **ე** დანართში მოცემულ პასუხებს.

მათემატიკური ცნებები

წინამდებარე სახელმძღვანელოში გამოყენებულია ელემენტარული მათემატიკა, რომელიც მხოლოდ შეკრების, გამოკლების, გამრავლებისა და გაყოფის ოპერაციებს საჭიროებს. მათემატიკური სიმბოლოები და ოპერაციები იმდენად არის ახსნილი, რამდენადაც საჭიროა ისინი. თუ რაიმე პრობლემა შეგექმნებათ რომელიმე მათემატიკურ ოპერაციასთან დაკავშირებით, ნახეთ დანართი **ბ** – *მათემატიკური ცნებები*, სადაც განხილულია ძირითადი მათემატიკური სიმბოლოები და ოპერაციები.

რა არის სტატისტიკა

მონაცემები (Data – მრავლობითი, datum – მხოლობითი) – ის ქულები ან ქცევის თუ მახასიათებლების გაზომვის შედეგები, რომელიც მიიღება ადამიანებზე ან ცხოველებზე დაკვირვების შედეგად.

სტატისტიკა (მეცნიერება) (Statistics) – ის მეთოდები თუ პროცედურები, რომლებიც გამოიყენება მონაცემების სისტემატიზაციისთვის, გასაანალიზებლად და მათგან დასკვნების გამოსატანად.

სტატისტიკა (სტატისტიკური სიდიდე) (Statistic) – მონაცემებზე დაყრდნობით გამოთვლილი ცალკეული რიცხვი, რომელიც შეიძლება გამოყენებულ იქნეს შერჩევის მონაცემთა ერთობლიობის აღსაწერად ან ამ მონაცემთა უფრო სრული გაანალიზებისათვის.

კეტლეს შემდეგ ბიჰეივიორისტული მეცნიერების წარმომადგენლები ცდილობენ ადამიანისა და ცხოველის ქცევის გაგებასა და ახსნას. ისინი ამას მონაცემების შეგროვების საშუალებით აკეთებენ. **მონაცემები** არის ის ქულები ან ქცევის თუ მახასიათებლების გაზომვის შედეგები, რომლებიც მიიღება ადამიანებზე ან ცხოველებზე დაკვირვების შედეგად. პროცედურებს, რომლებიც გამოიყენება მონაცემების მიმართ მათი სისტემატურობის და ცვალებადობის დასადგენად, სტატისტიკა ეწოდება. ამრიგად, **სტატისტიკა** ნიშნავს იმ მეთოდებსა თუ პროცედურებს, რომლებიც გამოიყენება მონაცემების მოწესრიგების, ანალიზისა და მათგან დასკვნების გამოსატანად. **სტატისტიკა** (სტატისტიკური სიდიდე) არის მონაცემებზე დაყრდნობით გამოთვლილი ცალკეული რიცხვი, რომელიც შეიძლება გამოყენებულ იქნეს შერჩევის მონაცემთა ერთობლიობის აღსაწერად ან ამ მონაცემთა უფრო სრული გაანალიზებისათვის.

სტატისტიკის გამოყენება: სამი მაგალითი

ბიჰევიორისტულ მეცნიერებებში სტატისტიკურ პროცედურებს სხვადასხვაგვარად იყენებენ. ქვემოთ მოცემულია ბიჰეივიორისტულ მეცნიერებაში სტატისტიკური მეთოდების გამოყენების სამი მაგალითი. ასევე, მოცემულია მთელი რიგი ტერმინები, რომლებიც შემდეგ შეგხვდებათ ტექსტში; ამიტომ უნდა ისწავლოთ ისინი. არ აღელდეთ, თუ ვერ გაიგებთ წარმოდგენილი მაგალითების ყველა დეტალს. თითოეული მიდგომის შესახებ უფრო დაწვრილებით და სრულად შემდეგ თავებში ეისაუბრებთ.

აღწერა და დასკვნა

ყოველდღიურად პრესიდან დიდი რაოდენობით მონაცემთა სტატისტიკურ აღწერვებს ვეცნობით. მაგალითად, გაზეთი *USA Today* გვთავაზობს 1980-იანი წლების ტიპური ინდივიდების საქმიანობათა აღწერას („The Way", 1985). ერთ-ერთი შემოთავაზებული დახასიათების მიხედვით, საშუალო ოჯახში ყოველდღიურად ტელევიზორი ჩართული იყო 7,12 საათის განმავლობაში. ეს რიცხობრივი მაჩვენებელი გვიჩვენებს სტატისტიკური მეთოდების გამოყენების ორ მნიშვნელოვან გზას: – აღწერასა და დასკვნას. მიუხედავად იმისა, რომ რიცხობრივი მაჩვენებელი – 7,12 საათი მოწოდებულია მთლიანად აშშ-ის ოჯახების პოპულაციის დასახასიათებლად იმ დროის ხანგრძლივობის მიხედვით, რომლის მანძილზეც ყოველდღიურად ჩართულია ტელევიზორი, ის არ არის მიღებული ქვეყანაში მცხოვრები ყველა ოჯახზე დაკვირვებისა და გაზომვის შედეგად. მეტიც, ყველა ოჯახის მხოლოდ ნაწილს, ანუ შერჩევას დააკვირდნენ და გაზომეს. მონაცემთა არსებული ერთობლიობა მიიღეს იმ საათების რაოდენობის ჩაწერის შედეგად, რამდენ ხანსაც ჰქონდათ ყოველდღიურად ჩართული ტელევიზორი შერჩეაში შესულ ოჯახებს. ამის შემდეგ შერჩეაში შემაელი სხვადასხვა ოჯახიდან მიღებული მონაცემები შეაჯამეს, ანუ გამოთვალეს ერთი რიცხვი, აღწერითი სტატისტიკა – 7,12 საათი. ეს სტატისტიკა გამოიყენება იმ საათების ყოველდღიური რაოდენობის

აღსაწერად, რომლის განმავლობაშიც შერჩევაში შემავალ ტიპურ ოჯახს ჩართული აქვს ტელევიზორი. შემდეგ ამ სტატისტიკის საფუძველზე ასკვნიან, ანუ ზომაეენ იმ საათების რაოდენობას, რომლის განმავლობაშიც ყოეელდღიურად ჩართული აქვს ტელეეიზორი აშშ-ში მცხოვრები ყველა ოჯახის პოპულაციაში შემავალ ტიპურ ოჯახს.

პოპულაცია (Population) – არის საერთო მახასიათებლის მქონე ადამიანთა, ცხოველთა ან მოვლენათა სრული ერთობლიობა.

ჩეენ გამოვიყენეთ ტერმინები *პოპულაცია* და *შერჩევა*. **პოპულაცია** არის საერთო მახასიათებლის მქონე ადამიანთა, ცხოველთა ან მოვლენათა სრული ერთობლიობა. მაგალითად, აშშ-ის კოლეჯის ყველა სტუდენტი შეადგენს პოპულაციას. ამ პოპულაციის საერთო მახასიათებელია ის, რომ მასში შესული ყველა ინდივიდი სწავლობს კოლეჯში. ასევე, პოპულაციის მაგალითია აშშ-ის ყველა ოჯახი, ჩრდილოეთ კაროლინის ყველა მოზრდილი ქალი, ნებრასკის ფერმერები ან ყველა ადამიანი, ვისაც ერთი ან მეტი საბანკო საკრედიტო ბარათი აქვს; თითოეული დასახელებული ჯგუფი შეადგენს პოპულაციას. ინდივიდთა ნებისმიერი ჯგუფი შეიძლება განვიხილოთ როგორც პოპულაცია მას შემდეგ, რაც მოცემული საერთო მახასიათებლის მქონე ყველა ინდივიდი შესული იქნება ჯგუფში.

ბიჰევიორისტული მეცნიერების წარმომადგენლებს ხშირად პოპულაციის დახასიათება ისეთი დებულებებით სურთ, როგორიცაა, მაგალითად, „ტიპურ ამერიკელ ქალს ყოველდღიურად 4,4 საათის განმავლობაში აქვს ჩართული ტელეეიზორი“, ან „ ტიპური ამერიკელი მამაკაცის შემოსავალი წელიწადში $33,748-ს შეადგენს მაშინ, როცა ქალის – მხოლოდ $25,376 („The Way“, 2000); თუმცა, ნათელია, რომ შემთხვევათა უმრავლესობაში შეუძლებელია ასეთი მახასიათებლების მისაღებად მთელი პოპულაციის გაზომვა. შესაბამისად, მეცნიერები, როგორც წესი, მხოლოდ პოპულაციის შერჩევას იყენებენ.

შერჩევა (Sample) – პოპულაციიდან მთელი რიგი წესების დაცეით (რათა შერჩევა პოპულაციის რეპრეზენტაციული იყოს) არჩეული ქეესიმრავლე ანუ ქვეჯგუფი.

შერჩევა არის პოპულაციიდან მთელი რიგი წესების დაცეით (რათა შერჩევა პოპულაციის რეპრეზენტაციული იყოს) არჩეული ქეესიმრავლე ანუ ქვეჯგუფი. შერჩევის არჩევის ერთ-ერთი გავრცელებული ფორმაა შემთხვევითი შერჩევა. მარტივ **შემთხვევით შერჩევაში** ინდივიდები შერჩეულნი არიან ისე, რომ პოპულაციის თითოეულ წევრს შერჩევაში მოხვედრის ტოლი შანსი აქვს და ერთი წევრის არჩევა არ არის დამოკიდებული პოპულაციის სხვა წევრების არჩევაზე. შემდეგ შერჩევის წეერებისგან მიიღება მონაცემები და მათ აღსაწერად გამოითვლება **აღწერითი სტატისტიკა**, რომელიც გამოიყენება პოპულაციის მახასიათებლის შესახებ დასკვნის გასაკეთებლად. სიტყვა „დასკვნა“ გულისხმობს რაღაც ცნობილზე დაყრდნობით რაღაც უცნობის შესახებ მსჯელობას. ამრიგად, **სტატისტიკური დასკვნა** არის შერჩეეიდან მიღებულ სტატისტიკებზე დაყრდნობით პოპულაციის უცნობი მახასიათებლის (მაგალითად, იმ საათების რაოდენობა, რომლის განმავლობაშიც ყოველდღიურად რთავს ტელეეიზორს ტიპური ამერიკული ოჯახი) ანუ **პარამეტრების** შესახებ დასკვნების გამოტანის პროცესი.

შემთხვევითი შერჩევა (Random sample) – შერჩევა, რომელშიც ინდივიდები შერჩეულნი არიან ისე, რომ პოპულაციის თითოეულს წევრს შერჩევაში მოხვედრის ტოლი შანსი აქვს და ერთი წევრის არჩევა არ არის დამოკიდებული პოპულაციის სხვა წევრების არჩევაზე.

აღწერითი სტატისტიკა (Descriptive statistics) – სტატისტიკური პროცედურები, რომლებიც გამოიყენება შერჩეეიდან მიღებული მონაცემების შესაჯამებლად და აღსაწერად.

სტატისტიკური დასკვნა (Statistical inference) – პოპულაციის მახასიათებლის შეფასება შერჩეევიდან მიღებულ სტატისტიკებზე დაყრდნობით.

აღწერისა და დასკვნისათვის სტატისტიკის გამოყენების მრავალი მაგალითია ცნობილი. მაგალითად, აშშ-ის მოსახლეობის აღწერის ბიურო აგროვებს სხვადასხვაგვარ ინფორმაციას ამერიკაში ცხოვრების შესახებ და ზოგიერთ მათგანს ყოველწლიურად აქვეყნებს შეერთებული შტატების სტატისტიკური ცნობარის სახით. 1999 წლის ასეთი გამოცემა გვამცნობს, რომ

- აშშ-ში მცხოვრებ ოჯახთა 98%-ს აქვს ტელევიზორი, მათგან 84.6%-ს კი – ვიდეომაგნიტოფონი;
- 1997 წელს საშუალო სტატისტიკურმა მოქალაქემ ტანსაცმელში $353.30, ხოლო $957.30 სამედიცინო მომსახურებაში დახარჯა;
- მამაკაცების 58% და ქალების 54.9% დაოჯახებულნი არიან.

პარამეტრი (Parameter) – რიცხვი, რომელიც აღწერს პოპულაციის მახასიათებელს.

თითოეული ეს მნიშვნელობა აღწერითი სტატისტიკაა – რიცხვი, რომელიც აღწერს შერჩევის წევრების ტიპურ პასუხს. ცხადია, პრაქტიკულად შეუძლებელია აშშ-ში არსებული თითოეული ტელევიზორისა თუ ვიდეომაგნიტოფონის დათვლა, ანდა

თითოეული მოქალაქისთვის ტანსაცმელში დახარჯული თანხების შესახებ გამოკითხვა. ამრიგად, თითოეული ეს მნიშვნელობა სტატისტიკაა, რომელიც პოპულაციაში ამავე მაჩვენებლის მნიშვნელობას აფასებს. ის, თუ რამდენად კარგად აფასებს ცალკეული აღწერითი სტატისტიკა პოპულაციის მნიშვნელობას, დამოკიდებულია როგორც შერჩევის შექმნის მეთოდზე, ისე – მის რეპრეზენტაციულობაზე. შერჩევის შედგენისა და აღწერის და პოპულაციაზე დასკვნების გამოტანის პროცედურებს უფრო დაწვრილებით მე-3-7 თავებში განვიხილავთ.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა I.1

1. განმარტეთ: მონაცემები, პარამეტრი, პოპულაცია, შემთხვევითი შერჩევა, შერჩევა, სტატისტიკა (მეცნიერება), სტატისტიკური დასკვნა, სტატისტიკა (სტატისტიკური სიდიდე), ცვლადი.
2. ბოლო დროს ჩატარებულ არჩევნებში ნინასწარ გამოკითხეს საარჩევნო ოლქის 600 პოტენციური ამომრჩეველი. გამოკითხვის მიზანი იყო იმის გარკვევა, თუ ვისთვის აპირებდნენ ამომრჩევლები ხმის მიცემას. შედეგებმა აჩვენა, რომ 312 ამომრჩეველი, ანუ შერჩევის 52% A კანდიდატისთვის აპირებდა ხმის მიცემას, 240 ამომრჩეველი, ანუ 40% – B კანდიდატისთვის, 48 ამომრჩეველმა, ანუ 8%-მა მიუთითა, რომ არ აპირებდა არჩევნებში მონაწილეობის მიღებას ან არ ანიჭებდა უპირატესობას არც ერთ კანდიდატს. გამოკითხვის ამ შედეგებზე დაყრდნობით მკვლევრებმა დაადგინეს, რომ კანდიდატი A მიიღებდა არჩევნებში შემოსული ყველა ხმის 52%-ს.
   ა) ახსენით, რატომ არის აუცილებელი აღწერითი სტატისტიკები ამ კვლევის შედეგების შეჯამებისთვის.
   ბ) მიღებულ სტატისტიკებზე დაყრდნობით, რა დასკვნები გაკეთდა პოპულაციის შესახებ?

ექსპერიმენტი და სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმება

ბიჰევიორისტული მეცნიერების წარმომადგენლები დაინტერესებულნი არიან არა მარტო შერჩევის აღწერითა და დახასიათებით, არამედ ცალკეული ინდივიდებისა თუ ჯგუფების ქცევის მიზეზების პოვნითაც. ამ საკითხისადმი ერთ-ერთი მიდგომაა ექსპერიმენტის ჩატარება. ექსპერიმენტის დროს მკვლევარი გამოყოფს ცვლადს, რომელსაც **დამოუკიდებელი ცვლადი** ეწოდება და რომელიც, მისი აზრით, გავლენას ახდენს პიროვნების ქცევაზე. ქცევას, რომელზეც, მკვლევრის მოლოდინით, გავლენას მოახდენს დამოუკიდებელი ცვლადი, **დამოკიდებული ცვლადი** ეწოდება.

დამოუკიდებელი ცვლადი (Independent variable) – ცვლადი, რომლითაც მანიპულირებენ ექსპერიმენტში დამოკიდებულ ცვლადზე მისი გავლენის განსაზღვრის მიზნით.

დამოკიდებული ცვლადი (Dependent variable) – ცვლადი ექსპერიმენტში, რომელიც დამოუკიდებელ ცვლადზე. შემთხვევათა უმრავლესობაში დამოკიდებული ცვლადი ქცევის გარკვეული საზომია.

კვლევის ჰიპოთეზა (Research hypothesis) – დებულება ორ ან მეტ ცვლადს შორის მოსალოდნელი ან ნაწინასწარმეტყველები კავშირის შესახებ. ექსპერიმენტში კვლევის ჰიპოთეზა არის ნაწინასწარმეტყველები კავშირი დამოუკიდებელ და დამოკიდებულ ცვლადებს შორის.

ცდის პირი (Subject) – პიროვნება, რომელიც მონაწილეობს ექსპერიმენტში.

მაგალითად, შეიძლება მოველოდეთ, რომ ალკოჰოლის მოხმარება გავლენას ახდენს პიროვნებისაგან ძალადობის რეაქციაზე – მოსალოდნელია, რომ ალკოჰოლის ზემოქმედების ქვეშ მყოფი ადამიანებისთვის უფრო მისაღები იყოს ძალადობა, ვიდრე იმ ადამიანებისთვის, რომლებიც არ არიან ალკოჰოლის ზემოქმედების ქვეშ (Gustafson, 1987a). ამ შემთხვევაში ალკოჰოლის მოხმარება არის დამოუკიდებელი ცვლადი. ექსპერიმენტატორი აკონტროლებს – მიიღებს ინდივიდი ალკოჰოლს თუ არა და მოელის, რომ ის (ალკოჰოლი) გავლენას მოახდენს ძალადობის მიმღებლობაზე. ინდივიდის მიერ ძალადობის მიმღებლობის საზომი არის დამოკიდებული ცვლადი. ვარაუდობენ, რომ ძალადობის მიმღებლობა დამოკიდებულია იმაზე, აქვს თუ არა ინდივიდს მიღებული ალკოჰოლი. დებულებას, რომელიც ასახავს მკვლევრის მოლოდინს იმის თაობაზე, რომ ალკოჰოლის მოხმარება გავლენას მოახდენს ძალადობის მიმღებლობაზე, კვლევის ჰიპოთეზა ეწოდება. **კვლევის ჰიპოთეზა** არის დებულება ორ ან მეტ ცვლადს შორის მოსალოდნელი ან ნაწინასწარმეტყველები კავშირის შესახებ. ექსპერიმენტში კვლევის ჰიპოთეზა არის ნანინასწარმეტყველები კავშირი დამოუკიდებელ და დამოკიდებულ ცვლადებს შორის.

კვლევის იმ ჰიპოთეზის შესამოწმებელი უმარტივესი ექსპერიმენტი, რომელიც ალკოჰოლის მოხმარებას აკავშირებს ძალადობის მიმღებლობასთან, ადამიანთა ორი ეკვივალენტური ჯგუფის შედგენით იწყება. იმ ადამიანებს, რომლებიც მონაწილეობენ

სამეცნიერო კვლევებში, მეცნიერები **ცდის პირებს** ან **მონაწილეებს** უწოდებენ. ეკვივალენტური ჯგუფები, საეარაუდოდ, არ განსხვავდებიან ერთმანეთისგან რაიმე მუდმივი მახასიათებლით ექსპერიმენტის დამოუკიდებელი ცელადის მიწოდებამდე. ექსპერიმენტს, რომელშიც მონაწილეობს ორი ან მეტი ჯგუფი, **ცდის პირთა შორის სქემის** მქონე ექსპერიმენტი ეწოდება. ეკვივალენტური ჯგუფების შექმნის შემდეგ მკვლევარი მანიპულირებს დამოუკიდებელი ცვლადით ანუ ცელის (ახდენს ვარირებას) მას და ზომავს დამოკიდებულ ცვლადს; ამასთან, აკონტროლებს ყველა იმ სხვა ცვლადს, რომელმაც შეიძლება გავლენა მოახდინოს დამოკიდებულ ცვლადზე. ჩვენს მაგალითში ექსპერიმენტატორმა შეიძლება ცდის პირების პირველ ჯგუფს მისცეს 0.8 მილილიტრი ალკოჰოლი ამავე ოდენობის ფორთოხლის წვენთან ერთად სხეულის 1 კილოგრამზე, მეორე ჯგუფს კი – 1.6 მილილიტრი სუფთა, უალკოჰოლო ფორთოხლის წვენი. ერთადერთი, რითაც ეს ორი ჯგუფი შეიძლება განსხვავდებოდეს ერთმანეთისგან, არის მიღებული სასმელის რაოდენობა. დამოკიდებული ცვლადი შეიძლება გაიზომოს იმით, რომ ცდის პირს აყურებინონ ძალადობის შემცველი ფილმი და შემდეგ შეაფასებინონ ის ნანახი ძალადობის მიმღებლობის მიხედვით. შეფასების შედეგად თითოეული ცდის პირისგან მიიღება ქულა. **ქულა** არის ცდის პირის მიერ დავალების შესრულების გაზომვით მიღებული რიცხვითი მნიშვნელობა. ქულა არის დამოკიდებული ცვლადი, რომელიც, ჩვენი მოლოდინის თანახმად, დამოკიდებულია იმაზე, მიიღო ცდის პირმა ფილმის ნახვამდე ალკოჰოლი თუ არა. ყველა ცდის პირისგან მიღებული ქულა შეადგენს ექსპერიმენტის **ნედლ მონაცემებს**. ამ ნედლი მონაცემების მიხედვით უნდა გადაწყვიტოს მკვლევარმა, ახდენს თუ არა დამოუკიდებელი ცვლადი – ალკოჰოლის მიღება გავლენას ცდის პირის მიერ ფილმში ნანახი ძალადობის შეფასებაზე.

პროცესი, რომლის საშუალებითაც ასკვნის ექსპერიმენტატორი, ახდენს თუ არა დამოუკიდებელი ცვლადი გავლენას დამოკიდებულ ცვლადზე, ორი ეტაპისგან შედგება: – პირველი ეტაპია თითოეული ჯგუფის მიერ მოცემული შეფასების აღწერა; ამისათვის ითვლება აღწერითი სტატისტიკები, რომლებიც წარმოადგენენ თითოეულ ჯგუფში შემავალი ცდის პირების მიერ მოცემულ ტიპურ შეფასებებს. ეს ეტაპი მონაცემთა აღწერის ზემოთ განხილული პროცესის იდენტურია. თქვენ, ალბათ, უკვე იცნობთ ისეთ ზოგიერთ ცნობილ აღწერით სტატისტიკას, როგორიცაა მოდა, მედიანა ან საშუალო.

მეორე ეტაპზე ირკვევა, ქულათა ორი ჯგუფის აღწერით სტატისტიკებს შორის მიღებული განსხვავება არის თუ არა საკმარისად დიდი იმისათვის, რომ ის დამოუკიდებელი ცვლადის გავლენის შედეგად იქნეს მიჩნეული. ამ ეტაპზე საჭიროა **სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმების** გამოყენება. სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმების მიზანია, განსაზღვროს ორ ჯგუფს შორის შემთხვევითი განსხვავების მოსალოდნელი ზომა.

ექსპერიმენტში ეკვივალენტური ჯგუფები ყოველთვის განსხვავდებიან ერთმანეთისგან რაიმე გაუთვალისწინებელი ნიშნით, რასაც **შემთხვევითი განსხვავებას** ეუწოდებთ. შემთხვევითი განსხვაეება ექსპერიმენტში მაშინაც კი მიიღება, როდესაც დამოუკიდებელი ცვლადი არ ახდენს გავლენას დამოკიდებულ ცვლადზე. სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმებისას ორ ჯგუფს შორის ექსპერიმენტში რეალურად მიღებული განსხვაეება შედარდება მათ შორის მოსალოდნელ შემთხვევით განსხვავებასთან. თუ ისეთივე დიდი შემთხვევითი განსხვაეების მიღების ალბათობა საკმარისად მცირეა, როგორიცაა რეალურად მიღებული განსხვავება, მაშინ მკვლევარი გადაწყვეტს, რომ მიღებული განსხვავება არ არის შემთხვევითი. ამასთან, მიღებული განსხვავება დამოუკიდებელი ცვლადის გავლენას მიეწერება.

ექსპერიმენტირებისა და სტატისტიკური ჰიპოთეზების შემოწმების მაგალითად შემდეგ კითხვაზე პასუხის გაცემის პროცესი განვიხილოთ: გქონიათ შემთხვევები, რომ ხანდახან დღის მანძილზე გასაკეთებელი ზოგიერთი საქმე დაგვიწყებიათ? ცხადია, თითოეულ ჩვენგანს გვქონია ასეთი შემთხვევა, თუმცა, საინტერესოა, თუ

ეკვივალენტური ჯგუფები (Equivalent groups) – ცდის პირთა ჯგუფები, რომლებიც, სავარაუდოდ, არ განსხვავდებიან ერთმანეთისგან რაიმე მუდმივი მახასიათებლით ექსპერიმენტის დამოუკიდებელი ცელადის მიწოდებამდე.

ცდის პირთა შორის სქემა (Between-subject design) – კვლევის სქემა, რომელშიც მონაწილეობს ორი ან მეტი ჯგუფი.

ქულა (Score) – ცდის პირის მიერ დავალების შესრულების გაზომვით მიღებული რიცხვითი მნიშვნელობა.

ნედლი მონაცემები (Raw data) – ყველა ცდის პირისგან მიღებული ქულა, რომელთაც ჯერ არ გაუვლიათ სტატისტიკური ანალიზი.

სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმება (Statistical hypothesis testing) – პროცედურები, რომლებიც ჯგუფებს შორის შემთხვევითი განსხვავების ზომის წინასწარმეტყველებისთვის გამოიყენება.

შემთხვევითი განსხვავება (Chance difference) – განსხვავება ეკვივალენტურ ჯგუფებს შორის, რომელიც მიიღება შემთხვევით ან გაუთვალისწინებელი მიზეზით.

რამდენად აუმჯობესებს დღის განრიგის დამახსოვრებას მნემონიკური ტექნიკების გამოყენება. ჰარისმა და ბლაისერმა (Harris and Blaiser, 1997) ექსპერიმენტულად იკვლიეს ეს საკითხი, რისთვისაც ისინი ადამიანებს დღის მანძილზე შესასრულებელ საქმეთა დამახსოვრებას სთხოვდნენ. კვლევის მონაწილეები შემთხვევითად გაყვეს ორ ეკვივალენტურ ჯგუფად და თითოეულ მათგანს 10 ისეთი საქმის დამახსოვრება დაავალეს, როგორიცაა გაქირავების პუნქტში ვიდეოკასეტის დაბრუნება, ტელეფონზე დარეკვა და სურსათის მაღაზიაში შესვლა. დამახსოვრებიდან 24 საათის შემდეგ შეამოწმეს, თუ რისი დამახსოვრება შეძლეს მათ. დამოუკიდებელ ცვლადს მონაწილისთვის მიცემული ინსტრუქციის ფორმა, დამოკიდებულ ცვლადს კი – თითოეულ მონაწილის მიერ გახსენებული საქმეების რაოდენობა წარმოადგენდა. საკონტროლო ჯგუფში შემავალ ადამიანებს არ ეძლეოდათ ინსტრუქცია იმის თაობაზე, თუ როგორ დაემახსოვრებინათ მასალა, ექსპერიმენტულ ჯგუფს კი სიტყვების ერთმანეთთან დაკავშირების ტექნიკას ასწავლიდნენ, რაც ნიშნავს იმას, რომ სიტყვას რიცხვი ერითმება, მაგალითად, „ერთი არის მერხი, ორი არის დოლი, სამი არის სკამი, ოთხი – ნოხი, ხუთი – ყუთი, ექვსი – ნემსი, შვიდი – ნივთი, რვა – თმა, ცხრა – ცა, ათი – თაფლი". რითმის დასწავლის შემდეგ ინდივიდი დასამახსოვრებელი საქმის დაკავშირებას ცდილობს ვიზუალური წარმოდგენის ხატთან; მაგალითად, თუ I საქმე გაქირავების პუნქტში ვიდეოკასეტის დაბრუნებაა, მან შეიძლება წარმოიდგინოს, რომ კასეტა მერხზე დევს, ხოლო თუ II საქმე ტელეფონზე დარეკვაა, წარმოიდგინოს, რომ ტელეფონი დოლზე დგას.

ჰარისმა და ბლაისერმა ივარაუდეს, რომ ექსპერიმენტულ ჯგუფში შემავალი ადამიანები ამ ტექნიკის გამოყენებით უფრო მეტ საქმეს გაიხსენებდნენ, ვიდრე საკონროლო ჯგუფი. ექსპერიმენტული ჯგუფის მიერ გახსენებულ საქმეთა საშუალო რაოდენობა 7.1, ხოლო საკონტროლო ჯგუფის მიერ გახსნებულ საქმეთა საშუალო რაოდენობა – 4.1 იყო. იმის გასარკვევად, ექსპერიმენტული და საკონტროლო ჯგუფების მიერ გახსენებულ საქმეთა რაოდენობებს შორის სხვაობა უბრალო შემთხვევითობაზე მეტია თუ არა, ჰარისმა და ბლაისერმა დისპერსიული ანალიზი გამოიყენეს, რომელიც აჩვენებს ორი ჯგუფის მიერ გახსენებული საქმეების რაოდენობების განსხვავება მოსალოდნელ შემთხვევით განსხვავებაზე მეტია თუ არა. გაირკვა, რომ ექსპერიმენტულ ჯგუფში შემავალი ინდივიდების მიერ გახსენებულ საქმეთა რაოდენობა სანდოდ აღემატებოდა საკონტროლო ჯგუფისას. ეს შედეგი ადასტურებდა კვლევის ჰიპოთეზას: – ჩვენ უკეთ ვიმახსოვრებთ გასაკეთებელ საქმეებს სიტყვების მიბმის მნემონიკური ტექნიკის გამოყენების შემთხვევაში.

სტატისტიკა, როგორც მეცნიერება, ფართოდ გამოიყენება ბიჰევიორისტულ მეცნიერებაში, თუმცა, მასში შემავალი ცნებების გასაგებად საჭიროა აღწერითი სტატისტიკის, სტატისტიკური დასკვნისა და შეფასების თეორიის ცოდნა, რომელსაც მე-3-7 თავებში განვიხილავთ. სტატისტიკურ კრიტერიუმებზე მე-8-13 თავებში ვისაუბრებთ.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა I.2

1. განმარტეთ: ცდის პირთა შორის სქემა, შემთხვევითი განსხვავება, დამოკიდებული ცვლადი, ეკვივალენტური ჯგუფები, დამოუკიდებელი ცვლადი, ნედლი მონაცემები, კელეეის ჰიპოთეზა, ქულა, ცდის პირი.

2. ბალეტში ძირითადი პოზიციების სწავლისას სტუდენტებს ხშირად უჭირთ ფეხების სწორი პოზიციის მიღება. აქ ერთ-ერთი პრობლემა ისაა, რომ ფეხები თავისთავად იხრება მუხლებში, როდესაც ქუსლები მიტყუპებულია და ცერები გარეთ იყურება. ამ პრობლემის დასაძლევად კლარკსონმა, ჯემსმა, უოტკინსმა და ფოლეიმ (Clarkson, James, Watkins, Foley, 1986) ჩაატარეს ექსპერიმენტი, რომელშიც მონაწილეობდა ქალთა ორი ეკვივალენტური ჯგუფი, რომელთაც არ ჰქონდათ ბალეტში მეცადინეობის გამოცდილება. ორივე ჯგუფს ასწავლეს ბალეტის ძირითადი პოზიციები და დათვალეს ფეხების მოხრის რაოდენობა. ერთ ჯგუფს, ცდის პირების გასაკვირად, მისცეს ფეხების მუხლებში მოხრის უფლება, მეორე ჯგუფს კი არაფერი უთხრეს ამის თაობაზე. მკვლევრებმა აღმოაჩინეს, რომ საცდელი პერიოდის მანძილზე პირველ ჯგუფში ცდის

პირები მხოლოდ 3,1 წამის მანძილზე ხრიდნენ მუხლებში ფეხებს მაშინ, როცა მეორე ჯგუფში (რომელსაც არაფერი უთხრეს) ეს დრო 21,8 წამს შეადგენდა. სტატისტიკურმა შემოწმებამ დაადასტურა, რომ მუხლებში ფეხების მოხრის დროში განსხვავება ჯგუფებს შორის რეალური იყო და არა – შემთხვევითი.

ა) დაასახელეთ დამოუკიდებელი ცვლადი, რომლის მანიპულირებასაც ახდენდნენ კლარკსონი და სხვები.

ბ) დაასახელეთ დამოკიდებული ცვლადი, რომელსაც ზომავდნენ.

გ) ახსენით, რატომ არის ეს კელევა ექსპერიმენტი.

დ) ახსენით, რატომ არის ამ ექსპერიმენტში სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმება აუცილებელი.

კორელაცია და რეგრესია

კვლევისას ექსპერიმენტატორს ხშირად სურს არა დამოუკიდებელი ცვლადით მანიპულირება, არამედ მხოლოდ ის აინტერესებს, უკავშირდება თუ არა ერთმანეთს ანუ კორელირებს თუ არა ერთმანეთთან ინდივიდების ორი ან მეტი მახასიათებელი. ამბობენ, რომ ორი ცვლადი **კორელირებს**, თუ ერთი ცვლადის ცვლილება უკავშირდება მეორე ცვლადის შეთანხმებულ სისტემატურ ცვლილებას. მაგალითად, თუ პიროვნების შფოთვის ტიპური დონე დაკავშირებულია მის მიერ ალკოჰოლის მიღებასთან ისე, რომ შფოთვის მაღალი დონე უკავშირდება დიდი რაოდენობით ალკოჰოლის მიღებას, ხოლო შფოთვის დაბალი დონე – ნაკლები რაოდენობის ალკოჰოლის მიღებას, შეგვიძლია ვთქვათ, რომ შფოთვა და ალკოჰოლის მიღება კორელაციაშია ერთმანეთთან.

კორელაცია (Covary) – ორი ცვლადი კორელაციაში იმყოფება ერთმანეთთან, როდესაც ერთი ცვლადის ცვლილება უკავშირდება მეორე ცვლადის შეთანხმებულ სისტემატურ ცვლილებას.

იმის დასადგენად, ორი ცვლადი კორელაციაშია თუ არა, ვზომავთ ადამიანთა შერჩევას და თითოეული ინდივიდისგან ვიღებთ ორ ქულას – შფოთვის ქულას და მიღებული ალკოჰოლის ქულას. შემდეგ ვითვლით *კორელაციის კოეფიციენტს*. **კორელაციის კოეფიციენტი** არის სტატისტიკა, რომელიც რიცხობრივად გვიჩვენებს მაჩვენებელთა ორი ჯგუფის დაკავშირებულობის ხარისხს და ამ კავშირის მიმართულებას. ამ კოეფიციენტის მნიშვნელობა შეიძლება იცვლებოდეს -1.00-დან +1.00-მდე.

კორელაციის კოეფიციენტი (Correlation coefficient) – სტატისტიკა, რომელიც რიცხობრივად გვიჩვენებს მაჩვენებელთა ორი ჯგუფის დაკავშირებულობის ხარისხს და ამ კავშირის მიმართულებას.

სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმება კორელაციის კოეფიციენტთან მიმართებაშიც გამოიყენება. ყოველთვის არსებობს ორი განსხვავებული ცვლადის მნიშვნელობებს შორის შემთხვევითი კავშირის გამოვლენის ალბათობა. ამრიგად, იბადება კითხვა: არის თუ არა კორელაციის კოეფიციენტით გამოხატული, რეალურად მიღებული კავშირი მოსალოდნელ შემთხვევით კავშირზე მეტი? ამ კითხვაზე პასუხს კორელაციის კოეფიციენტის სტატისტიკური შემოწმება იძლევა.

თუ დავადგინეთ, რომ მაჩვენებელთა ორ ჯგუფს შორის კავშირი შემთხვევით კავშირზე მეტია, შეიძლება შევეცადოთ ერთი მაჩვენებელის მიხედვით მეორის შესახებ წინასწარმეტყველებას. თუ ვიცით პიროვნების შფოთვის მაჩვენებელი, შეძლებთ მიღებული ალკოჰოლის მაჩვენებლის წინასწარმეტყველებას? და თუ შეგვიძლია მიღებული ალკოჰოლის მაჩვენებლის წინასწარმეტყველება, რამდენად ზუსტი იქნება ეს წინასწარმეტყველება? ერთი ცვლადის მნიშვნელობის მიხედვით მეორე ცვლადის მნიშვნელობის წინასწარმეტყველება გულისხმობს **რეგრესიული ანალიზის გამოყენებას**.

რეგრესიული ანალიზი (Regression analysis) – სტატისტიკური მეთოდების გამოყენება ქულათა ერთი ერთობლიობის მიხედვით ქულათა მეორე ერთობლიობის შესახებ წინასწარმეტყველებისთვის.

კორელაციური და რეგრესიული ანალიზის ტექნიკები ფართოდ გამოიყენება ბიჰევიორისტული მეცნიერების მრავალ სფეროში. საილუსტრაციოდ განვიხილოთ უერისა და ქაველის (Woehr and Cavel, 1993) მიერ ჩატარებული კვლევა, რომელიც იმ ფაქტორების გამოვლენას შეეხებოდა, რაც, შესაძლოა, ფსიქოლოგიის საფუძვლებში პირველ შუალედურ ტესტში ნაჩვენებ შედეგს უკავშირდებოდეს. მკვლევრებმა 325 სტუდენტის ისეთი მაჩვენებლები შეისწავლეს, როგორიცაა სკოლაში მიღებული ნიშნების საშუალო, საგამოცდო მასალის ნაკითხვის რაოდენობა და კვირის მანძილზე ტელევიზორის ყურებაზე დახარჯული დრო. შემდეგ დაითვალეს თითოეული დასახელებული მაჩვენებლისა და პირველ შუალედურ ტესტში მიღებულ

ქულას შორის კორელაცია. სკოლაში მიღებული ნიშნების საშუალოსა და შუალედურ გამოცდაში მიღებულ ქულას შორის კორელაციის კოეფიციენტი +.31 გამოვიდა (ანუ რაც უფრო მაღალი იყო სკოლაში მიღებული ნიშნების საშუალო, მით უფრო მაღალი იყო შუალედურ შეფასებაში მიღებული ქულა); საგამოცდო მასალის წაკითხვათა რაოდენობასა და შუალედურ გამოცდაში მიღებულ ქულას შორის კორელაციის კოეფიციენტი – +.22 (ანუ რაც უფრო მეტჯერ წაიკითხა სტუდენტმა მასალა, მით უფრო მაღალი ქულა მიიღო), კვირის მანძილზე ტელევიზორის ყურებაზე დახარჯული დროსა და შუალედურ გამოცდაში მიღებულ ქულას შორის კორელაციის კოეფიციენტი კი – –.13 (ანუ რაც უფრო მეტ დროს ხარჯავდა სტუდენტი კვირის მანძილზე ტელევიზორის ყურებაში, მით უფრო ნაკლები ქულა მიიღო). სტატისტიკური შემოწმება აჩვენებს, რომ კორელაცია არაა უბრალო შემთხვევითი კავშირი. ავტორები თვლიან, რომ ეს შედეგები, სხვა მონაცემებთან ერთად, შესაძლოა, სასარგებლო აღმოჩნდეს სტუდენტებისთვის საკუთარი შედეგების გასაუმჯობესებლად. კორელაციასა და რეგრესიას მე-13 და მე-14 თავებში განვიხილავთ.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა I.3

1. განმარტეთ: კორელაციის კოეფიციენტი, კორელაცია, რეგრესიული ანალიზი.
2. ბევრ ადამიანს სჯერა ისეთი პარანორმალური ფენომენების არსებობის, როგორიცაა ნათელხილვა, ექსტრასენსორული აღქმა და ფსიქოკინეზი. უკავშირდება თუ არა ასეთი ფენომენების რწმენის ხარისხი იმას, თუ რა ტიპის განათლება მიიღო ინდივიდმა სკოლაში? ტობასიკმა, მილერმა და ჯონსმა (Tobacyk, Miller & Jones) 193 მე-11 კლასელს გაუზომეს პარანორმალური ფენომენების არსებობის რწმენა. მათ, ასევე, აღნუსხეს თითოეული მოსწავლის მიერ გავლილი კურსების საერთო რაოდენობა. როდესაც გავლილი სამეცნიერო კურსების რაოდენობა პარანორმალური ფენომენების არსებობის რწმენას დაუკავშირეს, მათ შორის შებრუნებული კავშირი აღმოჩნდა. რაც უფრო მეტი სამეცნიერო კურსი ჰქონდა მოსწავლეს გავლილი, მით უფრო სუსტი იყო მისგან პარანორმალური მოვლენების არსებობის რწმენა.
   ა) ახსენით, რატომ არის საჭირო ამ კვლევაში კორელაციური სტატისტიკა.
   ბ) რომელი ორი საზომი გამოიყენეს ამ კვლევაში?

რატომ არის საჭირო სტატისტიკა

ზემოთ წარმოგიდგინეთ ბიჰევიორისტულ მეცნიერულ კვლევაში სტატისტიკური ანალიზის გამოყენების სამი ძირითადი მეთოდი, თუმცა, თქვენ შეიძლება იბუზღუნოთ და შეგაწუხოთ კითხვამ იმის თაობაზე, თუ რისთვის არის სტატისტიკური მეთოდები ასე აუცილებელი და საჭირო ბიჰევიორისტულ მეცნიერებაში. პასუხი საკმაოდ პირდაპირია და უცვლელი თითოეული წარმოდგენილი სტატისტიკური მეთოდისთვის: ცხოვრების სასიამოვნო და აღმაფრთოვანებელი ფაქტია, რომ ადამიანები მრავალი მახასიათებლის ხარისხით განსხვავდებიან ერთმანეთისგან. სამყარო მოსაბეზრებელი იქნებოდა თითოეული ადამიანი მეორის იდენტური რომ ყოფილიყო, თუმცა, ასეთი გარემოების უპირატესობა სტატისტიკური მეთოდების საჭიროების არარსებობა იქნებოდა. რატომ? განვიხილოთ სტატისტიკის ზემოთ წარმოდგენილი სხვადასხვაგვარი გამოყენება.

პირველი მაგალითი ინდივიდებისგან მიღებული რაოდენობრივი შეფასების შედეგების აღწერას შეეხება. ყველა ადამიანი რომ ერთნაირი ყოფილიყო, ნებისმიერი ერთი პიროვნების შეფასებით მიღებული მონაცემები აღწერდა ყველა დანარჩენ ადამიანს. მაგალითად, ყველა მათგანის შემოსავალი იქნებოდა $19.438 წელიწადში. პოპულაციის შესახებ დასკვნის გასაკეთებლად საკმარისი იქნებოდა მხოლოდ ერთი ადამიანის შეფასება. შესაბამისად, არ იქნებოდა აღწერითი სტატისტიკის საჭიროება, რომელიც წარმოადგენდა შერჩევის წევრთა ტიპურ მაჩვენებელს.

მეორე მაგალითი შეეხებოდა სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმებას და, შესაბამისად, პასუხის გაცემას კითხვაზე: ახდენს თუ არა დამოუკიდებელი ცვლადი გავლენას ქცევაზე. წარმოიდგინეთ, რა ადვილი იქნებოდა ამის განსაზღვრა,

თითოეული ინდივიდის ქცევა ნებისმიერი სხვა ინდივიდის ქცევის იდენტური რომ ყოფილიყო. დავუშვათ, გვინდა გავარკვიოთ, ამცირებს თუ არა კონკრეტული მედიკამენტი გულისცემის სიხშირეს. მედიკამენტის გარეშე ყველა ადამიანის გულისცემის სიხშირეა 60 დარტყმა წუთში, მედიკამენტის მიღების შემთხვევაში კი – 55 დარტყმა წუთში. კიდევ ეჭვქვეშაა, ამცირებს თუ არა მოცემული მედიკამენტის მიღება გულისცემის სიხშირეს? ვინაიდან არ არსებობს ინდივიდიდან ინდივიდზე ცვალებადობის შანსი, უეჭველი იქნება, რომ მედიკამენტი ამცირებს გულისცემის სიხშირეს, სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმება კი აღარ დაგვჭირდება.

მესამე მაგალითი კორელაციისა და რეგრესიული ანალიზის პრობლემას შეეხება. არის თუ არა ორი ქცევა ერთმანეთთან კავშირში და თუ არის, რამდენად შეგვიძლია ერთი ქცევის განხორციელების პროგნოზირება მეორე ქცევის განხორციელების მიხედვით? ეს კითხვა მხოლოდ იმიტომ ჩნდება, რომ ადამიანები განსხვავდებიან ერთმანეთისგან და სხვადასხვაგვარად იქცევიან ერთსა და იმავე სიტუაციაში. თითოეული ინდივიდი ყველა სხვა ინდივიდის იდენტური რომ ყოფილიყო, ყველა ქცევა სრულად პროგნოზირებადი იქნებოდა. ამ შემთხვევაში არ იქნებოდა ცვალებადობა ინდივიდიდან ინდივიდზე და სრულყოფილად შეეძლებდით ყველა ქცევის წინასწარმეტყველებას, კორელაციური და რეგრესიული ანალიზის გამოყენების გარეშე.

ერთი ინდივიდიდან მეორეზე ცვალებადობის არარსებობის პირობებში სრულიად მოხსნილი იქნებოდა სტატისტიკური ანალიზის საჭიროება, მაგრამ რამდენად მოსაწყენი იქნებოდა ეს სამყარო. საბედნიეროდ, ჩვენი სამყარო არ არის ასეთი; თუმცა, კანონზომიერებებითა და ცვალებადობით სავსე ცხოვრება სტატისტიკურ მეთოდებსაც საჭიროებს, რათა ალიწეროს და აიხსნას ქცევა.

შეჯამება

- სტატისტიკა ეფუძნება მეთოდებსა და პროცედურებს, რომლებიც გამოიყენება მონაცემების შეჯამების, ანალიზისა და მათზე დაყრდნობით დასკვნების გამოსატანად.
- სტატისტიკა (სტატისტიკური სიდიდე) არის მონაცემებზე დაყრდნობით გამოთვლილი რიცხვი, რომელიც შეიძლება გამოყენებულ იქნეს შერჩევიდან მიღებული ქულების აღსაწერად.
- სტატისტიკა, ასევე, შეიძლება გამოყენებულ იქნეს პოპულაციის პარამეტრის შესახებ დასკვნის გასაკეთებლად.
- სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმება გამოიყენება იმის განსასაზღვრად, ექსპერიმენტში ორ ჯგუფს შორის მიღებული განსხვავება არის თუ არა საკმარისად დიდი იმისათვის, რომ მიჩნეულ იქნეს დამოუკიდებელი ცვლადის მოქმედების შედეგად და არა – შემთხვევითად მიღებულად.
- კორელაციური სტატისტიკა გამოიყენება იმის განსასაზღვრად, არსებობს თუ არა კავშირი ქულათა ორ ჯგუფს შორის.
- რეგრესიული ანალიზი გამოიყენება ქულათა ერთი ჯგუფის მიხედვით ქულათა მეორე ჯგუფის შესახებ პროგნოზირებისთვის.

ძირითადი ტერმინები და სიმბოლოები

აღწერითი სტატისტიკა
დამოკიდებული ცვლადი
დამოუკიდებელი ცვლადი
ეკვივალენტური ჯგუფები
კვლევის ჰიპოთეზა
კორელაცია
კორელაციის კოეფიციენტი
მონაცემები
ნედლი მონაცემები
პარამეტრი
პოპულაცია
რეგრესიული ანალიზი
სტატისტიკა (მეცნიერება)
სტატისტიკა (სტატისტიკური სიდიდე)
სტატისტიკური დასკვნა
სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმება
ქულა
შემთხვევითი განსხვავება
შერჩევა
ცდის პირები
ცდის პირთა შორის სქემა
ცვლადი

კითხვები

1. დაასახელეთ ოთხი მოვლენა ან აქტივობა თქვენს ცხოვრებაში, რომელიც კანონზომიერებით ხასიათდება (მაგალითად, დროის ჩვეული რაოდენობა, რომელსაც უთმობთ ძილს ან ყოველდღიური სამუშაო საათების რაოდენობა).

2. მოიფიქრეთ და დაასახელეთ სამი სხვადასხვა პოპულაციის მაგალითი. რა საერთო მახასიათებლით ერთიანდებიან თითოეულ მათგანში წევრები?

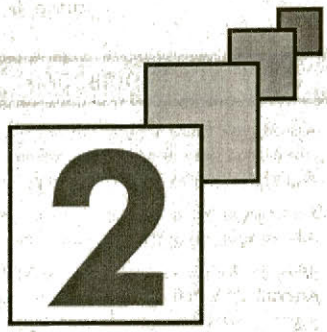
3. ქრიუსმა, შირეფსმა, ტომასმა, კრაჰენბალმა და ჰელფრიჩმა (Crews, Shirreffs, Thomas, Krahenbuhl & Helfrich, 1986) გაზომეს 23 პროფესიონალი გოლფის მოთამაშე ქალის სხეულში ცხიმის შემცველობა. მიღებული შედეგები მათ დაუკავშირეს გოლფის მოთამაშეთა მიერ ერთი წლის მანძილზე შეჯიბრებში მიღებულ საშუალო ქულებს და აღმოაჩინეს, რომ მათ შეეძლოთ გოლფში მიღებული ქულების პროგნოზირება სხეულში ცხიმის შემცველობის ოდენობის მიხედვით. სხეულის ცხიმის ნაკლებ პროცენტულ შემცველობას უკავშირდებოდა გოლფში დაბალი საშუალო ქულა მაშინ, როცა სხეულის ცხიმის შემცველობის უფრო მაღალი მაჩვენებელი დაკავშირებული იყო გოლფში მაღალ საშუალო ქულასთან.
   ა) ამ თავში განხილული რომელი სტატისტიკური მეთოდი გამოიყენეს ამ კვლევაში?
   ბ) ახსენით, რისთვის იყო საჭირო ამ კვლევაში კორელაციური სტატისტიკა.
   გ) რომელი ორი საზომი იყო გამოყენებული ამ კვლევაში?

4. კავასაკის სინდრომი ბავშვების დავადებაა, რომლის სიმპტომებია მაღალი სიცხე, დამსკდარი ტუჩები, დანითლებული ენა, ხელისგულებისა და ფეხისგულების სინითლე და გამონაყარი. როგორც წესი, ამ დაავადებას ასპირინით მკურნალობენ, თუმცა, უკანასკნელმა კვლევებმა აჩვენა, რომ ასპირინზე გემაგლობულინის დამატება შეიძლება უფრო ეფექტური იყოს, ვიდრე მხოლოდ ასპირინი. კვლევის ამ ჰიპოთეზის შესამოწმებლად ნიუბურგერმა და სხვებმა (Newburger et al, 1986) 168 ბაუშვი შემთხვევითად გაანაწილეს ორ ჯგუფში: ერთი ჯგუფი იღებდა მხოლოდ ასპირინს, მეორე კი – ასპირინზე დამატებულ გემაგლობულინს. მათ აღმოაჩინეს, რომ მკურნალობის პირველი დღის შედეგად იმ ბავშვების ტემპერატურა, რომლებიც ასპირინზე დამატებულ გემაგლობულინს იღებდნენ, საშუალოდ 2.3°F-ით (0.26°C) შემცირდა მაშინ, როცა მეორე ჯგუფში (ანუ იმ ბავშვებთან, ვინც მხოლოდ ასპირინს იღებდა) ეს ცვლილება მხოლოდ 0.8°F (0.09°C) იყო. სტატისტიკურმა შემოწმებამ აჩვენა, რომ ამ ორ ჯგუფს შორის ტემპერატურის შემცირების მიხედვით განსხვავება არ იყო შემთხვევითი; ასპირინზე დამატებული გემაგლობულინის მიღების შედეგად უფრო მეტად შემცირდა ტემპერატურა, ვიდრე მხოლოდ ასპირინის მიღებისას.
   ა) ამ თავში განხილული რომელი სტატისტიკური მეთოდი გამოიყენეს ამ კვლევაში?
   ბ) დაასახელეთ, რომელი დამოუკიდებელი ცვლადის მანიპულირებას ახდენდნენ ნიუბერგერი და სხვები?
   გ) დაასახეთ დამოკიდებული ცელადი.
   დ) ახსენით, რატომ არის ეს კვლევა ექსპერიმენტი.
   ე) ახსენით, რისთვის არის საჭირო სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმება ამ ექსპერიმენტში.

5. ჯაკობი (Jacoby, 2000) აღნიშნავს, რომ ამერიკელთა ეროვნული სატელეფონო გამოკითხვის შედეგების მიხედვით, მამაკაცების 72%-ს და ქალების 58%-ს სურს, მატერიალურად უზრუნველყოფილი იყოს. რესპონდენტთა 19% მიუთითებს, რომ ფულით შესაძლებელია ბედნიერების ყიდვა, 56%-კი სჯერა, რომ რაც უფრო მეტი ფული გაქვს, მით ნაკლებად სტრესულია ცხოვრება.
   ა) ამ თავში განხილული რომელი სტატისტიკური მეთოდი გამოიყენეს ამ კვლევაში?
   ბ) ახსენით, რისთვის არის საჭირო აღწერითი სტატისტიკის გამოყენება ამ კვლევის შედეგების შესაჯამებლად.
   გ) რომელი აღწერითი სტატისტიკა გამოიყენეს ამ კვლევაში?

6. მიუთითეთ, რას აღწერს ქვემოთ მოცემული თითოეული დებულება: ნედლ მონაცემებს, სტატისტიკას თუ დასკვნას პოპულაციის პარამეტრის შესახებ.
   ა) ლინდა სამსახურში მისვლას ყოველ დღე 36 წუთს ანდომებს.
   ბ) საშუალო ამერიკელი მამაკაცი მგზავრი ყოველდღიურად 42 წუთს ტრანსპორტში ატარებს.
   გ) 75 მგზავრისგან შემდგარი შერჩევა ყოველდღიურად საშუალოდ 46 წუთს მგზაერობს.
   დ) ბენჯამინ და ანიტა ჰიუსტონებს საბანკო ანგარიშზე $5126 აქვთ შენახული.
   ე) ტიპურ ამერიკელ მოზრდილს საბანკო ანგარიშზე $6024 აქვს შენახული.
   ვ) სამხრეთის პატარა ქალაქის შემთხვევითად შერჩეული 50 მოქალაქეს საბანკო ანგარიშზე საშუალოდ $5692 აქვს შენახული.

7. მოიფიქრეთ მაგალითი, რომელშიც ერთი ცვლადის ქულით შეძლებთ მეორე ცვლადის ქულის წინასწარმეტყველებას (მაგალითად, ქოლესტერინის დონე, რომლითაც შესაძლებელია გულის დაავადების შანსის პროგნოზირება).



მეცნიერული კვლევა

რა არის მეცნიერება

- მეცნიერული კვლევის კითხვები
- კვლევის მეთოდები
- ოპერაციული განსაზღვრებები

გაზომვა

- გაზომვის სკალები
- თვისებრივი და რაოდენობრივი მონაცემები
- დისკრეტული (წყვეტილი) და უწყვეტი ცვლადები

სტატისტიკური მეთოდები ათასწლეულების მანძილზე ვითარდებოდა პრაქტიკული პრობლემების გადასაჭრელად. სიტყვა „*სტატისტიკა*“ ლათინური **status**-იდან ანუ საზოგადოებრიეი მდგომარეობიდან (State) მომდინარეობს; სტატისტიკის ადრეული გამოყენება სახელმწიფოს თუ იმპერიის შესახებ ცოდნის მიღებას ისახავდა მიზნად. რომაელი იმპერატორები ყოველთვის აწარმოებდნენ ახალი დაპყრობილი ტერიტორიების აღწერას. აღწერით მიღებულ ინფორმაციაზე დაყრდნობით, რომელიც წარმოადგენდა მოსახლეობისა და მათ მფლობელობაში არსებული საკუთრების სტატისტიკას, წესდებოდა გადასახადები. მიუხედავად იმისა, რომ სტატისტიკა ამ მიზნისთვის დღესაც გამოიყენება, მისი ფარგლები გაფართოვდა და მოიცავს მეთოდებს, რომელთა დახმარებით შეისწავლება ადამიანებისა და ცხოველების ქცევა.

რა არის მეცნიერება

მეცნიერება ცოდნის შეძენის საშუალებაა, რომელიც კითხვის დასმას, ამ კითხვაზე სავარაუდო პასუხის გაცემას კვლევის ჰიპოთეზის ფორმით, ჰიპოთეზის ემპირიულად შემოწმებისთვის კვლევის სქემის ჩამოყალიბებას, მონაცემების შეგროვებას, მონაცემთა ანალიზს და მონაცემთა ანალიზზე დაყრდნობით ჰიპოთეზის შესახებ დასკვნის გამოტანას მოიცავს.

მეცნიერული კვლევის კითხვები

მეცნიერული კითხვა ემპირიული მონაცემების მოგროვების გზით პასუხის მიღების საშუალებას იძლევა. სიტყვა „*ემპირიული*“ სენსორულ გამოცდილებას ან დაკვირვებას გულისხმობს. ამრიგად, **ემპირიული მონაცემები** არის სისტემატურ დაკვირვებასა და სენსორულ გამოცდილებაზე დაფუძნებული გაზომვის შედეგად მიღებული ქულები. I თავში განხილული თითოეული მაგალითი მეცნიერულ კითხვებს ეფუძნებოდა და ემპირიული მონაცემების მოგროვების გზით პასუხის მიღების შესაძლებლობას იძლეოდა.

ემპირიული მონაცემები (Empirical data) – დაკვირვებასა და სენსორულ გამოცდილებაზე დაფუძნებული გაზომვის შედეგად მიღებული ქულები.

დასმულ კითხვაზე ექსპერიმენტი ხშირად სავარაუდო პასუხს კვლევის ჰიპოთეზის სახით გვთავაზობს. I თავში კვლევის ჰიპოთეზა განვსაზღვრეთ, როგორც დებულება ორ ან მეტ ცვლადს შორის მოსალოდნელი ან სავარაუდო კავშირის შესახებ. უოლტმა და იოშიმ (Ouellet and Joshi, 1986) გამოთქვეს ჰიპოთეზა, რომ მარტოობა და დეპრესია ურთიერთდაკავშირებული მახასიათებლებია. ვინაიდან კვლევის ჰიპოთეზაში მოცემულია ცვლადები და მითითებულია მათ შორის მოსალოდნელი კავშირის რაგვარობა, ის მიმართულებას აძლევს მკვლევარს კვლევის სქემის შერჩევისას და მონაცემთა მოგროვებისას.

კვლევის მეთოდები

კვლევის ჰიპოთეზის შესამოწმებლად ემპირიული მონაცემების მოგროვება საჭიროებს კვლევის მეთოდს. **კვლევის მეთოდი** არის მიდგომა, რომელსაც მეცნიერი იყენებს მონაცემთა მოსაგროვებლად. ბიჰევიორისტულ მეცნიერებებში მრავალი მეთოდი გამოიყენება. აქ ძირითადი მეთოდებიდან მოკლედ მიმოვიხილავთ მხოლოდ ოთხს. თითოეულის შემთხვევაში მოგროვილი მონაცემების სისტემატიზაციისა და ანალიზისთვის გამოიყენება სტატისტიკა.

კვლევის მეთოდი (Research method) – მიდგომა მონაცემების მოგროვებისადმი.

ბუნებრივი დაკვირვება

ბუნებრივი დაკვირვება გულისხმობს ბუნებრივ პირობებში განხორციელებულ ქცევებზე, სიტუაციაში ჩარევის გარეშე, დაკვირვებას. ბუნებრივი დაკვირვების მაგალითად შეიძლება მოვიტანოთ ტრინკოსის (Trinkaus, 1982, 1983, 1988, 1993) კვლევა, რომელიც 10 წლის მანძილზე სისტემატურად აკვირდებოდა მძღოლების

ბუნებრივი დაკვირვება (Naturalistic observation) – კვლევა, რომელიც გულისხმობს ბუნებრივ პირობებში განხორციელებულ ქცევებზე დაკვირვებას.

ქცევას ერთ გზაჯვარედინზე. ერთ-ერთი მისი აღმოჩენაა, რომ დაკვირვების პერიოდში შემცირდა შუქნიშნის წითელ შუქზე დამორჩილება. ამ დაკვირვებისას ექსპერიმენტატორი პრაქტიკულად არ ერეოდა პროცესში; მძღოლებმა არც კი იცოდნენ, რომ ვინმე აკვირდებოდა წითელი შუქისადმი მათ დამორჩილებას. მათ რომ სცოდნოდათ ამის შესახებ, მოსალოდნელი იქნებოდა მათი ქცევის შეცვლა.

საარქივო ჩანაწერები

საარქივო ჩანაწერები (Archival recodrs) – კვლევა, რომელშიც გამოიყენება არსებული ჩანაწერები.

საარქივო ჩანაწერები გულისხმობს კითხვებზე პასუხის გაცემას არსებული ჩანაწერების გამოყენებით. საზოგადოებებში, როგორც წესი, გროვდება მრავალფეროვანი ინფორმაცია მათი წევრების შესახებ: – დაბადების, ქორწინებისა და გარდაცვალების ჩანაწერები; კრიმინალური ანგარიშები, მოსახლეობის აღწერის ჩანაწერები და ა.შ. ეს არსებული ჩანაწერები შეიძლება მეცნიერულ კითხვაზე პასუხისთვის საჭირო მონაცემებს იძლეოდნენ. მაგალითად, ლონდონელმა მაღაზიის მფლობელმა ჯონ გრანტმა (John Grant, 1620-1674) მამაკაცებისა და ქალების სიკვდილის მიზეზებში განსხვავებების დასადგენად დაბადებისა და გარდაცვალების ჩანაწერები გამოიყენა. უახლოეს წარსულში ზუსნე (Zusne, 1986-87) დაინტერესებული იყო შემდეგი საკითხით: შეუძლიათ თუ არა სიკვდილის პირას მყოფ ინდივიდებს სიკვდილის გადავადება. მან შეისწავლა 3000-ზე მეტი ადამიანის დაბადებისა და გარდაცვალების ჩანაწერები, რომელიც აჩვენებდა, რომ ეს შესაძლებელია, თუმცა, ის განსხვავდება ქალებთან და მამაკაცებთან.

მეორე მაგალითი: ტომსონმა (Thomson, 1993) გააანალიზა აშშ-ის ჯანმრთელობის სტატისტიკის ნაციონალური ცენტრის მონაცემები მკვლელობათა სიხშირის შესახებ. ამ კვლევამ აჩვენა, რომ მკვლელობათა რიცხეი ყველაზე მეტია კოლუმბიის ოლქში; აქ გარდაცვალების ყოველი 1000 შემთხვევიდან დაახლოებით 39 შემთხვევა მკვლელობაა. ეს რიცხვი ყეელაზე ნაკლებია აიოვაში, სადაც 1000 შემთხვევიდან მხოლოდ 2 მკვლელობაა.

გამოკითხვა

გამოკითხვა (Survey research) – კვლევა, რომელშიც მონაცემები ადამიანების ზეპირი ან წერილობითი ინტერვიუებით მიიღება

გამოკითხვა გულისხმობს მონაცემების მიღებას ადამიანების ზეპირი ან ნერილობითი ინტერვიუებით. გამოკითხვა ფართოდ არის გავრცელებული საზოგადოებაში. თუ თქვენ ერთხელ მაინც შეგივსიათ რესტორანში ბარათი, რომელშიც მოცემული იყო კითხვები საკვებისა თუ მომსახურების ხარისხის შესახებ, ან თუ ერთხელ მაინც შეგივსიათ პროდუქტის საგარანტიო ფურცელი, სადაც მოცემული იყო კითხვები თქვენი შემოსავლის, ოჯახური მდგომარეობისა და ჰობის შესახებ, თქვენ მონაწილეობა მიგიღიათ გამოკითხვაში. გამოკითხვის კიდევ ერთი ცნობილი მაგალითია არჩევნებზე ხმის მიცემის პროცედურა.

ექსპერიმენტი

ექსპერიმენტი (Experiment) – ზედმიწევნით გაკონტროლებული სიტუაცია, სადაც მეცნიერი ახდენს ერთი ან მეტი დამოუკიდებელი ცვლადის მანიპულირებას და აკვირდება, თუ რა გავლენას ახდენს ეს დამოკიდებულ ცვლადზე.

ექსპერიმენტი არის ზედმინევნით გაკონტროლებული სიტუაცია, სადაც მეცნიერი ახდენს ერთი ან მეტი დამოუკიდებელი ცვლადის მანიპულირებას და აკვირდება, თუ რა გავლენას ახდენს ეს დამოკიდებულ ცვლადზე. მაგალითად, ჰარისმა და ბლაისერმა (1997) ოპერაციონალურად განსაზღვრეს მნემონიკური ტექნიკა როგორც ცდის პირებისთვის სიტყვის და მისი შესატყვისი რითმის მქონე რიცხვების შეწყვილების სწავლება. ამის მიხედეით, „ერთი არის მერხი, ორი არის დოლი, სამი არის სკამი, ოთხი – ნოხი, ხუთი – ყუთი, ექვსი – ნემსი, შვიდი – ნივთი, რვა – თმა, ცხრა – ცა, ათი – თაფლი". ამრიგად, თუ სხვა მეცნიერი მოისურვებს ამ კვლევის გაგრძელებას, მას უკვე ეცოდინება, თუ როგორ განსაზღვრეს ჰარისმა და ბლაისერმა მნემონიკური ტექნიკა.

ოპერაციული განსაზღვრებები

სხვადასხვა კვლევის სქემების გამოყენებით მიღებული მეცნიერული ცოდნა განმეორებადი უნდა იყოს და მის შესახებ უნდა თანხმდებოდნენ სხვადასხვა დამკვირვებლები. მეცნიერული ცოდნა ქცევის შესახებ მაშინ იძენს ძალას და ხდება ყველასთვის მისაღები, როდესაც სხვა მეცნიერებს შეუძლიათ ამ ქცევის გამეორება სხვადასხვა მონაწილეებთან სხვადასხვა გარემოში და სხვადასხვა ადგილზე. ცოდნა რომ მეცნიერული გახდეს, სრულად უნდა იყოს ცნობილი მასთან დაკავშირებული მოსაზრებები და შედეგები ისე, რომ სხვას შეეძლოს შედეგების გამეორება, გაკრიტიკება და გაურცობა. კვლევის შესახებ ინფორმაციის გადაცემის პროცესში გადამწყვეტი ნაბიჯია იმ ოპერაციების ზუსტად განსაზღვრა, რომელიც გამოყენებულ იქნა დაკვირვების, დამოუკიდებელი ცვლადებით მანიპულირებისა თუ დამოკიდებული ცვლადის გაზომვის დროს. ამ პროცესს მეცნიერები კვლევაში გამოყენებული პროცედურების **ოპერაციულად განსაზღვრას** უწოდებენ. ერთ-ერთ კვლევაში უოლეტმა და იოშიმ ოპერაციულად განსაზღვრეს მარტოობა, როგორც მარტოობის სკალაზე ცდის პირის მიერ მიღებული ქულა (Russell, Peplau & Cutrona, 1980). ამრიგად, თუ რომელიმე მეცნიერს მოესურვება ამ კვლევის გაგრძელება, მან უნდა იცოდეს, თუ როგორ გაზომეს მარტოობა უოლეტმა და იოშიმ.

ოპერაციული განსაზღვრება (Operational definition) – დაკვირვებისას, დამოუკიდებელი ცვლადით მანიპულირებისას ან დამოკიდებული ცვლადის გაზომვისას გამოყენებული ოპერაციების დეტალური აღწერა.

მეამოწმეთ თქვენი ცოდნა II.1

1. განმარტეთ: საარქივო ჩანაწერები, ემპირიული მონაცემები, ექსპერიმენტი, ბუნებრივი დაკვირვება, ოპერაციული განსაზღვრება, კვლევის მეთოდი, კვლევის ჰიპოთეზა, გამოკითხვა.
2. ქვემოთ მოცემული თითოეული კითხვისთვის დაასახელეთ კვლევის მეთოდი, რომელიც, თქვენი აზრით, უნდა გამოიყენონ მასზე პასუხის გასაცემად.
   ა) რას ფიქრობს მოცემული დასახლებული პუნქტის მოსახლეობა დასახლების ტერიტორიაზე ნარჩენების გადამამუშავებელი ქარხნის ფუნქციონირების შესახებ, რომელმაც შეიძლება საფრთხე შეუქმნას მათ ჯანმრთელობას?
   ბ) როგორ შეიცვლება ცდის პირების დამოკიდებულება იმის მიხედვით, თუ რა ტიპის – შიშის გამომწვევ თუ ინფორმაციის მატარებელ – შეტყობინებას გადავცემთ?
   გ) საშუალოდ რა ასაკში უჩნდებათ არიზონელ მამაკაცებს პირველი შვილი?
   დ) რამდენად ხშირად თამაშობენ 4 წლის ბავშვები სამი ბავშვისგან შემდგარ ჯგუფებში საბავშვო ბაღებში?

გაზომვა

გაზომვა (Measurement) – გარკვეული წესების მიხედვით ცვლადებისთვის რიცხვითი მნიშვნელობების მინიჭება.

მეცნიერულ კითხვაზე პასუხის გასაცემად საჭიროა გაზომვა. **გაზომვა** არის გარკვეული წესების მიხედვით ცვლადებისთვის რიცხვითი მნიშვნელობების მინიჭების პროცესი. როგორც წესი, გაზომვის შედეგი მიეკუთვნება ოთხიდან ერთ-ერთ სკალას. ეს სკალებია: სახელდების, რიგის, ინტერვალებისა და შეფარდების სკალები.

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი ბიბლიოთეკა

გაზომვის სკალები

სახელდების სკალა

სახელდების სკალა (Nominal measurement) – გაზომილი ცვლადის სხვადასხვა კატეგორიებში გაერთიანება.

სახელდების სკალა არის გაზომილი ცვლადის სხვადასხვა კატეგორიებში გაერთიანება. მაგალითად, ისეთი ცვლადი, როგორიცაა ინდივიდის ეთნიკური წარმომავლობა, სახელდების სკალაზე იზომება; ამ ცვლადის მიხედვით აშშ-ში მცხოვრები ადამიანები შეიძლება გავაერთიანოთ კატეგორიებში: აბორიგენი, აზიელი ამერიკელი, აფროამერიკელი, თეთრკანიანი ან ესპანური წარმოშობის ამერიკელი და შემდეგ თითოეულ კატეგორიას მივანიჭოთ პირობითი ნომერი (აქედან მომდინარეობს დასახელება *სახელდების*, რაც ნიშნავს „სახელის დარქმევას“),

მაგალითად, 1 = აბორიგენი, 2 = აზიელი ამერიკელი, 3 = აფროამერიკელი, 4 = თეთრკანიანი, 5 = ესპანელი წარმოშობის ამერიკელი. ერთსა და იმავე კატეგორიაში გაერთიანებულ ყოველ ინდივიდს მიენიჭება ერთი და იგივე ნომერი. ცხადია, ეს ნომერი არ არის რიცხობრივი მნიშვნელობის მატარებელი; იგივე წარმატებით კატეგორიების აღსანიშნად ციფრების ნაცვლად შესაძლებელია ასოების გამოყენება. ბიჰევიორისტული მეცნიერების მრავალი წარმომადგენელი სახელდების სკალას არ მიიჩნევს რეალურ საზომად, რადგან კატეგორიებისთვის მინიჭებული რიცხვები მხოლოდ იდენტიფიკაციის ფუნქციას ასრულებენ; ისინი არ იძლევიან რაოდენობრივ ინფორმაციას გაზომილი ცვლადის შესახებ.

რიგის სკალა

რიგის სკალა (Ordinal measurement) – სკალაზე ცვლადის სიდიდე დალაგებულია მნიშვნელობების მიხედვით.

როდესაც ცვლადის სიდიდე მნიშვნელობების მიხედვით არის დალაგებული სკალაზე, ეს ნიშნავს, რომ გამოყენებულია **რიგის სკალა**. მაგალითად, ადამიანებს შეიძლება ვთხოვოთ მულტიპლიკაციური ფილმის სერიების დალაგება სკალაზე უფრო სასაცილოდან ნაკლებად სასაცილომდე. ხშირად რიცხვითი მნიშვნელობა 1 ენიჭება სტიმულს ან ინდივიდს, რომელსაც გასაზომი მახასიათებელი ყველაზე დიდი ოდენობით აქვს, მნიშვნელობა 2 – იმ სტიმულს ან ინდივიდს, რომელსაც აღენიშნება მოცემული მახასიათებლის შემდეგი ყველაზე დიდი ოდენობა და ა.შ. მაგალითად, თუ შფოთვა რიგის სკალაზე იზომება, ინდივიდს, რომელიც ყველაზე მეტ შფოთვას აღელვებს, მიენიჭება 1; ინდივიდს, რომელიც ავლენს შემდეგ ყველაზე მეტ შფოთვას, ენიჭება 2, შემდეგს – 3 და ა.შ. ასე დალაგდებიან ინდივიდები უფრო მშფოთვარედან ნაკლებად მშფოთვარემდე.

რიგის სკალა, ფაქტობრივად, რანჟირებას ახდენს, სადაც ვიღაცა ან რაღაცა, რომელსაც მიენიჭა რანგი 1, უფრო მეტად ხასიათდება მოცემული ცვლადით, ვიდრე ის, ვისაც მიენიჭა რანგი 2; თუმცა, რიგის სკალა არ იძლევა იმის განსაზღვრის საშუალებას, თუ რამდენად განსხვავებულია გაზომილი ცვლადი რანგებს შორის. გაზომილი ცვლადის მიხედვით შეიძლება მცირედი განსხვავება იყოს 1 და 2 რანგებს შორის, მაგრამ ეს განსხვავება შეიძლება გაცილებით დიდი იყოს 2 და 3 რანგებს შორის. მაგალითად, მარათონში მონაწილე პირველი სამი მორბენალის დრო შეიძლება იყოს 3 სთ და 19 წთ, 3 სთ და 20 წთ და 3 სთ და 36 წთ, შესაბამისად. ფინიშზე ამ მორბენალთა რანგები იქნება 1, 2 და 3; თუმცა, დროში განსხვავება პირველ და მეორე მორბენალს შორის იქნება 1 წთ მაშინ, როცა მეორე და მესამე მორბენალს შორის განსხვავება 16 წთ-ს შეადგენს.

რიგის სკალა არ აჩვენებს გაზომილი ცვლადის სიდიდეს; ის იძლევა ინფორმაციას მხოლოდ ამ ცვლადის მიხედვით ინდივიდების თუ საგნების თანმიმდევრობის (რიგის) შესახებ. ვერ ვიტყვით, რომ რანგი 1 აუცილებლად უკავშირდება გაზომილი ცვლადის მეტ ოდენობას; ვერც იმას ვიტყვით, რომ უმცირესი რანგის მქონე ინდივიდს ან საგანს ყველაზე ნაკლებად ახასიათებს გაზომილი მახასიათებელი. ინდივიდმა, რომელსაც მოეთხოვებოდა მულტიპლიკაციური ფილმის სერიების დალაგება უფრო სასაცილოდან ნაკლებად სასაცილომდე, შეიძლება ვერც ერთი მათგანი ვერ აღიქვას სასაცილოდ; ამასთან, ამ ინდივიდის მიერ მულტიპლიკაციური ფილმისთვის მინიჭებული რანგი 1 იმავე ინფორმაციის მატარებელია, რომელიც გააჩნია რანგს 1, რომელიც მიანიჭა ინდივიდმა, რომელმაც ყველა სერია ძალზე სასაცილოდ აღიქვა. მიუხედავად დამახასიათებელი ნაკლოვანებებისა, რიგის სკალა პირველი ნაბიჯია უფრო ზუსტი გაზომვების განვითარებისკენ. მაგალითად, აუტიზმი განვითარების დარღვევაა, რომელიც გავლენას ახდენს ბავშვის მეტყველების განვითარებაზე, აზროვნების პროცესზე და სოციალურ და ფიზიკურ გამღიზიანებლებზე რეაგირების უნარზე. ნაკლებად არის ნაკვლევი, თუ როგორ შეიძლება განსხვავდებოდნენ ერთმანეთისგან აუტიზმის დიაგნოზის მქონე ბავშვები. ამ მიმართულებით პირველი ნაბიჯი იყო ბავშვის მიერ განხორციელებული აუტისტური ქცევის ხარისხის საზომი რიგის სკალა, რომელიც დიჰოფმა, ჰეზნეკერმა ბროსვიჩმა, კარპენტერმა და ჰოფმანმა (Dihoff, Hetznecker, Brosvic, Carpenter & Hoffman, 1993) შექმნეს. ამ სკალაზე იზომება

ქცევის ექვსი კომპონენტი: მეტყველების უნარი, გარემოზე რეაგირების უნარი, სოციალურ გამღიზიანებლებზე რეაგირების უნარი, ფიზიკურ გამღიზიანებლებზე რეაგირების უნარი, მასალების გამოყენებისადმი ადაპტაციის უნარი და კოგნიტური ფუნქციონირება. თითოეული კომპონენტის ფარგლებში გამოიყო ფუნქციონირების ხუთი დონე. ეს დონეები რიგის სკალაზე განსხვავდება ერთმანეთისგან და დალაგებულია ფუნქციონირების უმდაბლესი დონიდან უმაღლეს დონემდე. მაგალითად, მეტყველების განვითარების კომპონენტის ფარგლებში ეს დონეებია:

- არაფერი
- ჟესტები
- კომუნიკაციის სურვილი
- კომუნიკაციის სურვილი და სიტყვები
- სხვა მიმართული კომუნიკაცია

ჟესტები მიუთითებენ უფრო მეტად განვითარებულ მეტყველებაზე, ვიდრე მეტყველების საერთოდ განუვითარებლობა, კომუნიკაციის სურვილი და სიტყვები კი – უფრო მეტად განვითარებულ მეტყველებაზე, ვიდრე მხოლოდ ჟესტები, მაგრამ ჩვენ არ ვიცით, რამდენად დიდია განსხვავება კატეგორიებს შორის; ამიტომ ეს რიგის სკალაა.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა II.2

1. განმარტეთ: სკალა, სახელდების სკალა, რიგის სკალა.
2. ჩამოთვალეთ გაზომვის ოთხი სკალა.
3. რა ნაკლი აქვს სახელდების სკალას?
4. რა ინფორმაციას გვანვდის ინდივიდისთვის მინიჭებული რანგი 2 მიღწევის მოტივაციის სკალაზე?
5. დეპრესიისკენ მიდრეკილების სკალაზე (ძლიერად მიდრეკილიდან ნაკლებად მიდრეკილისკენ) 13 ინდივიდისგან შემდგარ ჯგუფში ჯენიფერს მიენიჭა რანგი 1, დების – 2, ანას – 12 და მარტის – 13.
   ა) ახსენით, რატომ ვერ დაასკვნით, რომ ჯენიფერი მიდრეკილია დეპრესიისკენ და რომ მარტი – საერთოდ არა.
   ბ) შეიძლება დავასკვნათ, რომ დეპრესიისკენ მიდრეკილებით ჯენიფერი და დები ისევე განსხვავდებიან ერთმანეთისგან, როგორც ანა და მარტი? ახსენით თქვენი პასუხი.

ინტერვალების სკალა

თუ დაკმაყოფილებულია რიგის სკალის მოთხოვნები და, ამასთან, მინიჭებულ რიცხვებს შორის განსხვავება ასახავს ცვლადის მნიშვნელობებს შორის იმაეე სიდიდის სხვაობას, მაშინ საქმე **გვაქვს ინტერვალების სკალასთან**, თუმცა, ინტერვალთა სკალას არ აქვს აბსოლუტური ნული, სადაც საერთოდ არ იქნება მოცემული გასაზომი ცვლადი. ინტერვალთა სკალაზე ნულოვანი მნიშვნელობა პირობითად არის არჩეული საწყის წერტილად. ის შეიძლება ჩანაცვლდეს ნებისმიერი სხვა მნიშვნელობით და ამ მნიშვნელობიდან დავიწყოთ ათვლა.

ინტერვალების სკალა (Interval measurement) – ცვლადის მნიშვნელობები დალაგებულია სკალაზე და მინიჭებულ რიცხვებს შორის განსხვავება ასახავს ცვლადის მნიშნელობებს შორის ერთი და იმავე სიდიდის სხვაობას. ინტერვალთა სკალაზე ნული პირობითად საწყისი წერტილია.

ინტერვალების სკალის მაგალითებია ფარენგეიტისა და ცელსიუსის ტემპერატურის სკალები. ნულოვანი მაჩვენებელი არც ერთზე არ ნიშნავს ტემპერატურის საერთოდ არქონას. არც ერთ ამ სკალათაგანს არ აქვს აბსოლუტური ნული, რადგან ტემპერატურა შეიძლება ნულ გრადუსზე ქვემოთაც დაეცეს. სწორი იქნება, თუ ვიტყვით, რომ ტემპერატურის მიხედვით ისეთივე სხვაობაა 20°C-სა და 40°C-ს შორის, როგორიც 40°C-სა და 60°C-ს შორის, მაგრამ არ იქნება სწორი, თუ ვიტყვით, რომ 40°C ორჯერ უფრო მაღალია, ვიდრე – 20°C. ნათელი გახდება, თუ რატომ არ შეგვიძლია ამის თქმა, როდესაც შევადარებთ ცელსიუსისა და ფარენგეიტის სკალებზე გაზომილ თანაბარ ტემპერატურებს:

თანაბარი ტემპერატურები	
°C	°F
20	68
40	104
60	140

ყურადღება მიაქციეთ, რომ 20°C-ით სხვაობა ყოველთვის ტოლია 36°F-ით სხვაობისა, მაგრამ ვინაიდან თითოეული სკალა პირობითი ნულოვანი წერტილიდან იწყება, ერთ სკალაზე ერთმანეთის გვერდიგვერდ მდებარე ქულების ფარდობა არ უდრის მეორე სკალის ერთმანეთის გვერდიგვერდ მდებარე ქულების ფარდობას. მაგალითად, შეფარდება 40°C/20°C=2.0, ხოლო შესაბამისი ტემპერატურების ფარდობა 104°F/68°F=1.5.

ბიჰევიორისტულ მეცნიერებებში სკალები ინტერვალების დონეს ზუსტად იშვიათად შეესაბამება, თუმცა, შეფასების სკალები, რომელთაც ხშირად იყენებენ ადამიანების ისეთი მახასიათებლების შესაფასებლად, როგორიცაა პიროვნული მახასიათებლები, დამოკიდებულებები, ოჯახური ბედნიერება, საგნების შიში, მიღწევის მოტივაცია ან ლიდერობა, ხშირად გამოიყენება, როგორც ინტერვალების სკალა. როგორც წესი, ამ სკალებში წარმოდგენილია დებულება და პასუხების სკალა ორი უკიდურესი პოლუსითა და მათ შორის მოთავსებული რამდენიმე წერტილით. მაგალითად, დამოკიდებულებების სკალაზე ინდივიდს შეიძლება მოეთხოვებოდეს, რომ უპასუხოს დებულებას: – „იარაღის ტარების მაკონტროლებელი ძლიერი კანონი ამცირებს დანაშაულს“ და აღნიშნოს თავისი პასუხი ასეთ სკალაზე:

სრულიად ვეთანხმები	ვეთანხმები	ვერ გადამიწყვეტია	არ ვეთანხმები	სრულიად არ ვეთანხმები

სხვა ფორმის შეფასების სკალაზე შეიძლება მოგეთხოვებოდეთ პიროვნების შეფასება ბიპოლარული ზედსართავი სახელებით:

არაგულწრფელი ———— : ———— : ———— : ———— : ———— : ———— : ———— გულწრფელი

მიმზიდველი ———— : ———— : ———— : ———— : ———— : ———— : ———— არამიმზიდველი

ცივი ———— : ———— : ———— : ———— : ———— : ———— : ———— ცხელი

შეფასების სკალების ორ უკიდურეს პოლუსს შორის შეიძლება ნებისმიერი რაოდენობის კატეგორია მოთავსდეს; შესაბამისად, ამ სკალებს ეწოდებათ 5-ქულიანი, 7-ქულიანი, 9- ქულიანი და ა.შ. იმისდა მიხედვით, თუ რამდენი კატეგორიაა მასზე მოცემული. ხშირად სკალის პოლუსებზე მოთავსებული ზედსართავი სახელების პრიორიტეტულობა ინვერსიულია დებულებათა ნახევრისთვის. ამრიგად, პრიორიტეტულ ზედსართავ სახელთა ნახევარი სკალის მარცხენა ნაწილში თავსდება, ხოლო მეორე ნახევარი – მარჯვენა ნაწილში, რაც თავიდან გვარიდებს პასუხების გაცემისას წამოჭრილ ისეთ პრობლემებს, როგორიცაა მხოლოდ სკალის მარჯვენა მხარეს მოთავსებულ დებულებათა გადასინჯვა.

მას შემდეგ, რაც პიროვნება გასცემს პასუხებს, სკალის თითოეულ კატეგორიას ენიჭება რიცხობრივი მნიშვნელობა:

არაგულწრფელი	1	2	3	4	5	6	7 გულწრფელი
მიმზიდველი	1	2	3	4	5	6	7 არამიმზიდველი
ცივი	1	2	3	4	5	6	7 ცხელი

ხშირად მოცემულია რამდენიმე სკალა და ცდის პირის საბოლოო, ერთი ქულის მისაღებად საჭიროა ცალკეულ სკალებზე მიღებულ ქულათა დაჯამება. ასეთ სკალებს *ჯამური შეფასების სკალებს* უწოდებენ. მაგალითად, როტონმა და კელიმ (Rotton & Kelly, 1985) შექმნეს ე.წ. მთვარის ეფექტის რწმენის სკალა, რომლითაც ფასდებოდა ქცევაზე სავსე მთვარის გავლენის რწმენა. სკალა ცხრა დებულებისგან შედგება. რესპონდენტი ირჩევს რიცხვს 1-დან (*სრულიად არ ეთანხმები*) 9-მდე (*სრულიად ვეთანხმები*) და ამით მიუთითებს, თუ რამდენად ეთანხმება თითოეულ დებულებას. მაგალითად, სკალის ერთ-ერთი დებულება[1] ასეთია:

კარგი აზრია სავსე მთვარის დროს სახლში დარჩენა.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
სრულიად არ ეთანხმები			არც ვეთანხმები, არც არ ეთანხმები				სრულიად ვეთანხმები	

შეფასების სკალისთვის საჭირო საბოლოო ქულა მიიღება ცხრავე დებულებაზე მიღებული ქულების დაჯამებით. ქულათა შესაძლებელი დიაპაზონია 9-დან (თუ ყოველი დებულება შეფასებულია 1 ქულით) 81 ქულამდე (თუ ყოველი დებულება შეფასებულია 9 ქულით). ყურადღება მიაქციეთ, რომ ამ სკალაზე ქულათა მოცემული რიგი პირობითია; თუ თითოეული დებულების შესაფასებელი საყრდენი პუნქტები (რომელთაც რაოდენობა ამ სკალაზე არის 9) დალაგებული იქნებოდა 10-დან 90-მდე (და არა 1-დან 9-მდე), მაშინ ჯამური შეფასების სკალის დიაპაზონი იქნებოდა 90-დან 810 ქულამდე.

გაზომვის რომელ სკალას მიეკუთვნება მთვარის ეფექტის რწმენის სკალაზე და შეფასების სხვა მსგავს სკალებზე მიღებული ქულები? ცხადია, რომ თითოეული დებულების შეფასება მოთავსებულია, სულ მცირე, რიგის სკალაზე. ქულა 4 მიუთითებს დებულებაში აღწერილი კონკრეტული მახასიათებლის უფრო მეტად მოცემულობაზე, ვიდრე – ქულა 3, ხოლო ქულა 3 – უფრო მეტად მოცემულობაზე, ვიდრე ქულა 2; თუმცა, ვერ ვიტყვით გადაჭრით, რომ განსხვავება 4-სა და 3-ს შორის მახასიათებელში იმდენივე განსხვავებას გამოხატავს, რამდენსაც განსხვავება 3-სა და 2-ს შორის. თუმცა, ასეთი შეფასებები უფრო მეტს უნდა იძლეოდეს, ვიდრე მხოლოდ რიგის სკალის ინფორმაციაა. ჩვენ შეიძლება მოველოდეთ, რომ რესპონდენტი სუბიექტურად დაყოფს კატეგორიებს დაახლოებით ტოლ ინტერვალებად სკალის პოლუსებს შორის. თუ დავაჯამებთ რესპონდენტისგან რამდენიმე ცალკეულ სკალაზე მიღებულ შეფასებებს, სამართლიანი იქნება, თუ დავუშვებთ, რომ საბოლოო ქულა უფრო მეტს გვაძლევს, ვიდრე მხოლოდ რიგის შესახებ ინფორმაციას. გარდნერის (Gardner, 1975) მიხედვით, ჯამურ სკალებზე მიღებული ქულები რიგისა და ინტერვალების სკალებს შორის ხვდება. ამრიგად, არ არის აუცილებელი, რომ რომელიმე კონკერტული სკალა ზუსტად ერგებოდეს გაზომვის ოთხი სკალიდან ერთ-ერთს; თუმცა, როდესაც სტატისტიკური ანალიზის საჭიროება დგება, შეფასების სკალებს მკვლევრები ხშირად ინტერვალების სკალებად განიხილავენ.

შეფარდების სკალა (Ratio measurement) – ცვლადის სიდიდე დალაგებულია სკალაზე და მინიჭებულ რიცხვებს შორის განსხვავება ასახავს ცვლადის მნიშვნელობებს შორის იმავე სიდიდის განსხვავებას. შეფარდების სკალაზე არსებობს ჭეშმარიტად ნულოვანი ნერტილი, რომელიც შეესაბამება გასაზომი მახასიათებლის სრულ არარსებობას.

შეფარდების სკალა

ინტერვალების სკალის პირობითი ნულოვანი წერტილი **შეფარდების სკალაზე** ჩანაცვლებულია აბსოლუტური ნულით, რომელიც შეესაბამება გასაზომი ცვლადის სრულ არარსებობას. შეფარდების სკალაზე შესაძლებელია ვთქვათ, რომ ერთი ობიექტი (მაგალითად, გამლიზიანებელი, მოვლენა ან ინდივიდი) ორჯერ, ნახევარჯერ ან სამჯერ მეტად ხასიათდება გასაზომი ცვლადით, ვიდრე – მეორე.

---

[1] დებულება იბეჭდება ავტორების – ჯ. როტონისა და ი. უ. კელის და გამომცემლის ნებართვით, „A Scale for assessing belief in lunar effects: reliability and concurrent validity", *Psychological Reports*, 1985, 57, 239-245, © *Psychological Reports*, 1985.

შეფარდების სკალა მაშინ გამოიყენება ბიჰევიორისტულ მეცნიერებებში, როდესაც იზომება ისეთი სიდიდეები, როგორიცაა რეაქციის დრო ან ამოცანის შესრულებაზე დახარჯული დრო. ამ სიდიდეებს აქვთ აბსოლუტური ნული, სკალის ერთეულები კი თანაბარი ინტერვალებით არიან ერთმანეთისგან დაშორებული. მაგალითად, თუ ვზომავთ დროს, რომელსაც ინდივიდი თავსატეხის ამოხსნას ანდომებს, 15 წამსა და 20 წამს შორის (ანუ 10 წამი) სხვაობა ტოლია 50 წამსა და 60 წამს შორის (ისევ 10 წამი) სხვაობისა; ამასთანავე, ის, ვინც 60 წამში ხსნის თავსატეხს, ორჯერ მეტ დროს ანდომებს ამას, ვიდრე ის, ვინც თავსატეხის ამოხსნას 30 წამში ახერხებს.

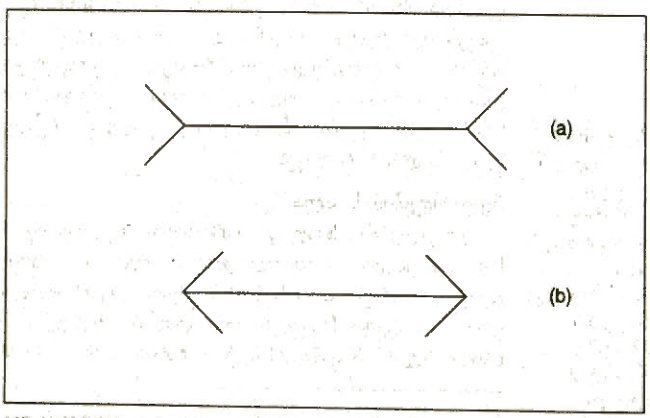
პერცეპტული ილუზიის სიდიდის გაზომვა ხშირად შეფარდების სკალაზეა შესაძლებელი. ილუზია ჩნდება მაშინ, როდესაც გამღიზიანებლის ჩვენეული აღქმა არ შეესაბამება მის ფიზიკურ მახასიათებლებს; ჩვენ არასწორად აღვიქვამთ იმას, რაც არსებობს. ამის ცნობილი მაგალითია მიულერ-ლაიერის ილუზია, რომელიც N2.1 სურათზეა მოცემული. აქ თქვენ ხედავთ (ან მეტად ალბათურია, რომ დაინახოთ), რომ (ა) ხაზი (ბ) ხაზზე გრძელია, თუმცა, ფიზიკურად ეს ხაზები ტოლია. თქვენი აღქმა მცდარია. ამ ილუზიის სიდიდე შეიძლება გავზომოთ იმის განსაზღვრით, თუ რამდენად განსხვავდება სტიმულის აღქმული სიგრძე მისი რეალური სიგრძისგან. მილიმეტრებით (მმ) გაზომილი პერცეპტული შეცდომა განეკუთვნება შეფარდების სკალას. სრულიად შესაძლებელია, რომ ცდის პირის შეცდომა იყოს 0 მმ (ანუ არ იყოს შეცდომა), როდესაც სტიმულის აღქმული სიგრძე არ განსხვავდება მისი რეალური სიგრძისგან. 5 მმ-ით შეცდომასა და 8 მმ-ით შეცდომას შორის განსხვავება იგივეა, რაც 10 მმ-ით შეცდომასა და 13 მმ-ით შეცდომას შორის. გარდა ამისა, 10 მმ-ით შეცდომა გამოხატავს სიდიდის ილუზიას, რომელიც ორჯერ აღემატება 5 მმ-ით შეცდომას.

თვისებრივი და რაოდენობრივი მონაცემები

თვისებრივი მონაცემები (Qualitative data) – სახელდების სკალაზე მიღებული მონაცემები, რომლებიც მიუთითებენ, რომ ცვლადები თვისებრივად განსხვავდებიან ერთმანეთისგან.

რაოდენობრივი მონაცემები (Quantitative data) – რიგის, ინტერვალებისა ან შეფარდების სკალაზე მიღებული მონაცემები, რომლებიც მიუთითებენ, თუ რა სიდიდის არის ცვლადი.

ადამიანებისა თუ საგნების სხვადასხვა კატეგორიებში გასაერთიანებლად სახელდების სკალაზე გამოიყენება რიცხვები, რომლებიც არ იძლევიან რაოდენობრივ ინფორმაციას იმ ცვლადის შესახებ, რომლის მიხედვითაც მოხდა მათი კატეგორიებში გაერთიანება. ამრიგად, სახელდების სკალა გვაძლევს **თვისებრივ მონაცემებს**. კატეგორიებად გაერთიანებული ადამიანები ან საგნები რაღაც თვისებით არიან განსხვავებულნი. რიგის, ინტერვალებისა და შეფარდების სკალები გვაძლევენ **რაოდენობრივ მონაცემებს**. ცვლადისთვის მინიჭებული რიცხვები გამოხატავენ ამ ცვლადის სიდიდეს ანუ რაოდენობას. ამ სამი სკალიდან ბიჰევიორისტული



სურათი 2.1
მიულერ-ლიერის ილუზია

მეცნიერებების წარმომადგენლები უპირატესობას ანიჭებენ ინტერვალებისა და შეფარდების სკალებს, რადგან ისინი გასაზომი ცვლადის ძირითადი თვისებებისა თუ მახასიათებლების რაოდენობის უფრო ზუსტად განსაზღვრის საშუალებას იძლევიან, ვიდრე რიგის სკალა. გარდა ამისა, ვინაიდან ინტერვალებისა და შეფარდების სკალები ისეთი მათემატიკური ოპერაციების გამოყენების საშუალებას იძლევიან, როგორიცაა შეკრება, გამოკლება, გამრავლება და გაყოფა, ამ სკალებზე შესაძლებელია მეტად მრავალფეროვანი სტატისტიკური ტექნიკის გამოყენებაც. აქედან გამომდინარე, წინამდებარე სახელმძღვანელოში წარმოდგენილი მრავალი სტატისტიკური მეთოდი გამოიყენება ინტერვალების ან შეფარდების სკალებზე მიღებული მონაცემებისთვის.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა II.3

1. განმარტეთ: ინტერვალების სკალა, თვისებრივი მონაცემები, რაოდენობრივი მონაცემები, შეფარდების სკალა.

2. ლიდერობის უნარის შესაფასებელ რიგის სკალაზე ცდის პირებმა მიიღეს შემდეგი ქულები: როზანა – 84, ევა – 78, პირსი – 71, ეიქტორია – 65, ნენსი – 42 და უილიამი – 0.
   ა) მართებული იქნება, თუ დავასკვნით, რომ როზანასა და ევას ლიდერობის უნარებს შორის ისეთივე განსხვავებაა, როგორიც პირსისა და ეიქტორიას უნარებს შორის? ახსენით თქვენი პასუხი.
   ბ) მართებული იქნება, თუ დავასკვნით, რომ როზანას ლიდერობის ორჯერ მეტი უნარი აქვს, ვიდრე ნენსის? ახსენით თქვენი პასუხი.
   გ) მართებული იქნება, თუ დავასკვნით, რომ რადგან უილიამმა 0 ქულა მიიღო, მას საერთოდ არ აქვს ლიდერობის უნარი? ახსენით თქვენი პასუხი.

3. კოლეჯის რამდენიმე სტუდენტმა მონაწილეობა მიიღო ძილის კვლევაში, რომელშიც თვალების სწრაფი მოძრაობის ფაზაში (REM ძილი; ფაზა, როდესაც ადამიანი სიზმარს ხედავს) გატარებული დრო (წუთებით) ელექტროენცეფალოგრამის გამოყენებით იზომებოდა. ერთ ღამეს REM ძილის ხანგრძლივობა იყო: დომინიკთან – 204 წთ, გრეტასთან – 194 წთ, ანდრესთან – 175 წთ, ჯუდისთან – 165 და კარმენთან – 102 წთ.
   ა) მართებული იქნება, თუ დავასკვნით, რომ სხვაობა დომინიკისა და გრეტას REM ძილის ხანგრძლივობას შორის იმდენივეა, რამდენიც ანდრესა და ჯუდის REM ძილის ხანგრძლივობას შორის? ახსენით თქვენი პასუხი.
   ბ) მართებული იქნება, თუ დავასკვნით, რომ დომინიკმა ორჯერ მეტი დრო გაატარა REM ძილის ფაზაში, ვიდრე კარმენმა? ახსენით თქვენი პასუხი.
   გ) დავუშვათ, ერთ-ერთმა სტუდენტმა, მარტინმა REM ძილის ფაზაში გაატარა 0 წთ. მართებული იქნება, თუ დავასკვნით, რომ იმ ღამეს მას არ ჰქონია REM ძილის ფაზა? ახსენით თქვენი პასუხი.

დისკრეტული (წყვეტილი) და უწყვეტი ცვლადები

ცვლადები შეიძლება იყოს დისკრეტული (წყვეტილი) და უწყვეტი.

დისკრეტული (წყვეტილი) ცვლადები

დისკრეტული (წყვეტილი) ცვლადი (Discrete variable) – ცვლადი, რომელმაც შეიძლება მიიღოს სასრული ან თვლადი მნიშვნელობა.

დისკრეტულია (წყვეტილია) ცვლადი, რომელმაც შეიძლება მიიღოს მნიშვნელობები მხოლოდ სასრული ან პოტენციურად თვლადი სიმრავლიდან. სიტყვა *„სასრული“* ნიშნავს შესაძლო მნიშვნელობების განსაზღვრულ სიმრავლეს. მოცემული კოლეჯის სტუდენტების რაოდენობა დისკრეტული ცვლადია: ამ კოლეჯში შეიძლება სწავლობდეს 5652 ან 5653 სტუდენტი, მაგრამ არა – 5652½ სტუდენტი. სტუდენტების რაოდენობა შეიძლება გაიზარდოს ან შემცირდეს ერთი მთლიანი, მაგრამ არა – ½ ან ⅓ სტუდენტის მიმატებით ან გამოკლებით. ამრიგად, სტუდენტების რაოდენობა იღებს მხოლოდ განსაზღვრულ თვლად მნიშვნელობებს. ჩვეულებისამებრ, ცვლადებს, რომელთა შესაძლო მნიშვნელობები შეიძლება დავითვალოთ, დისკრეტულ (წყეტილ) ცვლადებს უწოდებენ: ქალაქში მცხოვრებ

ადამიანთა რაოდენობა, ოჯახში ბავშვების რაოდენობა, ქურდობების რაოდენობა ერთი წლის მანძილზე, შტატში რეგისტრირებული ავტომანქანების რაოდენობა და ა.შ.

უწყვეტი ცვლადები

უწყვეტი ცვლადი (Continuous variable) – ცვლადი, რომელმაც შეიძლება მიიღოს უსასრულო მნიშვნელობა ცვლადის ნებისმიერ ორ დონეს შორის.

უწყვეტია ცვლადი, რომელმაც შეიძლება მიიღოს მნიშვნელობები ცვლადის ნებისმიერ ორ დონეს შორის მოთავსებული უსასრულო სიმრავლიდან. ამრიგად, უწყვეტ ცვლადს აქვს მნიშვნელობათა შემოუსაზღვრელი სიმრავლე. ასეთი ცვლადის მაგალითია თქვენი წონის გაზომვა: ის შეიძლება იყოს 55.6 კგ ან 55.64 კგ. თქვენი წონა არ შემოისაზღვრება ისეთი დისკრეტული მნიშვნელობებით, როგორიცაა 55 კგ ან 56 კგ. თუმცა, თქვენი წონა მაინც არ იქნებოდა შემოსაზღვრული ამ კონკრეტული მნიშვნელობებით; მან შეიძლება მიიღოს ნებისმიერი მნიშვნელობა 55 კგ-სა და 56 კგ-ს შორის. აწალოგიურად, მრავალი ფსიქოლოგიური ცვლადი, როგორიცაა, მაგალითად, შფოთვა ან ინტელექტი, არსებობს უწყვეტი ცვლადის სახით, თუმცა, მათი გაზომვა შესაძლებელია სკალებით, რომლებზეც ცდის პირს დისკრეტული ქულები ენიჭება.

გაზომვის რეალური საზღვრები. როდესაც ვზომავთ უწყვეტ ცვლადს, ცვლადის არსებულ სიდიდეებს ენიჭება კონკრეტული რიცხვითი მნიშვნელობები, მაგრამ ეს არის ცვლადის რეალურ სიდიდეებთან მხოლოდ მიახლოებული მნიშვნელობები. აქედან გამომდინარე, განურჩევლად იმისა, გაზომვის რომელ სკალას ავირჩევთ, უნდა ვიცოდეთ, რა სიზუსტით ვზომავთ. უწყვეტი ცვლადის გაზომვის სიზუსტე მოთავსებულია მინიჭებული რიცხვის რეალურ საზღვრებში.

გაზომვის რვალური საზღვრების ცნების გაგება გაიოლდება, თუ განვიხილავთ დროის ცვლადის გაზომვის მაგალითს. დავუშვათ, გვაინტერესებს, რამდენ ხანს შეუძლია ადამიანს 40°F (5°C) წყალში ხელის გაჩერება. ამ დავალებას ხშირად იყენებენ ტკივილის უსაფრთხოდ გამოსაწვევად ექსპერიმენტებში, სადაც იკელევენ ტკივილისადმი ტოლერანტობის გაზრდაში რვლაქსაციის სტრატეგიების როლს. დავუშვათ, ერთმა ცდის პირმა, ჩვენი გაზომვის მიხედვით (ვაკვირდებოდით მას და ვუყურებდით წამზომს), წყალში ხელის გაჩერება შეძლო 37 წმ. რამდენად ზუსტია გაზომვის ეს შედეგი? ვინაიდან ჩვენ ვზომავდით უახლოესი მთელი წამის სიზუსტით, დაფიქსირებული დრო ვერ იქნებოდა 36 ან 38 წმ, მაგრამ შესაძლებელია, რომ რეალური დრო 37,2 წმ ან 36,7 ნმ ყოფილიყო? პასუხია: – „დიახ"; ჩვენ შეგვეძლო 37 წმ-მდე დაგვემრგვალებინა 36,7 წამიც და 37,2 წამიც. ამ გაზომვის (37 წმ) სიზუსტე მოცემულია რიცხვის რეალური საზღერებით. **რიცხვის რეალური საზღერები** არის რიცხვისა და მისი წინა რიცხვის შუაწერტილი ან რიცხვისა და მისი მომდევნო რიცხვის შუაწერტილი იმ სკალაზე, რომელსაც ვიყენებთ მოცემული ცელადის გასაზომად. მიღებული მნიშვნელობისთვის – 37 წმ-ისთვის, შესაბამისად, **რეალური ქვედა საზღვარი** იქნება 36,5 წმ, ხოლო **რეალური ზედა საზღვარი** – 37,5 წმ. 36,5 წამისთვის რეალური ქვედა ზღვარი არის შუალედი 36 წამსა (სკალაზე მომდევნო გაზომვად მნიშვნელობასა) და 37 წამს შორის. 37,5 წამისთვის რეალური ზედა ზღვარი არის შუალედი 37 წამსა და 38 წამს (სკალზე მომდევნო გაზომვად მნიშვნელობას) შორის.

რიცხვის რეალური საზღვრები (Real limits of a number) – რიცხვისა და მისი წინა რიცხვის შუაწერტილი ან რიცხვისა და მისი მომდევნო რიცხვის შუაწერტილი იმ სკალაზე, რომელსაც ვიყენებთ მოცემული ცელადის გასაზომად.

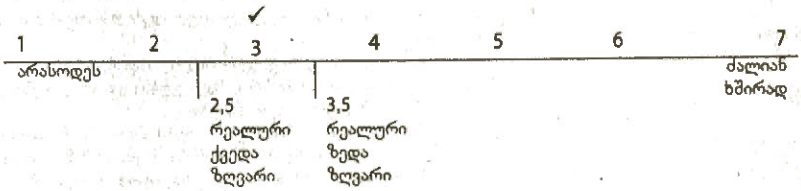
რიცხვის რეალური ქვედა საზღვარი (Lower real limit of a number) – რიცხვისა და მისი წინა რიცხვის შუაწერტილი.

რიცხვის რეალური ზედა საზღვარი(Upper real limit of a number) – რიცხვისა და მისი მომდევნო რიცხვის შუაწერტილი.

ახლა დაეუშვათ, რომ ვზომავთ ელექტრონული წამზომით, რომელსაც შვუძლია გაზომოს უახლოესი $\frac{1}{100}$ წამის სიზუსტით და მივიღეთ, მაგალითად, 37,21 წმ. რა იქნება ამ გაზომვის რეალური ზედა და ქვედა ზღვარი? ამ შემთხვევაშიც ვიყენებთ იმავე წესს: ვპოულობთ მომდევნო უმდაბლეს და უმაღლეს მნიშვნელობებს შორის შუაწერტილს იმ სკალაზე, რომელზეც ვზომავთ ცვლადს. ამრიგად, რეალური ქვედა ზღვარი იქნება შუანერტილი 37,20 წამსა (მომდევნო უმდაბლეს მწიშვნელობას) და 37,21 წამს შორის ანუ 37,205 წმ, ხოლო რეალური ზედა ზღვარი – შუაწერტილი 37,21 წამსა და 37,22 წამს (მომდევნო უმაღლეს მნიშვნელობას) შორის ანუ 37,215 წმ.

უწყვეტი ცვლადის ყოველ რიცხვით მნიშვნელობას აქვს მასთან დაკავშირებული რეალური ზედა და ქვედა ზღვრები. დაეუშვათ, ვიყენებთ შეფასების 7-ქულიან სკალას, რომელიც მოცემულია N2-2 სურათზე. ვთქვათ, ცდის პირმა ამ სკალაზე აღნიშნა პასუხი 3. ზემოთ აღწერილი წესების მიხედვით, ამ ქულის რეალური ქვედა და ზედა ზღვარი, შესაბამისად, 2,5 და 3,3-ია.

გაზომვის რეალური საზღვრები მნიშვნელოვანია ქულების სიხშირეთა განაწილების აგებისას და სტატისტიკურ გამოთვლებში მნიშვნელობების დამრგვალებისას. სიხშირეთა განაწილების შესახებ მე-3 თავში ვისაუბრებთ.



სურათი 2.2
7-ქულიან სკალაზე გაცემული პასუხის (აღნიშნულია ✓-ით) რეალური ზედა და ქვედა ზღვრები

დამრგვალება: გამოთვლის საბოლოო პასუხი. დავუშვათ, სამ ადამიანს ვთხოვეთ N2-2 სურათზე მოცემული სკალის შევსება და მივიღეთ შემდეგი ქულები: 4, 4 და 3. ტიპური პასუხის აღსაწერად უნდა შეეკრიბოთ ეს რიცხვები (მივიღებთ 11-ს) და მიღებული ჯამი გავყოთ 3-ზე, შედეგად გვექნება $\frac{11}{3} = 3{,}6666\dot{6}$. აღნიშნა ($\dot{}$) ბოლო 6-იანის თავზე ნიშნავს, რომ 6-იანები უსასრულოდ მეორდება. მძიმის შემდეგ რამდენი თანრიგით უნდა წარმოადგინოთ მიღებული პასუხი?

ერთი შეთანხმებაა, რომ გამოთვლის საბოლოო მნიშვნელობა უნდა დამრგვალდეს მძიმის შემდეგ ორ თანრიგამდე რეალურად მიღებული მნიშვნელობის შემდეგ. წარმოდგენილ მაგალითში ქულები მოცემულია ერთეულებში: ცდის პირმა უნდა აირჩიოს 3 ან 4 და არა – 3,2 ან 4,6. ამ წესის მიხედვით, გამოთვლის საბოლოო შედეგი უნდა დამრგვალდეს არჩეული პასუხის შემდეგ ორ თანრიგამდე ანუ 3,67-მდე.

მეორე შეთანხმებით, გამოთვლის საბოლოო შედეგი მრგვალდება მძიმის შემდეგ ერთ თანრიგამდე რეალურად მიღებული ქულის შემდეგ. ამ მიდგომის მიხედვით, მოცემულ მაგალითში გამოთვლის საბოლოო შედეგი დამრგვალდება მიღებული ქულის მძიმის შემდეგ ერთ თანრიგამდე ანუ იქნება 3,7. ქვემოთ განხილულია ორივე მიდგომის საილუსტრაციო მაგალითი.

დამრგვალება: გამოთვლის შუალედური ნაბიჯები. თუ საბოლოო პასუხის გამოთვლას რამდენიმე ნაბიჯი სჭირდება, შუალედური რიცხვითი მნიშვნელობები, სულ მცირე, ორი თანრიგით მეტით უნდა გადავიტანოთ საბოლოო პასუხის გამოთვლის ეტაპამდე. მაგალითად, თუ $\frac{11}{3}$-ის მნიშვნელობა შემდგომ გამოთვლებშიც უნდა გამოვიყენოთ, ის არ უნდა დამრგვალდეს 3,67-მდე; მეტიც, შემდგომი გამოთვლებისთვის ის ორი დამატებითი თანრიგით უნდა გადავიტანოთ – 3,6667. ამ მიდგომას მინიმუმამდე დაყავს გამოთვლებში დამრგვალების შვცდომა.

დამრგვალების წესები. დავუშვათ, გამოთვლის შედეგად მივიღეთ პასუხი 3,6*AB*, სადაც *A* და *B* შესაძლო რიცხვითი მნიშვნელობებია. მაგალითად, თუ *A*=2 და B=9, მაშინ 3,6*AB*=3.629. ვთქვათ, გვსურს ამ რიცხვის მძიმის შემდეგ ორ თანრიგამდე დამრგვალება. რიცხვების დამრგვალება, ჩვეულებრივ, რამდენიმე წესის დაცვით ხდება.

- თუ *B*-თი აღნიშნული რიცხვი 5-ზე მეტია, *A* იზრდება 1-ით და უგულებელიყოფა *B* სიდიდე. ამ წესის მიხედვით, 3,629 (აქ *A*=2 და B=9) მრგვალდება 3,63-მდე.
- თუ *B* 5-ზე ნაკლებია, *A*-ს მნიშვნელობა უცვლელი რჩება და უგულებელიყოფა *B* სიდიდე. ამ წესის მიხედვით, 3,623 (აქ *A*=2 და B=3) მრგვალდება 3,62-მდე.

- თუ *B*-თი აღნიშნული რიცხვი 5-ის ტოლია, *A* იზრდება 1-ით, თუ *A* კენტია; ხოლო *A*-ს მნიშვნელობა უცვლელი რჩება, თუ *A* ლუწია, *B* სიდიდე კი უგულებელიყოფა. ამ წესის მიხედვით, 3,635 (აქ *A*=3 და B=5) მრგვალდება 3,64-მდე, ხოლო 3,625 (აქ *A*=2 და B=5) – 3,62-მდე და არა 3,63-მდე.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა II-4

1. განმარტეთ: უწყვეტი ცვლადი, დისკრეტული (წყვეტილი) ცვლადი, რიცხვის რეალური საზღვრები, რეალური ქვედა ზღვარი, რეალური ზედა ზღვარი.

2. გაარკვიეთ, ქვემოთ ჩამოთვლილი ცვლადებიდან რომელია დისკრეტული და რომელი – უწყვეტი.
   ა) ინდივიდის ხელის სიგრძე, გაზომილი სანტიმეტრებით.
   ბ) სასამართლოს დარბაზში ბრალმდებელისა და ბრალდებულის თვალებით კონტაქტის ხანგრძლივობა, გაზომილი წამებით.
   გ) ტომსონის გაზელის ნახტომების (ვერტიკალური ნახტომი, როდესაც ოთხივე ფეხი ერთდროულად სცილდება მიწას) რაოდენობა 1 საათის განმავლობაში.
   დ) მგალობელი ჩიტის სიმღერის ხანგრძლივობა (წამებში) შეწყვილების პერიოდში.
   ე) მულტიპლიკაციურ ფილმებზე სიცილი, რომელიც იზომება იმ დროის ხანგრძლივობის მიხედვით (წამებში), რამდენ ხანსაც იცინის მათზე ცდის პირი.
   ვ) საბავშვო ბაღის ბავშვების ალტრუისტულ ქცევათა რაოდენობა ერთი დღის განმავლობაში.
   ზ) ბავშვის მეგობრების რაოდენობა.
   თ) სტატისტიკის გამოცდაზე სწორად გაცემული პასუხების რაოდენობა.

3. იპოვეთ თითოეული ქულის რეალური ზედა და ქვედა ზღვრები.
   ა) 152,4 სმ სიმაღლე.
   ბ) თვალებით კონტაქტის ხანგრძლივობა 17,3 წმ.
   გ) 7-ქულიან სკალაზე მიცემული შეფასება 4.
   დ) რეაქციის დრო 0,437 წმ.
   ე) 6,9 მმ შეცდომა მიულერ-ლაიერის ილუზიის აღქმისას.
   ვ) ხელის სიგრძე 67,81 სმ.

4. დაამრგვალეთ შემდეგი მნიშვნელობები ფრჩხილებში მითითებულ თანრიგამდე.
   ა) 27,436 (ორ თანრიგამდე).
   ბ) 119,0278 (სამ თანრიგამდე).
   გ) 1,445 (ორ თანრიგამდე).
   დ) 1263.75915 (ოთხ თანრიგამდე).
   ე) 0,352 (ორ თანრიგამდე).
   ვ) 13,2659 (ორ თანრიგამდე).

შეჯამება

- სტატისტიკა ქცევის მეცნიერული შესწავლის საშუალებაა.
- მეცნიერული კვლევა იწყება კითხვის დასმით, რომელზეც პასუხის გაცემა შესაძლებელია ემპირიული მონაცემების მოპოვების საშუალებით.
- კვლევის მეთოდი არის მონაცემების მოგროვებისას გამოყენებული მიდგომა. აქ განხილულია კვლევის ოთხი მეთოდი: ბუნებრივი დაკვირვება, საარქივო ჩანაწერები, გამოკითხვა და ექსპერიმენტი.
- ბუნებრივი დაკვირვება არის კვლევა, რომელიც გულისხმობს ბუნებრივ პირობებში განხორციელებულ ქცევებზე დაკვირვებას.
- საარქივო ჩანაწერებით კვლევისას გამოიყენება არსებული ჩანაწერები.
- გამოკითხვა არის კვლევა, რომელშიც მონაცემები ადამიანების ზეპირი ან წერილობითი ინტერვიუებით მიიღება.
- ექსპერიმენტი არის ზედმიწევნით გაკონტროლებული სიტუაცია, სადაც მეცნიერი ახდენს ერთი ან მეტი დამოუკიდებელი ცვლადის მანიპულირებას და აკვირდება, თუ რა გავლენას ახდენს ეს დამოკიდებულ ცვლადზე.
- ოპერაციული განსაზღვრება აღწერს დაკვირვებისას ან დამოუკიდებელი ცვლადით მანიპულირებისას გამოყენებულ ოპერაციებს თუ ეტაპებს.
- გაზომვა არის გარკვეული წესების მიხედვით ცვლადებისთვის რიცხვითი მნიშვნელობების მინიჭება.

- სახელდების სკალა არის გაზომილი ცვლადის სხვადასხვა კატეგორიებში გაერთიანება. სახელდების სკალა იძლევა თეისებრივ მონაცემებს.
- რიგის სკალა მოცემული პარამეტრის მიხედვით თანმიმდევრობით განალაგებს ცვლადის სიდიდეებს.
- ინტერვალების სკალაზე თანაბრად იზრდება გასაზომი ცვლადის სიდიდე, თუმცა, აქ მას არა აქვს აბსოლუტური ნული.
- შეფარდების სკალა ხასიათდება ინტერვალების სკალის თვისებებით და დამატებით აქვს აბსოლუტური ნულოვანი წერტილი.
- რიგის, ინტერვალებისა და შეფარდების სკალები რაოდენობრივ მონაცემებს იძლევა.
- დისკრეტულმა ცვლადმა შეიძლება მიიღოს მნიშვნელობები მხოლოდ სასრული ან პოტენციურად თვლადი სიმრავლიდან.
- უწყვეტმა ცვლადმა შეიძლება მიიღოს მნიშვნელობები ცვლადის ნებისმიერ ორ დონეს შორის მოთავსებული უსასრულო სიმრავლიდან.
- რიცხვის რეალური საზღვრები არის რიცხვსა და მის წინა და მომდევნო უმდაბლეს და უმაღლეს რიცხვებს შორის შუაწერტილები იმ სკალაზე, რომელსაც ვიყენებთ მოცემული ცვლადის გასაზომად.

ძირითადი ტერმინები და სიმბოლოები

ბუნებრივი დაკვირვება
გამოკითხვა
დისკრეტული ცვლადი
ემპირიული მონაცემი
ექსპერიმენტი
თვისებრივი მონაცემები
ინტერვალების სკალა
კვლევის სქემა
კვლევის ჰიპოთეზა
ოპერაციული განსაზღვრება
რაოდენობრივი მონაცემები
რიგის სკალა
რიცხვის რეალური ზედა ზღვარი
რიცხვის რეალური ზღვარი
რიცხვის რეალური ქვედა ზღვარი
საარქივო ჩანაწერები
სახელდების სკალა
სკალა
უწყვეტი ცვლადი
შეფარდებების სკალა
ცვლადი

კითხვები

1. დავუშვათ, გთხოვეს ქვემოთ ჩამოთვლილ კითხვებზე პასუხის გასაცემად მონაცემების შეგროვება. კვლევის რომელ სქემას აირჩევდით თითოეულ შემთხვევაში და რატომ?
   ა) სტატისტიკის კურსზე თქვენი ჯგუფელები, ჩეეულებრივ, რამდენ დროს უთმობენ საშინაო დავალების შესრულებას?
   ბ) რამდენად ხშირად ისვრის კალათბურთელი ბურთს კალათში მაშინ, როდესაც მსაჯი უშუალოდ სროლის წინ დროის ამონურვის ნიშანს იძლევა?
   გ) ზრდის თუ არა გამყიდველთა დახელოვნების პროგრამა იმ ადამიანთა ნავაჭრის რაოდენობას, რომლებმაც გაიარეს ეს პროგრამა?
   დ) რა ტიპურ ქცევებს ახორციელებს პატარა ბავშვი მაღაზიიდან გამოსვლისას?

2. დავუშვათ, გთხოვეს თანამშრომელთა ჯგუფში სამსახურებრივი სტრესის გაზომვა. როგორ განსაზღვრავთ ოპერაციულად სამსახურებრივი სტრესის ზომას?

3. გაზომეს პოლიციის ოფიცერთა ორიენტაცია პროფესიულ მიღწევაზე. ამისათვის გამოიყენეს ოთხი ტექსტი. თითოეულ მათგანში აღწერილი იყო პროფესიულ მიღწევაზე სხვადასხვაგვარი ორიანტაცია, რომლის შინაარსი იცვლებოდა 1-დან (ინდივიდის პროფესიულ მიღწევასთან ყველაზე მიახლოებულიდან) 4-მდე (ინდივიდის პროფესიულ მიღწევისგან ყველაზე დაშორებულამდე).
   ა) რა ძირითადი ცვლადი გაზომეს ამ კვლევაში?
   ბ) გაზომვის რომელ სკალას მიეკუთვნებოდა გამოყენებული საზომი?

4. პროფესიონალი გოლფის მოთამაშე ქალები აწონეს, რათა დავდგინათ, უკავშირდებოდა თუ არა მათი სხეულის წონა მათი თამაშის ხარისხს.
   ა) რა ძირითადი ცვლადი გაზომეს ამ კვლევაში?
   ბ) გაზომვის რომელ სკალას მიეკუთვნებოდა გამოყენებული საზომი?
   გ) გოლფის ერთი მოთამაშის წონა იყო 54,6 კგ. რა იქნება ამ გაზომვის რეალური ზედა და ქვედა ზღვარი.
   დ) 6 გოლფის მოთამაშე აწონეს კილოგრამის სიზუსტით. მათი საშუალო წონა იყო 57,648 კგ. დაამრგვალეთ ეს რიცხვი.

5. პირველკლასელი ბაღშვების მშობლები შეაფასეს ემოციური სტაბილობის პიროვნული მახასიათებლის მიხედვით. ამისათვის გამოიყენეს შეფასების სკალა.
   ა) რა ძირითადი ცვლადი გაზომეს ამ კვლევაში?
   ბ) გაზომვის რომელ სკალას მიეკუთვნებოდა გამოყენებული საზომი?
   გ) ეთქვათ, ცდის პირმა დათანხმება-არდათანხმების 9-ქულიან სკალაზე დებულებას მიანიჭა 8. რა იქნება ამ გაზომვის რეალური ქვედა და ზედა ზღვარი?
   დ) ეთქვათ, ამ სკალის მიხედვით შეაფასეთ ექვსი ადამიანი და მოცემული დებულების მათი ტიპური შეფასება იყო 5,833. რამდენად სწორად არის მოცემული ეს შედეგი მძიმის შემდეგ წარმოდგენილი თანრიგების რაოდენობის თვალსაზრისით? ახსენით თქვენი პასუხი.

6. თქვენ იკვლევთ, თუ რამდენ დროს უთმობენ სტუდენტები ყოველდღიურად საშინაო დავალების შესრულებას. ერთმა სტუდენტმა აღნიშნა, რომ ქიმიას 97 წუთს უთმობს.
   ა) გაზომვის რომელ სკალას მიეკუთვნებოდა გამოყენებული საზომი?
   ბ) რა იქნება სტუდენტის მიერ დასახელებული 97 წუთის რეალური ზედა და ქვედა ზღვარი?
   გ) სამმა სტუდენტმა აღნიშნა, რომ საშინაო დავალების შესრულებას უთმობს 97, 68 და 83 წუთს, შესაბამისად. მათი ქულების საშუალოა 82,666666. დაამრგვალეთ ეს რიცხვი.

7. პიროვნებათშორისი ღირებულებების შესაფასებლად ცდის პირს მოეთხოვებოდა ღირებულებების ამსახველი 12 დებულება დაელაგებინა ყველაზე მნიშვნელოვანიდან ყველაზე ნაკლებად მნიშვნელოვანამდე. გაზომვის რომელ სკალას მიეკუთვნებოდა გამოყენებული საზომი?

8. საბავშვო ბაღში ბავშვების ურთიერთქმედება გააერთიანეს კატეგორიებში: აგონისტური (ანუ კამათი ან ჩხუბი), ნეიტრალური (არ იყო ინტერაქცია) და ალტრუისტული (ანუ დახმარების გამწევი). გაზომვის რომელ სკალას მიეკუთვნებოდა გამოყენებული საზომი?

9. განსაზღვრეთ, ქვემოთ ჩამოთვლილი ცვლადები დისკრეტულია თუ უწყვეტი.
   ა) თქვენი ჯგუფელების რაოდენობა სტატისტიკის კურსზე.
   ბ) იმ ადამიანების მიერ დაკლებული წონა კილოგრამებში, რომლებიც დიეტას იცავენ და ვარჯიშობენ.
   გ) ცაციების რიცხვი 100 კაციან ჯგუფში.
   დ) ინდივიდის სისხლის წნევა, რომელიც იზომება ვერცხლისწყლის სვეტის სიმაღლით.

10. განსაზღვრეთ ქვემოთ ჩამოთვლილი მაჩვენებლების რეალური ზედა და ქვედა ზღვარი.
    ა) წონა 61,3 კგ.
    ბ) 34 წუთი, რომელიც ეთმობა ვიდეოთამაშს.
    გ) მანქანით გავლილი 175.6 კმ.
    დ) სხეულის ტემპერატურა 36,6°C.
    ე) სისტოლური სისხლის წნევა ვერცხლისწყლის სიმაღლის 109 მმ.

11. დაამრგვალეთ შემდეგი რიცხვები მძიმის შემდეგ ორ თანრიგამდე.
    ა) 42,255
    ბ) 1,165
    გ) 163,651
    დ) 27,426
    ე) 13,895
    ვ) 24,6250
    ზ) 19,2751

12. სადილის დასრულების შემდეგ რესტორნის მეპატრონეები ავსებენ ბარათებს. მათ სთხოვენ, რომ თითოეულ ბარათში 5-ქულიან სკალზე (ცუდიდან საუკეთესომდე) შეაფასონ საკვების ხარისხი, მომსახურებისას კეთილგანწყობის ხარისხი, მომსახურების სისწრაფე და სისუფთავე. თითოეული ბარათიდან მიღებული საბოლოო ქულაა 4-დან 20-მდე. გაზომვის რომელი სკალაა გამოყენებული აქ? ახსენით თქვენი პასუხი.

13. ფსიქოლოგი იკვლევდა, თუ რამდენად შეეძლოთ ადამიანებს ტკივილის ატანა; ამისათვის ცდის პირები ხელს ყოფდნენ 5°C-იან წყალში; იზომებოდა დროის ხანგრძლივობა, რამდენ ხანსაც შეეძლოთ მათ ხელის გაჩერება წყალში. მან ჩაატარა ორი კვლევა.
    ა) პირველ კვლევაში ცდის პირები დალაგდა იმის მიხედვით, თუ რამდენ ხანს შეეძლოთ ხელის გაჩერება წყალში და მიიღეს შემდეგი თანმიმდევრობა: ლიზა – 1, სტაცია – 2, მარიტა – 3, რობინი – 4 და ჯუდი – 5. გაზომვის რომელი სკალა გამოიყენა მკვლევარმა?
    ბ) მეორე კვლევაში ტკივილის ამტანობის ხანგრძლივობა წამებით გაიზომა და მიიღეს შემდეგი შედეგები: ლიზა – 111,3 წმ, სტაცია – 97,8 წმ, მარიტა – 71,3 წმ, რობიწი – 18,7 წმ და ჯუდი – 13,6 წმ. გაზომვის რომელი სკალა გამოიყენა მკვლევარმა?

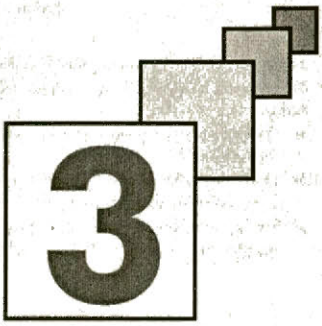
14. ჯანდაცვის მსოფლიო ორგანიზაციის მიერ ჯანმრთელობის დაცვის სისტემების რანჟირებისას (Mishra, 2000) აშშ-ის ჯანმრთელობის დაცვის სისტემამ 37-ე რანგი მიიღო.

პირველი და მეორე ადგილები, შესაბამისად, საფრანგეთისა და იტალიის ჯანმრთელობის დაცვის სისტემებმა დაიკავეს. იაპონიას მიენიჭა მე-10, ხოლო შვეიცარიას – მე-20 რანგი.

ა) რამდენად უკეთესია საფრანგეთის ჯანმრთელობის დაცვის სისტემა იტალიასთან შედარებით?

ბ) არის თუ არა აშშ-ის ჯანმრთელობის დაცვის სისტემა ორჯერ უკეთესი, ვიდრე შვეიცარიის? ახსენით თქვენი პასუხი.

გ) რას გეუბნებათ აშშ-ის ჯანმრთელობის დაცვის სისტემის ხარისხის შესახებ ის ფაქტი, რომ მას 37-ე რანგი მიენიჭა?



მონაცემთა აღწერა: სიხშირეთა განაწილება და გრაფიკები

სიხშირეთა განაწილება დაუჯგუფებელი მონაცემებისთვის
- მარტივ სიხშირეთა განაწილება
- ფარდობით სიხშირეთა განაწილება
- სიხშირეთა განაწილება პროცენტებში
- ინფორმაციის მიღება სიხშირეთა განაწილებიდან

სიხშირეთა განაწილება დაჯგუფებული მონაცემებისათვის
- დაჯგუფებულ სიხშირეთა განაწილების აგება

პროცენტილი და პროცენტული რანგები
- ქულის პროცენტული რანგის პოვნა
- განაწილების პროცენტილის პოვნა

სიხშირეთა განაწილების გრაფიკულად გამოსახვა
- ჰისტოგრამა
- სიხშირეთა პოლიგონი
- ფარდობითი სიხშირის ჰისტოგრამა და პოლიგონი
- ინფორმაციის მიღება ჰისტოგრამიდან ან სიხშირეთა პოლიგონიდან
- ფოთლებიანი ღეროების დიაგრამა

თვისებრივი მონაცემების გრაფიკულად გამოსახვა
სიხშირეთა განაწილების ფორმები
- სიხშირეთა სიმეტრიული განაწილება
- ასიმეტრიული განაწილება
- მოდალობა

გიფიქრიათ როდესმე: – „შფოთვის კონტროლი რომ შემძლებოდა, უკეთესად ჩავაბარებდი გამოცდებს"? თუკი გეტყვით, რომ მარტო თქვენ არ გაწუხებთ ეს პრობლემა. უკანასკნელ წლებში კონსულტანტებმა და ფსიქოლოგებმა დაადგინეს, რომ გამოცდებთან დაკავშირებული შფოთვა ზემოქმედებას ახდენს სტუდენტთა აკადემიურ წარმატებაზე. გამოცდებთან დაკავშირებული შფოთვის გაზომვის მიზნით სპილბერგერმა (Spielberger, 1980) შეიმუშავა *გამოცდებთან დაკავშირებული შფოთვის კითხვარი* (TAI). ეს კითხვარი შედგება 20 ისეთი დებულებისგან, როგორიცაა, მაგალითად, „აფორიაქებული და შეშინებული ვარ დიდი გამოცდის წინ." ყოველ დებულებას აქვს ოთხი სავარაუდო პასუხი: – თითქმის არასდროს, ხანდახან, ხშირად და თითქმის ყოველთვის. კითხვარის შევსებისას სტუდენტმა თითოეული დებულებისთვის უნდა აირჩიოს ერთ-ერთი პასუხი, რომელიც უკეთ მიესადაგება მას. მას შემდეგ, რაც კითხვარი შევსებულია, თითოეულ ვარიანტს ენიჭება რიცხვითი მნიშვნელობა: – თითქმის არასდროს = 1; ხანდახან = 2; ხშირად = 3; თითქმის ყოველთვის = 4. საბოლოო ქულა მიიღება არჩეული ვარიანტებისთვის მინიჭებული რიცხვითი მნიშვნელობების შეკრებით. ამრიგად, ეს კითხვარი ჯამური შეფასების სკალაა, რომლის ქულები 20-დან 80-მდე მერყეობს. 20 ქულა გვიჩვენებს შფოთვის მინიმალურ დონეს (ამ კითხვარის მიხედვით), 80 ქულა კი – მაქსიმალურს. როგორც მე-2 თავში ვნახეთ, ჯამური შეფასების სკალა, სავარაუდოდ, სკალათა შორის თავსდება; თუმცა, სტატისტიკური მიზნებისთვის შეფასების სკალებზე მიღებული ქულები ინტერვალთა სკალის მონაცემებად განიხილება. ქვემოთ განხილულ მაგალითშიც ამ ტრადიციას მივსდევთ.

ცხრილი N3.1.
გამოცდებთან დაკავშირებული შფოთვის კითხვარში 20 სტუდენტის მიერ მიღებული ჰიპოთეტური ქულა

61	57
67	55
63	59
60	59
62	59
67	64
59	65
60	62
68	59
64	60

დავუშვათ, 20 სტუდენტისგან (რომელსაც გამოცდებთან დაკავშირებული შფოთვის კონტროლში დახმარება ესაჭიროებოდა) შემდგარ შერჩევას კოლეჯის კონსულტანტმა გამოცდებთან დაკავშირებული კითხვარი მისცა. მიღებული შედეგები მოცემულია ცხრილში N3.1. ასეთ ქულებს **ნედლ მონაცემებს** ან **ნედლ ქულებს** უწოდებენ, რადგან ისინი უშუალოდ კვლევის დროსაა შეგროვილი და სტატისტიკურად დაუმუშავებელია. ლათინური ასო ***N*** გამოიყენება მიღებული ქულების საერთო რაოდენობის აღსანიშნად; ამრიგად, ამ მაგალითში N არის 20.

ნედლი მონაცემები ან ნედლი ქულები (raw data or raw scores) – კვლევის მონაწილეებისგან მიღებული ქულები, რომელთაც ჯერ არ გაუვლიათ სტატისტიკური ანალიზი.

N – ჯგუფში მიღებული ქულების საერთო რაოდენობა.

განვიხილოთ სტუდენტის შემთხვევა, რომელმაც ამ კითხვარის მიხედვით 60 ქულა მიიღო. რას გეუბნება ეს ქულა ამ სტუდენტის გამოცდასთან დაკავშირებული შფოთვის დონის შესახებ? ის სხვა სტუდენტების მიერ მიღებულ ქულებზე მეტია თუ ნაკლები? შეგვიძლია კი ამ კითხვაზე პასუხის გაცემა მხოლოდ ამ ერთი ქულის ცოდნის პირობებში? ცხადია, არა და ასეთივე უარყოფითია პასუხი ბიჰევიორისტულ მეცნიერებებში გამოყენებული მრავალი საზომის შემთხვევაში, რადგან ერთი ცალკეული ქულა მხოლოდ სხვა ქულებთან შედარების შემდეგ იძენს მნიშვნელობას. ამრიგად, მიღებული ქულების ანალიზის და მათგან ინფორმაციის მიღების პირველი ნაბიჯია მონაცემების წარმოდგენა სიხშირეთა განაწილების სახით. დასაწყისისთვის განვიხილავთ ინტერვალებისა და შეფარდების სკალებზე მიღებული რაოდენობრივი მონაცემების წარმოდგენას.

სიხშირეთა განაწილება დაუჯგუფებელი მონაცემებისთვის

მარტივ სიხშირეთა განაწილება

სიხშირეთა განაწილება (Frequency distribution) – ცხრილი, რომელშიც მოცემულია თითოეული ქულა და ის სიხშირე, რა სიხშირითაც გვხვდება ეს ქულა.

სიხშირეთა განაწილებას უწოდებენ ცხრილს, რომელშიც მოცემულია თითოეული ქულა და ის სიხშირე, რა სიხშირითაც გვხვდება ეს ქულა. ცხრილში N3.1 მოცემული გამოცდებთან დაკავშირებულ კითხვარში მიღებული ქულების დაუჯგუფებელ სიხშირეთა განაწილება წარმოდგენილია ცხრილში N3.2.

ცხრილი N3.2.

დაუჯგუფებელ სიხშირეთა განაწილება N3-1 ცხრილში მოცემული (გამოცდებთან დაკავშირებული შფოთვის კითხვარში მიღებული) ქულებისთვის

(ა) ქულა	(ბ) თვლის შედეგი	(გ) სიხშირე (*f*)	(დ) ფარდობითი სიხშირე (*rf*)	(ე) სიხშირე პროცენტებში (*%f*)
68	/	1	.05	5
67	//	2	.10	10
66		0	.00	0
65	/	1	.05	5
64	//	2	.10	10
63	/	1	.05	5
62	//	2	.10	10
61	/	1	.05	5
60	///	3	.15	15
59	/////	5	.25	25
58		0	.00	0
57	/	1	.05	5
56		0	.00	0
55	/	1	.05	5

დაუჯგუფებელ სიხშირეთა განაწილება (Ungroup frequency distribution) – სიხშირეთა განაწილება, რომელიც აგებულია მიღებულ მინიმალურ და მაქსიმალურ ქულათა შორის ყველა შესაძლო მნიშვნელობის დალაგებით და შემდეგ ქულის გასწვრივ თვლის შედეგის აღნიშვნის ჩხირით (/) იმდენჯერ მოთავსებით, რამდენჯერაც იქნა მიღებული ეს ქულა.

f – სიხშირეთა განაწილებაში თითოეული ქულის შეხვედრის მარტივი სიხშირე.

ეს **დაუჯგუფებელ სიხშირეთა განაწილება** აგებულია მიღებულ უმდაბლეს და უმაღლეს ქულათა შორის ყველა შესაძლო მნიშვნელობის (ცხრილის N3.2 (ა) სვეტი) დალაგებით და შემდეგ ქულის გასწვრივ თვლის შედეგის აღნიშვნის ჩხირის (/) იმდენჯერ მოთავსებით, რამდენჯერაც იქნა მიღებული ეს ქულა (ამავე ცხრილის (ბ) სვეტი). ყურადღება მიაქციეთ, რომ (ა) სვეტში მოცემულია ყველა შესაძლო ქულა განურჩევლად იმისა, მიღებულ იქნა ის რეალურად თუ არა. იმ ქულების გასწვრივ, რომლებიც არ იქნა მიღებული ქულათა მოცემულ სიმრავლეში, არ იწერება თვლის შედეგის აღმნიშვნელი ჩხირი. თითოეული ქულის გასწვრივ მოთავსებული ჩხირების რაოდენობა დაითვლება და შევა (გ) სვეტში, როგორც **თითოეული ქულის შეხვედრის მარტივი სიხშირე** (აღნიშნება *f*-ით). ყურადღება მიაქციეთ, რომ ქულა 60 ჩვენ მიერ განხილული განაწილების დაახლოებით შუა ნაწილს წარმოადგენს და ქულათა დაახლოებით ნახევარი მასზე ნაკლები, მეორე ნახევარი კი – მასზე მეტია.

ფარდობით სიხშირეთა განაწილება

ფარდობითი სიხშირე (*rf*) (Relative frequency) – ქულის სიხშირე გაყოფილი მიღებულ ქულათა საერთო რაოდენობაზე.

დაუჯგუფებელ სიხშირეთა განაწილებაში ქულების შეხვედრის სიხშირე შეიძლება ფარდობითი სიხშირეების სახითაც წარმოვადგინოთ. **ფარდობით სიხშირეთა განაწილება** მიიღება თითოეული ქულის სიხშირის გაყოფით განაწილებაში ქულათა საერთო რაოდენობაზე. ამრიგად, ფარდობითი სიხშირე (აღინიშნება ***rf***-ით) ასე გამოისახება:

$$\text{ქულის } rf = \text{ქულის } f/N$$

მაგალითად, ცხრილიდან N3.2 59-ის შეხვედრის ფარდობითი სიხშირის გამოსათვლელად მისი სიხშირე (ანუ *f*=5) უნდა გავყოთ ქულათა საერთო

რაოდენობაზე (*N*=20) და მივიღებთ .25-ს[1]. გამოცდებთან დაკავშირებული შფოთვის კითხვარში მიღებული ქულების ფარდობითი სიხშირეები მოცემულია ცხრილის N3.2 (დ) სვეტში.

სიხშირეთა განაწილება პროცენტებში

სიხშირის პროცენტი (*%f*) (Relative frequency) – ქულის ფარდობითი სიხშირე გამრავლებული 100-ზე.

სიხშირეთა განაწილება პროცენტებში გამოხატავს ქულის შეხვედრის სიხშირეს მიღებული ქულების საერთო რაოდენობის პროცენტის სახით. ქულის პროცენტებში გამოხატული სიხშირის (აღინიშნება ***%f***-ით) გამოსათვლელად ქულის ფარდობითი სიხშირე მრავლდება 100-ზე ანუ

ქულის *%f* = (ქულის *rf*)x100

ცხრილში N3.2 ქულის სიხშირის პროცენტი მოცემულია (ე) სვეტში. ყურადღება მიაქციეთ, რომ ამ ცხრილის (გ), (დ) და (ე) სვეტებში მოცემულია ერთი და იგივე ინფორმაცია ცხრილში N3.1 წარმოდგენილი ქულების შესახებ. ფარდობითი სიხშირეების ან პროცენტებში გამოხატული სიხშირის სახით სიხშირეების გამოსახვის უპირატესობა ისაა, რომ მათი მნიშვნელობები არ არის დამოკიდებული მიღებული ქულების საერთო რაოდენობაზე. ამრიგად, თუ გვაქვს სტუდენტთა სხვა ჯგუფისგან მიღებული 35 ქულისგან შემდგარი შერჩევა (*N*=35), უფრო მარტივი იქნება სხვადასხვა ზომის ორი შერჩევის სიხშირეთა განაწილების ურთიერთშედარება, როდესაც სიხშირეთა განაწილება წარმოდგენილია ფარდობითი სიხშირეებით ან სიხშირეთა პროცენტების სახით, ვიდრე მხოლოდ მარტივი სიხშირეების სახით წარმოდგენის შემთხვევაში.

ინფორმაციის მიღება სიხშირეთა განაწილებიდან

ცხრილში N3.2 მოცემული მარტივი სიხშირეები, ფარდობითი სიხშირეები ან სიხშირეები პროცენტებში გარკვეულ წარმოდგენას გვიქმნის გამოცდებთან დაკავშირებული შფოთვის კითხვარში მიღებულ ქულებზე, რაც არც ისე ნათლად ჩანს ცხრილში N3.1 მოცემული ნედლი მონაცემებიდან. მაგალითად, თითოეული განაწილების შემთხვევაში შეიძლება შეამჩნიოთ, რომ:

- ყველაზე დაბალი ქულაა 55;
- ყველაზე მაღალი ქულაა 68;
- ყველაზე ხშირად გვხვდება ქულა 59;
- 59-სა და 65-ს შორის მოთავსებულია თხუთმეტი ქულა.

ნათელია, რომ ნედლი მონაცემების წარმოდგენა სიხშირეთა განაწილების სახით აიოლებს ამ მონაცემების მნიშვნელოვანი თვისებების დანახვას.

მაგალითი N3.1

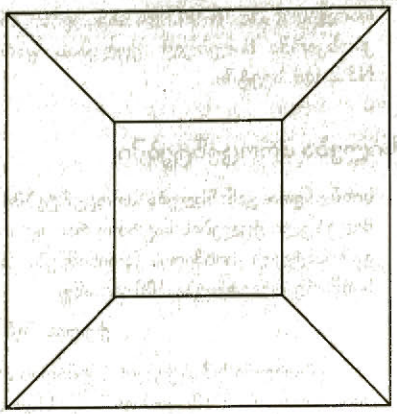


სიხშირეთა განაწილების აგება

ამოცანა

ფსიქოლოგები დაინტერესდნენ ორაზროვანი ფიგურების აღქმით. მათ მიაჩნდათ, რომ ასეთი ფიგურების აღქმის თავისებურებების შესწავლით სამყაროს ჩვეულებრივი აღქმის შესახებ მოიპოვებდნენ ცოდნას. სურათზე N3.1 მოცემული ნახატი, რო-

1 ტექსტში მეათედი წილადები მოცემულია ამერიკის ფსიქოლოგთა ასოციაციის პობლიკაციების სახელმძღვანელოს (*Publication Manual of the American Psychological Association*, 1994) მიხედვით, რაც გულისხმობს, რომ როდესაც წილადი 1-ზე ნაკლებია, მძიმის წინ ნული არ იწერება. ამიტომ ფარდობითი სიხშირეები მოცემულია მძიმის წინ ნულის გარეშე.



სურათი 2.1
მეჩის პირამიდა

მელიც მეჩის პირამიდის (The Mach Pyramid) სახელით არის ცნობილი, ორაზროვანი ფიგურის მაგალითია, ვინაიდან სხვადასხვანაირად არის შესაძლებელი მისი სიღრმეში აღქმა. ის შეიძლება აღვიქვათ როგორც პირამიდა, რომლის მცირე კვადრატი ჩვენ მხარეს არის მოქცეული, ფუძე კი ფურცელზეა განლაგებული; ან როგორც ოთახი, რომელშიც იგივე მცირე კვადრატი ჩვენ პირდაპირ მდებარე, დაშორებულ კედლად აღიქმება. ვთქვათ, გყავდათ 25 ცდის პირი, რომელთაგან თითოეული 1 წუთის განმავლობაში უყურებდა ამ ფიგურას და აფიქსირებდით, რამდენ ხანს შეეძლო თითოეულ მათგანს პირამიდის დანახვა. შედეგად მიიღეთ შემდეგი დროები (1 წამის სიზუსტით):

2, 7, 10, 5, 5, 3, 9, 11, 5, 8, 2, 4, 7, 6, 10, 7, 3, 9, 7, 11, 4, 6, 3, 1 და 8.

ეს ქულები გამოსახეთ მარტივ სიხშირეთა განაწილების, ფარდობით სიხშირეთა განაწილებისა და სიხშირეთა პროცენტებში განაწილების სახით. რა დასკვნებამდე შეიძლება მიხვიდეთ ამ განაწილებებზე დაყრდნობით?

ამოხსნა

ქვემოთ მოცემულ ცხრილში წარმოდგენილია სიხშირეთა დასახელებული განაწილებები.

ქულა	თვლის შედეგი	*f*	*rf*	*%f*
11	//	2	.08	8
10	//	2	.08	8
9	//	2	.08	8
8	//	2	.08	8
7	////	4	.16	16
6	//	2	.08	8
5	///	3	.12	12
4	//	2	.08	8
3	///	3	.12	12
2	//	2	.08	8
1	/	1	.04	4

დასკვნები

ქულები იცვლება 1-დან 11 წამამდე და ყველაზე ხშირად გვხვდება 7 წამი. ყველაზე ხშირად დაფიქსირებული 7 წამის გარდა, ყველა დანარჩენი ქულა დაახლოებით თანაბარი სიხშირით გვხვდება.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა III.1

1. განმარტეთ: სიხშირეთა განაწილება, სიხშირეთა განაწილება პროცენტებში, $\%f$, ნედლი მონაცემები, ნედლი ქულები, ფარდობით სიხშირეთა განაწილება, rf, სიხშირეთა განაწილება დაუჯგუფებელი მონაცემებისთვის.

2. გუდმა და გუდმა (Good & Good, 1973) შექმნეს წარმატების შიშის შეფასების სკალა. ითვლება, რომ ამ სკალაზე მაღალი მაჩვენებლის მქონე ინდივიდები თავს არიდებენ დაწყებულ საქმეებში დიდი წარმატების მიღწევას სხვების არაკეთილგანწყობის გამოწვევის შიშის გამო. წარმატების შიშის სკალაზე მიღებული ქულები შეიძლება იცვლებოდეს 0-დან (რაც მიუთითებს, რომ არ აღინიშნება წარმატების შიში ამ სკალაზე) 29-მდე (რაც მიუთითებს წარმატების მაქსიმალურ შიშზე ამ სკალაზე). დავუშვათ, შეფასების ეს სკალა მიეცით 20 ცდის პირს და მიიღეთ შემდეგი ქულები: 6, 13, 4, 19, 3, 12, 9, 8, 5, 11, 6, 8, 15, 5, 8, 10, 9, 14, 4 და 8.
   ა) ეს ქულები გამოსახეთ მარტივ სიხშირეთა განაწილების, ფარდობით სიხშირეთა განაწილებისა და პროცენტებში გამოხატული სიხშირის სახით.
   ბ) მიღებულ ქულებს შორის რომელია მაქსიმალური და მინიმალური ქულა?
   გ) რომელი ქულა გვხვდება ყველაზე ხშირად?

სიხშირეთა განაწილება დაჯგუფებული მონაცემებისთვის

თუ მიღებულია დიდი რაოდენობით ქულები, ან თუ მონაცემებში ქულათა მნიშვნელობების ფართო დიაპაზონია, ცხრილში N3.2 მოცემული დაუჯგუფებელ სიხშირეთა განაწილება შეიძლება ძალზე გაფანტული გამოვიდეს და ამით გართულდეს მონაცემთა ნათელი სურათის დანახვა. ამ შემთხვევაში სასარგებლოა **დაჯგუფებულ სიხშირეთა განაწილების** გამოყენება, სადაც ქულები დაჯგუფებულია ინტერვალებში. ინტერვალები ლაგდება ყველაზე მაღლიდან ყველაზე დაბლისკენ, ითვლება თითოეული ინტერვალის ქულების სიხშირეები და გამოისახება ცხრილის სახით. დაჯგუფებულ სიხშირეთა განაწილების საილუსტრაციოდ, დავუშვათ, რომ კონსულტანტმა გადაწყვიტა, გაეზომა გამოცდებთან დაკავშირებული შფოთვა 100 სტუდენტისგან შემდგარი შერჩევისთვის, რომელთაც არ მიუმართავთ დახმარებისთვის ამ პრობლემის გამო. მიღებული ქულები მოცემულია ცხრილში N3.3.

დაჯგუფებულ სიხშირეთა განაწილება (Grouped frequency distribution) – განაწილება, სადაც ქულები დაჯგუფებულია ინტერვალებში და თითოეულ მათგანში მოხვედრილი ქულების სიხშირეები გამოისახება ცხრილის სახით.

ცხრილი N3.3.
გამოცდებთან დაკავშირებული შფოთვის კითხვარში 100 სტუდენტისგან შემდგარი შერჩევის მიერ მიღებული ქულები.

42	44	41	36	39	50
28	38	44	34	40	46
37	41	22	48	39	37
45	41	32	43	36	60
58	38	35	46	25	60
41	37	41	43	31	47
39	50	38	42	40	36
52	40	47	28	39	73
40	31	52	41	38	43
34	50	48	38	45	46
25	41	55	41	70	37
43	46	41	65	36	46
49	37	28	42	44	34
45	40	26	46	39	29
48	38	41	34	42	40
42	26	44	38	44	37
44	41	55	40		

დაჯგუფებულ სიხშირეთა განაწილების აგება

ინტერვალი (Class interval) – ინტერვალის სიდიდე, რომელიც გამოიყენება დაჯგუფებულ სიხშირეთა განაწილებაში ნედლი ქულების დასაჯგუფებლად. ინტერვალის სიდიდე აღინიშნება *i*-ით.

დაჯგუფებულ სიხშირეთა განაწილებაში ნედლი ქულები ნაწილდება ინტერვალებში. **ინტერვალი** არის ქულათა დიაპაზონი, რომელშიც ჯგუფდება ნედლი ქულები. ცხრილში N3.3 მოცემული ქულების დაჯგუფებულ სიხშირეთა განაწილება წარმოდგენილია ცხრილში N3.4. ამ შემთხვევაში ინტერვალის ზომა არის 5. დაჯგუფებულ სიხშირეთა ისეთი განაწილების აგებას, როგორიც მოცემულია ცხრილში N3.4, სჭირდება ორი რამ: – (1) გამოყენებულ ინტერვალთა რაოდენობა და (2) ინტერვალის ზომა.

ცხრილი N3.4.

დაჯგუფებულ სიხშირეთა განაწილება ცხრილში N3.3 მოცემული გამოცდებთან დაკავშირებული შფოთვის კითხვარში მიღებული ქულებისთვის.

(ა) ინტერვალი	(ბ) რეალური ზედა და ქვედა საზღვარი	(გ) ინტერვალის შუაწერტილი	(დ) თვლის შედეგი	(ე) *f*	(ვ) *rf*	(ზ) *%f*	(თ) *cf*	(ი) *crf*	(კ) *c%f*
70-74	69.5-75.5	72	//	2	.02	2	100	1.00	100
65-69	64.5-69.5	67	/	1	.01	1	98	.98	98
60-64	59.5-64.5	62	//	2	.02	2	97	.97	97
55-59	54.5-59.5	57	///	3	.03	3	95	.95	95
50-54	49.5-54.5	52	/////	5	.05	5	92	.92	92
45-49	44.5-49.5	47	///////////////	15	.15	15	87	.87	87
40-44	39.5-44.5	42	//////////////////////////////////	33	.33	33	72	.72	72
35-39	34.5-39.5	37	//////////////////////////	24	.24	24	39	.39	39
30-34	29.5-34.5	32	///////	7	.07	7	15	.15	15
25-29	24.5-29.5	27	///////	7	.07	7	8	.08	8
20-24	19.5-24.5	22	/	1	.01	1	1	.01	1

ინტერვალთა რაოდენობა

იმას, თუ რამდენ ინტერვალს გამოვიყენებთ, განაპირობებს ქულათა დიაპაზონი; ჩვეულებისამებრ, გამოიყენება 10-დან 20-მდე ინტერვალი. როგორც წესი, ინტერვალების რაოდენობას ირჩევენ ისე, რომ ინტერვალთა სიდიდე იყოს 1, 2, 3, ან 5-ის ჯერადი. ცხრილში N3.3 მოცემულ ქულათა დიაპაზონია 51 [22-დან (ყველაზე დაბალი ქულა) 73-მდე (ყველაზე მაღალი ქულა)]. ქულათა ასეთი დიაპაზონის შემთხვევაში მონაცემების დასაჯგუფებლად საკმარისი იქნება 10 ინტერვალი.

ინტერვალის ზომა

ინტერვალთა რაოდენობის განსაზღვრის შემდეგ გამოითვლება ინტერვალის ზომა. ამისათვის მაქსიმალური და მინიმალური ქულების სხვაობა იყოფა ინტერვალთა რაოდენობაზე.

X – სიმბოლო, რომელიც ცალკეული, ინდივიდუალური ქულის აღსანიშნად გამოიყენება.

i – ინტერვალის ზომა დაჯგუფებულ სიხშირეთა განაწილებაში.

სტატისტიკაში სიმბოლო *X* ხშირად გამოიყენება ქულის აღსანიშნად. აქედან გამომდინარე, ინტერვალის სიდიდე, რომელიც აღინიშნება *i*-ით, ასე გამოითვლება:

$$i = \frac{X_{\text{მაქსიმალური}} - X_{\text{მინიმალური}}}{\text{ინტერვალთა რაოდენობა}}$$

სადაც $X_{\text{მაქსიმალური}}$ არის ყველაზე მაღალი ქულა, ხოლო $X_{\text{მინიმალური}}$ – ყველაზე დაბალი ქულა განაწილებაში. ცხრილში N3.3 მოცემული მონაცემებისთვის, სადაც გვაქვს 10 ინტერვალი, ხოლო $X_{\text{მაქსიმალური}} = 73$ და $X_{\text{მინიმალური}} = 22$, ინტერვალის სიდიდე ტოლია:

$$i = \frac{73-22}{10} = \frac{51}{10} = 5.10$$

თუ ამ ფორმულაში მნიშვნელობების შეტანის შემდეგ მივიღებთ ათწილადს (როგორც განხილულ მაგალითში – 5.10), ის მრგვალდება ინტერვალთა კლასის უახლოეს რეკომენდებულ სიგრძემდე (ანუ 1, 2, 3, 5 ან 5-ის ჯერადამდე). მაგალითად, ამ შემთხვევაში *i* მრგვალდება 5-მდე. თუ ქულები გამოსახულია 1-ზე ნაკლები ათწილადით, ინტერვალის სიდიდე არ მრგვალდება მთელ რიცხვამდე; ამ დროს გამოიყენება ისეთი ინტერვალები, როგორიცაა 0.3, 0.5, 0.03 ან 0.05.

ინტერვალის აგება

ინტერვალის ასაგებად უნდა სრულდებოდეს ორი ძირითადი პირობა:

- ქვედა ინტერვალი უნდა მოიცავდეს ყველაზე დაბალ ქულას;
- პირველი ინტერვალის ქვედა საზღვარი (ანუ პირველი ინტერვალის ყველაზე დაბალი შესაძლო ქულა) უნაშთოდ უნდა იყოფოდეს ინტერვალის სიგრძეზე.

ცხრილში N3.3 მოცემულ ქულათა შორის ყველაზე დაბალია 22. შესაბამისად, ცხრილის N3.4 (ა) სვეტში ყველაზე დაბალი ინტერვალი იწყება ქვედა საზღვრით 20, რადგან 20 არის პირველი ქულა, რომელიც ნაკლებია 22-ზე და რომელიც უნაშთოდ იყოფა ინტერვალის სიდიდეზე ანუ 5-ზე. შემდეგი ინტერვალია 25-29. დანარჩენი ინტერვალები გამოითვლება მანამ, სანამ არ მივაღწევთ ყველაზე მაღალი ქულას. მოცემულ მაგალითში ეს არის ინტერვალი 70-74.

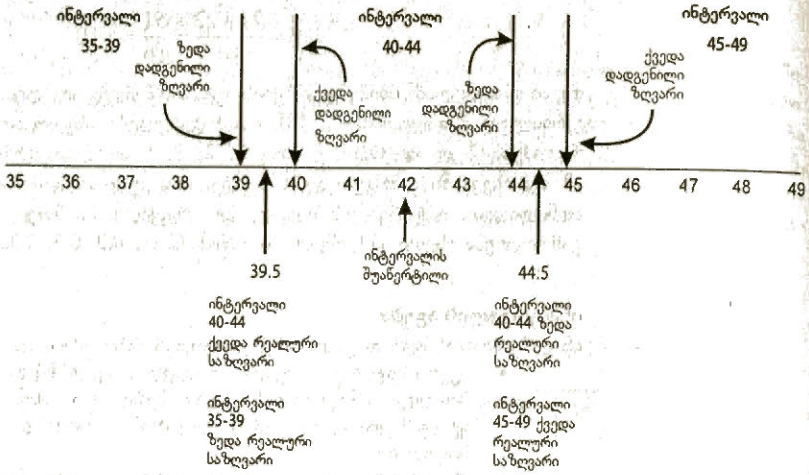
ინტერვალის დადგენილი საზღვარი (Stated limits of a class interval) – მაქსიმალური და მინიმალური ქულები, რომელიც შეიძლება მოხვდეს ამ ინტერვალში.

ინტერვალის დადგენილი და რეალური საზღვრები. ცხრილის N3.4 (ა) სვეტში მოცემულ თითოეულ ინტერვალს აქვს ზედა და ქვედა დადგენილი საზღვარი (რომელსაც *ნომინალურ საზღვარს* ან *ქულის საზღვარსაც* უწოდებენ). **ინტერვალის ზედა და ქვედა საზღვარი** არის მაქსიმალური და მინიმალური ქულები, რომელიც შეიძლება მოხვდეს ამ ინტერვალში. მაგალითად, 40-44 ინტერვალისთვის ქვედა დადგენილი საზღვარია 40, ხოლო ზედა დადგენილი საზღვარი – 44. 40 არის მინიმალური ქულა, ხოლო 44 – მაქსიმალური ქულა, რომელიც შეიძლება შევიდეს ინტერვალში. სურათზე N3-2 წარმოდგენილია 40-44 ინტერვალის დადგენილი ზედა და ქვედა საზღვარი.

რიცხვის რეალური საზღვრები მე-2 თავში განმარტებულია, როგორც რიცხვისა და მის წინა რიცხვის და რიცხვისა და მის მომდევნო რიცხვის შუაწერტილი იმ სკალაზე, რომელსაც ვიყენებთ მოცემული ცვლადის გასაზომად. რეალური საზღვრები დაჯგუფებული სიხშირეების განაწილების ინტერვალებსაც აქვს და ისინი მოიძებნება ისევე, როგორც რიცხვის რეალური საზღვრები. **ინტერვალის ქვედა რეალური საზღვარი** არის ინტერვალის ქვედა დადგენილ საზღვარსა და წინამდებარე ინტერვალის ზედა დადგენილ საზღვარს შორის შუაწერტილი. მაგალითად, ვიპოვოთ ინტერვალის 40-44 (ცხრილიდან N3.4) ქვედა რეალური საზღვარი. ამ ინტერვალის ქვედა მიღებული საზღვარია 40. შემდეგი დაბალი ინტერვალის (ანუ ინტერვალის 35-39) ზედა მიღებული საზღვარია 39. შესაბამისად, ინტერვალის 40-44 ქვედა რეალური საზღვარია 39-სა და 40-ს შორის შუაწერტილი ანუ 39.5. ეს ქვედა რეალური საზღვარიც მოცემულია სურათზე N3.2.

ინტერვალის რეალური საზღვარი (Real limits of a class interval) – ინტერვალის დადგენილ საზღვრებსა და ამ ინტერვალის წინა ან მომდევნო ინტერვალების დადგენილ საზღვრებს შორის შუაწერტილი.

ინტერვალის ზედა რეალური საზღვარი არის ინტერვალის ზედა დადგენილ საზღვარსა და შემდეგი მაღალი ინტერვალის ქვედა დადგენილ საზღვარს შორის შუაწერტილი. ინტერვალის 40-44 ზედა რეალური საზღვარი მიიღება შემდეგი ინტერვალის 40-44 ზედა დადგენილ საზღვარსა (ანუ 44) და შემდეგი მაღალი ინტერვალის 45-49 ქვედა დადგენილ საზღვარს შორის შუაწერტილის პოვნით. ამ ინტერვალის ქვედა დადგენილი საზღვარია 45. ამრიგად, ინტერვალის 40-44 ზედა რეალური საზღვარია შუაწერტილი 44-სა და 45-ს შორის ანუ 44.5. ეს ზედა რეალური საზღვარიც ნაჩვენებია სურათზე N3.2. ყურადღება მიაქციეთ, რომ ინტერვალის 40-44 ზედა რეალური საზღვარი შემდეგი 45-49 ინტერვალის ქვედა რეალური საზღვარიცაა. ინტერვალის ზედა და ქვედა რეალური საზღვრები წარმოდგენილია ცხრილის N3.4 (ბ) სვეტში.



სურათი N3.2. ქვედა და ზედა დადგენილი საზღვრების, ქვედა და ზედა რეალური საზღვრებისა და დაჯგუფებული სიხშირეების განაწილების ინტერვალის შუაწერტილის ილუსტრაცია

ინტერვალის შუაწერტილი (Midpoint of a class interval) – ინტერვალის რეალურ საზღვრებს შორის შუაწერტილი

ინტერვალის შუაწერტილი. თითოეულ ინტერვალს შუაწერტილიც აქვს. **ინტერვალის შუაწერტილი** არის ინტერვალის რეალურ საზღვრებს შორის შუაწერტილი. 40-44 ინტერვალის შუაწერტილი არის 42, რადგან 42 არის 39.5-სა და 44.5-ს შორის შუაწერტილი. ინტერვალის შუაწერტილის პოვნა შესაძლებელია ინტერვალის რეალური საზღვრების მნიშვნელობათა ჯამის 2-ზე გაყოფით. 40-44 ინტერვალის შუაწერტილი გამოითვლება შემდეგნაირად:

$$\frac{39.5+44.5}{2}=\frac{84}{2}=42$$

თითოეული ინტერვალის შუაწერტილი წარმოდგენილია N3.4 ცხრილის (გ) სვეტში. მიუხედავად იმისა, რომ ამ ცხრილში ერთად არის მოცემული ინტერვალის ზედა და ქვედა რეალური საზღვრები და შუაწერტილი, დაჯგუფებულ სიხშირეთა განაწილება ხშირად მხოლოდ (ა) სვეტში მოცემული ინტერვალებით არის ხოლმე წარმოდგენილი.

დაჯგუფებულ მარტივ სიხშირეთა განაწილება

დაჯგუფებულ მარტივ სიხშირეთა განაწილება მიიღება იმ ინტერვალში ქულების დათვლის შედეგად, რომელშიც ეს ქულები ხვდება (იხ. ცხრილი N3.4, (დ) სვეტი). მაგალითად, ქულა 35 დათვლილია ინტერვალში 35-39, ქულა 52 – ინტერვალში 50-54. მოცემული ინტერვალის მარტივი სიხშირის (*f*) მისაღებად ჯამდება დათვლის შედეგები ინტერვალში.

დაჯგუფებულ ფარდობით სიხშირეთა განაწილება და სიხშირეთა განაწილება პროცენტებში

დაჯგუფებულ სიხშირეთა განაწილებისთვის შესაძლებელია ფარდობით სიხშირეთა განაწილებისა და პროცენტებში სიხშირეთა განაწილების მიღებაც, რაც ისევე ხორციელდება, როგორც დაუჯგუფებელ სიხშირეთა განაწილების შემთხვევაში.

დაჯგუფებულ ფარდობით სიხშირეთა განაწილება (Grouped relative frequancy distribution) – დაჯგუფებულ სიხშირეთა განაწილება, სადაც ინტერვალში ქულათა სიხშირე შეფარდებულია განაწილებაში ქულათა საერთო რაოდენობასთან.

დაჯგუფებულ ფარდობით სიხშირეთა განაწილება. დაჯგუფებულ ფარდობით სიხშირეთა განაწილების გამოსათვლელად ინტერვალში ქულათა რაოდენობა იყოფა ქულათა საერთო რაოდენობაზე განაწილებაში. ამგვარად,

$$\text{ინტერვალში ქულათა } rf = \frac{\text{ინტერვალში ქულათა } f}{N}$$

გამოცდებთან დაკავშირებულ შფოთვის კითხვარში მიღებული ქულების დაჯგუფებულ ფარდობით სიხშირეთა განაწილება მოცემულია ცხრილის N3.4 (ვ) სვეტში.

დაჯგუფებულ სიხშირეთა განაწილება პროცენტებში (Grouped percentage frecuancy distribution) – დაჯგუფებულ სიხშირეთა განაწილება მიიღება ქულათა ფარდობითი სიხშირის 100-ზე გამრავლებით.

დაჯგუფებულ სიხშირეთა განაწილება პროცენტებში. დაჯგუფებულ სიხშირეთა განაწილება პროცენტებში მიიღება ფორმულით

$$\text{ინტერვალში ქულათა } \%f = \frac{\text{ინტერვალში ქულათა } f}{N} \times 100$$

გამოცდებთან დაკავშირებულ შფოთვის კითხვარში მიღებული ქულების დაჯგუბებულ სიხშირეთა განაწილება პროცენტებში მოცემულია ცხრილის N3.4 (ზ) სვეტში.

დაგროვილ სიხშირეთა განაწილება

დაგროვილი ინტერვალური სიხშირე. ყველა განხილული განაწილება – მარტივი სიხშირე, ფარდობითი სიხშირე და სიხშირე პროცენტებში – დაგროვილ სიხშირეთა სახითაც შეიძლება წარმოვადგინოთ. **ქულის დაგროვილი სიხშირე** (აღინიშნება *cf*-ით ან *cum f*-ით) არის ამ ქულის შეხვედრის სიხშირეს დამატებული ყველა უფრო ნაკლები ქულის სიხშირეთა ჯამი. **დაგროვილი ინტერვალური სიხშირე** არის ამ ინტერვალში ქულების შეხვედრის რაოდენობას დამატებული ყველა უფრო დაბალ ინტერვალში ქულების სიხშირეთა ჯამი. მაგალითად, 30-34 ინტერვალის (იხ. ცხრილი N3.4) დაგროვილი სიხშირე არის 15, რადგან მთლიანობაში 15 ქულა გვხვდება ინტერვალში 20-24 (1 ქულა), ინტერვალში 25-29 (7 ქულა) და ინტერვალში 30-34 (7 ქულა). თითოეული დაგროვილი ინტერვალური სიხშირე მოცემულია ცხრილის N3.4 (თ) სვეტში.

ქულის დაგროვილი სიხშირე (Cumulative frecuency of a score) – ქულის შეხვედრის სიხშირეს დამატებული ყველა უფრო ნაკლები ქულის სიხშირეთა ჯამი.

დაგროვილი ინტერვალური სიხშირე (Cumulative frecuency of a class interval) – ინტერვალში ქულების შეხვედრის რაოდენობას დამატებული ყველა უფრო დაბალ ინტერვალში ქულების სიხშირეთა ჯამი.

დაგროვილი ინტერვალური ფარდობითი სიხშირე (Cumulative grouped relative frecuency of a class interval) – ინტერვალში ქულების ფარდობით სიხშირეს დამატებული ყველა უფრო დაბალ ინტერვალში ქულათა ფარდობით სიხშირეთა ჯამი.

დაგროვილი ინტერვალური სიხშირის განაწილება პროცენტებში (Cumulative grouped percentage frecuency of a class interval) – ინტერვალში ქულების სიხშირეს პროცენტებში დამატებული ყველა უფრო დაბალ ინტერვალში ქულათა სიხშირეთა ჯამი პროცენტებში.

დაგროვილი ინტერვალური ფარდობითი სიხშირეთა განაწილება და სიხშირის განაწილება პროცენტებში. ფარდობითი სიხშირეები და სიხშირეები პროცენტებში შეიძლება წარმოდგენილ იქნეს დაგროვილი სიხშირეების სახითაც. **ინტერვალის დაგროეილი ინტერვალური ფარდობითი სიხშირე** (აღინიშნება *crf*-ით ან *cum rf*-ით) არის ინტერვალში ქულების ფარდობით სიხშირეს დამატებული ყველა უფრო დაბალ ინტერვალში ქულათა ფარდობით სიხშირეთა ჯამი.

პროცენტებში გამოხატული დაგროვილი ინტერვალური სიხშირის განაწილება (აღინიშნება *c%f*-ით ან *cum %f*-ით) არის ინტერვალში ქულების პროცენტებში გამოხატულ სიხშირეს დამატებული ყველა უფრო დაბალ ინტერვალში პროცენტებში გამოხატულ ქულათა სიხშირეთა ჯამი. დაგროვილი ინტერვალური ფარდობითი სიხშირეები და სიხშირეები პროცენტებში თითოეული ინტერვალისთვისA მოცემულია ცხრილის N3.4 (ი) და (კ) სვეტებში, შესაბამისად.

ინფორმაციის მიღება დაჯგუფებულ სიხშირეთა განაწილებიდან

ცხრილში N3.4 მოცემული დაჯგუფებულ სიხშირეთა სხვადასხვა განაწილება გვიჩვენებს, რომ ქულათა უმრავლესობა მოთავსებულია 30-სა და 54-ს შორის. გარდა ამისა, განაწილებები გვიჩვენებს, რომ შფოთვის ქულათა დაახლოებით ერთი მესამედი (100-დან 33) მოთავსებულია ინტერვალში 40-44, თუმცა, ამ ცხრილში არ ჩანს ქულათა ზუსტი რიცხვითი მნიშვნელობები. ჩვენ ვერ დავასახელებთ კონკრეტულ მაქსიმალურ ან მინიმალურ, ანდა ყველაზე ხშირ ქულას, მაგრამ ინფორმაციის ეს დანაკარგი იმ სიმარტივის საზღაურია, რომლითაც შეგვიძლია განაწილების მთლიანი, ზოგადი ფორმის აღქმა.

პროცენტილი და პროცენტული რანგები

პროცენტილი (Percentile) – ქულა, რომელზეც ქულათა გარკვეული პროცენტი განაწილებაში ტოლია ან ნაკლებია ამ ქულაზე.

ქულის პროცენტული რანგი (Percentile rank of a score) – იმ ქულათა პროცენტი განაწილებაში, რომლებიც ტოლია ან ნაკლები ამ ქულაზე.

დაგრუპებულ სიხშირეთა განაწილებები ხშირად გამოიყენება პროცენტილებისა და პროცენტილური რანგების გამოსათვლელად. **პროცენტილი** არის ქულა, რომელზეც ქულათა გარკვეული პროცენტი განაწილებაში ტოლია ან ნაკლებია ამ ქულაზე. მაგალითად, თუ 35-ე პროცენტილი გამოცდაზე არის 70, გამოცდაზე მიღებულ ქულათა 35% ტოლია ან ნაკლებია 70-ზე. **ქულის პროცენტული რანგი** გვიჩვენებს განაწილებაში იმ ქულათა პროცენტს, რომლებიც ტოლია ან ნაკლებია ამ ქულაზე. ამრიგად, განხილულ მაგალითში ტესტში მიღებული 70 ქულის პროცენტული რანგი არის 35. ქულათა 35% ტოლია ან ნაკლებია 70-ზე.

ქულის პროცენტილის ან პროცენტული რანგის გამოთვლით ვიღებთ ინფორმაციას განაწილებაში სხვა ქულების მიმართ ამ ქულის ადგილმდებარეობის შესახებ. დავუშვათ, თქვენ იმ 100 სტუდენტთა შორის ხართ, ვინც შეავსო გამოცდებთან დაკავშირებული შფოთვის კითხვარი და თქვენი ქულაა 41. ეს 41 ქულა მაღალია თუ დაბალი სხვა სტუდენტების ქულებთან შედარებით? თუ თქვენ გეტყვიან, რომ 41 არის 49-ე პროცენტილი, ან 41 ქულის პროცენტული რანგია 49, თქვენ გეცოდინებათ, რომ ქულათა 49% ტოლია ან ნაკლებია 41-ზე.

ქულის პროცენტული რანგის პოვნა

დავუშვათ, გვსურს გამოვთვალოთ ცხრილში N3.4 მოცემული განაწილებიდან 41 ქულის პროცენტული რანგი. ეს ქულა შედის ინტერვალში 40-44. ამ ინტერვალის ქვედა რეალურ საზღვრამდე ყველა ქულის დაგროვილი სიხშირე პროცენტებში არის 39 (იხ. სვეტი (კ) ანუ *c%f*), ხოლო ამ ინტერვალის ზედა რეალურ საზღვრამდე ქულათა დაგროვილი სიხშირე პროცენტებში – 72 (იხ. (კ) სვეტი). ამრიგად, 41-ის პროცენტული რანგი იქნება 39-სა და 72-ს შორის. ზუსტი პროცენტული რანგის გამოსათვლელად უნდა მოვახდინოთ 41-ის ინტერპოლირება 40-44 ინტერვალში. ქვემოთ მოცემულია ფორმულა, რომლითაც ხდება ინტერპოლირება და გამოითვლება ქულის პროცენტილური რანგი:

$$\text{პროცენტული რანგი} = P_X = \frac{cf_L + [(X - X_L)/i]f_i}{N} \times 100,$$

სადაც: P_X X ქულის პროცენტული რანგია;

cf_L – X-ის შემცველი ინტერვალის ქვედა რეალურ საზღვრამდე ქულების დაგროვილი სიხშირე;

X — ქულა, რომლისთვისაც გამოითვლება პროცენტული რანგი;

X_L – X-ის შემცველი ინტერვალის ქვედა რეალური საზღვარი;

i — ინტერვალის სიდიდე;

f_i – X-ის შემცველი ინტერვალის ქულათა სიხშირე;

N – ქულათა საერთო რაოდენობა განაწილებაში.

ცხრილში N3.4 მოცემული 41 ქულისთვის ეს მნიშვნელობები იქნება:

$P_X = P_{41}$

$cf_L = 39$ (იხ. ცხრილი N3.4, (თ) სვეტი);

$X = 41$.

$X_L = 39.5$ (იხ. ცხრილი N3.4, (ბ) სვეტი);

$i = 5$.

$f_i = 33$ (იხ. ცხრილი N3.4, (ე) სვეტი);

$N = 100$.

თუ ამ მნიშვნელობებს ჩავსვამთ ფორმულაში, მივიღებთ:

$$P_{41} = \frac{39 + [(41 - 39.5)/5]33}{100} \times 100$$
$$= \frac{39 + [(1.5/5)(33)]}{100} \times 100$$
$$= \frac{39 + [(.3)(33)]}{100} \times 100$$
$$= \frac{39 + 9.9}{100} \times 100$$
$$= \frac{48.9}{100} \times 100$$
$$= 48.9.$$

პროცენტული რანგი, როგორც წესი, მრგვალდება მთელ რიცხვამდე, ამიტომ

$$P_{41} = 49$$

41 ქულის პროცენტული რანგი არის 49, ანუ ცხრილში N3.4 ქულათა 49% ტოლია ან ნაკლები 41-ზე. ეს ფორმულა დაუჯგუფებელ სიხშირეთა განაწილებისთვისაც შეიძლება გამოვიყენოთ. ამ შემთხვევაში $i = 1$.

განაწილების პროცენტილის პოვნა

შემდეგი ამოცანაა მოცემული პროცენტის შესაბამისი ქულის პოვნა. მაგალითად, დავუშვათ, გვსურს ცხრილში N3.4 წარმოდგენილი განაწილების 49-ე პროცენტილის პოვნა. ყურადღება მიაქციეთ, რომ ეს პროცენტილი არის ქულა, რომელიც შედის ინტერვალში 40-44. ქულათა 39% ხედება ამ ინტერვალის ქვედა რეალურ საზღვარს ქვემოთ, ხოლო ქულათა 72% – ზედა რეალურ საზღვარს ქვემოთ. იმ კონკრეტული ქულის საპოვნელად, რომელიც არის 49-ე პროცენტილი, უნდა მოეახდინოთ ინტერპოლირება. ქვემოთ მოცემულია ფორმულა, რომლითაც ხდება ინტერპოლირება და პროცენტილის გამოთვლა:

$$\text{პროცენტილი} = X_P = X_L + \left(\frac{PN - cf_L}{f_i} \right) i$$

სადაც X_P კონკრეტული პროცენტილის ტოლი ქულაა (ანუ ქულა, რომლის პოვნაც გვსურს);

X_L – კონკრეტული პროცენტილის შემცველი ინტერვალის ქვედა რეალური საზღვარი;

P –0-დან 1.00-მდე წილადის სახით მოყვანილი საჭირო პროცენტი;

N – ქულათა საერთო რაოდენობა განაწილებაში;

cf_L – X_P-ის შემცველი ინტერვალის ქვედა რეალურ საზღვრამდე ქულების დაგროვილი სიხშირე;

f_i – X_P-ის შემცველი ინტერვალში ქულათა სიხშირე;

i – ინტერვალის სიდიდე.

49-ე პროცენტილისთვის ეს მნიშვნელობები იქნება:

$X_P = X_{49}$

$X_L = 39.5$ (იხ. ცხრილი N3.4, (ბ) სვეტი);

$P = 49$;

$N = 100$;

$cf_L = 39$ (იხ. ცხრილი N3.4, (თ) სვეტი);

$f_i = 33$ (იხ. ცხრილი N3.4, (ე) სვეტი);

$i = 5$.

თუ ამ მნიშვნელობებს ჩავსვამთ ფორმულაში, მივიღებთ:

$$X_{49} = 39.5 + \left(\frac{.49(100) - 39}{33}\right)5$$
$$= 39.5 + \left(\frac{49 - 39}{33}\right)5$$
$$= 39.5 + \left(\frac{10}{33}\right)5$$
$$= 39.5 + 1.52$$
$$= 41.02.$$

როდესაც ამ მნიშვნელობას მთელ რიცხვამდე დაეამრგვალებთ, მივიღებთ: X_{49}= 41. 49-ე პროცენტილი არის 41 ქულა. განაწილებაში ქულათა 49% ტოლია ან ნაკლები 41-ზე. ეს ფორმულა დაუჯგუფებელ სიხშირეთა განაწილებისთვისაც შეიძლება გამოვიყენოთ; ამ შემთხვევაში i = 1.

მაგალითი N3-2



დაჯგუფებულ სიხშირეთა განაწილება

ამოცანა

დავუშვათ, ვიკვლიეთ N3-1 მაგალითში განხილული ორაზროვანი ნახატების აღქმის პრობლემა და გავზომეთ დროის ხანგრძლივობა, რომლის მანძილზეც ცდის პირებს შეეძლოთ პირამიდის დანახვა მეჩის პირამიდაში. გვყავდა 50 ცდის პირი და მიეიღეთ შემდეგი მონაცემები (წამის საზუსტით): 18, 2, 7, 23, 16, 10, 5, 30, 5, 15, 17, 3, 31, 9, 11, 13, 5, 13, 8, 19, 16, 2, 14, 4, 7, 7, 6, 2, 10, 6, 7, 24, 3, 8, 9, 7, 19, 7, 11, 9, 4, 7, 6, 1, 3, 10, 1, 26, 8 და 5.

ა) ამ ქულებისთვის ააგეთ დაჯგუფებულ სიხშირეთა შემდეგი განაწილებები: მარტივ სიხშირეთა განაწილება, ფარდობით სიხშირეთა განაწილება, სიხშირეთა განაწილება პროცენტებში, დაგროვილი ინტერვალური სიხშირე, დაგროვილი ფარდობითი სიხშირე და დაგროვილ სიხშირეთა განაწილება პროცენტებში. განსაზღვრეთ ინტერვალების ქვედა და ზედა რეალური საზღვრები და თითოეული ინტერვალის შუაწერტილები.

ბ) რა დასკვნების გაკეთება შეგიძლიათ ამ მონაცემების შესახებ ამ განაწილებებზე დაყრდნობით?

გ) იპოვეთ 16 წამის პროცენტული რანგი.

დ) ამ განაწილებაში რომელია 25-ე პროცენტილი?

ამოხსნა

ა) საჭიროა ინტერვალთა რაოდენობის განსაზღვრა, ინტერვალთა სიდიდის გამოთვლა და შემდეგ დაჯგუფებულ სიხშირეთა განაწილების აგება ამ ინტერვალების გამოყენებით.

ინტერვალთა რაოდენობა: ქულათა დიაპაზონია 1-დან 31 წამამდე ანუ 30 წამი. მონაცემების დასაჯგუფებლად საკმარისი იქნება 10 ინტერვალი.

ინტერვალის სიდიდე: i= (31-1)/10=3.0.

განაწილების აგება: მიღებულ ქულათა შორის ყველაზე დაბალი ქულაა 1 წამი, ინტერვალის სიდიდე – 3 წამი. ამიტომ პირველი ინტერვალი იქნება 0-2. ეს ინტერვალი შეიცავს ყველაზე დაბალ ქულას და მისი ქვედა დადგენილი საზღვარი

(ანუ 0) უნაშთოდ იყოფა ინტერვალის სიდიდეზე (ანუ 3-ზე). დაჯგუფებულ სიხშირეთა ინტერვალები წარმოდგენილია ქვემოთ მოცემული ცხრილის (ა) სვეტში. თითოეული ინტერვალის ზედა და ქვედა საზღვრები მიღებულია მომიჯნავე ინტერვალებს შორის შუაწერტილების პოვნის შედეგად. მაგალითად, ზედა და ქვედა რეალური საზღვრები ინტერვალისთვის 24-26 არის შუაწერტილი 23-სა და 24-ს (ქვედა რეალური საზღვარი) შორის და შუაწერტილი 26-სა და 27-ს (ზედა რეალური საზღვარი) შორის, შესაბამისად. ცხრილის (ბ) სვეტში მოცემულია თითოეული ინტერვალის რეალური საზღვრები, (გ) სვეტში – თითოეული ინტერვალის შუაწერტილები, (დ) სვეტში – ქულების თვლის შედეგი, ხოლო (ე), (ვ), (ზ), (თ), (ი) და (კ) სვეტებში – დაჯგუფებულ სიხშირეთა განაწილებები.

(ა)	(ბ)	(გ)	(დ)	(ე)	(ვ)	(ზ)	(თ)	(ი)	(კ)
ინტერვალი	რეალური ზედა და ქვედა საზღვარი	ინტერვალის შუაწერტილი	თვლის შედეგი	*f*	*rf*	*%f*	*cf*	*crf*	*c%f*
30-32	29.5-32.5	31	//	2	.04	4	50	1.00	100
27-29	26.5-29.5	28		0	.00	0	48	.96	96
24-26	23.5-26.5	25	//	2	.04	4	48	.96	9
21-23	20.5-23.5	22	/	1	.02	2	46	.92	92
18-20	17.5-20.5	19	///	3	.06	6	45	.90	90
15-17	14.5-17.5	16	////	4	.08	8	42	.84	84
12-14	11.5-14.5	13	///	3	.06	6	38	.76	76
9-11	8.5-11.5	10	////////	8	.16	16	35	.70	70
6-8	5.5-8.5	7	//////////////	13	.26	26	27	.54	54
3-5	2.5-5.5	4	/////////	9	.18	18	14	.28	28
0-2	-0.5-2.5	1	/////	5	.10	10	5	.10	10

ბ) დასკვნები: მარტივი სიხშირეებიდან (სვეტი (ე)), ფარდობითი სიხშირეებიდან (სვეტი (ვ)) ანდა სიხშირეებიდან პროცენტებში (სვეტი (ზ)) ვხედავთ, რომ ქულები ყველაზე ხშირად გვხვდება ინტერვალში 6-8. დაგროვილ სიხშირეთა განაწილება გვიჩვენებს, რომ 0.70 ანუ ქულათა 70% არის 11 წამი ან მასზე ნაკლები.

გ) ქულის პროცენტული რანგი გამოითვლება ფორმულით

$$P_X = \frac{cf_L + [(X - X_L)/i]f_i}{N} \times 100$$

16 წამის პროცენტული რანგის გამოსათვლელად საჭირო მნიშვნელობებია:

$$P_X = P_{16};$$
$$cf_L = 38;$$
$$X = 16;$$
$$X_L = 14.5;$$
$$i = 3;$$
$$f_i = 4;$$
$$N = 50.$$

ჩავსვათ ეს მნიშვნელობები ფორმულაში. მივიღებთ:

$$P_{16} = \frac{38 + [(16 - 14.5)/3]4}{50} \times 100$$
$$= \frac{38 + [1.5/3]4}{50} \times 100$$
$$= \frac{38 + (.5)4}{50} \times 100$$
$$= \frac{38 + 2}{50} \times 100$$
$$= \frac{40}{50} \times 100$$
$$= .80 \times 100 = 80.$$

16 წამის პროცენტული რანგი არის 80. ეს ნიშნავს, რომ დროის მიღებული ხანგრძლივობების 80% არის 16 წამი ან 16 წამზე ნაკლები.

დ) 25-ე პროცენტილი გამოითვლება ფორმულით

$$X_P = X_L + \left(\frac{P(N) - cf_L}{f_i} \right) i$$

25-ე პროცენტილისთვის ეს მნიშვნელობები იქნება:

$X_P = X_{25}$
$X_L = 2.5$
$P = .25$
$N = 50$
$cf_L = 5$
$f_i = 9$
$i = 3$

ჩავსვათ ეს მნიშვნელობები ფორმულაში. მივიღებთ:

$$X_{16} = 2.5 + \left(\frac{.25(50) - 5}{9} \right) 3$$
$$= 2.5 + \left(\frac{12.5 - 5}{9} \right) 3$$
$$= 2.5 + \left(\frac{7.5}{9} \right) 3$$
$$= 2.5 + 2.5$$
$$= 5.0.$$

25-ე პროცენტილია ქულა 5.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა III.2

1. განმარტეთ: ინტერვალი, ინტერვალის დაგროვილი სიხშირე, ქულის დაგროვილი სიხშირე, ინტერვალის დაგროვილი სიხშირე პროცენტებში, ინტერვალის დაგროვილი ფარდობითი სიხშირე, *cf*, *c%f*, *crf*, *cum f*, *cum %f*, *cum rf*, დაგროვილ სიხშირეთა განაწილება, ინტერვალის ქვედა რეალური საზღვარი, ინტერვალის ქვედა დადგენილი საზღვარი, ინტერვალის შუაწერტილი, პროცენტილი, პროცენტული რანგი, ინტერვალის ზედა რეალური საზღვარი, ინტერვალის ზედა დადგენილი საზღვარი.

2. დაჯგუფებულ სიხშირეთა განაწილების აგებისას რა რაოდენობის ინტერვალების გამოყენებაა რეკომენდებული?

3. განაწილებაში მაქსიმალური ქულაა 8 და მინიმალური – 14. თქვენ აპირებთ დაჯგუფებულ სიხშირეთა განაწილების აგებას 15 ინტერვალით. რა სიგრძის იქნება თქვენი ინტერვალი?

4. განაწილებაში ყველაზე დიდი ქულაა 95 და ყველაზე მცირე – 62. თქვენ გსურთ, რომ გქონდეთ ინტერვალი სიდიდით 3. რამდენი ინტერვალი გექნებათ?

5. რა ორი ძირითადი პირობა უნდა სრულდებოდეს დაჯგუფებულ სიხშირეთა განაწილების აგებისას?

6. დაჯგუფებულ სიხშირეთა განაწილების ინტერვალებია 120-122, 123-125, 126-128, 129-131 და 132-134.
   ა) იპოვეთ 123-125 ინტერვალის ქვედა და ზედა დადგენილი საზღვრები;
   ბ) იპოვეთ 129-131 ინტერვალის ქვედა და ზედა დადგენილი საზღვრები;
   გ) იპოვეთ 123-125 ინტერვალის ქვედა და ზედა რეალური საზღვრები;
   დ) იპოვეთ 129-131 ინტერვალის ქვედა და ზედა რეალური საზღვრები;
   ე) იპოვეთ 120-122 ინტერვალის შუაწერტილი;
   ვ) რას უდრის *i* ამ განაწილებისთვის?

7. მტაცებლის მიახლოებისას ტომპსონის ქურციკები ხტიან ისე, რომ ოთხივე ფეხს ერთდროულად აშორებენ მიწას. ეს ქცევა, რომელსაც მაღალი ნახტომი ეწოდება, როგორც ჩანს, მნიშვნელოვანია ქურციკისთვის, რადგან ის საშუალებას აძლევს მას, თავი აარიდოს მტაცებელთან შეტაკებას. ამ ნახტომის შესწავლის მიზნით კარომ (Caro, 1986) ბუნებრივი დაკვირვება გამოიყენა. ის იკვლევდა ქურციკებს სერენგეტის ეროვნული პარკში, ტანზანიაში. ერთ-ერთი მაჩვენებელი იყო ქურციკსა და მტაცებელს (მაგალითად, გეპარდს) შორის მანძილი, როდესაც ქურციკი პირველ მაღალ ნახტომს ახორციელებდა. ვთქვათ, აღინუსხა გეპარდის ქურციკთან მიახლოების 50 შემთხვევა და დაფიქსირდა შემდეგი მანძილები (მეტრებში) ქურციკსა და გეპარდს შორის პირველი მაღალი ნახტომის განხორციელებამდე: 47, 61, 72, 63, 56, 54, 67, 75, 91, 72, 83, 140, 31, 37, 25, 38, 57, 62, 49, 205, 66, 39, 43, 81, 66, 72, 42, 29, 190, 64, 76, 54, 38, 67, 61, 33, 48, 55, 59, 68, 18, 49, 37, 83, 70, 154, 91, 50, 58 და 66.
   ა) ამ ქულებისთვის ააგეთ შემდეგი დაჯგუფებული განაწილებები: მარტივ სიხშირეთა განაწილება, ფარდობით სიხშირეთა განაწილება, სიხშირეთა განაწილება პროცენტებში, დაგროვილ მარტივ სიხშირეთა განაწილება, დაგროვილ სიხშირეთა ფარდობითი განაწილება და დაგროვილ სიხშირეთა განაწილება პროცენტებში. იპოვეთ ინტერვალთა ქვედა და ზედა რეალური საზღვრები და თითოეული ინტერვალის შუაწერტილი. გამოიყენეთ 20 ინტერვალი.
   ბ) რა დასკვნების გაკეთება შეგიძლიათ ქურციკის მაღალი ნახტომის სიგრძის შესახებ დაჯგუფებულ სიხშირეთა განაწილებებში მოცემულ ინფორმაციაზე დაყრდნობით?
   გ) იპოვეთ 68-მეტრიანი მანძილის პროცენტული რანგი.
   დ) ამ განაწილებაში რომელია 50-ე პროცენტილი?

სიხშირეთა განაწილების გრაფიკულად გამოსახვა

სიხშირეთა განაწილება იძლევა მონაცემების სისტემატური გზით აღქმის საშუალებას. მონაცემების უკეთ აღსაქმელად სიხშირეთა განაწილებით მოცემული ინფორმაცია ხშირად გამოისახება ისეთი გრაფიკების სახით, როგორიცაა ჰისტოგრამა, სიხშირეთა პოლიგონი ან ფოთლებიანი ღეროების დიაგრამა. თავდაპირველად გავეცნოთ გრაფიკების აგების ზოგად წესებს.

- გრაფიკის ორი ღერძი ერთმანეთის მიმართ მართი (90°-იანი) კუთხით არის განლაგებული. ჰორიზონტალურ ღერძს ეწოდება *x ღერძი* ანუ *აბსცისა*,

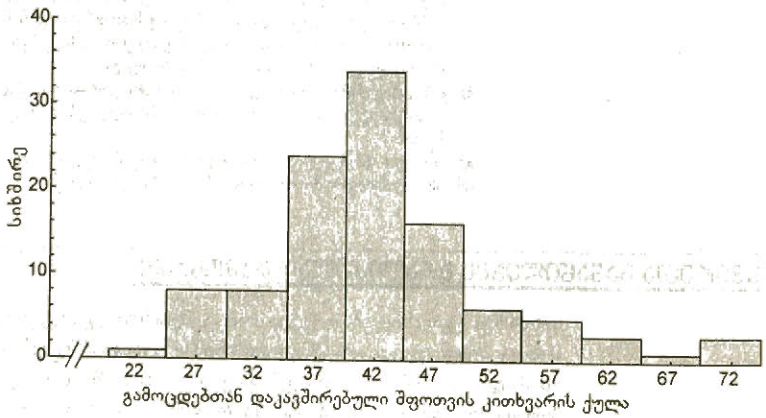
ვერტიკალურს კი – *y ღერძი* ანუ *ორდინატა*.

- შესაძლო ქულები ან დაჯგუფებულ სიხშირეთა შესაძლო ქულების ინტერვალები მოთავსებულია *x* ღერძის გასწვრივ. სიხშირის საზომი (მაგალითად, მარტივი სიხშირე, ფარდობითი სიხშირე, სიხშირე პროცენტებში, დაგროვილი სიხშირე და ა.შ.) მოთავსებულია *y* ღერძზე.
- თითოეულ ღერძს ერქმევა ისეთი სახელი, რომ მკითხველი მიხვდეს, თუ რა ინფორმაციაა მოცემული გრაფიკზე.
- თითოეული ღერძის საწყისი წერტილი, ჩვეულებისამებრ, არის ნული. თუ სკალის ნაწილი საწყის ნულოვან წერტილსა და პირველ მოცემულ ქულას ან ქულის სიხშირეს შორის ცარიელია ღერძის მარცხენა მხარეს, ღერძზე მოცემულია ამის მანიშნებელი ნიშანი -/ /-.
- *y* ღერძის სკალა ისე უნდა იქნეს შერჩეული, რომ მასზე გადაზომილი სიხშირის მაქსიმალური სიმაღლე *x* ღერძის დაახლოებით 2/3-დან 3/4-მდე სიგანეს შეადგენდეს.

ჰისტოგრამა

ჰისტოგრამა (Histogram) – სვეტებიანი გრაფიკის ნაირსახეობა, სადაც ინტერვალებში ქულათა შეხვედრის სიხშირე გამოსახულია სვეტის სიმაღლით, თითოეული ინტერვალის სიგრძე კი – აბსცისაზე სვეტის სიგანით.

ჰისტოგრამაში ვერტიკალური სვეტების სიმაღლე გამოიყენება ინტერვალში ქულის შეხვედრის სიხშირის საჩვენებლად. თითოეული ინტერვალის სიდიდე წარმოდგენილია აბსცისაზე სვეტის სიგანით. ჰისტოგრამებს, ჩვეულებრივ, მხოლოდ დაჯგუფებული სიხშირეებისთვის აგებენ, სიხშირის საზომად კი იყენებენ მარტივ ინტერვალურ სიხშირეს ან ფარდობით ინტერვალურ სიხშირეს (იხ. ცხრილი N3.4, (ე) და (ვ) სვეტები, შესაბამისად). გამოცდებთან დაკავშირებული შფოთვის კითხვარში მიღებული ქულების დაჯგუფებულ მარტივ სიხშირეთა ჰისტოგრამა მოცემულია სურათზე N3.3. როგორც წესი, აბსცისაზე ქულები მიეთითება თითოეული ინტერვალის შუაწერტილების რიცხვითი მნიშვნელობებით, როგორც ეს ნაჩვენებია სურათებზე N3.3 და N3.5. ქულათა მოხვედრის სიხშირე გამოსახულია ორდინატაზე და თითოეული სვეტის სიმაღლე შეესაბამება იმ ინტერვალთა სიხშირეს, რომელსაც ის წარმოადგენს.

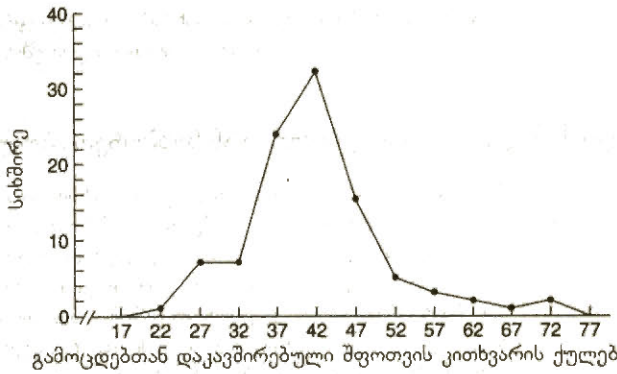


სურათი N 3.3. მარტივ სიხშირეთა ჰისტოგრამა გამოცდებთან დაკავშირებული შფოთვის კითხვარის ქულებისთვის (ცხრილიდან N3.3)

სიხშირეთა პოლიგონი

სიხშირეთა პოლიგონი (Frequency polygon) – გრაფიკი, რომლის აბსცისებია ინტერვალთა შუაწერტილები, ორდინატები კი – ამ ინტერვალთა შესაბამისი სიხშირეები.

სიხშირეთა პოლიგონის ასაგებად საჭიროა, რომ აბსცისათა ღერძზე განლაგდეს ინტერვალის შუაწერტილები, ინტერვალის სიხშირე კი აღინიშნება შუაწერტილების თავზე წერტილებით. ეს წერტილები შემდეგ ერთდება სწორი ხაზებით. სურათზე N3.4 მოცემულია გამოცდებთან დაკავშირებული შფოთვის კითხვარში მიღებული დაჯგუფებული ქულების (იხ. ცხრილი N3.4) სიხშირეთა პოლიგონი. აქ გამოყენებულია მარტივ სიხშირეთა განაწილება, რომელიც მოცემულია ამ ცხრილის (ე) სვეტში. ყურადღება მიაქციეთ, რომ სურათზე N3.4 განაწილების ორივე ბოლოში მოცემულია თითო-თითო დამატებითი ინტერვალი, რომელიც არ შეიცავს არც ერთ ქულას და რომ სიხშირეთა პოლიგონი გრაფიკის ორივე ბოლოში მიყვანილია ნულამდე (შუაწერტილებამდე 17 და 77). სიხშირეთა პოლიგონის აგებისას ეს ყოველთვის ასე ხდება.

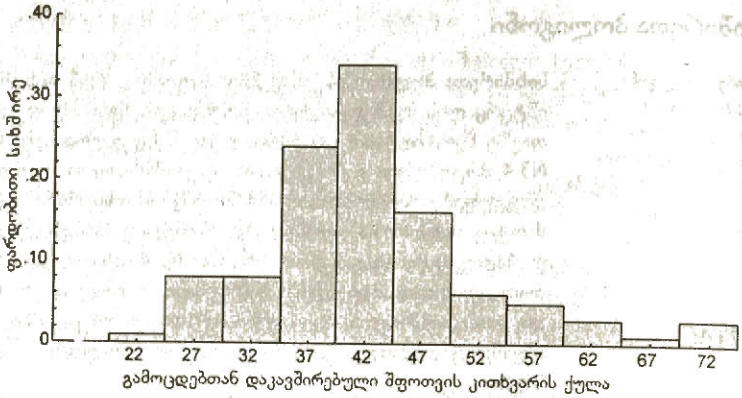


სურათი N 3.4. სიხშირეთა პოლიგონი გამოცდებთან დაკავშირებული შფოთვის კითხვარის ქულებისთვის (ცხრილიდან N3.3)

ფარდობითი სიხშირის ჰისტოგრამა და პოლიგონი

ჰისტოგრამისა და სიხშირეთა პოლიგონის ასაგებად, მარტივი სიხშირეების (სურათები N3.3 და N3.4) ნაცვლად, ფარდობითი სიხშირეებიც შეიძლება გამოვიყენოთ. გამოცდებთან დაკავშირებული შფოთვის კითხვარში მიღებული ქულების ფარდობით სიხშირეთა (იხ. ცხრილის N3.4 (ვ) სვეტი) ჰისტოგრამა და სიხშირეთა პოლიგონი წარმოდგენილია სურათებზე N3.5 და N3.6, შესაბამისად.

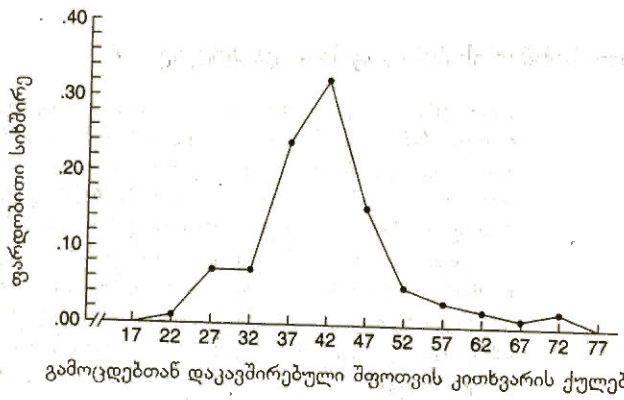
ჰისტოგრამის ან სიხშირეთა პოლიგონისთვის ფარდობითი სიხშირეების გამოყენების უპირატესობა ისაა, რომ ფარდობითი სიხშირეების რიცხვითი მნიშვნელობები გვიჩვენებენ ქულათა წილს, რომელიც სხვადასხვა ინტერვალში ხვდება. ამრიგად, თუ შევადარებთ ქულათა სხვადასხვა რაოდენობაზე აგებულ სიხშირეთა ორ განსხვავებულ განაწილებას, ფარდობითი სიხშირეების შემთხვევაში პირდაპირი შედარება უფრო იოლია, ვიდრე მარტივი სიხშირეებისას.



სურათი N 3.5. ფარდობით სიხშირეთა ჰისტოგრამა გამოცდებთან დაკავშირებული შფოთვის კითხვარის ქულებისთვის (ცხრილიდან N3.3)

ინფორმაციის მიღება ჰისტოგრამიდან ან სიხშირეთა პოლიგონიდან

ჰისტოგრამა და სიხშირეთა პოლიგონი, სიხშირეთა განაწილების მსგავსად, ერთსა და იმავე ინფორმაციას გვაწვდის. ჰისტოგრამისა და სიხშირეთა პოლიგონის უპირატესობა ისაა, რომ ხშირად გაცილებით იოლია გრაფიკულად წარმოდგენილი ინფორმაციის აღქმა. ნებისმიერ სურათზე, იქნება ეს სურათი N3.3, N3.4, N3.5 თუ N3.6, შეგვიძლია დავინახოთ, რომ შფოთვის ქულების განაწილების პიკი მდებარეობს ქულა 40-ის მიდამოებში და რომ ქულათა უმრავლესობა შფოთვის სკალის ქულათა ქვედა საზღვართან (ანუ 20-თან) უფრო ახლოსაა განლაგებული, ვიდრე – ზედა საზღვართან (ანუ 80-თან), თუმცა, ქულათა რაოდენობა მცირდება მაღალი შფოთვის ქულების მიმართულებით.



სურათი N 3.6. ფარდობით სიხშირეთა პოლიგონი გამოცდებთან დაკავშირებული შფოთვის კითხვარის ქულებისთვის (ცხრილიდან N3.3)

ცხრილი N3.5. გამოცდებთან დაკავშირებული შფოთვის კითხვარში მიღებული ქულების (იხ. ცხრილი N3.3) ფოთლებიანი ღეროების დიაგრამა.

ღერო	ფოთლები
7	03
6	005
5	00022558
4	00000001111111111122222333344444455566666678889
3	11244445666667777778888888999999
2	25568889

ფოთლებიანი ღეროების დიაგრამა

ცხრილი N3.6. გამოცდებთან დაკავშირებული შფოთვის კითხვარში მიღებული ქულების (იხ. ცხრილი 3.3) ფოთლებიანი ღეროების მოდიფიცირებული დიაგრამა

ღერო	ფოთლები
t	3
7 •	0
6 *	
s	
f	5
t	
6 •	00
5 *	8
s	
f	55
t	22
5 •	000
4 *	8889
s	66666677
f	444444555
t	222223333
4 •	000000011111111111
3 *	888888899999
s	66666777777
f	44445
t	2
3 •	11
2 *	8889
s	6
f	55
t	2
2 •	

ფოთლებიანი ღეროების დიაგრამა (Stem-and-leaf display) – მონაცემთა გამოსახვის ფორმა, სადაც ქულის პირველი (ან პირველი და მეორე) ციფრი არის ღერო, მეორე (ან ბოლო) კი – ფოთოლი.

ფოთლებიანი ღეროს დიაგრამა, რომელიც ტუკის (Tukey, 1977) ეკუთვნის, ხასიათდება სიხშირეთა განაწილებისა და მონაცემთა გრაფიკულად გამოსახვის თვისებების კომბინაციით. გამოცდებთან დაკავშირებული შფოთვის კითხვარში მიღებული ქულების (იხ. ცხრილი N3.3) ფოთლებიანი ღეროების დიაგრამა წარმოდგენილია ცხრილში N3.5. ამ გრაფიკზე მარცხნა სვეტში მოცემულია **ღეროები**, რომელიც ქულის პირველ ციფრს აღნიშნავს. მაგალითად, ქულისთვის 3.5 ღეროა 3. ღეროები, ჩვეულებისამებრ, დალაგებულია ისე, რომ ყველაზე დაბალი ღერო (ამ მაგალითში – 2-დან) მოთავსებულია სვეტის ბოლოს, ყველაზე დიდი (ამ მაგალითში – 7) კი –

სვეტის თავში. მარჯვენა სვეტში მოცემული რიცხვები წარმოადგენენ ფოთლებს და შეესაბამებიან ქულის მეორე ციფრს; 35-ის შემთხვევაში, ეს იქნება 5. მაგალითად, პირველ რიგში, სადაც მოცემულია ღერო 7 და ფოთლები 0 და 3, წარმოდგენილია ქულები 70 და 73, შესაბამისად. თუ გვაქვს სამნიშნა ქულა, როგორიცაა, მაგალითად, 321 წამი, პირველი ორი ციფრი (ანუ 32) გამოიყენება ღეროს ფორმირებისთვის, ხოლო ბოლო ციფრი (ანუ 1) იქნება ფოთოლი.

მიუხედავად ამისა, მაინც რთულია ცხრილში N3.5 მოცემული ინფორმაციის წაკითხვა, განსაკუთრებით მე-3 და მე-4 გრძელ ეროებზე. ამ სირთულის დასაძლევად მარტივი ფოთლებიანი ღეროს დიაგრამა შეიძლება ისე მოდიფიცირდეს, რომ თითო სტრიქონზე მხოლოდ რამდენიმე ფოთოლი დარჩეს. ცხრილში N3.6 სწორედ ასეთი მოდიფიცირებული ვარიანტია მოცემული, სადაც თითოეული ღერო ხუთი სტრიქონითაა წარმოდგენილი. ყურადღება მიაქციეთ *, t, f, s* და * სვეტებს, რომელიც რიცხვით აღნიშნულ სვეტებს მოსდევს. ასეთ განლაგებაში *-ის გასწერივ მოცემულია 0-ისა და 1-ის ტოლი მნიშვნელობები, *t*-ის გასწერივ – 2 და 3, *f*-ის გასწერივ – 4 და 5, *s*-ის გასწვრივ – 6 და 7, ხოლო *-ის გასწვრივ – 8 და 9. ასეთი მოდიფიკაცია ცხრილს უფრო ადვილად წასაკითხს ხდის და განაწილების ფორმის უკეთ და იოლად დანახვის საშუალებას იძლევა.

ფოთლებიანი ღეროს დიაგრამა მარტივად აიგება ნედლ მონაცემებზე დაყრდნობით; ამ დროს არ იკარგება ინფორმაცია, როგორც ეს ხდება დაჯგუფებული სიხშირეების განაწილებისას. ამ დიაგრამიდან ყველა ნედლი ქულის აღდგენაა შესაძლებელი. ცხრილის N3-6 განხილვითა და ქულების უბრალოდ დათვლით სწრაფად შეგვიძლია განვსაზღვროთ, რომ ქულები იცვლება 22-დან 73-მდე და რომ ქულა 41 ყველაზე ხშირად გვხვდება.

ფოთლებიანი ღეროების კიდევ ერთი მაგალითის სახით განვიხილოთ მთვარის ეფექტის რწმენის სკალა, რომელიც როტონსა და კელის (Rotton & Kelly, 1985) ეკუთვნით და ქცევაზე სავსე მთვარის გავლენის რწმენას აფასებს. შეგახსენებთ, რომ ამ სკალაზე მინიმალური ქულაა 9, რაც მთვარის ეფექტის მინიმალურ რწმენაზე ან ამ რწმენის არქონაზე მიუთითებს, ხოლო მაქსიმალური ქულაა 81, რაც მთვარის ეფექტის მაქსიმალური რწმენის არსებობას გულისხმობს. როტონმა და კელიმ ეს სკალა კოლეჯის 157 სტუდენტს მიაწოდეს. მიღებული ქულები მოცემულია ფოთლებიანი ღეროების დიაგრამის სახით[2].

ღეროები		ფოთლები
7	.	12
6	*	59
	.	0011114
5	*	5666668999
	.	000111111222334
4	*	555555555666678888899
	.	001111223333344444
3	*	566666677788899999
	.	0000112223344444
2	*	55667777899999
	.	00001122234444
1	*	556666778888899
	.	122334

ღერო წარმოადგენს ქულის ათეულს, ხოლო ფოთოლი – ერთეულს. ამრიგად, ღერო 3 და ფოთოლი 7 არის ქულა 37. როტონმა და კელიმ დახეენეს ღეროებიანი ფოთლების თავიანთი დიაგრამა. ყურადღება მიაქციეთ წერტილებითა

2 იბეჭდება ავტორების – ჯ. როტონისა და ი. უ. კელის და გამომცემლის ნებართვით, „A Scale for assessing belief in lunar effects: reliability and concurrent validity", *Psychological Reports*, 1985, 57, 239-245, © *Psychological Reports*, 1985.

და ვარსკვლავებით შედგენილ სვეტს. წერტილი ფოთლების 0-დან 4-ის ჩათვლით მნიშვნელობის აღსანიშნად გამოიყენება, ვარსკვლავი კი ფოთლის 5-დან 9-ის ჩათვლით მნიშვნელობებზე მიუთითებს. მაგალითად, 1 ღეროს მქონე ქულები ცხრილში შემდეგნაირად არის მოცემული:

1	*	556666778888899
	.	122334

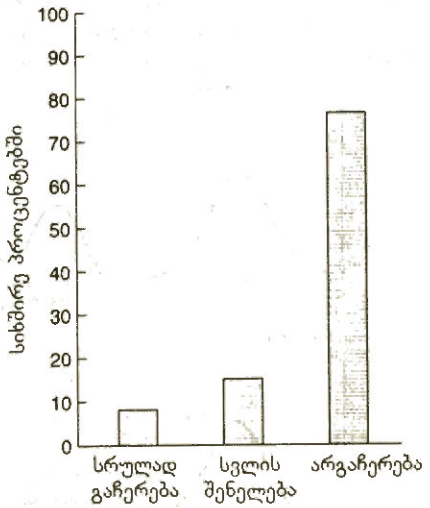
ფოთლის იმ მნიშვნელობათა დიაპაზონი, რომელთაც წინ უძღვის წერტილი, 1-დან 4-ის ჩათვლითაა. ისინი გამოსახავენ ქულებს 11, 12, 12, 13, 13 და 14, შესაბამისად. ფოთლის იმ მნიშვნელობებსაც, რომელთაც წინ უძღვის ვარსკვლავი (*), აქვთ ღერო 1, თუმცა, მათი დიაპაზონი 5-დან 9-ის ჩათვლითაა. ღერო 1-ის შემთხვევაში ეს მნიშვნელობები ქმნის ქულებს 15, 15, 16, 16, 16, 16, 17, 17, 18, 18, 18, 18, 18, 19 და 19, შესაბამისად.

ფოთლებიანი ღეროების ამ დიაგრამიდან შეგვიძლია დავინახოთ, რომ მიღებულ ქულათა დიაპაზონია 11-დან 72-მდე; ყველაზე ხშირად – 9-ჯერ გვხვდება ქულა 45. ამ დიაგრამაზე არ იკარგება ინფორმაცია, შესაძლებელია 157-დან თითოეული ქულის აღდგენა.

თვისებრივი მონაცემების გრაფიკულად გამოსახვა

ზემოთ განხილული საკითხები შეეხებოდა რაოდენობრივი მონაცემების გრაფიკულად გამოსახვას. თვისებრივი მონაცემები მხოლოდ იმას გვიჩვენებს, რომ გასაზომი ცვლადი თვისებრივად განსხვავებულია. მაგალითად, ტრინკუსმა (Trinkaus, 1982, 1983, 1988, 1993) ბუნებრივი დაკვირვების შედეგად მძღოლების ქცევა – გზატკეცილზე შესაბამის ნიშანზე გაჩერება – მიაკუთვნა სამიდან ერთ-ერთ კატეგორიას: (1) სრულად გაჩერება, (2) სვლის შენელება, (3) არგაჩერება. ეს კატეგორიები თვისებრივად განსხვავდება ერთმანეთისგან. ისინი აღნიშნავენ ქცევას, მაგრამ არაფერს გვეუბნებიან იმის შესახებ, თუ რამდენად განსხვავდება ეს ქცევები ერთმანეთისგან რაოდენობრივად. ტრინკუსმა დაითვალა თითოეული ქცევის შეხვედრის რაოდენობა და თითოეული კატეგორიისთვის გამოთვალა შეხვედრათა სიხშირის პროცენტი. პროცენტებით გამოსახული ეს სიხშირეები შეიძლება წარმოდგენილ იქნეს გრაფიკულად ისეთი **სვეტებიანი დიაგრამის** სახით, როგორიც მოცემულია სურათზე N3.7.

სვეტებიანი დიაგრამა (Bar graph) – რაოდენობრივი მონაცემების სიხშირეთა განაწილების გრაფიკულად გამოხატვის საშუალება. მოცემულ კატეგორიაში ქულათა გამოჩენის სიხშირეს სვეტის სიმაღლე შეესაბამება.



სურათი N 3.7. გაჩერების ქცევის სამი კატეგორიის შეხვედრის სიხშირე პროცენტებში (Trinkaus, 1982, 1983, 1988, 1993)

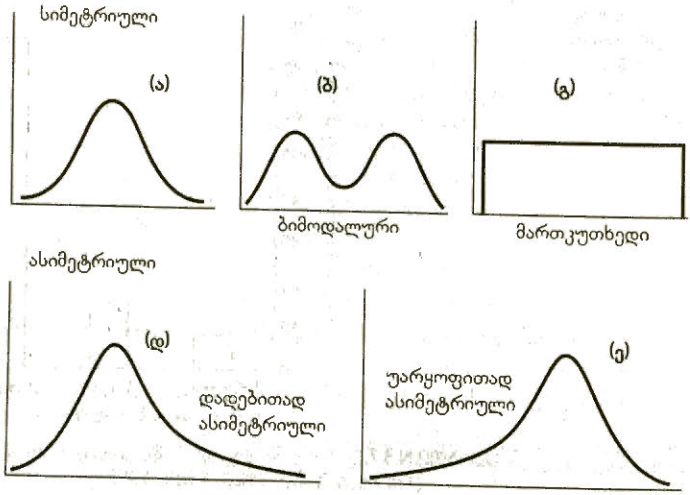
სვეტებიანი დიაგრამა ჰისტოგრამას ჰგავს. განსხვავება ისაა, რომ სვეტები განცალკევებულადაა განლაგებული X ღერძზე, რაც იმაზე მიუთითებს, რომ კატეგორიები არ წარმოადგენენ უწყვეტ ცვლადს. სვეტებს შორის მანძილი შეიძლება იყოს ნებისმიერი, მაგრამ ერთმანეთის ტოლი. თითოეული კატეგორიის შეხვედრის სიხშირის გამოსახატად შეიძლება გამოვიყენოთ მარტივი სიხშირეები, ფარდობითი სიხშირეები ანდა სიხშირეები პროცენტებში (როგორც მოცემულია სურათზე N3.7). ამ დიაგრამიდან ადვილად დავინახავთ, რომ გზაჯვარედინებზე ყველაზე ხშირად დაფიქსირებული ქცევა ეკუთვნის კატეგორია 3-ს და ეს ნიშნავს საერთოდ არგაჩერებას.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა III.3

1. „შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა III.2"-ის 7ა პუნქტში მოგეთხოვებოდათ ქურციკის მიერ პირველად შესრულებული მაღალი ნახტომის დროს მტაცებელსა და ქურციკს შორის არსებული მანძილის სიხშირეთა განაწილების აგება. გამოიყენეთ სიხშირეთა ეს განაწილება და უპასუხეთ (ა) და (ბ) კითხვებს.
   ა) დაჯგუფებული განაწილების მარტივი სიხშირეების გამოყენებით (ინტერვალთა კლასის სიგრძე 10 მეტრი) მიღებული მანძილებისთვის ააგეთ ჰისტოგრამა და სიხშირეთა პოლიგონი.
   ბ) ააგეთ ფარდობით სიხშირეთა ჰისტოგრამა და ფარდობით სიხშირეთა პოლიგონი 1ა კითხვაში აღწერილი დაჯგუფებული განაწილებისთვის.
   გ) რა დასკვნების გაკეთება შეგიძლიათ ქურციკის მაღალი ნახტომის სიგრძის შესახებ თქვენ მიერ აგებულ გრაფიკებზე დაყრდნობით?
2. ააგეთ ფოთლებიანი ღეროების დიაგრამა „შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა III.2-ის" მე-7 კითხვაში მოცემული 50 მანძილისთვის.
   ა) რომელია მინიმალური დაფიქსირებული მანძილი?
   ბ) რომელია მაქსიმალური დაფიქსირებული მანძილი?
   გ) რომელია ყველაზე ხშირად დაფიქსირებული მანძილი?

სიხშირეთა განაწილების ფორმები

ქულათა განაწილებამ შეიძლება მიიღოს ნებისმიერი ფორმა არსებული მთელი რიგი სხვადასხვაგვარი ფორმებიდან. ამრიგად, როგორც წესი, არ არსებობს სიხშირეთა განაწილების ფორმის რამდენიმე სიტყვით ზუსტად აღწერის მარტივი გზა; თუმცა, არსებობს რამდენიმე ზოგადი აღწერითი ტერმინი, რომელიც გამოიყენება განაწილების ფორმის მიმართ და აიოლებს განაწილების სიტყვებით აღწერას. სურათზე N3.8 წარმოდგენილია სხვადასხვა ფორმის სიხშირეთა პოლიგონის მაგალითები.



სურათი N3.8.
სიხშირეთა ჰიპოთეტური განაწილებების ფორმები

სიხშირეთა სიმეტრიული განაწილება

სიხშირეთა სიმეტრიული განაწილება (Symmetrical frecuency distribution) – სიხშირეთა განაწილება, რომლის შუაწერტილზე ორად გადაკეცვის შემთხვევაში მიიღება ერთნაირი ფორმის ორი ნახევარი.

თუ **სიხშირეთა სიმეტრიულ განაწილებას** ორად გადავკეცავთ შუაწერტილის გასწვრივ, მივიღებთ ერთნაირი ფორმის ორ ნახევარს. განაწილების ერთი ნახევარი წარმოადგენს მეორის სარკისებურ ასახეას. სურათზე N3.8 განაწილებები (ა), (ბ) და (გ) სიმერტიულია, (დ) და (ე) კი – არა; ისინი **ასიმეტრიული** განაწილებებია. სიმეტრიული ზარის ფორმის ანუ **ნორმალურ განაწილებას**, რომელიც ნაჩვენებია სურათზე N3.8ა, განსაკუთრებული მნიშვნელობა აქვს ბიჰევიორისტულ მეცნიერებაში. ამაზე უფრო დაწვრილებით მე-6 თავში ვისაუბრებთ.

ასიმეტრიული განაწილება

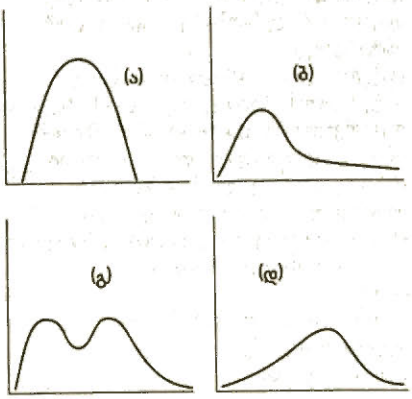
ასიმეტრიული განაწილება (Skewed distribution) – სიხშირეთა განაწილება, სადაც ქულები თავმოყრილია განაწილების ერთ ბოლოში; განაწილების მეორე ბოლოში (ანუ კუდში) კი განლაგებულია იშვიათად დაფიქსირებული ქულები.

ნებდლი მონაცემების სრულყოფილად სიმეტრიული განაწილება იშვიათად მიიღება. უფრო მოსალოდნელია, რომ სიხშირეთა განაწილება იყოს ასიმეტრიული ანუ გადახრილი. **ასიმეტრიულ განაწილებაში** ქულები თავმოყრილია განაწილების ერთ ბოლოში; განაწილების მეორე ბოლოში (ანუ კუდში) კი განლაგებულია იშვიათად დაფიქსირებული ქულები. განაწილებას ეწოდება **დადებითად ასიმეტრიული**, თუ მაღალი ქულების შემცველი ბოლო (ანუ კუდი) განაწილების მარჯვენა მხარეს მდებარეობს (სურათი N3.8დ), ხოლო განაწილებას ეწოდება **უარყოფითად ასიმეტრიული**, თუ დაბალი ქულების შემცველი ბოლო (ანუ კუდი) მდებარეობს განაწილების მარცხენა მხარეს (სურათი N3.8ე).

მოდალობა

მოდა (Mode) – ქულათა განაწილებაში ყველაზე ხშირად დაფიქსირებული ქულა.

განაწილება აღიწერება იმითაც, თუ რამდენი მოდით ხასიათდება ის. **მოდა** ქულათა განაწილებაში ყველაზე ხშირად დაფიქსირებული ქულაა. **უნიმოდალურ განაწილებას** მხოლოდ ერთი ყველაზე ხშირად დაფიქსირებული ქულა აქვს (იხ. სურათი N3.8(ა), (დ) და (ე)). განაწილებას, რომელსაც ორი მოდა აქვს, **ბიმოდალური** ეწოდება (იხ. სურათი N3.8ბ). ბიჰევიორისტულ მეცნიერებათა მრავალი წარმომადგენელი განაწილებას ბიმოდალურად მიიჩნევს, თუ ის ორი განცალკევებული პიკით ხასიათდება იმ შემთხვევაშიც კი, როდესაც პიკები არ გამოხატავენ ტოლი სიხშირით დაფიქსირებულ ქულებს. **მულტიმოდალურ განაწილებაში** წარმოდგენილია სამი ან მეტი ქულა, რომელიც ყველაზე ხშირად ფიქსირდება. განაწილება მაშინაც კი შეიძლება ჩაითვალოს მულტიმოდალურად, როდესაც მასში მოცემული სამი ან მეტი პიკის სიხშირე არ არის ტოლი. არ გააჩნია მოდა მართკუთხედის ფორმის ისეთ განაწილებას, როგორიც სურათზეა N3.8გ ნაჩვენები. ასეთ განაწილებაში ყველა ქულა თანაბრად ან თითქმის თანაბრად ფიქსირდება.



სურათი N3–.9. სიხშირეთა განაწილება მე-2 კითხვისთვის.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა III.4

1. განმარტეთ: ასიმეტრიული განაწილება, ბიმოდალური განაწილება, მოდა, მულტიმოდალური განაწილება, უარყოფითად ასიმეტრიული განაწილება, დადებითად ასიმეტრიული განაწილება, სიმეტრიული განაწილება, უნიმოდალური განაწილება.
2. აღწერეთ სურათზე N3.9 მოცემული სიხშირეთა განაწილებები სიმეტრიის, ასიმეტრიულობისა და მოდალობის მიხედვით.

შეჯამება

- სიხშირეთა განაწილება არის ცხრილი, რომელიც გვიჩვენებს ინდივიდთა ჯგუფის მიერ მიღებულ თითოეულ ქულას და ამ ქულის მიღების სიხშირეს.
- სიხშირეთა განაწილება გამოიყენება მონაცემების მოწესრიგებისთვის.
- დაუჯგუფებელ სიხშირეთა განაწილება შეიძლება გამოვიყენოთ მცირე რაოდენობის მონაცემების შემთხვევაში.
- დაჯგუფებულ სიხშირეთა განაწილება გამოიყენება დიდი რაოდენობით ქულების, ან ქულათა ფართო დიაპაზონის შემთხვევაში.
- დაუჯგუფებელ ან დაჯგუფებულ სიხშირეთა განაწილება შეიძლება გამოისახოს უბრალოდ, ფარდობითად ან პროცენტებში.
- პროცენტილი არის ქულა, რომლის ქვემოთაც თავსდება განაწილებაში ქულათა გარკვეული პროცენტი.
- ქულის პროცენტული რანგი გვიჩვენებს განაწილებაში იმ ქულათა პროცენტს, რომელიც ტოლია ან ნაკლებია ამ ქულაზე.
- სიხშირეთა განაწილება შეიძლება გამოისახოს გრაფიკულად ჰისტოგრამის, სიხშირეთა პოლიგონით ან ფოთლებიანი ღეროების დიაგრამის სახით.
- თვისებრივი მონაცემები შეიძლება გამოისახოს გრაფიკულად სვეტებიანი დიაგრამის სახით.
- სიხშირეთა განაწილების ფორმა აღიწერება სიმეტრიულობის, ასიმეტრიულობისა და მოდალობის ტერმინებით.

ძირითადი ტერმინები და სიმბოლოები

ასიმეტრიული განაწილება
ბიმოდალური განაწილება
დაგროვილი სიხშირე პროცენტებში
დადებითად ასიმეტრიული განაწილება
დაუჯგუფებელ სიხშირეთა განაწილება
დაჯგუფებულ სიხშირეთა განაწილება
ინტერვალი
ინტერვალის დაგროვილი სიხშირე
ინტერვალის ზედა დადგენილი საზღვარი
ინტერვალის ზედა რეალური საზღვარი
ინტერვალის დადგენილი საზღვრები
ინტერვალის რეალური საზღვრები
ინტერვალის ქვედა რეალური საზღვარი
ინტერვალის ქვედა დადგენილი საზღვარი
ინტერვალის შუაწერტილი
მოდა
მულტიმოდალური განაწილება
ნედლი მონაცემები
ნედლი ქულები
პროცენტილი
პროცენტული რანგი
სვეტებიანი დიაგრამა
სიმეტრიული განაწილება
სიხშირეთა განაწილება
სიხშირეთა განაწილება პროცენტებში
სიხშირეთა პოლიგონი
უარყოფითად ასიმეტრიული განაწილება
უნიმოდალური განაწილება
ფარდობით სიხშირეთა განაწილება
ფოთლებიანი ღეროების დიაგრამა
ქულის დაგროვილი სიხშირე
ჰისტოგრამა
cf ანუ *cum f*
crf ანუ *cum rf*
c%f ანუ *cum %f*
%f
rf

კითხვები

1. ჰიკსი, მისთრი, ლუჩერო, მერიქალი და პელეგრინი (Hicks, Mistry, Lucero, Marical and pellegrini, 1990) აღნიშნავენ, რომ კოლეჯის სტუდენტების გამოკითხვის შედეგების მიხედვით, მათ დღე-ღამეში საშუალოდ 6 საათი და 87 წუთი (ანუ 412 წუთი) სძინავთ. თქვენ დაინტერესდით, თუ რამდენად შეიძლება ამ მონაცემის გავრცელება კოლეჯის მამრობითი სქესის სტუდენტებზე. ამიტომ სთხოვეთ კოლეჯის 50 მამრობითი სქესის სტუდენტს, რომ ჩაეწერათ, თუ რამდენ ხანს ეძინათ ერთი ღამის განმავლობაში. თქვენ მიიღეთ წუთებში ჩაწერილი შემდეგი დროები: 440, 223, 309, 427, 463, 2371, 75, 315, 290, 356, 407, 399, 263, 417, 328, 377, 406, 275, 316, 391, 350, 422, 431, 382, 350, 371, 410, 295, 305, 327, 400, 227, 275, 340, 364, 279, 300, 412, 388, 296, 320, 342, 371, 258, 470, 496, 384, 439, 284, 351, 417.
   ა) ამ მონაცემებით ააგეთ დაჯგუფებულ სიხშირეთა განაწილება პროცენტებში და დაჯგუფებულ დაგროვილ სიხშირეთა განაწილება პროცენტებში. გამოიყენეთ 14 ინტერვალი.
   ბ) რომელი ინტერვალი შეიცავს ყველაზე მეტ ქულას? თანხვდება თუ არა ამ ინტერვალის შუაწერტილი კელევაში დასახელებულ 412 წუთს?
   გ) დაჯგუფებულ დაგროვილ სიხშირეთა განაწილებაზე დაყრდნობით შეაფასეთ დროის ის რაოდენობა, რომელიც განაწილებას ორ ნახევრად ყოფს, ანუ რომლის ქვემოთაც და ზემოთაც მოთავსებულია 25-25 ცდის პირი.
   დ) იპოვეთ ამ განაწილების 50-ე პროცენტილი. თანხვდება თუ არა ის (გ) პუნქტში მიღებულ პასუხს?
   ე) რა იქნება 431 წუთის პროცენტული რანგი?
   ვ) ააგეთ ჰისტოგრამა და სიხშირეთა პოლიგონი (ა) პუნქტში აგებული განაწილების მარტივი სიხშირეების გამოყენებით.
   ზ) აღწერეთ განაწილების ფორმა ასიმეტრიულობისა და მოდალობის ტერმინებით.

2. მამრი ბელურა მონდომებით აშენებს ბუდეს და მას ნაჭუჭებით, ფერადი ფოთლებითა და თუთიყუშის ცისფერი ბუმბულებით რთავს, რადგან შეწყვილებაში წარმატება ბუდის მორთულობის შემადგენელი დეტალების რაოდენობასთან არის დაკავშირებული. ბევრჯერ იქნა შემჩნეული, რომ მამრი ბელურები სხვა ფრინველების ბუდეებიდან იპარავენ მორთულობებს და მათ თავიანთი ბუდეებისთვის იყენებენ. ბორგია და გორი (Borgia & Gore, 1986) ამ ქცევას ახალ სამხრეთ უელსში, ავსტრალიაში აკვირდებოდნენ. მათი დაკვირვების ობიექტი იყო 59 ბელურა. მათ დანიშნეს ბუდეში არსებული ბუმბულები და ინიშნავდნენ, თუ რომელი ბუმბულები იყო მოპარული სხვა ბუდეებიდან. დავუშვათ, დაკვირვების პერიოდის განმავლობაში მათ ჩაინიშნეს თითოეული ფრინველის მიერ მოპარული ბუმბულების შემდეგი რაოდენობა: 2, 6, 14, 1, 10, 3, 0, 26, 37, 47, 4, 0, 6, 21, 3, 6, 6, 51, 8, 11, 0, 0, 4, 2, 5, 9, 4, 6, 24, 4, 1, 18, 63, 1, 5, 6, 4, 7, 12, 5, 3, 4, 3, 15, 46, 0, 5, 0, 26, 5, 17, 1, 17, 1, 58, 9.
   ა) ამ მონაცემებით ააგეთ დაჯგუფებულ ფარდობით სიხშირეთა განაწილება და დაგროვილ დაჯგუფებულ ფარდობით სიხშირეთა განაწილება. გამოიყენეთ 13 ინტერვალი.
   ბ) რომელი ინტერვალი შეიცავს ყველაზე ბევრ ქულას?
   გ) იპოვეთ ამ განაწილების 50-ე პროცენტილი.
   დ) რა იქნება 24 ქულის პროცენტული რანგი?
   ე) ამ განაწილებისთვის ააგეთ ფოთლებიანი ღეროების გრაფიკი. რომელია მინიმალური და მაქსიმალური ქულა ამ განაწილებაში? რომელია ყველაზე ხშირად დაფიქსირებული ქულა?
   ვ) ააგეთ ჰისტოგრამა და სიხშირეთა პოლიგონი 2ა კითხვაში აგებული განაწილების მარტივი სიხშირეების გამოყენებით.
   ზ) აღწერეთ განაწილების ფორმა ასიმეტრიულობისა და მოდალობის ტერმინებით.

3. დაეუშვათ, დააკვირდით მამრობითი და მდედრობითი სქესის მძღოლებს ავტოსადგომზე და დაითვალეთ, თუ რა სიხშირით აჩერებდნენ ისინი ავტომანქანებს ისეთ ადგილებში, რომლებიც არ ეკუთვნოდა ავტოსადგომს. სამდღიანი დაკვირვების მანძილზე თქვენ შეამჩნიეთ, რომ მამრობითი სქესის 100 მძღოლიდან 12 და მდედრობითი სქესის 100 მძღოლიდან 7 არასათანადო ადგილზე აჩერებდა ავტომანქანას. ააგეთ არასათანადო ადგილზე ავტომანქანის გაჩერების ფარდობითი სიხშირეების სვეტებიანი დიაგრამა

მამრობითი და მდედრობითი სქესის მძღოლებისთვის.

4. სტარგენმა და ბირმა (Sturgeon & Beer, 1990) აჩვენეს, რომ იმ სტუდენტების წახალისება, რომლებიც რეგულარულად დადიან ლექციებზე, სემესტრის ბოლოს გამოცდიდან განთავისუფლებით ზრდის ლექციებზე მათ დასწრებას. დავუშვათ, ერთმანეთს შეადარეთ ორი სკოლის დასწრების მონაცემები; აქედან ერთ სკოლაში ხორციელდებოდა ასეთი წახალისება, მეორეში კი – არა. თქვენ მიიღეთ გაცდენების მარტივ სიხშირეთა შემდეგი სახის განაწილება:

გაცდენილი დღეების რაოდენობა	წახალისების მქონე სკოლა	წახალისების არმქონე სკოლა
25-ზე მეტი	2	6
24-25	0	6
22-23	2	1
20-21	0	8
18-19	1	0
16-17	0	4
14-15	2	22
12-13	0	10
10-11	3	18
8-9	8	20
6-7	4	3
4-5	13	14
2-3	23	34
0-1	42	54
ჯამი	100	200

ა) თითოეული სკოლისთვის ააგეთ ფარდობითი სიხშირეების განაწილება.

ბ) რა იქნება 50-ე პროცენტილი თითოეული სკოლისთვის?

გ) რა იქნება თითოეულ სკოლაში ოთხი გაცდენის პროცენტული რანგი?

დ) განსხვავდებიან თუ არა სკოლები ერთმანეთისგან გაცდენების სიხშირის მიხედვით? აღნერეთ განაწილებები.

5. ეინაიდან ცხოერების ტემპი ძალზე ჩქარია, გვიჭირს ერთი ცალკეული დღის გახსენება. ბუნებრიე პირობებში მეხსიერების კვლევის ფარგლებში ფსიქოლოგმა კოლეჯის 90 სტუდენტს სთხოვა, რომ ჩამოეწერათ მათთეის ჩვეული საქმიანობები დასვენების დღეებში. დავუშეათ, მიღებული შედეგები ფსიქოლოგმა ქვემოთ მოცემული ფოთლებიანი ღეროს დიაგრამის სახით წარმოადგინა.

ღერო	ფოთოლი
2 *	888899
s	66667
f	44555
t	2222333
2 ·	0000000111111
1 *	888999999
s	6666677777
f	44455555
t	2233333
1 ·	0001111
0 *	888999
s	6677
f	555
t	
0 ·	

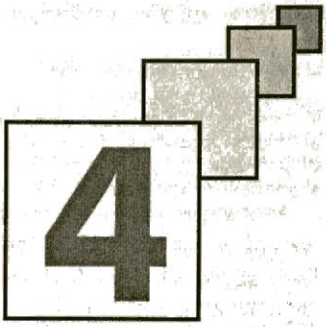
ა) ააგეთ ნედლი ქულების ცხრილი იმ სტუდენტებისთვის, რომელთაც 14-დან 19 საქმიანობა გაიხსენეს.
ბ) რომელია დასახელებული ყველაზე მაღალი და დაბალი ქულები?
გ) რომელია ყველაზე ხშირად დასახელებული ქულა?
დ) გამოსახეთ ქულები ჰისტოგრამით, გამოიყენეთ ინტერვალი, რომლის სიდიდეა $i=2$.
ე) ფოთლებიანი ღეროს დიაგრამასთან შედარებით რა ინფორმაცია იკარგება ქულების ჰისტოგრამის სახით გამოსახვის შემთხვევაში?

6. პირველ თავში ითქვა, რომ 25-54 წლის ამერიკელი ქალები, როგორც წესი, დღეში 4.4 საათს (264 წთ) ტელევიზორთან ატარებენ. სოციალური ფსიქოლოგიის სტუდენტების საკლასო პროექტის ფარგლებში ამ ასაკის 100 ქალი გამოიკითხა, რომელთაც სთხოვეს მათ მიერ დღის მანძილზე ტელევიზორთან გატარებული საათების რაოდენობის შეფასება. დასახელებული დრო (წუთებში) დაჯგუფებულ სიხშირეთა შემდეგი განაწილების სახითაა მოცემული:

ინტერვალი	თვლის შედეგი
510-539	/
480-509	
450-479	//
420-449	/////
390-419	//////
360-389	/////
330-359	/////////
300-329	////////
270-299	/////////
240-269	//////////
210-239	/////////
180-209	///
150-179	///////
120-149	//
90-119	////////
60-89	/////
30-59	///////
0-29	////

ა) რა სიდიდის (i) ინტერვალია გამოყენებული ამ ცხრილში?
ბ) რა იქნება 210-239 ინტერვალის ქვედა და ზედა რეალური ზღვარი?
გ) განსაზღვრეთ 210-239 ინტერვალის შუაწერტილი.
დ) ამ ქულებისთვის ააგეთ მარტივ სიხშირეთა განაწილება და დაგროვილ სიხშირეთა განაწილება.
ე) იპოვეთ ამ განაწილების 75-ე პროცენტილი.
ვ) იპოვეთ პროცენტილური რანგი ტელევიზორთან გატარებული 264 წუთისთვის.

7. გამაჯანსაღებელი კლუბის 25 მეპატრონემ შეაფასა, თუ დღის გაწმავლობაში რა დროს (წუთებით) უთმობდა თითოეული მათგანი ვარჯიშს. შედეგად დასახელდა შემდეგი რიცხვები: 67, 73, 79, 78, 50, 80, 98, 88, 79, 71, 57, 81, 41, 65, 50, 71, 91, 75, 60, 79, 79, 71, 65, 85 და 64.
ა) ამ ქულებისთვის $i=5$ ინტერვალის გამოყენებით ააგეთ ფარდობითი სიხშირეებისა და დაგროვილი ფარდობითი სიხშირეების განაწილებები. რა იქნება პირველი ინტერვალის ქვედა დადგენილი საზღვარი? რატომ?
ბ) რა ფორმისაა ეს განაწილება?
გ) იპოვეთ 78 წუთის პროცენტული რანგი.
დ) დავუშვათ, პიროვნებას სურს, საკმარისი რაოდენობით ივარჯიშოს ისე, რომ ამ განაწილებაში პირველ 25%-ში მოხვდეს. სულ მცირე რამდენი წუთი უნდა ივარჯიშოს მან ყოველდღიურად, რომ მან ეს შეძლოს?



მონაცემთა აღწერა: ცენტრალური ტენდენციის საზომები

მოდა

მედიანა

მედიანის გამოთვლა კენტი რაოდენობის მონაცემებით: მონაცემები არ არის დაჯგუფებული

მედიანის გამოთვლა ლუწი რაოდენობის მონაცემებით: მონაცემები არ არის დაჯგუფებული

მედიანის გამოთვლა პროცენტილის ფორმულით

მედიანის თვისებები

შერჩევის საშუალო

შერჩევის საშუალოს გამოთვლა

შერჩევის საშუალოს თვისებები

შერჩეევის საშუალოს წარმოდგენა სამეცნიერო სტატიებში

პოპულაციის საშუალო

ცენტრალური ტენდენციის საზომების შედარება

ცენტრალური ტენდენციის საზომების აღწერითი გამოყენება

ცენტრალური ტენდენციის საზომების დასკვნითი გამოყენება

სიხშირეთა განაწილება და გრაფიკები დიდ ინფორმაციას გვაძლევს ქულათა განაწილების ფორმისა და მიღებული ქულების დიაპაზონის შესახებ; თუმცა, ხშირად მეცნიერებს სჭირდებათ, რომ ქულათა განაწილება მხოლოდ ერთი რიცხვით აღიწეროს. ამ რიცხვებს **აღწერითი სტატისტიკები** ეწოდებათ, რადგან ისინი ნედლ მონაცემებს ერთი რიცხვით აღწერენ. ჩვეულებისამებრ, გამოიყენება ორი ტიპის აღწერითი სტატისტიკები: ერთნი, რომელთაც *ცენტრალური ტენდენციის საზომებს* უწოდებენ, აღწერენ მიღებულ ტიპურ ქულას; მეორენი კი, რომელთაც *გაფანტვის საზომებს* უწოდებენ, მიუთითებენ ტიპური ქულის ირგვლივ ცვალებადობისა და გაფანტვის ზომაზე.

ცენტრალური ტენდენციის საზომები (Measures of central tendency) – რიცხვები, რომლებიც წარმოადგენენ შერჩევიდან მიღებულ საშუალო ან ტიპურ ქულას.

ცვალებადობის საზომი (measures of central tendency) – რიცხვი, რომელიც მიუთითებს, თუ რამდენად განსხვავდებიან ქულები ერთმანეთისგან და რამდენად განსხვავდება მათგან ცენტრალური ტენდენციის საზომი.

აღწერით სტატისტიკებს ორი ფუნქცია აქვთ: (1) შერჩევაში მიღებული ქულების აღწერა; (2) შერჩევის მონაცემებზე დაყრდნობით პოპულაციის მახასიათებლების შეფასება ანუ მათ შესახებ დასკვნების გაკეთება. მაგალითად, მე-3 თავში ხსენებული მკვლევარი შეიძლება დაინტერესებული იყოს თავისი კოლეჯის სტუდენტთა პოპულაციაში გამოცდებთან დაკავშირებული შფოთვის ტიპური დონის შეფასებით. მისი შეფასება დაფუძნებული იქნება 100 გოგონასგან შემდგარი შერჩევის ქულებისგან მიღებულ აღწერით სტატისტიკაზე.

ნინამდებარე თავი შეეხება ცენტრალური ტენდენციის საზომების აღწერით გამოყენებას. ცვალებადობის საზომები და აღწერითი სტატისტიკების გამოყენება პოპულაციის მახასიათებლების შესახებ დასკვნების გაკეთებისას განხილულია მე-5 და მე-7 თავებში.

ცენტრალური ტენდენციის საზომები არის რიცხვები, რომლებიც წარმოადგენენ შერჩევიდან მიღებულ საშუალო ან ტიპურ ქულას. ჩვეულებისამებრ, გამოიყენება ცენტრალური ტენდენციის სამი საზომი: მოდა, მედიანა და საშუალო არითმეტიკული.

მოდა

მოდა (Mode) – ქულა, რომელიც ყველაზე ხშირად გვხვდება განაწილებაში.

უნიმოდალური (Unimodal) – განაწილება, რომელსაც აქვს ერთი მოდა.

ბიმოდალური (Bimodal) – განაწილება, რომელსაც აქვს ორი მოდა.

მულტიმოდალური (Multimodal) – განაწილება, რომელსაც აქვს ორზე მეტი მოდა.

მოდა არის ქულა, რომელიც ყველაზე ხშირად გვხვდება ქულათა განაწილებაში. მოდა მოიძებნება მარტივი, დაუჯგუფებელი სიხშირეების განაწილების გადასინჯვით და იმის დაფიქსირებით, თუ რომელი ქულა გვხვდება ყველაზე ხშირად. მაგალითად, ცხრილში N3-2 ყველაზე ხშირად (ხუთჯერ) გვხვდება ქულა 59. შესაბამისად, ამ განაწილების მოდაა 59. ვინაიდან ქულათა ამ ერთობლიობაში მხოლოდ ერთი მოდაა, ამ განაწილებას **უნიმოდალური** ეწოდება. ქულათა განაწილება შეიძლება იყოს **ბიმოდალური** (ანუ ჰქონდეს ორი მოდა) ან **მულტიმოდალური** (ანუ ჰქონდეს ორზე მეტი მოდა). შეგახსენებთ, რომ სიხშირეთა განაწილების ფორმის აღწერის ერთ-ერთი გზა მოდალობას ეფუძნება. უნიმოდალური და ბიმოდალური განაწილებები მოცემულია სურათზე N3.8.

მიუხედავად იმისა, რომ მოდა ადვილად გამოითვლება მარტივი, დაუჯგუფებელი სიხშირეების განაწილებიდან, ბიჰევიორისტულ მეცნიერულ კვლევაში ის იშვიათად გამოიყენება ცენტრალური ტენდენციის საზომად. თუ განაწილებაში ერთზე მეტი მოდაა, რომელი მათგანი იქნება ყველაზე ტიპური ქულა? ამრიგად, მოდამ შეიძლება ვერ უზრუნველყოს განაწილების აღსაწერად საკმარისი ერთი ტიპური ქულა.

მოდის იშვიათად გამოყენების მეორე მიზეზი ისაა, რომ ერთი ქულის ცვლილებამაც კი შეიძლება მნიშვნელოვნად შეცვალოს განაწილების მოდა. მაგალითად, დავუშვათ, რომ ცდის პირებს მიეცით ხანმოკლე მეხსიერების ტესტი და სთხოვეთ 10-ციფრიანი მწკრივიდან შეძლებისდაგვარად მეტი ციფრის გამეორება. ვთქვათ, 6 ცდის პირისგან მიიღეთ ციფრების შემდეგი რაოდენობა:

ცდის პირები	ციფრების რაოდენობა
1	5
2	6
3	7
4	7
5	8
6	9

ამ განაწილების მოდაა 7, რადგან ორმა ცდის პირმა გაიმეორა 7 ციფრი. დავუშვათ, მეოთხე ცდის პირმა 7-ის ნაცვლად გაიმეორა 5 ციფრი. ახლა განაწილების მოდა 7-ის ნაცვლად არის 5. მხოლოდ ერთი ქულის ცვლილებამ მნიშვნელოვნად შეცვალა მოდაც. ახლა დავუშვათ, რომ მესამე ცდის პირმა 7-ის ნაცვლად გაიხსენა 10 ციფრი. ამ შემთხვევაში განაწილებას არ ექნება მოდა, თითოეული ქულა გვექნება ტოლი რაოდენობით. ვინაიდან მოდა ასე ძალიან არის დამოკიდებული მხოლოდ რამდენიმე ქულაზე, ის არ არის ცენტრალური ტენდენციის სტაბილური საზომი.

მედიანა

მედიანა (Median, *Mdn*) – ქულა განაწილებაში, რომლის ზემოთ და ქვემოთ განლაგებულია ქულათა ტოლი რაოდენობა, მედიანა არის 50-ე პროცენტილი განაწილებაში.

მედიანა (შემოკლებით *Mdn*) უკავშირდება განაწილებაში იმ ქულას, რომლის ზემოთ და ქვემოთ განლაგებულია ქულათა ტოლი რაოდენობა. ამრიგად, მედიანა 50-ე პროცენტილია განაწილებაში. ქულათა განაწილების უმრავლესობისთვის მარტივად შეიძლება მედიანის პოვნა.

მედიანის გამოთვლა კენტი რაოდენობის მონაცემებით: მონაცემები არ არის დაჯგუფებული

განაწილებაში შემავალი კენტი რაოდენობის მონაცემებისთვის, როდესაც მონაცემები არ არის დაჯგუფებული, როგორც წესი, მედიანა სიხშირეთა განაწილებაში შუათანა ქულის პოვნით განისაზღვრება. მაგალითად, გამოცდებთან დაკავშირებული შფოთვის კითხვარის ქულების – 22, 34, 36, 37, 38, 44 და 72 – მედიანაა 37. ესაა მეოთხე ქულა და შვიდქულიანი განაწილების შუაში ხვდება. სამი ქულა ნაკლებია 37-ზე და სამი – მეტია მასზე. ყურადღება მიაქციეთ, რომ მედიანის განსაზღვრად დათვლის პროცედურა გამოიყენება, ხოლო თავად ქულათა რიცხვითი მნიშვნელობები მხედველობაში არ მიიღება.

მედიანის გამოთვლა ლუწი რაოდენობის მონაცემებით: მონაცემები არ არის დაჯგუფებული

განაწილებაში შემავალი ლუწი რაოდენობის მონაცემებისთვის, როდესაც მონაცემები არ არის დაჯგუფებული, მედიანად პირობითად აიღება მნიშვნელობა, რომელიც სიხშირეთა განაწილებაში ორ შუათანა ქულას შორის მდებარეობს. მაგალითად, განვიხილოთ გამოცდებთან დაკავშირებული შფოთვის კითხვარის ქულები: 34, 35, 37, 38, 44, 72. ამ ქულების მედიანაა 37.5 ანუ მნიშვნელობა, რომელიც ხვდება 37-ისა (მესამე ქულა) და 38-ის (მეოთხე ქულა) შუაში. ექვსი ქულიდან ერთი ნახევარი მდებარეობს 37.5-ის ქვემოთ და მეორე ნახევარი კი – მის ზემოთ.

მაგალითი N4-1



მედიანის მოძებნა

ამოცანა

რეალური სამყაროს ვიზუალური აღქმის ზოგიერთ კვლევაში ცდის პირს ეძლევა სურათი, რომელზეც გამოსახულია რაიმე სცენა, და შემდეგ მოეთხოვება, რომ გაიხსენოს ამ სურათის დეტალები. დავუშვათ, ასეთი თანმიმდევრობის ცდა ჩაატარეთ 18 ცდის პირთან და თითოეულმა მათგანმა გაიხსენა შემდეგი რაოდენობის დეტალები: 7, 3, 7, 9, 6, 10, 14, 3, 6, 9, 14, 9, 8, 5, 4, 6, 9 და 13. იპოვეთ მედიანა.

ამოხსნა

განაწილება შედგება თვრამეტი ქულისგან, ამიტომ მედიანა იქნება ქულა, რომლის ზემოთ და ქვემოთ მოთავსებულია ცხრა ქულა. შესაბამისად, როდესაც ქულები დალაგებულია სიხშირეთა განაწილებაში (როგორც მოცემულია ქვემოთ), მედიანა მდებარეობს მეცხრე და მეათე ქულებს შორის.

მეცხრე ქულაა 7, ხოლო მეათე – 8, ამიტომ მედიანა იქნება 7-სა და 8-ს შორის ანუ 7.5.

ქულა	*f*	
14	2	
13	1	
12	0	
11	0	
10	1	9 ქულა
9	4	
8	1	
7	2	7.5 = მედიანა
6	3	
5	1	
4	1	
3	2	9 ქულა
2	0	
1	0	
0	0	

მედიანის გამოთვლა პროცენტილის ფორმულით

დაჯგუფებული მონაცემებისთვის აღარ გამოგვადგება მედიანის გამოთვლის მარტივი გზები. ამ შემთხვევაში მედიანის მისაღებად შესაძლებელია ფორმულის გამოყენება. მედიანა არის განაწილების 50-ე პროცენტილი. გავისხენოთ მე-3 თავიდან, რომ პროცენტილი არის მნიშვნელობა, რომლის ქვემოთაც მოთავსებულია განაწილების ქულათა გარკვეული პროცენტი. მედიანის შემთხვევაში მისი მნიშვნელობის ქვემოთ ხვდება ქულათა 50%. შესაბამისად, მედიანის მიღება შესაძლებელია დაჯგუფებულ სიხშირეთა განაწილებიდან, მე-3 თავში მოცემული პროცენტილის ფორმულის გამოყენებით:

$$\text{მედიანა} = Mdn = X_{.50} = X_L + \left(\frac{.50(N) - cf_L}{f_i} \right) i$$

სადაც $X_{.50}$ მედიანაა, რომლის გამოთვლაც გვსურს;

X_L – 50-ე პროცენტილის შემცველი ინტერვალის ქვედა რეალური საზღვარი;

N – განაწილებაში ქულათა საერთო რაოდენობა;

cf_L – მედიანის შემცველი ინტერვალის ქვედა რეალურ საზღვრამდე ქულების დაგროვილი სიხშირე;

f_i – მედიანის შემცველ ინტერვალში შემავალ ქულათა სიხშირე;

i – ინტერვალის სიგრძე.

მედიანის თვისებები

მედიანა, ფაქტობრივად, მიიღება ქულების დათელით და ყურადღების მიღმა რჩება ყველა ქულის რიცხვითი მნიშვნელობა, გარდა ერთისა; გამონაკლისია მხოლოდ იმ ქულის მნიშვნელობა, რომელიც მედიანას წარმოადგენს. გარდა ამისა, მედიანაზე არ მოქმედებს განაწილებაში შემაეალ ქულათა უკიდურესი რიცხვითი მნიშვნელობები. მაგალითად, ქვემოთ მოცემული თითოეული განაწილების მედიანაა 37 (გამუქებულია).

განაწილება		
ა	ბ	გ
22	34	22
34	34	34
35	35	35
37	**37**	**37**
39	39	39
44	44	44
44	109	117

მედიანა არ ითვალისწინებს **ბ** და **გ** განაწილების ბოლოებში განლაგებულ უკიდურეს ქულებს. ეს თვისებები მედიანას სასურველ საზომად აქცევს, როდესაც ასიმეტრიული განაწილების ცენტრალური ტენდენციის გაზომეა ხდება საჭირო. მაგალითად, მედიანა ხშირად გამოიყენება, როდესაც საუბარია პოპულაციის ტიპურ შემოსავალზე, რადგან შემოსაელის განაწილება მკვეთრად დადებითად ასიმეტრიულია. მხოლოდ მცირე რაოდენობის ადამიანებს აქვთ მრავალმილიონიანი შემოსავალი. თუ ამ შემოსავლების რიცხვითი მნიშვნელობები გათვალისწინებული იქნება ტიპური შემოსაელის გაზომვაში, ის ძალზე მაღალი იქნება, რათა საშუალო ადამიანის შემოსავლის რეპრეზენტაციული იყოს. ვინაიდან მედიანაზე არ ზემოქმედებს ეს მცირე რაოდენობით დიდი შემოსავალი, ის წარმოადგენს ტიპური შემოსავლის რეპრეზენტაციულ, ცენტრალური ტენდენციის საზომს.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა IV.1

1. განმარტეთ: ბიმოდალური განაწილება, აღწერითი სტატისტიკები, ცენტრალური ტენდენციის საზომები, მედიანა, მოდა, მულტიმოდალური განაწილება, უნიმოდალური განაწილება.
2. დაასახელეთ აღწერითი სტატისტიკების ორი ფუნქცია.
3. დაეუშვათ, მკელევარი ზომავს 25 მეშვიდეკლასელი გოგონას თვითშეფასებას. გოგონებმა თავიანთი თვითშეფასება განალაგეს შეფასების სკალაზე 10-დან (ყველაზე დაბალი თვითშეფასება) 70-მდე (ყველაზე მაღალი თვითშეფასება). მიღებულ იქნა შემდეგი ქულები: 49, 53, 67, 20, 27, 36, 49, 27, 61, 17, 49, 50, 29, 56, 65, 27, 48, 24, 49, 15, 32, 66, 46, 24 და 38.
   ა) იპოვეთ ამ განაწილების მოდა.
   ბ) როგორია ეს განაწილება – უნიმოდალური, ბიმოდალური თუ მულტიმოდალური?
4. დაეუშვათ, ერთ-ერთმა გოგონამ, რომელმაც მიიღო ზემოთ (მე-3 კითხვაში) დასახელებული 49 ქულა, 49-ის ნაცვლად მიიღო 27 ქულა.
   ა) იპოვეთ ამ განაწილების მოდა.
   ბ) როგორია ეს განაწილება – უნიმოდალური, ბიმოდალური თუ მულტიმოდალური?
5. დაეუშვათ, ერთ-ერთმა გოგონამ, რომელმაც მიიღო ზემოთ (მე-3 კითხვაში) დასახელებული 49 ქულა, 49-ის ნაცვლად მიიღო 24 ქულა.
   ა) იპოვეთ ამ განაწილების მოდა.
   ბ) როგორია ეს განაწილება – უნიმოდალური, ბიმოდალური თუ მულტიმოდალური?
6. მოდის, როგორც აღწერითი სტატისტიკის, რომელი შეზღუდვის მაგალითს ნარმოადგენს მე-4 და მე-5 კითხვებზე თქვენ მიერ მიღებული პასუხები?
7. იპოვეთ მე-3 კითხვაში მოცემული განაწილების მედიანა.

8. დავუშვათ, ექსპერიმენტატორმა თვითშეფასება კიდევ ერთ მეშვიდეკლასელ გოგონას გაუზომა და მიიღო 28 ქულა. ჩართეთ ეს ქულა განაწილებაში და იპოვეთ ამ განაწილების მედიანა.

9. ავიღოთ მე-3 კითხვაში მოცემული საწყისი განაწილება (26-ე ცდის პირის მონაცემის დამატების გარეშე). დავუშვათ, რომ ქულები 61, 65, 66 და 67 შეიცვალა ქულებით 51, 55, 56 და 57-ით, შესაბამისად. რა იქნება ქულათა ახალი განაწილების მედიანა?

10. შეადარეთ ერთმანეთს: (ა) მე-7 და მე-8 კითხვებზე მიღებული პასუხები. (ბ) მე-7 და მე-9 კითხვებზე მიღებული პასუხები. მედიანის, როგორც აღწერითი სტატისტიკის, რა შეზღუდვის მაგალითია თქვენ მიერ მიღებული პასუხები?

შერჩევის საშუალო

შერჩევის საშუალო ($\overline{X}$) (Sample mean) – მიღებულ ქულათა ჯამი გაყოფილი ქულათა მთლიან რაოდენობაზე.

ცენტრალური ტენდენციის ყველაზე ცნობილი საზომია **შერჩევის საშუალო**, რომელსაც ხშირად **საშუალო არითმეტიკულს** ან უბრალოდ **საშუალოს** უწოდებენ. შერჩევის საშუალო არის მიღებულ ქულათა ჯამი გაყოფილი ქულათა მთლიან რაოდენობაზე. სტატისტიკური სიმბოლოებით ეს ასე გამოითქმის:

$$\text{შერჩევის საშუალო} = \overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{N} X_i}{N},$$

სადაც $\overline{X}$ საშუალოა;

$\sum$ (ბერძნული დიდი სიგმა) – შეკრების ნიშანი. ის მიუთითებს რაიმე ცვლადების ერთობლიობის დაჯამებაზე ანუ შეკრებაზე. $i=1$ და N აღნიშნებით ნიშნავს იმას, რომ შეკრებილია ყველა მიღებული ქულა, პირველი ($i=1$) ცდის პირიდან დაწყებული, ბოლო (მე-N) ცდის პირით დამთავრებული;

X_i – ნებისმიერი ცდის პირის მიერ მიღებული ქულა. ინდექსი i მიუთითებს კონკრეტულ ცდის პირზე (მაგალითად, X_1 მიუთითებს პირველ ცდის პირზე, X_2 – მეორე ცდის პირზე X_{10} – მეათე ცდის პირზე და ა.შ);

N არის შერჩევაში ცდის პირთა რაოდენობა.

როდესაც ცნობილია, რომ ჯამდება შერჩევაში მიღებული ყველა N ქულა, ფორმულაში ალარ იწერება შეკრების ნიშნის საზღვრები და უგულებელყოფილია ინდექსი i; აქედან გამომდინარე, საშუალოს ფორმულა ასეთი სახისაა:

$$\overline{X} = \frac{\sum X}{N}.$$

უმრავლეს შემთხვევაში ამ გამარტივებულ ფორმულას გამოვიყენებთ.

შერჩევის საშუალოს გამოთვლა

დავუშვათ, გამოცდებთან დაკავშირებული შფოთვის კითხვარში მიიღეთ შემდეგი ქულები: 34, 35, 37, 38, 44 და 50. ქულათა ამ ერთობლიობისთვის შერჩევის საშუალო შემდეგნაირად გამოითვლება:

პირველ რიგში, ვკრებთ ქულებს ანუ

$$\sum X = 34 + 35 + 37 + 38 + 44 + 40 = 228.$$

ქულათა რაოდენობა N უდრის 6-ს. ქულათა საშუალოს გამოსათვლელად მიღებულ ჯამს ანუ 228-ს ვყოფთ 6-ზე, ანუ

$$\overline{X} = \frac{\sum X}{N} = \frac{228}{6} = 38.0$$

გამოცდებთან დაკავშირებული შფოთვის კითხვარში მიღებული 100 ქულისთვის, რომელიც მოცემულია ცხრილში N3-3, საშუალო გამოითვლება 100 ქულის შეკრებითა და მიღებული ჯამის 100-ზე გაყოფით. ფორმულის სახით:

$$\overline{X} = \frac{42+28+37+\ldots+29+40+37}{100} = \frac{4164}{100} = 41.64 = 41.6$$

მაგალითი N4-2



საშუალოს გამოთვლა

ამოცანა

დავუშვათ, მაგალითში N4-1 განხილულ სურათის გახსენების დავალებაში მიიღეთ შემდეგი 18 ქულა: 7, 3, 7, 9, 6, 10, 14, 3, 6, 9, 14, 9, 8, 5, 4, 6, 9 და 13. გამოთვალეთ ამ ქულების საშუალო.

საჭირო სტატისტიკა: $\overline{X} = \frac{\sum X}{N}$.

ამოხსნა

პირველი ნაბიჯი იქნება $\sum X$-ის მიღება, რომელიც უდრის:

$$7+3+7+9+6+10+14+3+6+9+14+9+8+5+4+6+9+13 = 142.$$

შეკრებილ ქულათა რაოდენობაა *N*, ჩვენს მაგალითში *N* უდრის 18-ს. შესაბამისად, გვექნება:

$$\overline{X} = \frac{\sum X}{N} = \frac{142}{18} = 7.89 = 7.9.$$

შერჩევის საშუალოს თვისებები

საშუალოს გამოთვლისას გამოიყენება განაწილებაში შემავალი ყველა ქულის რიცხვითი მნიშვნელობა, ამიტომ განაწილებაში შემავალ ქულათა ნებისმიერი ცვლილება აუცილებლად შეცვლის ამ განაწილების საშუალოს მნიშვნელობას. მაგალითად, განვიხილოთ გამოცდებთან დაკავშირებული შფოთვის კითხვარში მიღებული შემდეგი ქულები: 26, 26, 26, 30, 34, 40 და 42. ამ განაწილების მოდაა 26, მედიანა – 30, ხოლო საშუალო – 32. თუ შევცვლით მხოლოდ ერთ ქულას, მაგალითად, 40-ის ნაცვლად ავიღებთ 43-ს, მოდა ისევ იქნება 26 და მედიანა – 30, მაგრამ საშუალო ახლა იქნება 32.4. ვინაიდან საშუალო დამოკიდებულია თითოეული ქულის სიდიდეზე, განაწილების უკიდურესი ქულები გავლენას ახდენენ საშუალოს სიდიდეზე და ცვლიან (ამახინჯებენ) მის, როგორც ცენტრალური ტენდენციის საზომის, მნიშვნელობას. მაგალითად, დაეუშვათ, განხილულ განაწილებაში ქულა 40 შევცვალეთ არა 43-ით, არამედ – 78-ით. განაწილების მოდა და მედიანა ისევ 26 და 30 იქნება, შესაბამისად, მაგრამ გაიზრდება საშუალო და იქნება 37.4. აქედან გამომდინარე, თუ განაწილებაში შედის რამდენიმე უკიდურესი ქულა, საშუალო შეიძლება ვეღარ წარმოადგენდეს ტიპურ ქულას.

საშუალოს მეორე თვისება ისაა, რომ განაწილებაში შემავალ თითოეულ ქულასა და განაწილებაში შემავალ ქულათა საშუალოს შორის განსხვავებათა ჯამი ნულის ტოლია, ანუ

$$\sum \left(X - \overline{X}\right) = 0.$$

ეს გამოსახულება გვიჩვენებს, რომ განაწილებაში შემავალ თითოეულ ქულას გამოვაკელით საშუალო, შემდეგ შევკრიბეთ მიღებული სხვაობები და შედეგად მივიღეთ ნული. ცხრილში N4-4 მოცემულია ეს მიმართება: ამ ცხრილის (ა) სვეტში მოცემულია გამოცდებთან დაკავშირებული შფოთვის კითხვარში მიღებული შვიდი ქულა და მათი საშუალო 35.0; (ბ) სვეტში მოცემულია შემდეგი მოქმედება: საშუალოს რიცხვითი მნიშვნელობა აკლდება (ა) სვეტში მოცემულ თითოეულ ქულას და ამ სვეტში მიღებული მნიშვნელობების ჯამი $\sum(X-\overline{X})$ არის ნული.

ქულათა ნებისმიერი ერთობლიობისთვის $\sum(X-\overline{X})$ ჯამის მნიშვნელობა ნულის ტოლი იქნება, მაგრამ $\sum(X-\overline{X})^2$ მხოლოდ იმ შემთხვევაში იქნება ნულის ტოლი, როდესაც განაწილებაში შემავალი თითოეული ქულა საშუალოს ტოლია; სხვა შემთხვევაში $\sum(X-\overline{X})^2$ არ იქნება ნულის ტოლი. ეს სიდიდე გამოთვლილია (გ) სვეტში, სადაც თითოეულ ქულასა და საშუალოს შორის სხვაობა (რომელსაც ხშირად *გადახრას* უწოდებენ) კვადრატშია აყვანილი (ანუ გამრავლებულია თავის თავზე). მაგალითად, ქულა 22 $\overline{X}$-სგან განსხვავდება -13-ით, ხოლო $(-13)^2 = 169$. (გ) სვეტში მოცემულ სხვაობათა კვადრატების ჯამია 264. $\sum(X-\overline{X})^2$ სიდიდე ხშირად გამოიყენება სტატისტიკურ გამოთვლებში და **კვადრატების ჯამი** (შემოკლებით SS) ეწოდება. ამრიგად,

კვადრატების ჯამი (SS) (Sum of squares) – რიცხვი, რომელიც მიიღება განაწილებაში შემავალი თითოეული ქულიდან განაწილების საშუალოს გამოკლებით, თითოეული სხვაობის კვადრატში აყვანითა და მიღებული სიდიდეების შეჯამებით.

$$\text{კვადრატების ჯამი} = SS = \sum(X-\overline{X})^2$$

მათემატიკურად შესაძლებელია იმის ჩვენება, რომ საშუალოდან ქულათა გადახრების კვადრატების ჯამი (ანუ $\sum(X-\overline{X})^2$) უფრო ნაკლებია, ვიდრე ნებისმიერი სხვა სტატისტიკიდან, მაგალითად, მედიანიდან ან მოდიდან, ქულათა გადახრების კვადრატების ჯამი. ეს თვისება შესაძლებლობას იძლევა, რომ საშუალო გამოყენებულ იქნეს რამდენიმე ძალზე მნიშვნელოვან სტატისტიკურ მეთოდში, რომელზეც მოგვიანებით, შემდეგ თავებში ვისაუბრებთ.

ცხრილი **N4.1.** სვეტი (ა): შვიდი ქულა და მათი საშუალო 35.0; სვეტი (ბ): $X-\overline{X}$ სხვაობის მნიშვნელობა თითოეული ქულისთვის; სვეტი (გ) $X-\overline{X}$ გადახრა თითოეული ქულისთვის აყვანილია კვადრატში

(ა) X	(ბ) $X-\overline{X}$	(გ) $(X-\overline{X})^2$
22	22-35 = -13	169
34	34-35 = -1	1
35	35-35 = 0	0
35	35-35 = 0	0
37	37-35 = +2	4
38	38-35 = +3	9
44	44-35 = +9	81
$\overline{X}$ 35.0	ჯამი 0	264

შერჩევის საშუალოს წარმოდგენა სამეცნიერო სტატიაში

სტატისტიკოსები, როგორც წესი, შერჩევის საშუალოს აღსანიშნად იყენებენ $\overline{X}$ სიმბოლოს, თუმცა, სამეცნიერო ჟურნალებში ხშირად გამოიყენება სტატისტიკაში მიღებულისგან განსხვავებული სიმბოლოები. ბიჰევიორისტული მეცნიერების მრავალი ჟურნალი იცავს *ამერიკის ფსიქოლოგიური ასოციაციის პუბლიკაციების სახელმძღვანელოში* (*Publication Manual of the American Psychological Association*. American Psychological Association, 1994) მოცემულ სარედაქციო სტილს. ამ სტილის მიხედვით, შერჩევის საშუალო აღინიშნება ლათინური დიდი დახრილი *M*-ით. ამრიგად, სამეცნიერო ჟურნალში გამოქვეყნებულ სტატიაში შეიძლება შეხვდეთ შემდეგნაირად წარმოდგენილ საშუალოს:

M – სიმბოლო, რომელიც ამერიკის ფსიქოლოგიური ასოციაციის პუბლიკაციების სახელმძღვანელოში (1994) მითითებული ნორმებით შესრულებულ ნაშრომში გამოიყენება შერჩევის საშუალოს აღსანიშნად.

ქალი ცდის პირების მიერ ქალი პოლიტიკოსების კომპეტენტურობის საშუალო შეფასება (*M* = 6.13) უფრო მაღალი იყო, ვიდრე მამაკაცი ცდის პირების საშუალო შეფასება (*M* = 5.42).

საბეჭდ მანქანაზე აკრებილ ან ხელნაწერ ტექსტში სტატისტიკური სიმბოლოს გამოსაყოფად გამოიყენება ხაზგასმა[1]. ამრიგად, ლაბორატორიულ ანგარიშს ასეთი სახე შეიძლება ჰქონდეს:

ქალი ცდის პირების მიერ ქალი პოლიტიკოსების კომპეტენტურობის საშუალო შეფასება (M = 6.13) უფრო მაღალი იყო, ვიდრე მამაკაცი ცდის პირების საშუალო შეფასება (M = 5.42).

პოპულაციის საშუალო

პოპულაციის საშუალო (Population mean – μ) – პოპულაციაში ყველა შემთხვევის ჯამის ფარდობა ქულების საერთო რაოდენობასთან.

პოპულაციისთვის ქულათა საშუალო შერჩევის საშუალოს მსგავსად გამოითვლება, იმ განსხვავებით, რომ პოპულაციაში ქულათა რაოდენობას *N* აღნიშნავს, საშუალოს მნიშვნელობა კი ბერძნული μ-ითაა (ბერძნული ანბანის მე-12 ასო, წარმოითქმის, როგორც „მიუ") წარმოდგენილი და არა – $\overline{X}$ -ით. ამრიგად, **პოპულაციის საშუალო** გამოისახება შემდეგი ფორმულით:

$$\text{პოპულაციის საშუალო} = \mu = \frac{\sum X}{N_{\text{პოპულაცია}}}.$$

უმრავლეს შემთხვევაში μ-ს შესახებ დასკვნა $\overline{X}$ -დან გამომდინარე კეთდება, რადგან შეუძლებელია პოპულაციაში ყველა ქულის გაზომვა. შერჩევის საშუალო, როგორც პოპულაციის საშუალოს შეფასება, უფრო დეტალურად მე-7 თავშია განხილული.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა IV.2

1. განმარტეთ: *M*, μ, *N*, პოპულაციის საშუალო, $\sum$, შერჩევის საშუალო, კვადრატების ჯამი, $\sum X$, $\overline{X}$.
2. დავუშვათ, მიიღეთ შემდეგი ქულები: 97, 90, 86, 93, 76 და 86.
   ა) იპოვეთ მათი საშუალო.
   ბ) აჩვენეთ, რომ ამ ქულებისთვის $\sum(X - \overline{X}) = 0$.
   გ) ამ ქულებისთვის გამოთვალეთ $\sum(X - \overline{X})^2$.

1 ეს მეთოდი გამოიყენება ლათინური ასოებით (მაგალითად, ინგლისურად ან გერმანულად) დანერილი ტექსტის შემთხვევაში; ქართულში სტატისტიკური სიმბოლოს ხაზგასმა არ არის საჭირო (მთარგმნელის შენიშვნა).

3. დავუშვათ, მკვლევარმა გაზომა მეშვიდეკლასელი გოგონების თვითშეფასება და მიიღო შემდეგი ქულები: 49, 53, 67, 20, 27, 36, 49, 27, 61 და 28.
   ა) გამოთვალეთ ამ ქულების საშუალო.
   ბ) დავუშვათ, ექსპერიმენტატორმა კიდევ ერთი მეშვიდეკლასელი გოგონას თვითშეფასება გაზომა და მიიღო 17 ქულა. ჩართეთ ეს ქულა ზემოთ მოცემულ განაწილებაში და იპოვეთ მიღებული განაწილების საშუალო.
   გ) დავუშვათ, ქულა 67 შეიცვალა 27-ით და მიღებული ქულები გახდა 49, 53, 27, 20, 27, 36, 49, 27, 61 და 28. რა იქნება ქულათა ამ ახალი სიმრავლის საშუალო?
   დ) შეადარეთ ერთმანეთს ამ კითხვის (ა), (ბ) და (გ) პუნქტებში მიღებული პასუხები. საშუალოს რომელ თვისებებს აჩვენებს თქვენ მიერ მიღებული პასუხები?

ცენტრალური ტენდენციის საზომების შედარება

რომელია „საუკეთესო" საშუალო ქულა? ამ კითხვაზე პასუხის გაცემა არ არის იოლი. ცენტრალური ტენდენციის საუკეთესო საზომი დამოკიდებულია იმაზე, თუ რისთვის არის გამიზნული მოცემული სტატისტიკა, ანუ რისთვის ვიყენებთ მას. ცენტრალური ტენდენციის საზომი გამოიყენება როგორც აღსანერად, ისე დასკვნების გასაკეთებლად.

ცენტრალური ტენდენციის საზომების აღწერითი გამოყენება

არჩევა იმისა, ცენტრალური ტენდენციის რომელი საზომი გამოვიყენოთ როგორც აღწერითი სტატისტიკა, დამოკიდებულია გაზომვის სკალაზე, რომელზეც იმყოფება მიღებული ქულები, და ამ ქულების სიხშირეთა განაწილების ფორმაზე.

ქულების გაზომვის სკალები

სახელდების სკალა. სახელდების სკალაზე პასუხები უბრალოდ ნაწილდება ორ კატეგორიაში: პასუხი არის, ან არ არის. ცენტრალური ტენდენციის ერთადერთი საზომი, რომელიც შეიძლება გამოვიყენოთ სახელდების სკალაზე, არის მოდა, ანუ განესაზღვროთ კატეგორია, რომელიც ყველაზე ხშირად გვხდება.

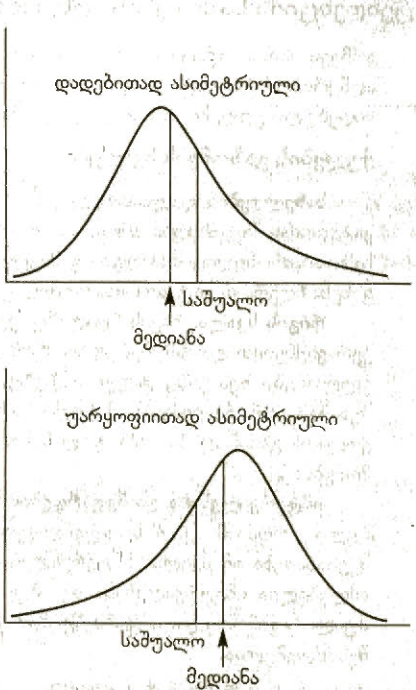
რიგის სკალა. რიგის სკალაზე ქულები ლაგდება სიდიდის მიხედვით, მაგრამ ვერ ვიქნებით დარწმუნებულნი, რომ ცვლადის გვერდიგვერდ განლაგებული მნიშვნელობები სკალაზე ტოლი ინტერვალებით არის დაშორებული ერთმანეთისგან. შესაბამისად, შეგვიძლია იმ ქულის განსაზღვრა, რომელიც იქნება მედიანა. მედიანა ქულათა განაწილებას ორ ტოლ ნაწილად ყოფს. შესაძლებელია მოდალური ქულის მოძებნაც.

ინტერვალებისა და შეფარდების სკალები. ორივე სკალის შემთხვევაში მიღებულია, რომ ამ სკალაზე გვერდიგვერდ განლაგებულ ქულებს შორის ინტერვალი შეესაბამება იმ სკალის ინტერვალებს, რომელზეც გაიზომა ცვლადი. ამიტომ შესაძლებელია ინტერვალებისა თუ შეფარდების სკალაზე განლაგებულ ქულათა საშუალოს გამოთვლა. ამ დონეზე მყოფი ქულებისთვის მედიანისა და მოდის პოვნაც შესაძლებელია.

ქულების განაწილების ფორმა

ის, თუ რამდენად კარგად ახასიათებს ცენტრალური ტენდენციის საზომი განაწილებას, განაწილების ფორმაზეც არის დამოკიდებული. სურათზე N3.8 წარმოდგენილია ქულათა რამდენიმე ტიპური განაწილება. თუ განაწილება უნიმოდალურია და სიმეტრიული, როგორიცაა სურათზე N3.8ა მოცემული ნორმალური განაწილება, მაშინ მოდა, მედიანა და საშუალო ერთი და იგივე რიცხვი იქნება. თითოეული სტატისტიკა ერთნაირად კარგად ახასიათებს განაწილებას; თუმცა, მიღებული განაწილებები ხშირად არ არის უნიმოდალური და სიმეტრიული; ისინი დადებითად ან უარყოფითად ასიმეტრიულია. ასიმეტრიულ განაწილებაში მოდას, მედიანასა და საშუალოს მნიშვნელობები განსხვავდება ერთმანეთისგან. ვინაიდან საშუალო მგრძნობიარეა ასიმეტრიული განაწილების უკიდურესი ქულების მიმართ, ის უფრო

მეტად გადაინაცვლებს უკიდურესი ქულების მიმართულებით, ვიდრე მოდა ან მედიანა. ამრიგად, საშუალოსა და მედიანას შორის სხვაობის ნიშანი გვიჩვენებს, განაწილება დადებითად ასიმეტრიულია თუ უარყოფითად. უარყოფითად ასიმეტრიულ განაწილებაში საშუალო უფრო ნაკლები იქნება, ვიდრე მედიანა. ანალოგიურად, რამდენიმე უკიდურესად მაღალი ქულა დადებითად ასიმეტრიულ განაწილებაში გაზრდის საშუალოს მნიშვნელობას და ის მედიანაზე მეტი იქნება. სურათზე N4.1 ნაჩვენებია მედიანისა და საშუალოს ფარდობითი ადგილმდებარეობა დადებითად და უარყოფითად ასიმეტრიულ განაწილებებში. როგორც სურათზე ხედავთ, თუ განაწილება საკმაოდ ასიმეტრიულია და დიდი სხვაობაა საშუალოსა და მედიანას მნიშვნელობებს შორის, მედიანა, როგორც წესი, ცენტრალური ტენდენციის უკეთეს საზომს წარმოადგენს, ვიდრე საშუალო. ამის მაგალითია ბეისბოლის ძირითადი ლიგის მოთამაშეთა შემოსავლების განაწილება. ერთ-ერთ ამერიკულ გუნდში წლიური შემოსავალია $109.000-დან $5.155.250-მდე (Cafardo, 1994). ამ განაწილების საშუალოა $1.357.163, მაგრამ მედიანაა $500.000. განაწილება მკვეთრად დადებითად ასიმეტრიულია; გუნდის 25 მოთამაშიდან მხოლოდ 8 მათგანი იღებს საშუალოზე მეტს. ამრიგად, ამ გუნდის მოთამაშეთა ტიპური ანაზღაურების საშუალოთი დახასიათება არასწორ სურათს გვაძლევს, რადგან მოთამაშეთა ნახევარი $500.000-ს ან ნაკლებს იღებს (Fudin & Levinson, 1994).



სურათი N 4.1.
მედიანისა და საშუალოს ფარდობითი ადგილმდებარეობა დადებითად და უარყოფითად ასიმეტრიულ განაწილებაში

ყოველთვის, როდესაც მნიშვნელოვანია აღწერა, უმჯობესია ქულათა განაწილების ცენტრალური ტენდენციის სამივე საზომის წარმოდგენა; თუმცა, როგორც ნახავთ ბიჰევიორისტული მეცნიერების ლიტერატურაში, ცენტრალური ტენდენციის ყველაზე ფართოდ გამოყენებად საზომს საშუალო წარმოადგენს, ხოლო მოდა იშვიათად გამოიყენება.

შეიძლება, რომ ზოგიერთ განაწილებას ცენტრალური ტენდენცია არ ჰქონდეს?

ბიმოდალური განაწილება ვერ აღიწერება სათანადოდ ცენტრალური ტენდენციის მხოლოდ ერთი საზომით, განსაკუთრებით მაშინ, როდესაც მოდალური ქულები დიდი მანძილით არიან დაშორებული ერთმანეთისგან. მაგალითად, დავუშვათ, რომ მკვლევარმა მიიღო გამოცდებთან დაკავშირებული შფოთვის კითხვარის ქულების ისეთი განაწილება, როგორიც მოცემულია ცხრილში N4.2. ეს განაწილება აშკარად ბიმოდალურია; მისი ერთი მოდაა 34, ხოლო მეორე – 58. განაწილების მედიანაა 45.5, საშუალო კი – 45.8. ცხრილიდან ჩანს, რომ არც ერთმა ცდის პირმა არ მიიღო მედიანის ან საშუალოს ახლოს მდებარე ქულა. ამ შერჩევაში არც მედიანა და არც საშუალო არ წარმოადგენს ტიპური პიროვნების გამოცდებთან დაკავშირებულ შფოთვას. მოდა 34 და მოდა 58 ამ შემთხვევაში ტიპური ქულების საუკეთესო აღწერაა.

ცხრილი N4.2. გამოცდებთან დაკავშირებული შფოთვის კითხვარის 26 ქულის ბიმოდალური განაწილება

ქულა	თვლის შედეგი	*f*	
61	/	1	
60			
59	//	2	
58	/////	5	მოდა
57	///	3	
56	/	1	
55	/	1	
54			
53			
52			
51			
50			
49			
48			
47			
46			
45			$\overline{X} = 45.8$, $Md = 45.5$
44			
43			
42			
41			
40			
39			
38			
37			
36	/	1	
35	///	3	
34	/////	5	მოდა
33	//	2	
32	/	1	
31	/	1	

განვიხილოთ კიდევ ერთი მაგალითი. სოფლის მეურნეობის დეპარტამენტის ბოლო წლის მონაცემების მიხედვით, აშშ-ში ყოველწლიურად ერთ სულ მოსახლეზე მოდიოდა 1.33 ფუნტი მოხმარებული საღეჭი თამბაქო. ეს აღწერა შეგესაბამებათ თქვენ? თუ თქვენ არ ღეჭავთ თამბაქოს, ეს რიცხვი ძალზე მაღალი იქნება, მაგრამ თუ თქვენ ღეჭავთ თამბაქოს, ეს სიდიდე შეიძლება ძალზე მცირეც კი იყოს თქვენთვის. საღეჭი თამბაქოს გამოყენების განაწილება ბიმოდალურია. პოპულაციის მცირე ნაწილი იყენებს საღეჭ თამბაქოს და მისი მოხმარება მნიშვნელოვნად აღემატება

1.33 ფუნტს წელიწადში. პოპულაციის დიდი ნაწილი არ მოიხმარს საღეჭ თამბაქოს და მათი მოდალური გამოყენება იქნება ნული ფუნტი წელიწადში.

ცენტრალური ტენდენციის საზომების დასკვნითი გამოყენება

ცენტრალური ტენდენციის საზომის არჩევას, ნაწილობრივ, განაპირობებს ის, თუ რამდენად გამოიყენება მოცემული სტატისტიკა შემდგომში დასკვნითი მიზნებისთვის. პირველ თავში ვთქვით, რომ პოპულაციის პარამეტრები ხშირად ფასდება შერჩევისგან მიღებულ სტატისტიკებზე დაყრდნობით. შერჩევის საშუალო $\bar{X}$ პოპულაციის საშუალოს (რომელიც აღინიშნება ბერძნული ასოთი μ) საუკეთესო შეფასებაა. აქედან გამომდინარე, შერჩევის საშუალო შედის მნიშვნელოვან სტატისტიკურ შეფასებათა რიცხვში. ვინაიდან საშუალო ასეთი გამოსადეგია დასკვნისთვის, ბიჰევიორისტულ მეცნიერებათა წარმომადგენლები ხშირად იყენებენ მას მონაცემთა აღსანერად. შერჩევის საშუალოს, როგორც პოპულაციის საშუალოს შეფასების თვისებებს უფრო სრულად მე-7 თავში განვიხილავთ.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა IV.3

1. ცენტრალური ტენდენციის რომელ საზომს აირჩევთ ქვემოთ აღწერილ თითოეულ შემთხვევაში?
   ა) იპოვეთ მნიშვნელობა, რომელიც წარმოადგენს განაწილების 50-ე პროცენტილს.
   ბ) რომელი საზომისთვის არის მინიმალური განანილებაში შემავალ თითოეულ ქულასა და ცენტრალური ტენდენციის საზომს შორის სხვაობების კვადრატების ჯამი.
   გ) აღწერეთ ქულა, რომელიც ყველაზე ხშირად გხვდებათ განაწილებაში.
   დ) მის გამოსათვლელად გამოიყენეთ თითოეული ქულის რიცხვითი მნიშვნელობა.
2. განაწილება მკვეთრად უარყოფითად ასიმეტრიულია. როგორ ფიქრობთ, განაწილების საშუალო იქნება მედიანაზე ნაკლები, მედიანის ტოლი თუ მასზე მეტი? ახსენით თქვენი პასუხი.
3. განაწილების საშუალო მნიშვნელოვნად აღემატება მედიანას. როგორ ფიქრობთ, განაწილება სიმეტრიულია, უარყოფითად ასიმეტრიულია თუ დადებითად ასიმეტრიული? რატომ?

შეჯამება

- ცენტრალური ტენდენციის საზომების გამოყენება შესაძლებელია აღსანერად და დასკვნების გასაკეთებლად.
- ცენტრალური ტენდენციის სამი ყველაზე ხშირად გამოყენებადი საზომია: მოდა, მედიანა და შერჩევის საშუალო.
- მოდა არის ქულა, რომელიც ყველაზე ხშირად გეხვდება ქულათა განაწილებაში.
- მედიანა არის ქულა განანილებაში, რომლის ზემოთ და ქვემოთ განლაგებულია ქულათა ტოლი რაოდენობა.
- შერჩევის საშულო გამოითელება $\sum X / N$ შეფარდებით.
- საშუალო ცენტრალური ტენდენციის ყველაზე ხშირად გამოყენებადი საზომია დასკვნითი მიზნებისთვის.
- თითოეული სტატისტიკის სათანადო გამოყენება აღწერითი მიზნებისთვის დამოკიდებულია გაზომვის სკალაზე და ქულების სიხშირეთა განაწილების ფორმაზე.

ძირითადი ტერმინები და სიმბოლოები

აღწერითი სტატისტიკა	უნიმოდალური განაწილება	$\sum$ (დაჯამება)
ბიმოდალური განაწილება	შერჩევის საშუალო	$\bar{X}$
მედიანა *(Mdn)*	ცვალებადობის საზომები	
მოდა	ცენტრალური ტენდენციის საზომები	$\sum X$
მულტიმოდალური განაწილება	*M*	$\sum(X - \bar{X})^2$
პოპულაციის საშუალო	μ (მიუ)	
საშუალო		

კითხვები

1. როტონმა და კელიმ (Rotton & Kelly, 1985) შექმნეს სკალა, რომელსაც მთვარის ეფექტის რწმენის სკალა უწოდეს. ამ სკალით ხდება იმის შეფასება, თუ რამდენად სწამს ადამიანს, რომ სავსე მთვარე გაელენას ახდენს ქცევაზე. სკალაზე ქულათა დიაპაზონია 9-დან 81-ის ჩათვლით. ამ სკალაზე ინდივიდთა ერთი შერჩევის საშუალოა 37.9, ხოლო მედიანა – 39. შეძლებთ თუ არა ამ ინფორმაციაზე დაყრდნობით დაასკვნათ ქულათა განაწილების შესახებ: დაახლოებით როგორია ის – სიმეტრიული თუ ასიმეტრიული? რატომ?

2. აშშ-ის Census Bureau-ის მონაცემების მიხედვით, 1992 ნელს მამრობითი სქესის ადეოკატებისა და მოსამართლეების საშუალო შემოსავალმა $94.757 შეადგინა მაშინ, როცა მათი შემოსავლის მედიანა $78,052 იყო. ასიმეტრიულია ეს განაწილება? თუ ფიქრობთ, რომ ასიმეტრიულია, მაშინ რა მიმართულებით არის ასიმეტრიული? რატომ?

3. ეგლიმ და მეიერსმა (Egli & Meyers, 1984) ვიდეოთამაშების პავილიონში გამოკითხეს 151 მოზარდი. გამოკითხვის შედეგებმა აჩვენა, რომ ინდივიდების მიერ კვირის მანძილზე თამაშში გატარებული საშუალო დრო იყო 5.2 საათი, ხოლო მედიანა – 2.5 საათი კვირაში. ასიმეტრიულია თუ არა კვირის მანძილზე თამაშის საათების მიღებული განაწილება? თუ ფიქრობთ, რომ ასიმეტრიულია, მაშინ რა მიმართულებით არის ასიმეტრიული? რატომ?

4. ბიჰევიორისტულ მედიცინაში მომუშავე მკვლევრებს აინტერესებდათ ტკივილის კონტროლის ფსიქოლოგიური მექანიზმები. ცდის პირებში ტკივილის უსაფრთხოდ გამოსაწვევად მათ შეეძლოთ ცივი პრესორის ამოცანის გამოყენება. ამ ამოცანის ერთ-ერთი ფორმა გულისხმობს ცივ წყალში ხელის ჩაყოფასა და იმ დროის დაფიქსირებას, რამდენ ხანსაც შეძლებს ცდის პირი ხელის გაჩერებას წყალში. დავუშვათ, ექსპერიმენტში მონაწილეობდა 17 ცდის პირი, რომელთაც ხელი ჩაყოფილი ჰქონდათ 40°F-იან (4°C) წყალში და ფიქსირდებოდა დრო, რამდენ ხანსაც აჩერებდა ცდის პირი ხელს წყალში მანამ, სანამ ტკივილი გაუსაძლისი გახდებოდა. ექსპერიმენტატორმა ცდა ოთხჯერ გაიმეორა და მიიღო ქულათა ოთხი ჯგუფი, რომელიც ქვემოთ არის მოცემული (ქულები წარმოადგენს წამებით გაზომილ დროს):

ჯგუფი	ქულები
1	35, 39, 38, 30, 37, 43, 30, 38, 41, 52, 25, 44, 33, 41, 38, 56, 37.
2	20, 28, 26, 29, 60, 21, 37, 30, 28, 57, 29, 25, 63, 26, 32, 30, 53.
3	45, 23, 57, 50, 47, 52, 20, 53, 50, 30, 52, 60, 52, 49, 52, 49, 53.
4	52, 23, 40, 60, 52, 21, 20, 52, 50, 23, 55, 26, 28, 53, 26, 49, 26.

ქულათა თითოეული ჯგუფისთვის:

ა) ააგეთ დაუჯგუფებელ მარტივ სიხშირეთა განაწილება. გამოიყენეთ ეს სიხშირეთა განაწილება ქულათა განაწილების ფორმის შესახებ დასკვნის გასაკეთებლად;

ბ) გამოთვალეთ მოდა, მედიანა და საშუალო;

გ) შეადარეთ ცენტრალური ტენდენციის საზომები ერთმანეთს. ასიმეტრიულია განაწილება? ახსენით, როგორ მიხვედით ამ დასკვნამდე. ამ შედარების შედეგად მიღებული პასუხი თანხვდება თუ არა (ა) პუნქტში აგებულ სიხშირეთა განაწილებას?

დ) როგორ ფიქრობთ, ცენტრალური ტენდენციის რომელიმე საზომი აღწერს ქულებს უკეთესად? თუ კი, რომელი საზომი და რატომ?

5. თქვენი სტატისტიკის პროფესორი აპირებს, რომ ხუთი გამოცდის საფუძველზე დაგინეროთ საბოლოო ნიშანი. თითოეულ გამოცდაში მაქსიმალური ქულაა 100. მან გითხრათ, რომ თქვენი ნიშანი გამოითვლება ქულების ცენტრალურ ტენდენციაზე დაყრდნობით და რომ თქვენ უნდა აირჩიოთ, რომელ ქულაზე დაყრდნობით გამოთვლილი შეფასება გირჩევნიათ – მოდალურ, მედიანურ თუ საშუალო ქულაზე. დავუშვათ, სამი სტუდენტის ნიშნებია:

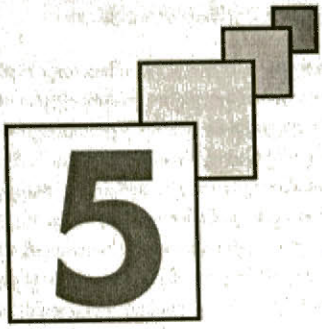
	გამოცდები				
	1	2	3	4	5
რობერტო	35	40	65	90	90
დიმიტრიოსი	10	50	65	80	85
კარენი	56	56	67	78	98

თუ თქვენ ერთი ამ სტუდენტთაგანი ხართ, ცენტრალური ტენდენციის რომელ საზომს აირჩევდით თქვენი საბოლოო ნიშნის განსასაზღვრად? ახსენით თითოეული სტუდენტის შემთხვევაში გაკეთებული არჩევანის მიზეზი.

6. გროსმა (Gross, 1993) გამოკითხა სტუდენტები დიდ ცენტრალურ ევროპულ უნივერსიტეტში. გამოკითხვა შეეხებოდა კოლეჯის მდედრობითი და მამრობითი სქესის სტუდენტებში ალკოჰოლის მოხმარებას. გამოკითხვის ერთ-ერთ კითხვაში რესპონდენტებს მოეთხოვებოდათ მიეთითებინათ, თუ რამდენჯერ იღებდნენ ალკოჰოლს კვირაში. გროსმა აღმოაჩინა, რომ 21 წლის და უფროსი ასაკის სტუდენტებ ვაჟებთან კვირაში დალევის შემთხვევათა საშუალო რაოდენობა იყო 23.9, ქალებთან – 7.5.
   ა) გააკრიტიკეთ დალევის ქცევის ცენტრალური ტენდენციის საზომად საშუალოს გამოყენება; კერძოდ, ფიქრობთ, რომ დალევათა განაწილება ასიმეტრიულია? თუ ფიქრობთ, რომ კი, რა მიმართულებით არის ასიმეტრიული?
   ბ) როგორ ფიქრობთ, ცენტრალური ტენდენციის რომელი საზომი იქნება საუკეთესო ამ შემთხვევაში?

7. მარტივი რეაქციის დრო (დრო, რომელიც სჭირდება რეაქციას ისეთ მარტივ გამღიზიანებლებზე, როგორიცაა სინათლე ან ტონი) წარმოადგენს ზოგადი ანესთეზიიდან ინდივიდის გამოსვლის საზომს. დავუშვათ, ზომაეთ 8 ქირურგიული პაციენტის მარტივი რეაქციის დროს მცირე ქირურგიული ოპერაციისთვის ზოგადი ანესთეზიის მიღებიდან 2 საათის შემდეგ და მიიღეთ რეაქციის შემდეგი დროები მილიწამებში: 782, 793, 793, 817, 832, 847, 866, 893. მეცხრე პაციენტი არ იყო საკმარისად გამოსული ანესთეზიიდან, რომ მოეცა რეაქციის დრო, ამიტომ ამ ცდის პირის მონაცემი განისაზღვრა, როგორც რეაქციის უსასრულო დრო.
   ა) თუ გსურთ ცხრავე პაციენტის მონაცემის ერთად განხილვა, ცენტრალური ტენდენციის რომელ საზომს ან საზომებს გამოთვლიდით?
   ბ) გამოთვალეთ ამ საზომის რიცხვითი მნიშვნელობა.

8. აშშ-ის Census Bureau-ის მონაცემების მიხედვით, 1998 წელს პირველი ქორწინების ასაკი მამაკაცებისთვის 26.7 წელი იყო. ახსენით, რატომ არის უკეთესი ამ სტატისტიკის აღსაწერად მედიანის გამოყენება და არა – საშუალო არითმეტიკულის.



მონაცემთა აღწერა: ცვალებადობის საზომები

ცვალებადობის საზომები

- დიაპაზონი
- კვარტილთშორისი გაბნევის დიაპაზონი და კვარტილთშორისი გაბნევის დიაპაზონის ნახევარი

ცვალებადობის საზომები შერჩევის საშუალოს მიმართ

- დისპერსია
- სტანდარტული გადახრა
- პოპულაციის დისპერსიისა და სტანდარტული გადახრის შეფასების გამოსათვლელი ფორმულა
- დისპერსიისა და სტანდარტული გადახრის გამოთვლა კალკულატორის გამოყენებით
- სიმბოლოებისა და ფორმულების მიმოხილვა
- დისპერსიისა და სტანდარტული გადახრის ინტერპრეტაცია
- როდის არის ცვალებადობა დიდი
- ცვალებადობის საზომის წარმოდგენა სამეცნიერო სტატიებში

ცვალებადობის საზომების შედარება

აღწერითი სტატისტიკების არჩევა

- გაზომვის სკალა
- სიხშირეთა განაწილების ფორმა
- მონაცემების შემდგომი ანალიზი

ცვალებადობა (Variability) – რამდენად განსხვავდებიან ქულები ერთმანეთისგან და განაწილების ცენტრალური ტენდენციის საზომისგან.

ცვალებადობა გულისხმობს იმას, თუ რამდენად განსხვავდებიან ქულები ერთმანეთისგან და განაწილების ცენტრალური ტენდენციის საზომისგან. რაც უფრო მეტად განსხვავდებიან ქულები ერთმანეთისგან, მით მეტად განსხვავებულნი იქნებიან ისინი ცენტრალური ტენდენციის საზომისგანაც და უფრო მეტი ცვალებადობა იქნება განაწილებაში; და, პირიქით, რაც უფრო ნაკლებად განსხვავდებიან ქულები ერთმანეთისგან განაწილებაში, მით ნაკლებად განსხვავებულნი იქნებიან ისინი ცენტრალური ტენდენციის საზომისგან და მით ნაკლები ცვალებადობა იქნება განაწილებაში. ამრიგად, ცენტრალური ტენდენციის საზომი ინდივიდთა შერჩევისგან მიღებული ქულების შესახებ ინფორმაციის მხოლოდ ნაწილს გვატყობინებს. მხოლოდ ამ საზომზე დაყრდნობით ვერ ვიტყვით, ქულები ფართოდაა გაფანტული, თუ მჭირდოდაა შეჯგუფებული ცენტრალური ტენდენციის საზომის ირგვლივ. მხოლოდ მოდა, მედიანა ანდა საშუალო ვერ გვიჩვენებს, თუ რამდენად დიდია განაწილებაში შემავალი ქულების გაფანტულობა ან ცვალებადობა.

ცვალებადობის ცნების საილუსტრაციოდ, დავუშვათ, რომ მკვლევარმა გაზომა ცხრა ცდის პირისგან შემდგარი სამი შერჩევა იმის მიხედვით, თუ რამდენ ხანს იცინოდნენ ისინი კომიქსების კითხვისას. წამებით გაზომილი ქულები მოცემულია ცხრილში N5.1. მოდა, მედიანა და საშუალო თითოეული ჯგუფისთვის არის 41.0; მაგრამ ცხადია, რომ ეს განაწილებები ძალზე განსხვავდება ერთმანეთისგან და ცენტრალური ტენდენციის საზომები ერთნაირად კარგად ვერ აღწერენ ქულათა თითოეულ ჯგუფს. პირველ ჯგუფში თითოეული ქულა 41-ის ტოლია; ამრიგად, ამ ჯგუფში არ არის ცვალებადობა. აქედან გამომდინარე, ცენტრალური ტენდენციის თითოეული საზომი სრულყოფილად წარმოადგენს განაწილებაში შემავალ ქულებს; მაგრამ ამ ჯგუფში მიღებული შედეგი ძალზე იშვიათი იქნება, თუ სიცილის ხანგრძლივობას რეალურად გავზომავთ ცხრა ცდის პირთან. მეორე ჯგუფის ქულები მცირე ცვალებადობით ხასიათდებიან. ქულები შეჯგუფებულნი არიან ცენტრალური ტენდენციის საზომის ირგვლივ. არც ერთი ქულა არ განსხვავდება 41 წამისგან 3 წამზე მეტით. ცენტრალური ტენდენციის თითოეული საზომი ჯგუფში შემავალი ყველა ინდივიდის რეპრეზენტაციულია, რადგან მცირე ცვალებადობაა ცალკეულ ქულებს შორის.

ცხრილი N5.1.
სიცილის ხანგრძლიობის ქულები (წამებით) ცხრა ცდის პირისგან შემდგარი სამი ჯგუფისთვის

	ჯგუფი		
	1	2	3
	41	38	21
	41	39	26
	41	40	33
	41	41	41
	41	41	41
	41	41	41
	41	42	50
	41	43	51
	41	44	65
მოდა	41	41	41
Md	41	41	41
$\overline{X}$	41	41	41

განსხვავებული სიტუაცია გვაქვს მესამე ჯგუფში. აქ უფრო მეტი ცვალებადობაა სიცილის ხანგრძლივობის თვალსაზრისით. ქულები მნიშვნელოვნად განსხვავდება ერთმანეთისგან და, მეორე ჯგუფისგან განსხვავებით, ზოგიერთი ქულა 20 წამზე მეტითაც განსხვავდება ცენტრალური ტენდენციის (41 წმ) საზომისგან. ნათელია, რომ ცენტრალური ტენდენციის ვერც ერთი საზომი ვერ იქნება ქულათა ამ ერთობლიობის რეპრეზენტაციული, როგორც ეს ხდება პირველი და მეორე ჯგუფის ქულების შემთხვევაში.

ცენტრალური ტენდენციის საზომების მსგავსად, უნდა გავზომოთ ქულების ცვალებადობა; ამიტომ განაწილებაში შემავალი ქულების ცვალებადობის აღწერის რამდენიმე საზომი არსებობს.

ცვალებადობის საზომები

ცვალებადობის ერთ-ერთი საზომი აღწერს განაწილებაში ქულების გარკვეული პროცენტის შემცველ ინტერვალს. ჩვეულებისამებრ, გამოიყენება სამი ასეთი საზომი; ესენია: დიაპაზონი, კვარტილთშორისი გაბნევის დიაპაზონი და კვარტილთშორისი გაბნევის დიაპაზონის ნახევარი.

დიაპაზონი

დიაპაზონი (Range) – სხვაობა განაწილების მაქსიმალურ და მინიმალურ ქულებს შორის.

ქულათა ერთობლიობის ცვალებადობის უმარტივესი საზომია დიაპაზონი, რომელიც შემდეგნაირად გამოითვლება:

$$\text{დიაპაზონი} = X_{\text{უდიდესი}} - X_{\text{უმცირესი}},$$

სადაც $X_{\text{უდიდესი}}$ წარმოადგენს განაწილების მაქსიმალურ ქულას, ხოლო $X_{\text{უმცირესი}}$ – მინიმალურ ქულას. ცხრილში N5.1 მოცემული მესამე ჯგუფისთვის $X_{\text{უდიდესი}} = 65$ და $X_{\text{უმცირესი}} = 21$; ამრიგად, ამ ჯგუფის დიაპაზონია 65–21 ანუ 44. მეორე ჯგუფის ქულების დიაპაზონია 44–38 ანუ 6, ხოლო პირველი ჯგუფის – 41–41 ანუ 0. ცხრილში 3-3 მოცემული გამოცდებთან დაკავშირებული შფოთვის კითხვარის 100 ქულის შემთხვევაში მაქსიმალური ქულაა 73, მინიმალური – 22, ამიტომ ამ განაწილების დიაპაზონი იქნება 73–22 ანუ შეფასების სკალის 51 ქულა.

დიაპაზონის თვისებები

დიაპაზონი აღწერს განაწილების მაქსიმალურ და მინიმალურ ქულებს. მაქსიმალური და მინიმალური ქულის ნებისმიერი ცვლილება გავლენას ახდენს დიაპაზონზე, მაშინაც კი, თუ ყველა სხვა დანარჩენი ქულა უცვლელი დარჩება. ამრიგად, დიაპაზონი ცვალებადობის შედარებით არასტაბილური საზომია. გარდა ამისა, რაც უფრო დიდია შერჩევა, მით მეტია ალბათობა იმისა, რომ ერთმა ექსტრემალურმა ქულამ გაზარდოს დიაპაზონის რიცხვითი მნიშვნელობა. დიაპაზონის დადებითი თვისება ისაა, რომ მარტივად გამოითვლება, მაგრამ ვინაიდან აკლია სტაბილურობა, ხშირად არ გამოიყენება ცვალებადობის აღსაწერად.

კვარტილთშორისი გაბნევის დიაპაზონი და კვარტილთშორისი გაბნევის დიაპაზონის ნახევარი

კვარტილთშორისი გაბნევის დიაპაზონი (Interquartile range, *IQR*) – განაწილებაში შემავალ ქულათა შუათანა 50%.

X_{75} – განაწილების 75-ე პროცენტილის შესაბამისი ქულა.

X_{25} – განაწილების 25-ე პროცენტილის შესაბამისი ქულა.

კვარტილთშორისი გაბნევის დიაპაზონი (*IQR*) აღწერს განაწილების ქულების შუათანა 50%-ს და ხშირად გამოიყენება რიგის სკალაზე. ის წარმოადგენს სხვაობას 75-ე პროცენტილის შესაბამის ქულასა (X_{75}) და 25-ე პროცენტილის (X_{25}) შესაბამის ქულას შორის. კვარტილთშორისი დიაპაზონი გამოითვლება ტოლობით:

$$\text{კვარტილთშორისი გაბნვის დიაპაზონი} = IQR = X_{75} - X_{25}$$

X_{75}-სა და X_{25}-ის მნიშვნელობები გამოითვლება მე-3 თავში მოცემული, განაწილების კონკრეტული პროცენტილის გამოსათვლელი ფორმულით.

კვარტილთშორისი გაბნევის დიაპაზონის ნახევარი (შემოინტერქუარტილე რანგე, შ.ღ) – კვარტილთშორისი გაბნევის დიაპაზონის ნახევარი.

კვარტილთშორისი გაბნევის დიაპაზონის ნახევარი (*SIQR*) გამოითვლება ფორმულით:

$$\text{კვარტილთშორისი გაბნევის დიაპაზონის ნახევარი} = SIQR = IQR/2 = (X_{75} - X_{25})/2.$$

IQR-ისა და *SIQR*-ის თვისებები

IQR-ით აღიწერება მედიანის ირგვლივ დაჯგუფებული ინდივიდების შუათანა 50%-ის ტიპური ქულათა დიაპაზონი. ვინაიდან *IQR*-ში არ შედის განაწილების ქულათა ზედა 25% და ქვედა 25%, მის მნიშვნელობაზე გავლენას არ ახდენს ასიმეტრიული განაწილების უკიდურესი ქულები. ნათელია, რომ კვარტილთშორისი გაბნევის დიაპაზონი უფრო ნაკლები იქნება, ვიდრე ქულათა ერთობლიობის დიაპაზონი. მაგალითად, ცხრილში N3-3 მოცემული გამოცდებთან დაკავშირებული შფოთვის კითხვარის ქულებისთვის X_{75} = 45 და X_{75} = 37 (დამრგვალებულია უახლოეს მთელ რიცხვამდე). ამრიგად, *IQR* იქნება

$$IQR = X_{75} - X_{25} = 45 - 37 = 8$$

მაშინ, როდესაც ამ ქულათა დიაპაზონია 51. მიუხედავად იმისა, რომ ცხრილში N3-3 მოცემული ქულების სრული დიაპაზონი დიდია, შედარებით მცირეა ქულათა შუა 50%-ის დიაპაზონი.

SIQR-ით აღიწერება მედიანის ზემოთ და ქვემოთ განლაგებულ ქულათა 25%-ის დიაპაზონი; თუმცა, მხოლოდ სიმეტრიული განაწილების შემთხვევაში აღნერს *SIQR* მედიანის ზემოთ და ქვემოთ განლაგებულ ქულათა ზუსტად 25%-ის დიაპაზონს. მაგალითად, ცხრილში N3.3 მოცემული გამოცდებთან დაკავშირებული შფოთვის კითხვარის ქულებისთვის *SIQR* არის 8/2 ანუ 4. ეს *SIQR* გვიჩვენებს, რომ განაწილებაში ქულათა 50% არ არის მედიანაზე დაახლოებით 4 ქულით მეტი და დაახლოებით 4 ქულით ნაკლები. ყურადღება მიაქციეთ, რომ ამ წინადადებაში გამოყენებულია სიტყვა „დაახლოებით". ვინაიდან გამოცდებთან დაკავშირებული შფოთვის კითხვარის ქულების სიხშირეთა განაწილება მცირედ ასიმეტრიულია, *SIQR*-ში არ შედის მედიანის თითოეულ მხარეს მოთავსებულ ქულათა ზუსტად 25%.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა V.1

1. განმარტეთ: კვარტილთშორისი გაბნევის დიაპაზონი, დიაპაზონი, კვარტილთშორისი გაბნევის დიაპაზონის ნახევარი, ცვალებადობა, X_{25}, X_{75}.
2. კლასში ჩატარებულ ტესტში მიღებული მაქსიმალური ქულაა 98, ხოლო მინიმალური – 54. მიღებული ქულების 75-ე პროცენტილია 92 ქულა, ხოლო 25-ე პროცენტილი – 74. გამოთვალეთ ამ ქულათა დიაპაზონი, *IQR* და *SIQR*.
3. რთული რეაქციის დროის ტესტში მიღებული ყველაზე დიდი ქულაა 929 მილიწამი, ხოლო ყველაზე მცირე – 642 მილიწამი. ქულათა 75-ე პროცენტილია 809 მილიწამი, ხოლო 25-ე პროცენტილი – 724 მილიწამი.
   ა) გამოთვალეთ ამ ქულების დიაპაზონი, *IQR* და *SIQR*.
   ბ) რა ინფორმაციას იძლევა ქულების შესახებ *IQR*?
   გ) რა ინფორმაციას იძლევა ქულების შესახებ *SIQR*?
4. ახსენით, რატომ არის დიაპაზონი ცვალებადობის შედარებით არამდგრადი საზომი.
5. ახსენით, რატომ არის *IQR* ცვალებადობის უფრო მდგრადი საზომი, ვიდრე დიაპაზონი.

ცვალებადობის საზომები შერჩევის საშუალოს მიმართ

თითოეული სტატისტიკა, როგორიცაა დიაპაზონი, *IQR* და *SIQR*, მიგვითითებს განაწილების ცენტრალურ ნაწილში განლაგებულ ქულათა გარკვეული პროცენტის შემცველ ინტერვალზე (მაგალითად, დიაპაზონი შეესაბამება 100 პროცენტს), მაგრამ არც ერთი მათგანის გამოთვლისას განაწილებაში შემავალი ყველა ქულა

არ გამოიყენება; თუმცა, არსებობს ცვალებადობის ორი მნიშვნელოვანი საზომი, რომელიც ითვალისწინებს ყველა ქულის ცვალებადობას საშუალოს მიმართ; ესენია: დისპერსია და სტანდარტული გადახრა.

მე-4 თავში გამოვთვალეთ განაწილებაში შემავალი თითოეული ქულის განსხვავება ანუ გადახრა განაწილების საშუალოდან; ჩვენ დავითვალეთ $X-\overline{X}$ თითოეული ქულისთვის. ეს გადახრა მიგვითითებს იმაზე, თუ რამდენად განსხვავებულია ქულა საშუალოსგან. თუ ქულა საშუალოს ტოლია, მაშინ $X-\overline{X}$ ნულის ტოლი იქნება; მაგრამ თუ ქულა არ არის საშუალოს ტოლი, მაშინ $X-\overline{X}$ მიიღებს ნულისგან განსხვავებულ რიცხვით მნიშვნელობას და რაც უფრო განსხვავებული იქნება ერთმანეთისგან X და $\overline{X}$, მით მეტი იქნება $X-\overline{X}$ სხვაობის მნიშვნელობა. ჩვენ შეგვიძლია მივიღოთ ცვალებადობის საზომი იმით, რომ შევკრიბოთ განაწილებაში შემავალი ყველა ქულის გადახრა და მიღებული ჯამი გავყოთ ქულათა რაოდენობაზე. ფორმულის სახით ეს ასე ჩაიწერება: $\sum(X-\overline{X})/N$; თუმცა, მიღებული საზომის შემთხვევაში არსებობს ერთი პრობლემა. როგორც ნაჩვენებია ცხრილის N4.1 (ბ) სვეტში, განაწილების ქულების $X-\overline{X}$ გადახრათა ჯამი ყოველთვის ნულის ტოლი იქნება ანუ $\sum(X-\overline{X})=0$. ამ პრობლემური სიტუაციის თავიდან ასაცილებლად, შეკრებამდე და გაყოფამდე ჩვენ კვადრატში უნდა ავიყვანოთ თითოეული გადახრის მნიშვნელობა (ანუ $\sum(X-\overline{X})^2$). გამოსახულება მხოლოდ მაშინ იქნება ნულის ტოლი, თუ თითოეული $X-\overline{X}$ სხვაობის მნიშვნელობა ნულის ტოლი იქნება. ეს პროცედურა გამოიყენება დისპერსიისა და, შემდგომ, სტანდატრული გადახრის მისაღებად. ჩვენ ჯერ გავეცნობით დისპერსიისა და სტანდარტული გადახრის ფორმულებს და მათ გამოყენებას, შემდეგ კი ვისაუბრებთ მათ ინტერპრეტაციაზე.

დისპერსია

შერჩევის დისპერსია

შერჩევის დისპერსია (Sample variance, S^2) – ცვალებადობის საზომი, რომელიც მიიღება განაწილებაში შემავალი თითოეული ქულისა და ამ განაწილების საშუალოს სხვაობების კვადრატში აყვანით, მიღებული სიდიდეების დაჯამებითა და მიღებული ჯამის გაყოფით განაწილებაში შემავალი ქულების რაოდენობაზე.

შერჩევის დისპერსია (აღინიშნება S^2) განისაზღვრება შემდეგნაირად

$$\text{შერჩევის დისპერსია} = S^2 = \frac{\sum(X-\overline{X})^2}{N}.$$

შერჩევის დისპერსიის გამოთვლის ეს ფორმულა მიგვითითებს, რომ:

1. თითოეულ ქულას ვაკლებთ საშუალოს [ანუ $(X-\overline{X})$];
2. თითოეული მიღებული სხვაობა აგეყავს კვადრატში [ანუ $\sum(X-\overline{X})^2$];
3. შევკრებთ კვადრატში აყვანილ სხვაობებს [ანუ $\sum(X-\overline{X})^2$];
4. მიღებულ ჯამს ვყოფთ N-ზე – განაწილებაში შემავალ ქულათა რიცხვზე.

პოპულაციის დისპერსია

თუ N პოპულაციის ტოლია და პოპულაციის საშუალო (μ) ცნობილია, მაშინ ფორმულაში X-ის ნაცვლად μ-ის ჩასმით პოპულაციის დისპერსიას მივიღებთ. პოპულაციის დისპერსია σ^2-ით (ბერძნული ასო *სიგმა*, კვადრატში) აღინიშნება და მიუთითებს, რომ ეს დისპერსია პოპულაციის პარამეტრია და არა – შერჩევიდან მიღებული სტატისტიკური სიდიდე. ამრიგად, **პოპულაციის დისპერსია** გამოისახება ფორმულით:

პოპულაციის დისპერსია (Population variance, σ^2) – პოპულაციის ყველა ქულის გაზომვით მიღებული დისპერსია.

$$\text{პოპულაციის დისპერსია} = \sigma^2 = \frac{\sum(X-\mu)^2}{N_{\text{პოპულაცია}}},$$

სადაც X პოპულაციის ცალკეული წევრის ქულაა;

μ – პოპულაციის ქულათა საშუალო;

$N_{\text{პოპულაცია}}$ – პოპულაციაში ქულათა საერთო რაოდენობა.

პოპულაციის დისპერსიის შეფასება

პოპულაციის დისპერსიის შეფასება (Estimated population variance, s^2) – ცვალებადობის საზომი, რომელიც მიღება განაწილებაში შემავალი თოთოეული ქულისა და ამ განაწილების საშუალოს სხვაობების კვადრატში აყვანით, მიღებული სიდიდეების დაჯამებითა და მიღებული ჯამის გაყოფით განაწილებაში შემავალი ქულების რაოდენობაზე ერთით ნაკლებ რიცხვზე.

ზემოთ მოცემული ფორმულა შერჩევის დისპერსიას აღწერს; თუმცა, როგორც პირველ თავში აღვნიშნეთ, მკვლევარს ხშირად სჭირდება შერჩევიდან მიღებულ დისპერსიაზე დაყრდნობით პოპულაციის დისპერსიის შეფასება. შესაბამისად, S^2-ით გამოთვლილი შერჩევის დისპერსია სრულად ვერ აფასებს პოპულაციის დისპერსიის რეალურ სიდიდეს და იძლევა σ^2-ის (ბერძნული ასო სიგმა, აყვანილი კვადრატში) ჩანაცვლების მქონე შეფასებას. ეს ჩანაცვლება შეიძლება გასწორდეს იმით, რომ ფორმულის მნიშვნელში N-ის ნაცვლად გამოვიყენოთ N–1. ამრიგად, **პოპულაციის დისპერსიის შეფასება** აღინიშნება s^2-ით და განისაზღვრება, როგორც

$$\text{პოპულაციის დისპერსიის შეფასება} = s^2 = \frac{\sum(X - \overline{X})^2}{N-1}.$$

როგორც მე-4 თავში აღვნიშნეთ, დისპერსიის ფორმულის მრიცხველში მოცემულ კვადრატში აყვანილი სხვაობების ჯამს $\sum(X - \overline{X})^2$ **კვადრატების ჯამი** ეწოდება და აღინიშნება სიმბოლოთი SS. ამრიგად, პოპულაციის დისპერსიის შეფასება, ასევე, შეიძლება განისაზღვროს, როგორც

$$\text{პოპულაციის დისპერსიის შეფასება} = s^2 = \frac{SS}{N-1}$$

პოპულაციის დისპერსიის შეფასება – s^2 ხშირად მრავალი მიზნისთვის უფრო გამოსადეგია, ვიდრე შერჩევის დისპერსია – S^2 და უფრო ხშირად გამოიყენება, ვიდრე S^2. ამრიგად, ამ თვალსაზრისით, როდესაც დისპერსიაზე ვსაუბრობთ, ყოველთვის იგულისხმება s^2, გარდა იმ შემთხვევებისა, როდესაც კონკრეტულად ვუთითებთ, რომ ვიყენებთ S^2-ს. s^2-ისა და S^2-ის თვისებებზე, როგორც σ^2-ის შეფასებაზე, უფრო სრულად მე-7 თავში ვისაუბრებთ.

სტანდარტული გადახრა

შერჩევის სტანდარტული გადახრა

შერჩევის სტანდარტული გადახრა (Sample standard deviation, S) – კვადრატული ფესვი შერჩევის დისპერსიიდან.

ქულათა შერჩევის სტანდარტული გადახრა, რომელსაც **შერჩევის სტანდარტულ გადახრას** უწოდებენ, S-ით აღინიშნება და წარმოადგენს კვადრატულ ფესვს შერჩევის დისპერსიიდან ანუ

$$\text{შერჩევის სტანდარტული გადახრა} = S = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{\sum(X - \overline{X})^2}{N}}.$$

პოპულაციის სტანდარტული გადახრა

პოპულაციის სტანდარტული გადახრა (σ) – კვადრატული ფესვი პოპულაციის დისპერსიიდან.

თუ N პოპულაციის ინდივიდთა რაოდენობას გამოხატავს და პოპულაციის საშუალო μ ცნობილია, მაშინ **პოპულაციის სტანდარტული გადახრა**, რომელიც σ-ით აღინიშნება, გამოისახება ფორმულით

$$\text{პოპულაციის სტანდარტული გადახრა} = \sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{\sum(X - \mu)^2}{N_{\text{პოპულაცია}}}}$$

თუმცა, ვინაიდან, ჩვეულებისამებრ, μ არ არის ხოლმე ცნობილი, σ-ის მნიშვნელობა შერჩევიდან გამომდინარე ფასდება.

პოპულაციის სტანდარტული გადახრის შეფასება (Estimated population standard deviation) – კვადრატული ფესვი პოპულაციის დისპერსიის შეფასებიდან.

პოპულაციის სტანდარტული გადახრის შეფასება

პოპულაციის სტანდარტული გადახრის შეფასება – s არის კვადრატული ფესვი პოპულაციის დისპერსიის შეფასებიდან, ანუ

$$\text{პოპულაციის სტანდარტული გადახრის შეფასება} = s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{\sum (X - \overline{X})^2}{N-1}}.$$

კვადრატების ჯამის გამოსახულების ფორმულაში შეტანის შემთხვევაში გვექნება

$$s = \sqrt{\frac{SS}{N-1}}.$$

პოპულაციის სტანდარტული გადახრის შეფასების გამოსათვლელად:

1. თითოეულ ქულას ვაკლებთ საშუალოს [ანუ $(X - \overline{X})$];
2. თითოეული მიღებული სხვაობა აგვყავს კვადრატში [ანუ $\sum (X - \overline{X})^2$];
3. შევკრებთ კვადრატში აყვანილ სხვაობებს [ანუ $\sum (X - \overline{X})^2$];
4. მიღებულ ჯამს ვყოფთ N–1-ზე, განაწილებაში შემავალ ქულათა რაოდენობაზე ერთით ნაკლებ რიცხვზე;
5. მიღებული შეფარდებიდან ვიღებთ კვადრატულ ფესვს.

ამ შემთხვევაშიც, პოპულაციის სტანდარტული გადახრის შეფასება მრავალი მიზნისთვის უფრო გამოსადეგია, ვიდრე შერჩევის სტანდარტული გადახრა და როდესაც ვიყენებთ ტერმინს *სტანდარტული გადახრა*, ვგულისხმობთ s-ს.

მაგალითი N5-1

პოპულაციის დისპერსიისა და სტანდარტული გადახრის შეფასების გამოთვლა განმარტებითი ფორმულით

ამოცანა

იპოვეთ N5.1 ცხრილიდან მეორე ჯგუფში გაერთიანებული ცხრა ცდის პირის მიერ მიღებული სიცილის ხანგრძლივობის ქულებზე დაყრდნობით პოპულაციის დისპერსიისა და სტანდარტული გადახრის შეფასება; გამოიყენეთ s^2-ის განმარტებული ფორმულა.

$$\text{საჭირო სტატისტიკა: } s^2 = \sum \left(X - \overline{X}\right)^2 / (N-1).$$

ამოხსნა

ქვემოთ მოცემულ ცხრილში წარმოდგენილია s^2-ისა და s-ის გამოთვლისთვის აუცილებელი ნაბიჯები. თავდაპირველად ვითვლით s^2-ს. ფორმულაში ჩასასმელად გვჭირდება კვადრატების ჯამის, SS-ის ანუ $\sum (X - \overline{X})^2$ გამოთვლა. ცხრა ქულა მოცემულია (ა) სვეტში. ამ ქულების საშუალოა 41 და მისი მნიშვნელობა მოცემულია (ბ) სვეტში. პირველი ნაბიჯი: თითოეულ ქულას გამოვაკლოთ საშუალო, როგორც ეს ნაჩვენებია (გ) სვეტში. მეორე ნაბიჯი: თითოეულ ქულასა და საშუალოს შორის სხვაობა ავიყვანოთ კვადრატში, როგორც ეს ნაჩვენებია (დ) სვეტში. კვადრატში აყვანილი სხვაობები შეიკრიბება და მიღებული ჯამი, რომელიც უდრის 28-ს, მოცემულია (დ) სვეტის ბოლოს. ეს ჯამი არის $\sum (X - \overline{X})^2$ ანუ SS, რომელიც წარმოადგენს s^2-ის ფორმულის მრიცხველს. ბოლო ნაბიჯი: SS გავყოთ (N–1)-ზე. ვინაიდან სულ გამოვიყენეთ ცხრა ქულა ანუ N=9, ამიტომ N–1=8. შესაბამისად, s^2=28/8=3.50. ყურადღება მიაქციეთ, რომ ვინაიდან თითოეული ქულის გადახრა საშუალოდან კვადრატშია აყვანილი, s^2 ყოველთვის იქნება ნული ან დადებითი რიცხვი. უარყოფითი s^2 გვიჩვენებს, რომ გამოთვლაში შეცდომა დავუშვით.

(ა) X	(ბ) $\overline{X}$	(გ) $(X-\overline{X})$	(დ) $\Sigma(X-\overline{X})^2$
38	41	-3	9
39	41	-2	4
40	41	-1	1
41	41	0	0
41	41	0	0
41	41	0	0
42	41	+1	1
43	41	+2	4
44	41	+3	9
	ჯამი	0	28

პოპულაციის სტანდარტული გადახრის შეფასება s წარმოადგენს s^2-იდან კვადრატულ ფესვს. ამრიგად, $s=\sqrt{3.50}=1.87$ წამს. ყურადღება მიაქციეთ, რომ s იზომება იმავე ერთეულებით ანუ ამ შემთხვევაში წამებით, რომლითაც ნედლი ქულები. მნიშვნელოვანია, დავიმახსოვროთ, რომ s-ის გამოთვლისას s^2-იდან უნდა ამოვიღოთ კვადრატული ფესვი, რადგან s-ის გამოთვლისას გავრცელებული დაშვებული შეცდომაა s^2-იდან კვადრატული ფესვის არამოღება.

გამოთვლის საფეხურების შეჯამება

1. იპოვეთ (ა) სვეტში მოცემული ქულების საშუალო და შემდეგ შეიტანეთ მიღებული მნიშვნელობა (ბ) სვეტში, როგორც ნაჩვენებია ცხრილში.
2. (ბ) სვეტში მოცემული საშუალო გამოაკელით (ა) სვეტში მოცემულ თითოეულ ქულას. მიღებული სხვაობა მოცემულია (გ) სვეტში.
3. (გ) სვეტში მოცემული თითოეული სხვაობა აიყვანეთ კვადრატში. კვადრატში აყვანის შედეგები მოცემულია (დ) სვეტში.
4. შეკრიბეთ (დ) სვეტში მოცემული სხვაობების კვადრატები.
5. (დ) სვეტის ჯამი გაყავით (N–1)-ზე. მიღებული სიდიდე არის s^2.
6. s-ის მისაღებად ამოიღეთ კვადრატული ფესვი s^2-დან.

პოპულაციის დისპერსიისა და სტანდარტული გადახრის შეფასების გამოსათვლელი ფორმულა

დისპერსიის განმარტებითი ფორმულა საუკეთესოდ გამოხატავს, თუ რას წარმოადგენს ცნების დონეზე s^2. ფორმულა მარტივია გამოსაყენებლად, როდესაც მხოლოდ რამდენიმე ქულაა საჭირო; ამასთან, ქულები და მათი საშუალო მთელი რიცხვებია. როდესაც ქულები ან მათი საშუალო ათწილადებით გამოიხატება, ან როდესაც გვჭირდება დიდი რაოდენობით ქულები, გამოთელა უფრო მოუხერხებელი ხდება. ამიტომ ხშირად s^2-ის გამოთელა უფრო მარტივია ფორმულით, რომელიც ალგებრულად ტოლფასია განმარტებითი ფორმულისა. s^2-ის გამოსათელელი ფორმულაა

$$s^2=\frac{\Sigma X^2-[(\Sigma X)^2/N]}{N-1}.$$

პოპულაციის დისპერსიის შეფასება მიიღება s^2-იდან კვადრატული ფესვის ამოღებით, ანუ

$$s=\sqrt{s^2}=\sqrt{\frac{\Sigma X^2-[(\Sigma X)^2/N]}{N-1}}.$$

მაგალითი N5-2



პოპულაციის დისპერსიის შეფასებისა და სტანდარტული გადახრის გამოთვლა გამოსათვლელი ფორმულით

ამოცანა

იპოვეთ ცხრილიდან N5.1 მეორე ჯგუფის ცხრა ცდის პირის მიერ მილებული სიცილის ხანგრძლივობის ქულებზე დაყრდნობით პოპულაციის დისპერსიისა და სტანდარტული გადახრის შეფასება; გამოიყენეთ s^2-ის გამოსათელელი ფორმულა.

	(ა) X	(ბ) X^2
	38	1,444
	39	1,521
	40	1,600
	41	1,681
	41	1,681
	41	1,681
	42	1,764
	43	1,849
	44	1,936
ჯამი	369	15,157

საჭირო სტატისტიკა: $s^2 = \dfrac{\Sigma X^2 - [(\Sigma X)^2/N]}{N-1}$.

ამოხსნა

ქვემოთ მოცემულ ცხრილში წარმოდგენილია s^2-ის გამოთელის ნაბიჯები. ცხრა ქულა მოცემულია (ა) სვეტში. ფორმულაში ჩასასმელად ამ ქულებიდან გვჭირდება ორი სიდიდის მილება; ესაა ყველა ქულის ჯამი (ანუ $\sum X$) და თითოეული ქულის კვადრატების ჯამი (ანუ $\sum X^2$). ქულათა ჯამი $\sum X$ არის 369 და მოცემულია (ა) სვეტის ბოლოს. თითოეული ქულის კვადრატები მოცემულია (ბ) სვეტში (მაგალითად, $(38)^2 = 1,444$). კვადრატში აყვანილი ქულების ჯამი $\sum X^2$ არის 15,157 და მოცემულია (ბ) სვეტის ბოლოს. სულ გამოყენებულია ცხრა ქულა ანუ $N = 9$, ხოლო $N-1 = 8$.

ეს მნიშვნელობები ჩავსეათ ფორმულაში. მივიღებთ:

$$s^2 = \frac{15,157 - [(369)^2/9]}{9-1}$$

$$= \frac{15,157 - (136,161/9)}{8}$$

$$= \frac{15,157 - 15,129}{8}$$

$$= \frac{28}{8} = 3.50.$$

s^2-ის ამ ფორმულის გამოყენებით იგივე 3.50 მივიღეთ, რაც N5-1 მაგალითში s^2-ის განმარტებითი ფორმულით; და ისევ, $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{3.50} = 1.87$ წამის.

დისპერსიისა და სტანდარტული გადახრის გამოთვლა კალკულატორის გამოყენებით

მას შემდეგ, რაც გაეცანით დისპერსიასა და სტანდარტულ გადახრას, მოსალოდნელია, რომ მცირე მოცულობის მონაცემებისთვის კალკულატორის გამოყენებით მოგინდეთ ამ სტატისტიკების გამოთვლა. კალკულატორთა უმრავლესობას აქვს როგორც $\overline{X}$ -ის, ისე დისპერსიისა და სტანდარტული გადახრის გამოსათვლელი პროგრამები, თუმცა, მათი გამოყენების მეთოდები განსხვავდება სხვადასხვა კალკულატორზე. აქედან გამომდინარე, თქვენი საკუთარი კალკულატორის ინსტრუქციის წაკითხვა მოგინევთ. ბევრი კალკულატორი $\sum X$-ის, $\sum X^2$-ისა და N-ის გამოთვლის საშუალებასაც იძლევა, თუმცა, მათ აღსანიშნად გამოყენებული სიმბოლოები შეიძლება განსხვავდებოდეს წინამდებარე ტექსტში გამოყენებულისგან. პოპულაციის სტანდარტული გადახრის შეფასება ხშირად (თუმცა, არა ყოველთვის) s-ით აღინიშნება. ეს სიმბოლოა გამოყენებული ამ ტექსტშიც. რაც შეეხება შერჩევის სტანდარტულ გადახრას, მას ხშირად σ-ით ან SD-ით აღნიშნავენ. ცხადია, მნიშვნელოვანია იმის ცოდნა, თუ რომელი სტატისტიკური სიდიდე როგორ არის აღინიშნული თქვენს კალკულატორზე.

სიმბოლოებისა და ფორმულების მიმოხილვა

წინამდებარე ნაწილში წარმოგიდგინეთ მთელი რიგი სიმბოლოები და ფორმულები. ქვემოთ გთავაზობთ მათ მიმოხილვას.

S^2 შერჩევის დისპერსია. S^2 არის მხოლოდ აღწერითი სტატისტიკა შერჩევისთვის.

S შერჩევის სტანდარტული გადახრა. S არის მხოლოდ აღწერითი სტატისტიკა შერჩევისთვის.

s^2 პოპულაციის დისპერსიის შეფასება. ეს სტატისტიკა გამოიყენება პოპულაციის დისპერსიის შესაფასებლად.

s პოპულაციის სტანდარტული გადახრის შეფასება. ეს სტატისტიკა გამოიყენება პოპულაციის სტანდარტული გადახრის შესაფასებლად.

σ^2 პოპულაციის დისპერსია. ეს პარამეტრი უფრო სრულად არის განხილული მე-6 თავში.

σ პოპულაციის სტანდარტული გადახრა უფრო სრულად არის განხილული მე-6 თავში.

პოპულაციის დისპერსიის შეფასება s^2 და სტანდარტული გადახრა s ის სტატისტიკებია, რომლებიც, ჩვეულებისამებრ, შერჩევის ქულებით გამოითვლება. ცხრილში N5.2 წარმოდგენილია განმარტებითი, გამოთვლითი კვადრატების ჯამის ფორმულები s^2-ისა და s-ისთვის. ქულათა ერთი და იმავე ერთობლიობის მიმართ გამოყენებისას თითოეული ფორმულით სტატისტიკის ერთი და იგივე რიცხვითი მნიშვნელობა მიიღება.

ცხრილი N5.2

პოპულაციის დისპერსიისა და სტანდარტული გადახრის შეფასების განმარტებითი, გამოთვლითი და კვადრატების ჯამის ფორმულები

	ფორმულები		
	განმარტება	გამოსათვლელი	კვადრატების ჯამი
დისპერსია, s^2	$\frac{\sum(X-\overline{X})^2}{N-1}$	$\frac{\sum X^2-[(\sum X)^2/N]}{N-1}$	$\frac{SS}{N-1}$
სტრანდარტული გადახრა, $s=\sqrt{s^2}$	$\sqrt{\frac{\sum(X-\overline{X})^2}{N-1}}$	$\sqrt{\frac{\sum X^2-[(\sum X)^2/N]}{N-1}}$	$\sqrt{\frac{SS}{N-1}}$

დისპერსიისა და სტანდარტული გადახრის ინტერპრეტაცია

კვლევის ანგარიშებში სტანდარტული გადახრა უფრო ხშირად არის ხოლმე წარმოდგენილი როგორც აღწერითი სტატისტიკა, ვიდრე დისპერსია. ამის ერთ-ერთი მიზეზი ისაა, რომ ვინაიდან სტანდარტული გადახრა წარმოადგენს კვადრატულ ფესვს დისპერსიიდან, ის გვაძლევს ქულათა ცვალებადობის საზომს მათ საწყის ერთეულებში. N5-1 და N5-2 მაგალითებში s^2 არის 3.50 წამი კვადრატში (წმ²); ამ მნიშვნელობის ინტერპრეტირება არ არის იოლი; თუმცა, s-ის მნიშვნელობაა 1.87 წამი; აქ გვაქვს იგივე ერთეული (ანუ წამი), რომლითაც გავზომეთ ნედლი ქულები. ამრიგად, ამ ქვეთავში s-ის ინტერპრეტაციაზე გვექნება საუბარი. დისპერსია გამოიყენება სტატისტიკური ჰიპოთეზების შემოწმების მეთოდებში და უფრო სრულად განიხილება მე-10-12 თავებში.

სტანდარტული გადახრა ზომავს, საშუალოდ რამდენად განსხვავდებიან განაწილებაში შემავალი ქულები საშუალოსგან. თუ ყველა განაწილებაში შემავალი ქულა საშუალოს ტოლია (ასეთი განაწილება მოცემულია ცხრილში N5-1, პირველი ჯგუფი), მაშინ s ნულის ტოლი იქნება. ამრიგად, საშუალო სიდიდე, რომლითაც პირველი ჯგუფის ქულები განსხვავდებიან საშუალოსგან, არის ნული. ამ შემთხვევაში, თუ განაწილებაში ნებისმიერი ქულის შესახებ წინასწარმეტყველებისთვის გამოვიყენებთ $\overline{X}$-ს, ჩვენს წინასწარმეტყველებაში შეცდომა ნულის ტოლი იქნება. თუ ვიცით, რომ s-ის მნიშვნელობა ნულის ტოლია, მაშინ ჩვენ ისიც ვიცით, რომ განაწილებაში შემავალი ყველა ქულა შერჩევის საშუალოს ტოლია და საშუალო სრულყოფილად წინასწარმეტყველებს ყველა ქულის შესახებ.

მეორე მხრივ, თუ განაწილებაში, სულ მცირე, ერთი ქულა მაინც არ არის საშუალოს ტოლი, მაშინ s მიიღებს ნულზე მეტ მნიშვნელობას და მისი მნიშვნელობა მით უფრო მეტი იქნება, რაც უფრო გაიზრდება ქულათა ცვალებადობა. s-ის მატება, რომელიც თან სდევს განაწილებაში შემავალი ქულების ცვალებადობის მატებას, შეგვიძლია ვნახოთ ცხრილში N5-1 ნარმოდგენილი მეორე და მესამე ჯგუფების მონაცემების შედარებისას. ყურადღება მიაქციეთ, რომ მესამე ჯგუფის ქულები უფრო ცვალებადია საშუალოს (41 ქულა) მიმართ, ვიდრე მეორე ჯგუფის ქულები. მეორე ჯგუფის ქულებისთვის s = 1.87 წამს მაშინ, როცა მესამე ჯგუფის s = 13.44 წამს. ამრიგად, მეორე ჯგუფისთვის საშუალო სიდიდე, რომლითაც ქულები განსხვავდებიან $\overline{X}$-ისგან, არის 1.87 წამი, ხოლო მესამე ჯგუფისთვის – 13.44 წამი. თუ $\overline{X} = 41$ წამს გამოვიყენებთ მეორე ჯგუფში შემავალი ნებისმიერი ქულის შესახებ წინასწარმეტყველებისთვის, ჩვენი წინასწარმეტყველების შეცდომა დაახლოებით იქნება 1.87 წამი, ხოლო მესამე ჯგუფისთვის ასეთი წინასწარმეტყველების შეცდომა დაახლოებით 13.44 წამს შეადგენს.

s-ის მეორე ინტერპრეტაცია გულისხმობს ქულების აღწერას იმის მიხედვით, თუ რამდენი სტანდარტული გადახრით არიან ისინი დაშორებულნი განაწილების საშუალოსგან. ბევრ განაწილებაში ქულათა უმრავლესობა საშუალოსგან ერთი სტანდარტული გადახრის ფარგლებშია დაშორებული. მაგალითად, ცხრილში N3-3 მოცემული გამოცდებთან დაკავშირებული შფოთვის კითხვარის 100 ქულის საშუალოა 41.64, ხოლო ამ განაწილების s – 8.66. $\overline{X}$-ის ერთი სტანდარტული გადახრის ფარგლებში მოთავსებული ქულებია 32.98-დან 50.30-ის ჩათვლით. ეს არის მნიშვნელობები, რომლებიც შემოსაზღვრულია, ერთი მხრივ, ერთი სტანდარტული გადახრით საშუალოს ქვემოთ (ანუ $\overline{X} - 1s = 41.64 - 8.66 = 32.98$) და, მეორე მხრივ, ერთი სტანდარტული გადახრით საშუალოს ზემოთ (ანუ $\overline{X} + 1s = 41.64 + 8.66 = 50.30$). ცხრილში N3-3 მოცემული ქულების დათვლით ვნახავთ, რომ ამ ინტერვალში 100-დან 79 ქულა ხვდება. თუ განაწილებას ნორმალური ფორმა აქვს (როგორც ნაჩვენებია სურათზე N3-7ა), მაშინ სტანდარტული გადახრის ცოდნა უფრო მეტ ინფორმაციას გვაძლევს განაწილებაში შემავალი ქულების შესახებ. s-ის ეს ინტერპრეტაცია უფრო სრულად არის განხილული მე-6 თავში.

გარდა ამისა, ყურადღება მიაქციეთ, რომ ქულები შეიძლება აღიწეროს იმაზე მითითებითაც, თუ საშუალოდან რამდენი სტანდარტული გადახრით ზემოთ ან ქვემოთ მდებარეობენ ისინი. მაგალითად, თუ ქულათა განაწილების საშუალოა 80 და სტანდარტული გადახრაა 6, მაშინ ქულა 86 მდებარეობს საშუალოდან ერთი სტანდარტული გადახრით ზემოთ, ხოლო ქულა 74 – ერთი სტანდარტული გადახრით ქვემოთ. სტანდარტული გადახრის ეს გამოყენება უფრო სრულად არის ახსნილი მე-6 თავში.

როდის არის ცვალებადობა დიდი

არ არსებობს მარტივი წესი იმის განსასაზღვრად, თუ რა შემთხვევაში გამოხატავს ცვალებადობის ნებისმიერი საზომის მნიშვნელობა ქულათა განაწილების დიდ თუ მცირე ცვალებადობას. ცვალებადობის სიდიდე ფარდობითია ცვლადის შესაძლო მნიშვნელობების დიაპაზონისა და ქულათა საშუალოს მიმართ. მაგალითად, სენდერი (Sender, 1958) მიუთითებს, რომ 100-მეტრიანი ელექტროგადამცემი მავთულისთვის 7.5 სმ არ იქნება უჩვეულო სტანდარტული გადახრა, რადგან მისი საშუალო სიგრძე საკმაოდ დიდია; თუმცა, თუ თქვენ ადამიანების ცხვირების სიგრძეს ზომავთ, 7.5 სმ-იანი სტანდარტული გადახრა საგანგაშო იქნება, ვინაიდან ადამიანის ცხვირის სიგრძის შემთხვევაში სტანდარტული გადახრა 7.5 სმ ძალიან დიდია.

ცვალებადობის საზომის წარმოდგენა სამეცნიერო სტატიებში

პოპულაციის სტანდარტული გადახრის შეფასება s ცვალებადობის ის საზომია, რომელიც ხშირად არის წარმოდგენილი სამეცნიერო სტატიებში განხილულ კვლევებში. ჟურნალებში, სადაც დაცულია *ამერიკის ფსიქოლოგიური ასოციაციის პუბლიკაციების სახელმძღვანელოში* (*Publication Manual of the American Psychological Association*. American Psychological Association, 1994) მოცემული სარედაქციო სტილი, სტანდარტული გადახრის აღსანიშნად იყენებენ სიმბოლოს *SD*. ამრიგად, ჟურნალში გამოქვეყნებულ სამეცნიერო სტატიაში შეგხვდებათ შემდეგნაირად ფორმულირებული ნაწყვეტი:

> აგრესიული ქმრების საშუალო ასაკი იყო 34.3 წელი (SD = 6.8).

საბეჭდ მანქანაზე აკრებილ ან ხელნაწერ ტექსტში იგივე ფრაზა შეგხვდებათ ასეთი ფორმით:

> აგრესიული ქმრების საშუალო ასაკი იყო 34.3 წელი (SD = 6.8).

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა V.2

1. განმარტეთ: პოპულაციის სტანდარტული გადახრის შეფასება, პოპულაციის დისპერსიის შეფასება, შერჩევის დისპერსია, კვადრატების ჯამი, s, s^2, SS, σ, σ^2.

ჯგუფი	
კითხულობდნენ თვითონ	უკითხავდათ მასწავლებელი
60	51
50	74
64	64
53	63
61	52
65	45
60	50

2. ჰომენმა, ტოპინგმა და პოლმა (Homan, Toppung & Hall, 1986) იკვლიეს განსხვავება სტუდენტების ტესტურ ქულებს შორის, რომელთაგან ერთი ჯგუფი ისმენდა მასწავლებლის მიერ ნაკითხულ ტესტს, მეორე კი – თავად კითხულობდა. დავუშვათ, თქვენც ამ პრობლემით ხართ დაინტერესებული და იკვლევთ სტუდენტთა ორ ჯგუფს. ერთი ჯგუფი თვითონ კითხულობს ტესტს, მეორეს კი თქვენ უკითხავთ ხმამაღლა. მიიღეთ ტესტის ქულათა ცხრილში მოცემული ორი ჯგუფი (მინიმალური ქულაა 0 და მაქსიმალური – 100).

ა) თითოეული ჯგუფისთვის იპოვეთ $\overline{X}$, s^2 და s განმარტებითი ფორმულის გამოყენებით, რომელიც მოცემულია მაგალითში N5-1.

ბ) თითოეული ჯგუფისთვის იპოვეთ $\overline{X}$, s^2 და s გამოთვლითი ფორმულის გამოყენებით, რომელიც მოცემულია მაგალითში N5-2.

გ) s^2-ისა და s-ის მიღებული მნიშვნელობების მიხედვით განსაზღვრეთ, რომელ ჯგუფში შედის მეტად ცვალებადი ქულები.

დ) თუ მეორე ჯგუფის (რომელსაც მასწავლებელი უკითხავდა) ტიპური ქულის წინასწარმეტყველებისთვის $\overline{X}$-ს გამოიყენებთ, რა იქნება ამ წინასწარმეტყველების საშუალო შეცდომა?

3. მრავალი ფსიქოლოგი დაინტერესებულია პიროვნული სივრცის საკითხით, ანუ მოსაზრებით იმის თაობაზე, რომ თითოეულ ადამიანს უხილავი საზღვრები აქვს, რომელიც არ სურს, რომ დაურღვიონ უცხო ადამიანებმა. ამ ფენომენის ერთ-ერთ კვლევაში პიროვნების პირადი სივრცე ირღვეოდა საზოგადოებრივი თავშეყრის ისეთ ადგილებში, როგორიცაა, მაგალითად, კოლეჯის ბიბლიოთეკა ან კაფე, იმით, რომ ექსპერიმენტატორი ჯდებოდა პიროვნების გვერდით თავისუფალ სკამზე. დავუშვათ, მამაკაცი ექსპერიმენტატორი არღვევდა კოლეჯის ასაკის 10 გოგონასა და 10 ვაჟის პიროვნულ სივრცეს, როდესაც ისინი ბიბლიოთეკაში ისხდნენ. ფიქსირდებოდა დროის ხანგრძლივობა (წუთებით), რომლის მანძილზეც პიროვნება ჩერდებოდა ექსპერიმენტატორის გვერდით; მიღებულ იქნა შემდეგი შედეგები:

პიროვნების სქესი	
მამრობითი	მდედრობითი
10.6	8.6
19.8	4.7
4.3	9.1
21.6	6.3
15.7	2.4
8.1	7.0
26.4	7.8
17.9	10.5

ა) თითოეული ჯგუფისთვის იპოვეთ $\overline{X}$, s^2 და s გამოთვლითი ფორმულის გამოყენებით, რომელიც მოცემულია მაგალითში N5-2.

ბ) s^2-ისა და s-ის მიღებული მნიშვნელობების მიხედვით განსაზღვრეთ, რომელ ჯგუფში შედის მეტად ცვალებადი ქულები.

გ) რა იქნება საშუალო შეცდომა, თუ ვიტყვით, რომ მამრობითი სქესის ცდის პირები პიროვნული სივრცის დარღვევის შემდეგ კიდევ 15.55 წუთს ჩერდებიან თავიანთ ადგილებზე?

დ) თუ ცდის პირის ტიპური ქცევის აღსაწერად გამოიყენებთ ჯგუფის საშუალოს, რომელი ჯგუფისთვის (ვაჟების თუ გოგონების) უფრო ზუსტი იქნება წინასწარმეტყველება? ახსენით თქვენი პასუხი.

ცვალებადობის საზომების შედარება

ცხრილი N5.3.

ცვალებადობის საზომების შედარება გამოცდებთან დაკავშირებული შფოთვის კითხვარის 100 ქულისთვის (იხ. ცხრილი 3-3).

ცვალებადობის საზომები	მნიშვნელობა
დიაპაზონი	51
კვარტილთშორისი გაბნევის დიაპაზონი (*IQR*)	8
სემიკვარტილთშორისი გაბნევის დიაპაზონი (*SIQR*)	4
პოპულაციის სტანდარტული გადახრის შეფასება (s)	8.66
პოპულაციის დისპერსიის შეფასება (s^2)	74.92

ცვალებადობის საზომების შედარების გამარტივების მიზნით ცხრილში N5.3 წარმოდგენილია ცვალებადობის საზომები ცხრილში N3.3 მოცემული გამოცდებთან დაკავშირებული შფოთვის კითხვარის ქულებისთვის. ნათელია, რომ მიღებული სიდიდეები მნიშვნელოვნად განსხვავდება ერთმანეთისგან. ვინაიდან თითოეული საზომი ქულების შესახებ განსხვაებული ინფორმაციის მატარებელია, სხვადასხვა საზომის რიცხვით მნიშვნელობებს პირდაპირ ვერ შევადარებთ ერთმანეთს. დიაპაზონი, *IQR* და *SIQR* ასახავენ ცდის პირთა ქულების გარკვეული პროცენტის შემცველ ინტერვალს: 100% – დიაპაზონი, შუათანა 50% – კვარტილთშორისი გაბნეევის დიაპაზონი და 25% მედიანის თითოეულ მხარეს – სემიკვარტილთშორისი გაბნევის დიაპაზონი. დისპრესია და სტანდარტული გადახრა წარმოადგენს იმის მაჩვენებელს, საშუალოდ რამდენად გადახრილია ქულები მათი საშუალოდან; თუმცა, ცვალებადობის ყველა საზომის შემთხვევაში, რაც უფრო მცირეა საზომის მნიშვნელობა, მით ნაკლებად იქნება ქულები გაფანტული. თუ ყველა ინდივიდს ერთი და იგივე ქულა აქვს და საერთოდ არ არის ცვალებადობა, თითოეული საზომის მნიშვნელობა ნულის ტოლი იქნება.

აღწერითი სტატისტიკების არჩევა

ჩვენ განვიხილეთ მთელი რიგი სტატისტიკებისა, რომლებიც საშუალო ქულისა და შერჩევაში მიღებული ქულების ცვალებადობის აღსაწერად გამოიყენება; თუმცა, მკვლევრები მიღებული მონაცემების შესაჯამებლად ირჩევენ ცენტრალური ტენდენციისა და ცვალებადობის მხოლოდ თითო-თითო საზომს. კონკრეტული აღწერითი სტატისტიკის არჩევა, ძირითადად, დამოკიდებულია სამ პირობაზე: (1) გაზომვის სკალაზე, რომელზეც მოცემულია ქულები, (2) ქულების სიხშირეთა განაწილების ფორმაზე და (3) იმაზე, თუ შემდგომ სტატისტიკურ ანალიზში როგორ გამოიყენება მოცემული აღწერითი სტატისტიკა. ცხრილში N5.4 მოცემულია რეკომენდებული საზომები კონკრეტული გაზომვის სკალისა და განაწილების ფორმისათვის.

ცხრილი N5.4. რეკომენდებული საზომები მოცემული გაზომვის სკალისა და განაწილების ფორმისათვის

გაზომვის სკალა	სიხშირეთა განაწილების ფორმა			
	დაახლოებით სიმეტრიული, უნიმოდალური		ასიმეტრიული, უნიმოდალური	
	ცენტრალური ტენდენციის საზომი	ცვალებადობის საზომი	ცენტრალური ტენდენციის საზომი	ცვალებადობის საზომი
რიგის ინტერვალების ან შეფარდების	*Mdn* $\overline{X}$	*SIQR* *s*	*Mdn* *Mdn*	*SIQR* *SIQR*

გაზომვის სკალა

სახელდების სკალა

სახელდების სკალაზე პასუხები დალაგებულია კატეგორიებში და კატეგორიის ფარგლებში ყველა პასუხი გაიგივებულია ერთმანეთთან. შესაბამისად, თვისებრივი მონაცემები, ჩვეულებრივ, მხოლოდ სიხშირეების (ანუ ჯგუფიდან რამდენი ინდივიდი შედის ერთ ან მეორე კატეგორიაში) ან პროცენტების ტერმინებით აღიწერება. ამიტომ სახელდების სკალა არ არის მოცემული ცხრილში N5.4.

რიგის სკალა

რიგის სკალის მონაცემებისთვის მედიანა წარმოადგენს ცენტრალური ტენდენციის საუკეთესო საზომს, განურჩევლად სიხშირეთა განაწილების ფორმისა ან იმისა, შემდგომში თუ რა მიზანს ისახავს სტატისტიკური ანალიზი. როდესაც ცენტრალური ტენდენციის საზომად გამოიყენება მედიანა, მაშინ ცვალებადობის საზომად, როგორც წესი, გამოიყენება დიაპაზონი, კვარტილთშორისი გაბნევის დიაპაზონი ან სემიკვარტილთშორისი გაბნეევის დიაპაზონი.

ინტერვალებისა და შეფარდების სკალები

როდესაც ინტერვალებისა და შეფარდების სკალებზე ქულების სიხშირეთა განაწილება დაახლოებით სიმეტრიულია, უმჯობესია, რომ ცენტრალური ტენდენციის საზომად საშუალო გამოვიყენოთ. საშუალოსთან ერთად ცვალებადობის საზომად, ჩვეულებისამებრ, გამოიყენება პოპულაციის სტანდარტული გადახრის შეფასება.

სიხშირეთა განაწილების ფორმა

ჩვეულებრივ, განაწილების ფორმა მხოლოდ მაშინ განსაზღვრავს აღწერითი სტატისტიკის არჩევას, როდესაც დამოკიდებული ცელადი ინტერვალების ან შეფარდების სკალაზე იზომება. თუ ქულათა განაწილება დაახლოებით სიმეტრიულია, მაშინ უპირატესობა ენიჭება შერჩევის საშუალოსა და სტანდარტულ გადახრას; მაგრამ თუ ქულათა განაწილება მნიშვნელოვნად ასიმეტრიულია, მაშინ შეიძლება მედიანა და *SIQR* აირჩიონ.

მონაცემების შემდგომი ანალიზი

ცენტრალური ტენდენციისა და ცვალებადობის კონკრეტული საზომების არჩევა იმაზეც არის დამოკიდებული, თუ რამდენად გამოიყენება მოცემული აღწერითი სტატისტიკები სტატისტიკური დასკვნების გაკეთებისას. დასკვნისთვის იყენებენ საშუალოს, პოპულაციის სტანდარტული გადახრის შეფასებასა და პოპულაციის დისპერსიის შეფასებას, ვინაიდან ისინი უკავშირდებიან ნორმალური განაწილების ცნობილ მახასიათებლებს. ამ კავშირის შესახებ მე-6 თავში ეისაუბრებთ. აქედან გამომდინარე, ბიჰევიორისტულ მეცნიერებათა წარმომადგენლებმა მონაცემების სისტემატიზაციისთვის მაშინაც კი შეიძლება გამოიყენონ შერჩევის საშუალო და სტანდარტული გადახრა, როდესაც გაზომვის სკალის დონე და სიხშირეთა განაწილების ფორმა საწინააღმდეგოზე მეტყველებენ. ხანდახან არის შემთხვევები, როდესაც მონაცემებზე დაყრდნობით დასკვნების გამოტანას ენიჭება უპირატესობა და არ ხდება ამ პირობების (გაზომვის სკალისა და სიხშირეთა განაწილების ფორმის) გათვალისწინება. თქვენ ნახავთ, რომ ბიჰევიორისტულ კელევებში ყველაზე ხშირად გამოყენებად აღწერით სტატისტიკებს საშუალო და სტანდარტული გადახრა წარმოადგენს.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა V.3

1. ქულათა თითოეული ქვემოთ მოცემული განაწილებისთვის დაასახელეთ ცენტრალური ტენდენციისა და ცვალებადობის ის საზომები, რომლებიც საუკეთესოდ აღწერენ ამ ქულებს.
   ა) ინტერვალების სკალაზე მოცემული ქულები, რომელთა განაწილება მკვეთრად უარყოფითად ასიმეტრიულია.
   ბ) რიგის სკალაზე მოცემული ქულები, რომელთა განაწილება დაახლოებით სიმეტრიულია.
   გ) შეფარდების სკალაზე მოცემული ქულები, რომელთა განაწილება დაახლოებით სიმეტრიულია.
   დ) რიგის სკალაზე მოცემული ქულები, რომელთა განაწილება მკვეთრად დადებითად ასიმეტრიულია.

ე) ინტერვალების სკალაზე მოცემული ქულები, რომელთა განაწილება დაახლოებით სიმეტრიულია.

ვ) ინტერვალების სკალაზე მოცემული ქულები, რომელთა განაწილება მკვეთრად დადებითად ასიმეტრიულია.

ზ) შეფარდების სკალაზე მოცემული ქულები, რომელთა განაწილება მკვეთრად უარყოფითად ასიმეტრიულია.

შეჯამება

- ცვალებადობის საზომები გვიჩვენებს, თუ რამდენად განსხვავდებიან ქულები ერთმანეთისგან და განაწილების ცენტრალური ტენდენციის საზომისგან.
- დიაპაზონი გამოითვლება შემდეგნაირად: $X_{\text{მაქსიმალური}} - X_{\text{მინიმალური}}$.
- კვარტილთშორისი გაბნევის დიაპაზონი არის ინტერვალი განაწილების 25-ე და 75-ე პროცენტილებს შორის.
- შერჩევის დისპერსია S^2 გამოითვლება ფორმულით $\sum(X-\bar{X})^2/N$ პოპულაცია.
- პოპულაციის დისპერსიის შეფასება s^2 გამოითვლება ფორმულით $\sum(X-\bar{X})^2/(N-1)$.
- კვადრატული ფესვი დისპერსიიდან გვაძლევს სტანდარტულ გადახრას. კვადრატული ფესვი S^2-დან არის შერჩევის სტანდარტული გადახრა, კვადრატული ფესვი s^2-დან კი – პოპულაციის სტანდარტული გადახრის შეფასება.
- პოპულაციის დისპერსიისა და სტანდარტული გადახრის შეფასება წარმოადგენს ცვალებადობის ყველაზე ხშირად გამოყენებად საზომს.
- ცვალებადობის საზომის არჩევა დამოკიდებულია გაზომვის სკალაზე, რომელზეც მოცემულია ქულები, ქულათა სიხშირეების განაწილების ფორმასა და იმაზე, თუ რა მიზანს ისახავს მონაცემების შემდგომი ანალიზი.

ძირითადი ტერმინები და სიმბოლოები

დიაპაზონი	ინტერკვარტილური რანგი *(IQR)*
კვადრატების ჯამი	*SIQR*
კვარტილთშორისი გაბნევის დიაპაზონი	*S*
პოპულაციის დისპერსია (σ^2)	S^2
პოპულაციის დისპერსიის შეფასება (s^2)	*SS*
პოპულაციის სტანდარტული გადახრა (σ)	*s*
პოპულაციის სტანდარტული გადახრის შეფასება (s)	s^2
კვარტილთშორისი გაბნევის დიაპაზონის ნახევარი	
შერჩევის დისპერსია	X_{25}
შერჩევის სტანდარტული გადახრა	X_{75}
ცვალებადობა	

კითხვები

1. დამოკიდებულია თუ არა სტუდენტის მიერ პროფესორის კომპეტენტურობის აღქმა პროფესორის სქესზე? დავუშვათ, კოლეჯის მამრობითი სქესის 20 მოსწავლე აფასებს მამრობითი სქესის პროფესორის კომპეტენტურობას, რომელიც მათ ლექციას უტარებს. კომპეტენტურობის შესაფასებლად იყენებთ მასწავლებლის შეფასების ფორმას, რომელიც ნარმოადგენს ჯამური შეფასების სკალას (*McCarthy & Schmeck*, 1982). ამ სკალაზე ქულების დიაპაზონია 12-დან (ძალზე არაკომპეტენტურიდან) 84-ის (ძალზე კომპეტენტურის) ჩათვლით. თქვენ მიერ მიღებული 20 ქულაა: 50, 65, 44, 47, 52, 55, 35, 43, 43, 50, 60, 40, 45, 50, 45, 57, 47, 53, 54 და 57.

ა) იპოვეთ ამ განაწილების *Mdn*, $\overline{X}$, *IQR* და *s*.

ბ) წმინდა აღწერითი თვალსაზრისით, არის თუ არა *Mdn* ან $\overline{X}$ ამ ქულების ცენტრალური ტენდენციის საუკეთესო საზომი? ახსენით თქვენი პასუხი.

2. დავუშვათ, ახლა კოლეჯის მამრობითი სქესის 20 მოსწავლე აფასებს მედდრობითი სქესის პროფესორის კომპეტენტურობას, რომელიც იმავე ლექციას ატარებს, რასაც წინა კითხვაში აღწერილი მამრობითი სქესის პროფესორი. ამ შემთხვევაში მიიღეთ კომპეტენტურობის შემდეგი ქულები: 50, 80, 44, 47, 52, 55, 17, 43, 43, 50, 60, 40, 45, 50, 45, 57, 47, 53, 54 და 57.

ა) იპოვეთ ამ განაწილების *Mdn*, $\overline{X}$, *IQR* და *s*.

ბ) წმინდა აღწერითი თვალსაზრისით, არის თუ არა *Mdn* ან $\overline{X}$ ამ ქულების ცენტრალური ტენდენციის საუკეთესო საზომი? ახსენით თქვენი პასუხი.

გ) ქულათა ამ ერთობლიობისთვის *s*-ის მნიშვნელობა, 1 კითხვაში მიღებული *s*-ის მნიშვნელობასთან შედარებით, მნიშვნელოვნად გაიზარდა, თუმცა, არ შეცვლილა *IQR*. ახსენით მიღებული შედეგი.

3. ცვალებადობის რომელი საზომია აღწერილი ქვემოთ მოცემულ თითოეულ დებულებაში?

ა) ის აღწერს ინტერვალს, რომელიც მოიცავს ქულათა 100%-ს.

ბ) მისი მნიშვნელობა გამოითვლება 75-ე პროცენტილის ქულიდან 25-ე პროცენტილის ქულის გამოკლებით.

გ) ის აღწერს ინტერვალს, რომელიც მოიცავს ქულათა დაახლოებით 25%-ს მედიანის ზემოთ და ქვემოთ.

დ) ის აღწერს განაწილების საშუალოდან ქულის საშუალო კვადრატულ გადახრას და ნარმოადგენს პოპულაციის შეფასებას.

ე) ის აღწერს განაწილების საშუალოდან ქულის საშუალო კვადრატული გადახრიდან კვადრატულ ფესვს და წარმოადგენს პოპულაციის შეფასებას.

ვ) ის აღწერს ინტერვალს, რომელიც მოიცავს განაწილების ქულათა შუა 50%-ს.

ზ) მისი მნიშვნელობა დამოკიდებულია განაწილებაში შემავალ მხოლოდ ორ ქულაზე.

თ) მისი მნიშვნელობა გამოითვლება ფორმულით: $\sum(X - \overline{X})^2/N$.

ი) მისი მნიშვნელობა გამოითვლება ფორმულით: $\sum(X - \overline{X})^2/(N-1)$.

კ) მისი მნიშვნელობა გამოითვლება ფორმულით: $\sqrt{\sum(X - \overline{X})^2/N}$.

ლ) მისი მნიშვნელობა გამოითვლება ფორმულით: $\sqrt{\sum(X - \overline{X})^2/(N-1)}$.

მ) მისი მნიშვნელობა გამოითვლება ფორმულით: $(X_{75} - X_{25})/2$.

ნ) მისი მნიშვნელობა გამოითვლება ფორმულით: $\sqrt{\sum(X-\mu)^2/N_{\text{ქულების}}}$

ო) მისი მნიშვნელობა გამოითვლება ფორმულით: $\sum(X-\mu)^2/N_{\text{ქულების}}$

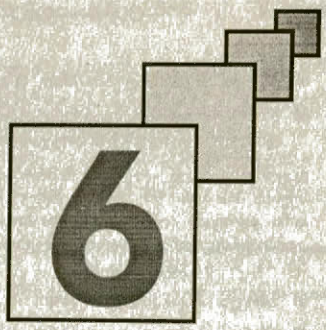
4. მე-4 თავის ბოლოს მოცემულ მე-6 შეკითხვაში წარმოდგენილი იყო გროსის (*Gross*, 1993) მიერ ჩატარებული გამოკითხვის შედეგების ნაწილი, რომელიც შეეხებოდა კოლეჯის სტუდენტებში ალკოჰოლის მიღების საკითხს; კერძოდ, მოცემული იყო, რომ 21 წელზე უფროს მამაკაცებთან დალევის საშუალო რაოდენობა კვირაში იყო 23.9, ქალებთან კი – 7.5 დალევა კვირაში. ამ საშუალოების თანმხლები სტანდარტული გადახრები იყო 15.4 დალევა კვირაში მამაკაცებისთვის და 8.7 დალევა კვირაში ქალებისთვის.

ა) თუ თქვენ ინინასწარმეტყველებთ, რომ კოლეჯის მამრობითი სქესის, 21 წელზე უფროსი ტიპური სტუდენტი კვირაში 23.9-ჯერ იღებს ალკოჰოლს, რა იქნება ამ წინასწარმეტყველების საშუალო შეცდომა?

ბ) შეგიძლიათ, თქვათ, რომ ეს სტანდარტული გადახრა მიგვითითებს გაკეთებული შეფასების დიდ ან მცირე ცვალებადობაზე?

გ) რა ინფორმაციას გაძლევთ ეს სტანდარტული გადახრა საშუალოს, როგორც ცენტრალური ტენდენციის საზომის, ადეკვატურობის შესახებ ამ გამოკითხვაში მიღებული ქულების განაწილების შემთხვევაში?

5. მე-4 თავის ბოლოს მოცემულ მე-7 შეკითხვაში წარმოდგენილი იყო ცხრიდან რვა ქირურგიული პაციენტის მარტივი რეაქციის დრო ზოგადი ანესთეზიის მიღებიდან ორი საათის შემდეგ. მეცხრე პაციენტი არ იყო საკმარისად გამოსული ანესთეზიიდან, რომ გაეზომათ რეაქციის დრო, ამიტომ ამ ცდის პირის მონაცემი განისაზღვრა, როგორც რეაქციის უსასრულო დრო. თუ თქვენ გსურთ ცხრავე ქულის აღწერა, ცვალებადობის რომელ საზომს გამოიყენებდით მათთვის? ახსენით საზომის არჩევის მიზეზი.



ნორმალური განაწილება, ალბათობა და სტანდარტული ქულები

ნორმალური განაწილება

- ნორმალური განაწილება და ბიჰევიორისტული მეცნიერებები
- ნორმალური განაწილების თვისებები
- ნორმალური განაწილების ქვეშ მოთავსებული ფართობი

სტანდარტული ნორმალური განაწილება

- სტანდარტული განაწილების ცხრილის გამოყენება
- z ქულების გამოყენების მაგალითი

ალბათობა

- დისკრეტული ალბათობის განაწილების თვისებები
- თეორიული და ემპირიული ალბათობა
- სტანდარტული ნორმალური განაწილება როგორც ალბათური განაწილება

სტანდარტული ქულები

მე-3-5 თავებში შერჩევიდან მიღებული ქულების მოწესრიგებისა და აღწერის საკითხებზე ვისაუბრეთ. ახლა განვიხილოთ პოპულაციები და მათი მახასიათებლები; კერძოდ, პოპულაციის ერთ-ერთი განაწილება – ნორმალური განაწილება. პირველ თავში **პოპულაცია** განვმარტეთ, როგორც საერთო მახასიათებლის მქონე ადამიანების, ცხოველების, საგნებისა თუ მოვლენების სრული ერთობლიობა. **შერჩევა** არის პოპულაციიდან არჩეული ქვესიმრავლე ანუ ქვეჯგუფი. მე-3, მე-4 და მე-5 თავებში განვიხილეთ შერჩევიდან მიღებული ქულების მოწესრიგება და აღწერა სიხშირეთა განაწილებისა და ისეთი აღწერითი სტატისტიკების გამოყენებით, როგორიცაა მედიანა, საშუალო, კვარტილთშორისი გაბნეიის დიაპაზონის ნახევარი და სტანდარტული გადახრა; თუმცა, როგორც წინა თავებში ითქვა, პოპულაციის ქულების აღწერაც შესაძლებელია საშუალოთი და სტანდარტული გადახრით. ვინაიდან ახლა ვამბობთ, რომ ვზომავთ მთელ პოპულაციას, საშუალოს აღვნიშნავთ სიმბოლოთი μ (მიუ, ბერძნული ანბანის მეოცე ასო), ხოლო სტანდარტულ გადახრას – სიმბოლოთი σ (სიგმა, ბერძნული ანბანის მეთვრამეტე ასო). გარდა ამისა, მიღებულ სიდიდეებს ახლა უკვე ვუწოდებთ არა *სტატისტიკებს*, არამედ *პარამეტრებს*. **პარამეტრი** არის რიცხვი, მაგალითად, μ ან σ, რომელიც აღწერს პოპულაციას. ტერმინოლოგიის ასეთი შეცვლის მიზანი ისაა, რომ გასაგები იყოს, რაზე ვსაუბრობთ – შერჩევაზე თუ პოპულაციაზე. მნიშვნელოვანია ამ განსხვავების გაგება, რადგან ნორმალური განაწილება, რომელზეც ქვემოთ ვისაუბრებთ, ხასიათდება μ-თი და σ-თი და არა – $\overline{X}$ და s-ით. აღნიშნული ტერმინოლოგია მოცემულია ცხრილში N6-1.

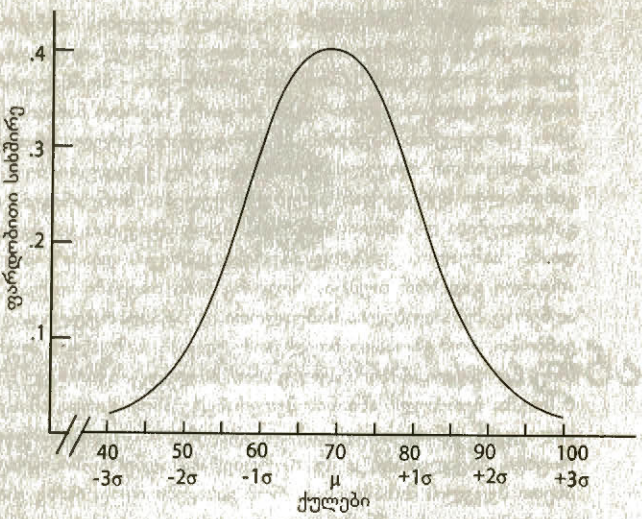
ცხრილი N6.1.
შერჩევისა და პოპულაციის შესატყვისი აღნიშნები

	შერჩევა	პოპულაცია
აღწერითი მახასიათებლები	სტატისტიკები	პარამეტრები
საშუალო	$\overline{X}$	μ
სტანდარტული გადახრა	s	σ
დისპერსია	s^2	σ^2

ნორმალური განაწილება

ნორმალური განაწილება (Normal distribution) – თეორიული მათემატიკური განაწილება, რომელიც აღწერს პოპულაციის ქულების ფარდობით სიხშირეებს.

ბიჰევიორისტულ მეცნიერებებში პოპულაციის ერთ-ერთ მნიშვნელოვან განაწილებას წარმოადგენს ნორმალური განაწილება. **ნორმალური განაწილება** არის თეორიული მათემატიკური განაწილება, რომელიც აღწერს პოპულაციის ქულების ფარდობით სიხშირეებს. ნორმალურად განაწილებულ ქულათა ერთობლიობის სიხშირეთა განაწილება შეიძლება სრულად აღინეროს, თუ ცნობილია განაწილების საშუალო (μ) და სტანდარტული გადახრა (σ). ნორმალური განაწილება, რომლის $\mu = 70$ და $\sigma = 10$, მოცემულია სურათზე N6-1. მოცემული განაწილება წარმოადგენს მათემატიკურ განაწილებას, რომელიც არ ასახავს რომელიმე რეალურად გაზომილი პოპულაციის ქულებს. რეალური პოპულაციის ქულები არასოდეს არის ისე ზუსტად განაწილებული, რომ განაწილება ზუსტად ნორმალური იყოს; მაგრამ ზოგჯერ გამოსადეგია იმის დაშვება, რომ ზოგიერთი პოპულაციის ქულები დაახლოებით ნორმალურად არის განაწილებული; თუმცა, წინამდებარე თავში ნორმალურ განაწილებას განვიხილავთ, როგორც თეორიულ მათემატიკურ განაწილებას.



სურათი N6.1.

ნორმალური განაწილება, რომლის μ =70 და σ =10

ნორმალური განაწილება და ბიჰევიორისტული მეცნიერებები

ნორმალური განაწილება იაკობ ბერნულის (Jakob Bernoulli, 1654-1705), აბრაამ დე მოიავრის (Abraham de Moivre, 1667-1754), პიერ რემონდ დე მონმორტის (Pierre Remond de Montmort, 1678-1719), კარლ ფრიდრიხ გაუსისა (Karl Friedrich Gauss, 1777-1855) და სხვების შრომებში განვითარდა. მათი ინტერესის საგანი იყო სხვადასხვა აზარტულ თამაშებში მოსალოდნელი შედეგების ალბათობების გამოთვლა და ასტრონომიულ და ფიზიკურ ცდებში გაზომვების შეცდომების განაწილებების აგება. ნორმალური განაწილება მალევე გადაიქცა სტატისტიკოსებისთვის მნიშვნელოვან განაწილებად, რადგან სტატისტიკაში არსებული მრავალი პრობლემის გადაჭრა მხოლოდ ნორმალური განაწილების დაშვების შემდეგ გახდა შესაძლებელი.

ნორმალური განაწილება ბიჰევიორისტული მეცნიერებების წარმომადგენლებისთვისაც მნიშვნელოვანია, რადგან გამართლებულია დაშვება იმისა, რომ მრავალი დამოუკიდებელი ცვლადით განპირობებული ნებისმიერი ქცევის გაზომვის შედეგები პოპულაციაში დაახლოებით ნორმალურად იქნება განაწილებული. ადამიანის მრავალი უნარი, იქნება ეს მათემატიკური თუ ვერბალური უნარები, განპირობებულია დამოუკიდებელი ფაქტორების მთელი რიგით: გენეტიკური მემკვიდრეობით, მშობლების ნახალისებით, განათლებით, კონკრეტული მასწავლებლით, სოციალური მდგომარეობით, კულტურული ძალების ზემოქმედებით და ა.შ. შესაბამისად, ასეთი უნარების მოცეშულობის ხარისხი მოსალოდნელია, რომ პოპულაციაში დაახლოებით ნორმალურად იყოს განაწილებული. ჩვენ იმიტომ ვიყენებთ სიტყვას „დაახლოებით", რომ რეალურად მიღებული ქულები არასოდეს არაა ზუსტად ნორმალურად განაწილებული.

ნორმალური განაწილების თვისებები

ნორმალური განაწილების თვისებებია: სიმეტრიულობა, ასიმპტოტურობა და უწყვეტობა.

სიმეტრიულობა

თეორიული ნორმალური განაწილება **სიმეტრიულია** მოდის, მედიანისა და საშუალოს მიმართ; შესაბამისად, ნორმალურ განაწილებაში მოდა, მედიანა და საშუალო ერთმანეთის ტოლია.

ასიმპტოტურობა

ყურადღება მიაქციეთ, რომ სურათზე N6.1 გამოსახული ნორმალური განაწილების ბოლოები (კუდები) რაც უფრო დაშორებულია μ-სგან, მით მეტად უახლოვდება *X* ღერძს ანუ აბსცისას, თუმცა, განაწილება **ასიმპტოტურია**, ანუ რამდენადაც არ უნდა დაშორდეს μ-ს, კუდები მაინც არ შეეხება *X* ღერძს.

უწყვეტობა

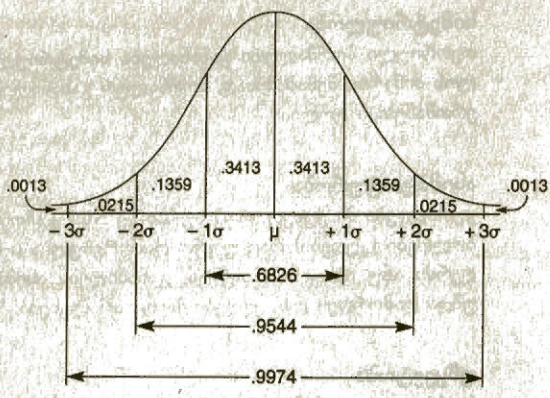
ნორმალური განაწილება **უწყვეტია** პლუს და მინუს უსასრულობებს შორის მოთავსებული ყველა ქულისთვის. ეს ნიშნავს, რომ ნებისმიერი ორი ქულისთვის მოიძებნება მესამე ქულა, რომელიც მათ შორის მდებარეობს.

ნორმალური განაწილების ქვეშ მოთავსებული ფართობი

ნორმალური განაწილება ფარდობით სიხშირეთა თეორიული განაწილებაა. გავიხსენოთ მე-3 თავიდან, რომ ქულის ფარდობითი სიხშირე არის განაწილებაში ქულის შეხვედრის სიხშირე გაყოფილი განაწილებაში შემავალ ქულათა საერთო რაოდენობაზე. ამრიგად, ფარდობითი სიხშირე გამოისახება შეფარდებით და განაწილების საერთო დაგროვილი ფარდობითი სიხშირე არის 1.0 (იხ. ცხრილი N3.4, (ი) სვეტი). ვინაიდან ნორმალური განაწილება ფარდობითი სიხშირეების განაწილებაა, განაწილების ქვეშ მოთავსებული სრული ფართობი 1.0-ს უდრის; ამიტომ ნორმალურ განაწილებაში ქულათა ფარდობითი სიხშირეები დაგროვილია 1.0-მდე.

ყველა ნორმალურ განაწილებაში ქულათა გარკვეული ნაწილი მოთავსებულია საშუალოს გარშემო გარკვეულ ინტერვალში. ნებისმიერ ნორმალურად განაწილებულ პოპულაციაში ქულათა .3413 წილი მოთავსებულია ინტერვალში μ-სა და μ-ს პლუს ერთ სტანდარტულ გადახრას შორის, ანუ ქულათა 34.13% მოთავსებულია ინტერვალში (μ, μ+1σ). ვინაიდან განაწილება სიმეტრიულია, ქულათა იგივე პროცენტი მოთავსებულია ინტერვალში (μ−1σ, μ). საშუალოდან ერთ და ორ სტანდარტულ გადახრას შორის ანუ ინტერვალში (μ−2σ, μ−1σ) მოთავსებულია ქულათა 13.59%. ინტერვალში (μ−2σ, μ+2σ) მოთავსებულია ქულათა (13.59+34.13+34.13+13.59)%= 95.44%. ნორმალური განაწილების ინტერვალებში შემავალ ქულათა ფარდობითი სიხშირეები ნაჩვენებია სურათზე N6-2. ეს დამოკიდებულება ძალაშია ნებისმიერი ნორმალური განაწილების შემთხვევაში, გარდა იმ შემთხვევებისა, როდესაც μ და σ ზოგიერთ კონკრეტულ მნიშვნელობას იღებს.

გარდა ამისა, ნორმალური განაწილების ქვეშ მოთავსებული ფართობები შეიძლება შეიკრიბოს. ასე მაგალითად, საშუალოს მინუს ერთი სტანდარტული გადახრა და საშუალოს პლუს ერთი სტანდარტული გადახრა ანუ ინტერვალი (μ−1σ, μ+1σ) მოიცავს ქულათა (.3413+.3413)-ს ანუ .6826 წილს. ანალოგიურად, საშუალოს მინუს ორი სტანდარტული გადახრა და საშუალოს პლუს ორი სტანდარტული გადახრა ანუ (μ−2σ, μ+2σ) ინტერვალში შედის ქულათა .1359+.3413+.3413+.1359 ანუ .9544 წილი. ქულათა უფრო დიდი ინტერვალი, რომელიც შეადგენს სამ სტანდარტულ გადახრას საშუალოს ორივე მხარეს ანუ ინტერვალი (μ−3σ, μ+3σ), მოიცავს ქულათა (.0215+.1359+.3413+.3413+.1359+.0215)-ს ანუ .9974 წილს. ეს დამოკიდებულებაც ნაჩვენებია სურთზე N6.2. ეს ფარდობა უცვლელი რჩება μ-სა და σ-ს მნიშვნელობებისგან დამოუკიდებლად.



სურათი N6.2.
ნორმალური განაწილების კონკრეტულ ინტერვალებში შემავალ ქულათა ფარდობითი სიხშირეები

აღნიშნული მიმართებების საჩვენებლად, დავუშვათ, რომ ქულათა პოპულაცია ნორმალურად არის განაწილებული. განაწილების μ=100 და σ =15. განაწილებაში ქულა 85 არის ერთი სტანდარტული გადახრა საშუალოს მარცხნივ (ანუ μ−1σ = 100-15=85), 115 ქულა კი – ერთი სტანდარტული გადახრა საშუალოს მარჯვნივ (ანუ μ+1σ = 100+15=115). შესაბამისად, განაწილებაში ქულათა .6826 წილი შედის ინტერვალში (85, 115). ანალოგიურად, ქულათა .9544 წილი მოთავსებული იქნება 70-სა და 130 ქულას შორის, ინტერვალში (μ−2σ, μ+2σ), ხოლო ქულათა .9974 წილი – 55-სა და 145 ქულას შორის, ინტერვალში (μ−3σ, μ+3σ).

კიდევ ერთი მაგალითი. დავუშვათ, გვაქვს ქულათა ნორმალურად განაწილებული პოპულაცია, რომლის μ=50 და σ =5. ამ განაწილებაში ქულათა .6826 წილი მოთავსებულია ინტერვალში 45-სა და 55-ს შორის ანუ ინტერვალში (μ−1σ, μ+1σ), ქულათა .9544 წილი – ინტერვალში 40-სა და 60-ს შორის ანუ ინტერვალი (μ−2σ, μ+2σ) და ქულათა .9974 წილი – ინტერვალში 35-სა და 65-ს შორის ანუ ინტერვალი (μ−3σ, μ+3σ).

ამრიგად, ნორმალურ განაწილებაში μ-სა და σ-ს შემდეგი დამოკიდებულებაა: საშუალოს ორივე მხარეს მდებარე კონკრეტული ინტერვალები განაწილების ქულათა კონკრეტულ წილს და კონკრეტულ პროცენტს მოიცავენ.

ინტერვალი	ინტერვალში შემავალ ქულათა წილი	ინტერვალში შემავალ ქულათა პროცენტი
(μ−1σ)-დან (μ+1σ)-მდე	.6826	68.26
(μ−2σ)-დან (μ+2σ)-მდე	.9544	95.44
(μ−3σ)-დან (μ+3σ)-მდე	.9974	99.74

შემდეგ ქვეთავში ვისწავლით ცხრილის გამოყენებას იმის განსასაზღვრად, ქულათა რა ნაწილი ხვდება ნორმალური განაწილების საშუალოს ირგვლივ მდებარე კონკრეტულ ინტერვალებში. ასე რომ, არ არის საჭირო აქ წარმოდგენილი მნიშვნელობების დამახსოვრება; თუმცა, სასურველი და გამოსადეგი იქნება მიახლოებითი მნიშვნელობების დამახსოვრება, რადგან ამოცანების ამოხსნისას შეძლოთ თქვენ მიერვე წარმოებული გამოთვლების სისწორის შემოწმება. ამრიგად, ამოცანების ამოხსნისას გამოგადგებათ, თუ დაიმახსოვრებთ, რომ:

- ინტერვალი (μ–1σ)-დან (μ+1σ)-მდე დაახლოებით მოიცავს ქულათა 68%-ს.
- ინტერვალი (μ–2σ)-დან (μ+2σ)-მდე დაახლოებით მოიცავს ქულათა 95%-ს.
- ინტერვალი (μ–3σ)-დან (μ+3σ)-მდე დაახლოებით მოიცავს ქულათა 99%-ს.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა VI.1

1. განმარტეთ: ასიმპტოტური, უწყვეტი, μ, ნორმალური განაწილება, პარამეტრი, პოპულაცია, s, შერჩევა, შერჩევა, σ, სტატისტიკა.
2. დაასახელეთ ნორმალური განაწილების სამი თვისება.
3. რატომ ვერ იქნება ადამიანთა რეალური პოპულაციისგან მიღებული ქულები ზუსტად ნორმალურად განაწილებული? *მინიშნება:* გაიხსენეთ ნორმალური განაწილების თვისებები.
4. დავუშვათ, გაქვთ ქულათა ნორმალურად განაწილებული პოპულაცია, რომლის μ = 200 და σ = 20. მიუთითეთ, ქულათა რა წილი შევა ქვემოთ მოცემულ თითოეულ ინტერვალში (გამოიყენეთ სურათი N6.2).

ინტერვალი

ა) 200-220;
ბ) 200-240;
გ) 200-260;
დ) 180-200;
ე) 160-200;
ვ) 140-200;
ზ) 180-260;
თ) 160-240;
ი) 140-260;
კ) 220-240;
ლ) 220-260;
მ) 140-160.

სტანდარტული ნორმალური განაწილება

ნორმალური განანილების საშუალოსა და სტანდარტული გადახრის ცოდნით ვიღებთ ზუსტ ინფორმაციას კონკრეტულ ინტერვალებში ქულათა განაწილების შესახებ. ეინაიდან ნორმალური განანილება მათემატიკური განტოლებით განისაზღვრება, ჩვენ შეგვიძლია ზუსტი ფარდობითი სიხშირის განსაზღვრა განანილების ქულათა ნებისმიერი ინტერეალისთვის; თუმცა, აქ შემდეგი პრობლემის წინაშე ვდგებით – ჩვენ უნდა გამოვიყენოთ რთული მათემატიკური გამოსახულება, სადაც შევა ქულების ჩვენთვის საინტერესო განანილების μ-სა და σ-ის მნიშვნელობები. საბედნიეროდ, არსებობს ამ პრობლემისთვის გვერდის აელის მარტივი გზა – ნორმალური განაწილება, რომლის საშუალოა μ და სტანდარტული გადახრა σ (მაგალითად, μ = 20, σ = 2) უნდა გარდავქმნათ სტანდარტული ფორმის ნორმალურ განაწილებად, რომლის μ = 0, σ = 1. ამის შემდეგ, თუ მხოლოდ ერთ სტანდარტულ ნორმალურ განაწილებას გამოვიყენებთ (რომლის μ = 0, σ = 1), ჩვენ შევძლებთ განტოლების ამოხსნას ქულის მოცემული მნიშვნელობისთვის და მისი შესაბამისი ფარდობითი სიხშირის ტაბულირებას ცხრილში. შემდგომში, ჩვენ ნორმალური განაწილების განტოლების გამოყენების ნაცვლად შეგვიძლია, უბრალოდ ცხრილში მოვძებნოთ მოცემული ქულის ფარდობითი სიხშირე ან დაგროვილი ფარდობითი სიხშირე.

სტანდარტული ნორმალური განანილება (Standard normal distribution) – ნორმალური განაწილება, რომლის μ = 0, σ = 1.

სტანდარტული ნორმალური განანილების საშუალო ნულის (μ = 0), სტანდარტული გადახრა კი 1-ის (σ = 1) ტოლია. ნებისმიერი μ-სა და σ-ის მქონე ნორმალურად განაწილებული ცვლადისთვის კონკრეტული ქულა (მაგალითად, *X*) შეიძლება გარდაიქმნას სტანდარტული ნორმალური განანილების ქულად, თუ მას შევიტანთ გამოსახულებაში

$$z = (X - \mu)/\sigma ,$$

სადაც *z* ქულიდან *z*-ის რეალურად მიღებული[1] მნიშვნელობაა;

1 შემდგომში მთელ ტექსტში „რეალურად მიღებულის“ ნაცვლად შემოკლებით გამოიყენება

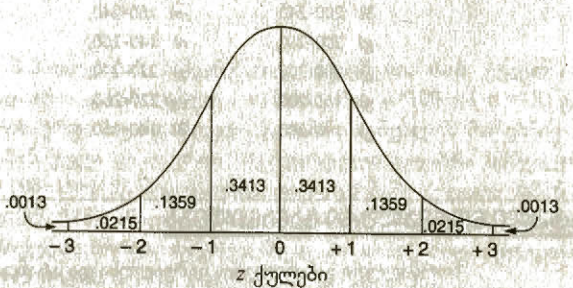
X – სანყისი ანუ ორიგინალური ქულა;

μ – საშუალო;

σ – სტანდარტული გადახრა იმ ნორმალური განაწილებისა, საიდანაც აღებულია X ქულა.

მოცემულ ფორმულაში რიცხვითი მნიშვნელობების შეტანის შემდეგ X-ის მნიშვნელობისგან მიღებული z-ის მნიშვნელობას z რეალურს ვუწოდებთ და $z_{\text{რეალური}}$-ით აღვნიშნავთ. ამ ტერმინოლოგიას იმის ნათელსაყოფად ვიყენებთ, რომ z-ის მნიშვნელობა ფორმულაში ($z_{\text{რეალური}}$) რიცხვითი მნიშვნელობების შეტანითაა გამოთვლილი, თუ ა.1. ცხრილშია ნაპოვნი. აღნიშნული ცხრილის შესახებ ქვემოთ ვისაუბრებთ. z-ს ხშირად **სტანდარტულ ნორმალურ გადახრას** უწოდებენ, რადგან მისი მნიშვნელობა სტანდარტულ ნორმალურ განაწილებაში ქულის მნიშვნელობას გამოხატავს. სტანდარტული ნორმალური გადახრა ნარმოდგენილია სურათზე N6-3. სურათზე ნაჩვენებია ქულათა განაწილება მოცემულ z ქულებს შორის. ყურადღება მიაქციეთ, რომ ვინაიდან z = +1 მიუთითებს საშუალოდან ერთი სტანდარტული გადახრით ზემოთ მდებარე ქულაზე, z = 0-დან z = +1-მდე შუალედში ხვდება ქულათა 3413 ნანილი, ანუ იგივე რაოდენობა, რაც μ-სა და (μ+1)-ს შორის სურათზე 6.2.

სტანდარტული ნორმალური გადახრა (Standard normal deviate) – z სიდიდეები როცა ქულა გადაყვანილია სტანდარტულ ნორმალურ განაწილებაში.



სურათი N6.3.

სტანდარტული ნორმალური განაწილება, რომლის $\mu = 0$ და $\sigma = 1.0$. ნაჩვენებია z-ის ორ დადგენილ მნიშვნელობას შორის მოხვედრილ ქულათა ნილი

სტანდარტული ნორმალური განანილების გამოყენების საილუსტრაციოდ განვიხილოთ მაგალითი. დავუშვათ, 115 ქულა (ანუ X = 115) ავიღეთ ქულათა ნორმალურად განაწილებული ერთობლიობიდან, რომლის $\mu = 100$, $\sigma = 15$. ეს ქულა გადავიყვანოთ $z_{\text{რეალური}}$-ში ფორმულით

$$z_{\text{რეალური}} = \frac{(X - \mu)}{\sigma}$$

$$= \frac{115 - 100}{15}$$

$$= \frac{15}{15} = +1.0.$$

სანყისი 115 ქულის გარდაქმნით მიღებული სტანდარტული ნორმალური ქულაა +1.0. $z_{\text{რეალური}}$ = +1.0 ნიშნავს, რომ საწყისი ქულა (ანუ 115) არის იმ ნორმალური განაწილების ერთი სტანდარტული გადახრით საშუალოს (ანუ 100) ზემოთ, საიდანაც ის ავიღეთ.

„რეალური“ (მთარგმნელის შენიშვნა).

ცხრილი N6.2
ნორმალური განაწილების (μ =75 და σ =10) ქულების გადაყვანა სტანდარტული განაწილების z ქულებში

ქულა (X)	z
105	+3.0
100	+2.5
95	+2.0
90	+1.5
85	+1.0
80	+0.5
75	0.0
70	-0.5
65	-1.0
60	-1.5
55	-2.0
50	-2.5
45	-3.0

ქულის გადაყვანა სტანდარტული განაწილების z ქულაში გვიჩვენებს, თუ რამდენი სტანდარტული გადახრით არის საწყისი ქულა (ანუ X) დაშორებული საშუალოსგან. მაგალითად, აღებული 115 ქულა +1.0σ ერთეულით არის დაშორებული განაწილების საშუალოდან. განვიხილოთ ცხრილში N6.2 მოცემული ქულები და მათი შესაბამისი $z_{\text{რეალური}}$-ის მნიშვნელობები. ეს ქულები მიღებულია ნორმალური განაწილებიდან, რომლის μ = 75 და σ =10. შეეცადეთ, გამოთვალოთ ზოგიერთი მოცემული ქულა. ყურადღება მიაქციეთ, რომ $z_{\text{რეალური}}$-ის მნიშვნელობა ნებისმიერი ქულისთვის უბრალოდ წარმოადგენს იმას, თუ სტანდარტული გადახრის რამდენი ერთეულით არის დაშორებული ქულა სტანდარტული ნორმალური განაწილების საშუალოსგან (რომელიც ნულის ტოლია) ზემოთ ან ქვემოთ.

აქვე უნდა გაგაფრთხილოთ, რომ X ქულის გადაყვანა z ქულაში მხოლოდ იმ შემთხვევაში გვიჩვენებს საწყისი ქულის ზუსტ მდებარეობას სტანდარტულ ნორმალურ განაწილებაში, თუ ეს საწყისი ქულა აღებულია ქულათა ნორმალურად განაწილებული სიმრავლიდან. თუ ქულა აღებულია არა ნორმალური განაწილებიდან, არამედ ისეთი განაწილებიდან, როგორიცაა, მაგალითად, მართკუთხა ან ბიმოდალური განაწილება, ქულის გადაყვანა z ქულაში ვერ აქცევს საწყის ქულებს ნორმალურად განაწილებულს.

სტანდარტული განაწილების ცხრილის გამოყენება

ქულების სტანდარტული ნორმალური განაწილების z ქულებში გადაყვანის უპირატესობა ისაა, რომ z-ის მნიშვნელობებს შორის მოხვედრილი ქულების თანაფარდობა ცნობილია და მოცემულია ცხრილში. ეს თანაფარდობები მოცემულია დანართის ცხრილში **A**-1. ამ ცხრილის ნაწილი წარმოდგენილია N6.3 ცხრილის სახით. (ა) სვეტში მოცემულია z-ის მნიშვნელობები, რომლებიც მიღებულია რიცხვითი მნიშვნელობების შეტანით ფორმულაში

$$z_{\text{რეალური}} = \frac{(X - \mu)}{\sigma}$$

ყურადღება მიაქციეთ, რომ ჩვენ ვიყენებთ აღნიშვნას $z_{\text{რეალური}}$, როდესაც ვსაუბრობთ z-ის ნედლი ქულიდან (მაგალითად, X-დან) მიღებულ მნიშვნელობაზე, ხოლო აღნიშვნა z, ინდექსის „რეალური“-ის გარეშე, შეესაბამება **A**-1 ცხრილის (ა) სვეტში მოცემულ z-ის მნიშვნელობას. (ბ) სვეტში მოცემულია ფართობი z = 0-სა და z-ის (ა) სვეტში

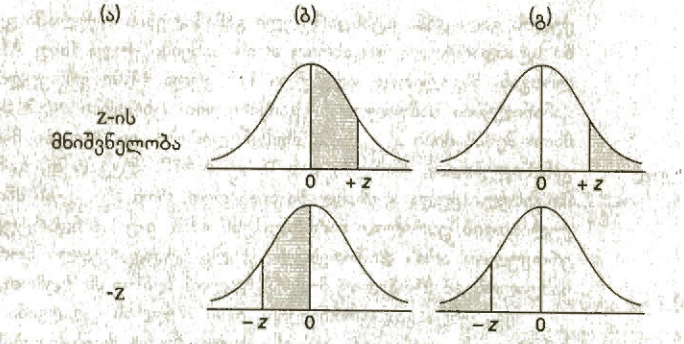
მოცემულ მნიშვნელობას შორის. სვეტის თავზე წარმოდგენილ გრაფიკზე ეს ფართობი გამუქებულია. (გ) სვეტში მოცემულია ფართობი *z*-ის (ა) სვეტში მოცემული მნიშვნელობიდან უსასრულობამდე. აქაც სვეტის თავზე მოცემულ გრაფიკზე გამუქებულია ეს ფართობი. ვინაიდან ნორმალური განაწილება სიმეტრიულია, *z*-ის უარყოფითი მნიშვნელობებით შემოსაზღვრული ფართობები *z*-ის დადებითი მნიშვნელობების იდენტურია. ამრიგად, ცხრილში არ არის წარმოდგენილი *z*-ის უარყოფითი მნიშვნელობები.

ცხრილის გამოყენების საილუსტრაციოდ განვიხილოთ ქულათა ნორმალურად განაწილებული სიმრავლე, რომლის $\mu = 100$ და $\sigma = 15$. დავუშვათ, ამ განაწილებიდან ავიღეთ ქულა 115. განაწილების ქულათა რა წილი იქნება 115-ის ტოლი ან მასზე ნაკლები? ამ ამოცანის ამოსახსნელად ჩვენ 115 ქულა გადაგვყავს *z* ქულაში, ანუ

$$z_{\text{რეალური}} = \frac{(X - \mu)}{\sigma} = \frac{115 - 100}{15} = +1.0$$

ცხრილი N6.3.

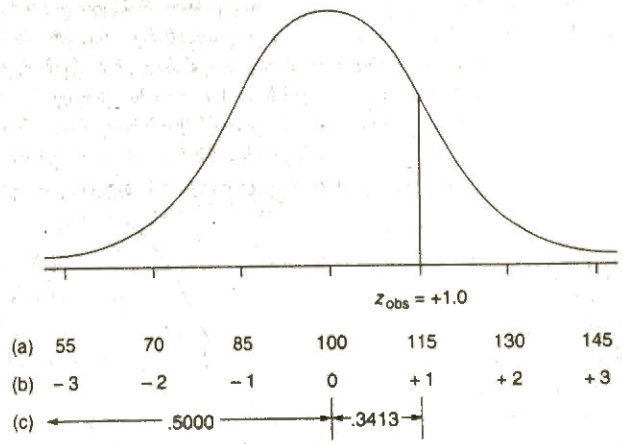
ფართობები ნორმალური განაწილების ქვეშ z = 0.95-დან z = 1.10-მდე



(ა)	(გ)	(გ)
0.95	.3289	.1711
0.96	.3315	.1685
0.97	.3340	.1660
0.98	.3365	.1635
0.99	.3389	.1611
1.00	.3413	.1587
1.01	.3438	.1562
1.02	.3461	.1539
1.03	.3485	.1515
1.04	.3508	.1492
1.05	.3531	.1469
1.06	.3554	.1446
1.07	.3577	.1423
1.08	.3599	.1401
1.09	.3621	.1379
1.10	.3643	.1357

ნაწყვეტი ამოღებულია II.1 ცხრილიდან, ნორმალური განაწილება და მასთან დაკავშირებული განაწილებები. *CRC Handbook of Tables for Probability and Statistics* (მეორე გამოცემა). Copyright 1968, CRCPress, Inc., Boca Raton, Florida. გამოიყენება ნებართვით.

ყურადღება მიაქციეთ, რომ ვინაიდან z-ის მნიშვნელობა ნედლი 115 ქულიდან მიღება, მას $z_{\text{ნედლ.}}$ ვუწოდებთ, z-ის ცხრილში N6-3 მოცემული მნიშვნელობისგან განასხვავებლად. საძიებელი ქულის თვალსაჩინოდ გამოსახვისთვის სასარგებლოა სტანდარტული ნორმალური განაწილების დახაზვა და მასზე ნედლი ქულებისა და ამ ქულების შესაბამისი z ქულების მითითება. განაწილების ნედლი ქულები და მათი შესაბამისი z ქულები ნაჩვენებია სურათზე N6-4. ამოცანის ამოსახსნელად საჭიროა, რომ მივიღოთ განაწილების ფართობი $z = -\infty$-დან $z = +1.0$-მდე. განაწილების ქულათა ერთი ნახევარი (ანუ 0.5000) $z = 0$-ს ქვემოთ არის მოთავსებული. ცხრილის N6.3 (ბ) სვეტი გვიჩვენებს, რომ განაწილების ქულათა .3413 მოთავსებულია $z = 0$-სა და $z = +1.0$-ს შორის (იხ. სურათი N6.4, (გ) ღერძი). ამრიგად, ამოცანის პასუხია ქულათა $z = -\infty$-დან $z = 0$-მდე მოთავსებულ ნილს (.5000) პლუს ქულათა $z = 0$-დან და $z = +1.0$-მდე მოთავსებული ნილი (.3413 **ა-1** ცხრილის (ბ) სვეტიდან), ანუ .8413. 115-ის ტოლი ან მასზე ნაკლებ ქულათა წილია .8413 ანუ 84.13%.



სურათი N6.4.
ნორმალურ განაწილებაში, რომლის $\mu = 100$ და $\sigma = 15$, შემავალი ქულის (115) ადგილმდებარეობა სტანდარტულ ნორმალურ განაწილებაში. X ღერძის ნარწერები გვიჩვენებს (ა) ნედლ ქულებს, (ბ) ნედლი ქულების შესაბამის z ქულებს, (გ) ქულათა წილს $z = -\infty$-დან $z = 0$-მდე და $z = 0$-დან $z = +1$-მდე

ა-1 ცხრილის წაკითხვისას ძალზე ადვილია შეცდომის დაშვება, ამიტომ ყოველთვის სასარგებლოა, რომ ამოცანის ამოხსნით მიღებული პასუხი შეადაროთ **ა-1** ცხრილში მოცემულ მნიშვნელობებს. შეცდომის თავიდან ასაცილებლად, შეგიძლიათ დაახლოებით განსაზღვროთ პასუხი იმის მიხედვით, რომ ნორმალურად განაწილებულ ქულათა ერთ მესამედზე ოდნავ მეტი (ანუ 33%-ზე ოდნავ მეტი) მოთავსებულია განაწილების საშუალოსა და ერთ სტანდარტულ გადახრას შორის. ამით განსაზღვრავთ, რომ თქვენი პასუხი (50+33)%-ზე ანუ 83%-ზე ოდნავ მეტი უნდა იყოს. მიღებული პასუხი 84.13% შეესაბამება ასეთ შეფასებას.

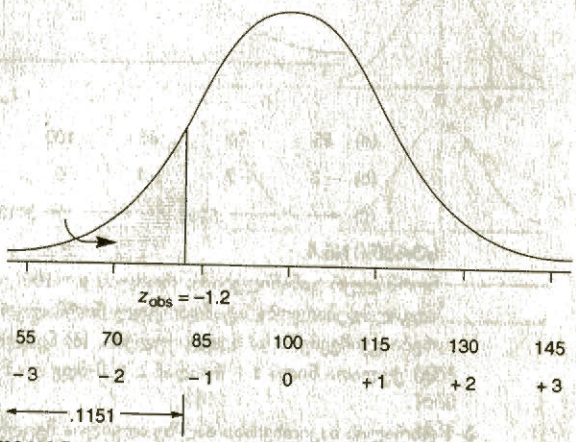
დავუშვათ, ახლა გვსურს, ვიცოდეთ, ქულათა რა ნაწილია 115-ის ტოლი ან მასზე მეტი. ამის გამოსათვლელი ორი გზა არსებობს:

(1) ვინაიდან ჩვენ უკვე ვიცით, რომ ქულათა 84.13% ტოლია ან ნაკლები 115-ზე, ნორმალური განაწილების ქვეშ დარჩენილი ფართობი უნდა მიგვითითებდეს იმ ქულათა რაოდენობაზე, რომელიც 115-ის ტოლი ან მასზე მეტი იქნება. ამიტომ საძიებელ პასუხს მივიღებთ, თუ განაწილების მთლიან ფართობს 1.000-ს გამოვაკლებთ .8413-ს, ანუ ქულათა 1.000−.8413=.1587 ნაწილი ტოლია ან მეტია 115-ზე;

(2) თუ წინასწარ არ გვაქვს გამოთვლილი, რომ ქულათა .8413 ნაწილი ტოლია

ან ნაკლები 115-ზე, მაშინ ამოცანის ამოსახსნელად უნდა განვსაზღვროთ, რომ საძიებელი ნაწილი არის განაწილების ფართობი $z = +1.0$-ის შემდეგ. ცხრილის N6-3 (ა) სვეტში ვპოულობთ $z = 1.00$-ის მნიშვნელობას, შემდეგ ვნახულობთ მის გასწვრივ (გ) სვეტში მოცემულ მნიშვნელობას, სადაც წარმოდგენილია z-ის ზემოთ ქულათა წილი. $z = +1.0$-ისთვის ეს მნიშვნელობაა .1587. ამრიგად, ქულათა .1587 ნაწილი ანუ 15.87% ტოლია ან მეტია 115-ზე.

ამავე განაწილების მაგალითზე განვიხილოთ კიდევ ერთი ამოცანა. ქულათა რა ნაწილია 82 ქულის ტოლი ან მასზე ნაკლები? ამ შემთხვევაშიც 82 გადაგვყავს z ქულაში: $z_{\text{რეალური}} = (82-100)/15 = -1.2$. ეს $z_{\text{რეალური}}$ გვიჩვენებს, რომ 82 ქულა მდებარეობს განაწილების საშუალოდან 1.2 სტანდარტული გადახრით ქვემოთ. განაწილების ნედლი ქულები და $z_{\text{რეალური}} = -1.2$ ნაჩვენებია სურათზე N6-5. შემდეგ გამოვთვლით $z = -1.2$-ის ქვემოთ მდებარე ქულათა წილს. ყურადღება მიაქციეთ, რომ ნახაზის მიხედვით მხოლოდ იმის განსაზღვრა შეგვიძლია, რომ ეს ნაწილი ძალზე მცირე იქნება. ვინაიდან სტანდარტული ნორმალური განაწილება სიმეტრიულია, იმდენი ქულა იქნება მოთავსებული $z = -1.2$-ის ქვემოთ, რამდენიც $z = +1.2$-ის ზემოთ; ამიტომ ვითვლით $z = +1.2$-ის ზემოთ; თუმცა, ეს მნიშვნელობა არ არის მოცემული ცხრილში N6-3. ამიტომ ვიყენებთ ნორმალური განაწილების ქვეშ მდებარე ფართობის ნილების სრულ ცხრილს (იხ. ცხრილი A-1). (ა) სვეტში ვპოულობთ $z = 1.2$-ს და ვნახულობთ მის გასწვრივ (გ) ცხრილში მოცემულ მნიშვნელობას. ამრიგად, ქულათა .1151 ნაწილი ანუ 11.51% ტოლია ან ნაკლებია 82-ზე. სტანდარტული ნორმალური განაწილების გამოყენების კიდევ ერთი მაგალითი წარმოდგენილია ქვეთავში „მაგალითი N6.1“.



სურათი N6.5.
ნორმალურ განაწილებაში, რომლის $\mu = 100$ და $\sigma = 15$, შემავალი ქულის (82) ადგილმდებარეობა სტანდარტულ ნორმალურ განაწილებაში. X ღერძის წარწერები გვიჩვენებს (ა) ნედლ ქულებს, (ბ) ნედლი ქულების შესაბამის z ქულებს, (გ) ქულათა წილს $z = -\infty$-დან $z = -1.2$-მდე

მაგალითი N6.1

სტანდარტული ნორმალური განაწილების გამოყენება

ვთქვათ, გვაქვს ნორმალურად განაწილებული პოპულაცია, რომლის $\mu = 80$ და $\sigma = 5$.

ამოცანა

ქულათა რა ნაწილია 88 ქულის ტოლი ან მასზე მეტი?

საჭირო სტატისტიკა: $z_{\text{რეალური}} = (X - \mu)/\sigma$.

ამოხსნა

88 ქულა უნდა გადავიყვანოთ $z_{\text{რეალური}}$. შემდეგ ცხრილის **ა**-1 გამოყენებით ვიპოვით $z_{\text{რეალურის}}$ ტოლ ან მასზე მეტ ქულათა ნილს. z-ის ფორმულაში ჩაესვათ რიცხვითი მნიშვნელობები:

$$z_{\text{რეალური}} = \frac{88-80}{5} = \frac{8}{5} = +1.6.$$

ა-1 ცხრილის (გ) სვეტი გვიჩვენებს, რომ სტანდარტული ნორმალური განანილების $z = +1.6$-ის ტოლი ან მასზე მეტი ფართობია .0548. აქედან გამომდინარე, 88-ის ტოლ ან მასზე მეტ ქულათა წილი იქნება .0548 ანუ 5.48%. ამრიგად, პოპულაციის ყოველი 1000 ქულიდან 54.8 ტოლია ან მეტია 88-ზე.

ამოცანა

განხილული განაწილების ქულათა რა ნანილია მოთავსებული 83-სა და 87-ს შორის?

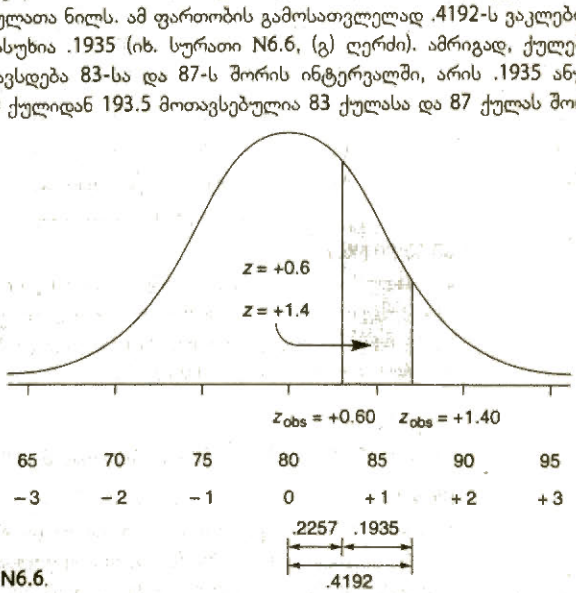
ამოხსნა

ორივე ქულა – 83 და 87 – უნდა გადავიყვანოთ $z_{\text{რეალური}}$ ქულებში. შემდეგ ვითვლით სტანდარტული ნორმალური განაწილების ფართობს $z_{\text{რეალურის}}$ ორ მნიშვნელობას შორის. რიცხვითი მნიშვნელობების ჩასმის შემდეგ მივიღებთ:

$$z_{\text{რეალური}}\ 83\text{-ისთვის} = \frac{83-80}{5} = \frac{3}{5} = +0.6;$$

$$z_{\text{რეალური}}\ 87\text{-ისთვის} = \frac{87-80}{5} = \frac{7}{5} = +1.4.$$

ნედლი ქულები და მათი შესაბამისი $z_{\text{რეალური}}$ ქულები მოცემულია სურათზე N6-6. $z_{\text{რეალური}} = +0.6$-ისთვის **ა**-1 ცხრილის (ბ) სვეტში ვნახულობთ, რომ $z = 0$-სა და $z = 0.6$-ს შორის მდებარე ქულათა წილია .2257. $z_{\text{რეალური}} = +1.4$-ისთვის $z = 0$-სა და $z = +1.4$-ს შორის მდებარე ქულათა წილია .4192. განანილების ფართობი, რომელიც z-ის ამ ორ მნიშვნელობას შორის მდებარეობს, გამოხატავს 83 და 87 ქულებს შორის მოთავსებულ ქულათა ნილს. ამ ფართობის გამოსათვლელად .4192-ს ვაკლებთ .2257-ს. მიღებული პასუხია .1935 (იხ. სურათი N6.6, (გ) ღერძი). ამრიგად, ქულების წილი, რომელიც თავსდება 83-სა და 87-ს შორის ინტერვალში, არის .1935 ანუ 19.35%. ყოველი 1000 ქულიდან 193.5 მოთავსებულია 83 ქულასა და 87 ქულას შორის.



სურათი N6.6.

ნორმალურ განანილებაში, რომლის $\mu = 80$ და $\sigma = 5$, შემავალი ქულების (83 და 87) ადგილმდებარეობა სტანდარტულ ნორმალურ განანილებაში. X ღერძის წარწერები გვიჩვენებს (ა) ნედლ ქულებს, (ბ) ნედლი ქულების შესაბამის z ქულებს, (გ) ქულათა წილს $z = -0$-დან $z = +0.6$-მდე და $z = 0$-დან $z = +1.4$-მდე

ამოცანა

ქულათა რა ნაწილია მოთავსებული 65-სა და 74-ს შორის?

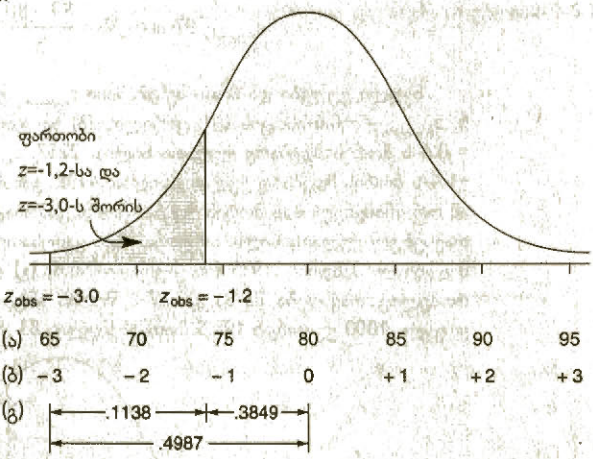
ამოხსნა

ეს ამოცანა წინა ამოცანის მსგავსად იხსნება. ქულები 65 და 74 უნდა გადავიყვანოთ $z_{\text{რეალური}}$ ქულებში. შემდეგ ვითვლით სტანდარტული ნორმალური განაწილების ფართობს $z_{\text{რეალურის}}$ ორ მნიშვნელობას შორის. რიცხვითი მნიშვნელობების ჩასმის შემდეგ მივიღებთ:

$$z_{\text{რეალური}}\ 65\text{-ისთვის} = \frac{65-80}{5} = \frac{-15}{5} = -3.0;$$

$$z_{\text{რეალური}}\ 74\text{-ისთვის} = \frac{74-80}{5} = \frac{-6}{5} = -1.2.$$

ნედლი ქულები და მათი შესაბამისი $z_{\text{რეალური}}$ ქულები მოცემულია სურათზე N6.7. **ა**-1 ცხრილის (ბ) სვეტში ვნახულობთ, რომ ქულათა .4987 მოთავსებულია z = 0-სა და z = –3.0-ს შორის. $z_{\text{რეალური}}$ = –1.2-ისთვის ქულათა .3849 ნაწილი მოთავსებულია z = 0-სა და z = –1.0-ს შორის. z = –3.0-სა და z = –1.2-ს შორის მოთავსებულ ქულათა ნილის გამოსათვლელად .4987-ს გამოვაკლებთ .3849-ს და მივიღებთ .1138-ს (იხ. სურათი N6.7, (გ) ღერძი). ქულათა წილი 65-დან 74-მდე ინტერვალში არის .1138 ანუ 11.38%. პოპულაციაში ყოველი 1000 ქულიდან 113.8 მოთავსებულია 65-სა და 74-ს შორის.



სურათი N6.7.

ნორმალურ განაწილებაში, რომლის $\mu = 80$ და $\sigma = 5$, შემავალი ქულების (65 და 74) ადგილმდებარეობა სტანდარტულ ნორმალურ განაწილებაში. X ღერძის ნარნერები გვიჩვენებს (ა) ნედლ ქულებს, (ბ) ნედლი ქულების შესაბამის z ქულებს, (გ) ქულათა ნილს z = –0-დან z = -3.0-მდე და z = 0-დან z = -1.2-მდე

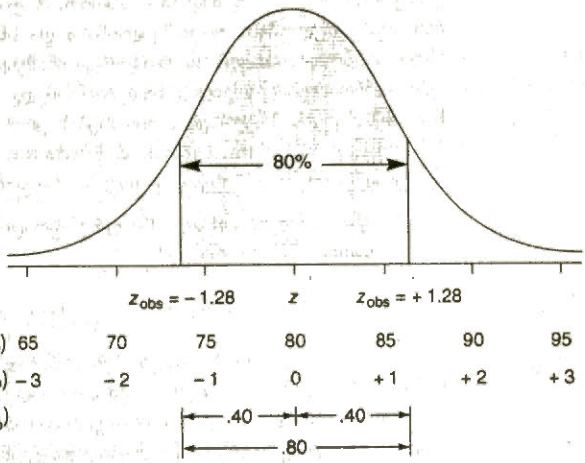
ამოცანა

ქულათა რა ნილი შეადგენს განაწილების შუა 80%-ს?

ამოხსნა

ამოცანის ამოსახსნელად **ა**-1 ცხრილში უნდა ვნახოთ (ბ) სვეტი, სადაც წარმოდგენილია საშუალოს ორივე მხარეს მდებარე ქულათა .40 ნანილი ანუ 40%; ამ ქულებისთვის განვსაზღვრავთ z-ის მნიშვნელობას და შემდეგ z-ის ფორმულის ამოხსნით ვიღებთ X-ის მნიშვნელობებს. სურათზე N6-8 ნაჩვენებია ქულათა საძიებელი ნილები. z-ის საპოვნელად, რომელიც მოიცავს z = 0-სა და მის მნიშვნელობას შორის მოთავსებულ ქულათა .40 წილს, (ბ) სვეტში ვეძებთ .40-თან ყველაზე მიახლოებულ

წილს. ეს არის .3997, რომელიც შეესაბამება $z = 1.28$-ს. ამრიგად, $z = 0$-სა და $z = +1.28$-ს შორის მოთავსებული ქულების შეხვედრის ფარდობითი სიხშირეა .3997 და $z = 0$-სა და $z = -1.28$-ს შორის მოთავსებული ქულებიც იმავე ფარდობითი სიხშირით (.3997) გვხვდება. $z = -1.28$-სა და $z = +1.28$-ს შორის მოთავსებული ქულების საერთო რაოდენობაა .3997+.3997=.7994 ანუ დაახლოებით .80. ბოლო ნაბიჯია X-ის მნიშვნელობების გამოთვლა, რომლებიც $z = -1.28$-სა და $z = +1.28$-ს შეესაბამება. ამ მნიშვნელობების გამოსათვლელად z-ის, μ-სა და σ-ს რიცხვითი მნიშვნელობები ჩავსვათ ფორმულაში $z_{\text{რეალური}} = (X - \mu)/\sigma$ და გამოვთვალოთ X-ის მნიშვნელობები.



სურათი N6.8.

ნორმალურ განაწილებაში, რომლის $\mu = 80$ და $\sigma = 5$, შემავალ ქულათა შუა 80%-ის პოვნა სტანდარტულ ნორმალურ განაწილებაში. X ღერძის წარწერები გვიჩვენებს (ა) ნედლ ქულებს, (ბ) ნედლი ქულების შესაბამის z ქულებს, (გ) ქულათა წილს $z = -0$-დან $z = -1.28$-მდე და $z = 0$-დან $z = +1.28$-მდე

$z_{\text{რეალური}} = +(1.28)$-ისთვის

$$+1.28 = \frac{X - 80}{5}.$$

განტოლება ამოვხსნათ X-ის მიმართ

$$(+1.28)5 = X - 80$$
$$X = 5(1.28) + 80$$
$$= 6.4 + 80$$
$$= 86.4.$$

$z_{\text{რეალური}} = -1.28$-ისთვის

$$-1.28 = \frac{X - 80}{5}.$$

განტოლება ამოვხსნათ X-ის მიმართ

$$(-1.28)5 = X - 80$$
$$X = 5(-1.28) + 80$$
$$= -6.4 + 80$$
$$= 73.6.$$

შესაბამისად, ქულათა 80% მოთავსებულია 73.6-სა და 86.4-ს შორის.

z ქულების გამოყენების მაგალითი

ხშირად ითვლება, რომ დიდი რაოდენობით ადამიანებზე ჩატარებულ სტანდარტიზებულ ტესტებში მიღებული ქულები დაახლოებით ნორმალურად არის განაწილებული და *z*-ის მნიშვნელობებით გამოიხატება. ამიტომ ცნობილია ხოლმე, განაწილების დანარჩენ ქულებთან მიმართებაში ზუსტად სად მდებარეობს მოცემული ქულა. მაგალითად, იარნოლდმა, გრიმმა და მიუსერმა (Yarnold, Grimm & Mueser, 1986) იკვლიეს, თუ რამდენად უკავშირდება A და B ტიპის ქცევის პატერნები სოციალურ კონფორმულობას. ადამიანების აზრით, A ტიპის ქცევა გულისხმობს შეჯიბრებითობას, აგრესიულობას, მოუთმენლობასა და სწრაფად გაღიზიანებადობას. B ტიპის ინდივიდები ხასიათდებიან როგორც არაშეჯიბრებითები, არააგრესიულები, მომთმენები, რომლებიც მშვიდად ხვდებიან იმედგაცრუებებსა და ფრუსტრაციებს. A და B ტიპის ქცევის პატერნების შეფასების ერთ-ერთი საზომია ჯენკინსის აქტიურობის კითხვარი (Jenkins, Zyzanski & Rosenman, 1979), რომელიც ტიპურ აქტივობებს შეეხება. მასში შედის ისეთი კითხვები, როგორიცაა, მაგალითად:

> დაგისიგნალებიათ თუ არა ფრუსტრაციის გამოსახატად ავტომანქანით საცობში მოხვედრისას?
>
> არასოდეს ხანდახან ხშირად თითქმის ყოველთვის

A ტიპის ინდივიდები პასუხობენ „ხშირად" ან „თითქმის ყოველთვის", ხოლო B ტიპის ინდივიდები – „ხანდახან" ან „არასოდეს".

იარნოლდმა და სხვებმა გამოთქვეს ჰიპოთეზა, რომ ხაზის სიგრძის შეფასებისას A ტიპის ინდივიდები უფრო ნაკლებად დაექვემდებარებოდნენ ჯგუფის გავლენას და წავიდოდნენ კომპრომისზე, ვიდრე – B ტიპის ინდივიდები. კვლევის ამ ჰიპოთეზის შესამოწმებლად მათ შეარჩიეს ინდივიდთა ორი ჯგუფი: ჯენკინსის აქტიურობის კითხვარის ქულების მიხედვით, უკიდურესად A ტიპის ინდივიდები და უკიდურესად B ტიპის ინდივიდები. მათი მონაცემებით, ჯენკინსის აქტიურობის კითხვარის საშუალო *z* ქულა A ტიპის ინდივიდებითვის იყო +1.22 (დადებითი *z* ქულა გვიჩვენებს A ტიპის ქცევას), ხოლო B ტიპის ინდივიდებისთვის – –1.38 (უარყოფითი *z* ქულა გვიჩვენებს B ტიპის ქცევას). თითოეული ჯგუფის საშუალო *z* ქულების შესახებ ინფორმაცია საშუალებას გვაძლევს, ზუსტად განვსაზღვროთ თითოეული ჯგუფის მდებარეობა ჯენკინსის აქტიურობის კითხვარის A – B ტიპის წრფეზე. ბ-1 ცხრილის (გ) სვეტში ვნახავთ, რომ სტანდარტულ ნორმალურ განაწილებაში *z*-ის მნიშვნელობათა მხოლოდ .11 ნაწილი ტოლია *z* = +1.22-ის, ან აღემატება მას. ამრიგად, *z* = +1.22 A ტიპის ქცევის ჯგუფის საშუალოს ქულათა 89-ე პროცენტილზე აყენებს. ანალოგიურად, *z* = –1.38-ის შემთხვევაში ვხედავთ, რომ B ტიპის წრფეზე ქულათა მხოლოდ .08 ნაწილია მოთავსებული ამ მნიშვნელობის ქვემოთ. უკიდურესად A ტიპის ქცევის და B ტიპის ქცევის მქონე ინდივიდები სხვადასხვა ჯგუფში თავსდებოდნენ. მიღებული შედეგები ადასტურებს ჰიპოთეზას: B ტიპის ინდივიდები 2-ჯერ მეტად ექვემდებარებიან ჯგუფის გავლენას და მიდიან კონსენსუსზე, ვიდრე A ტიპის ცდის პირები.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა VI.2

1. განმარტეთ: სტანდარტული ნორმალური გადახრა, სტანდარტული ნორმალური განაწილება, z, $z_{ქულა}$.
2. X-ის, μ-სა და σ-ს თითოეული მნიშვნელობისთვის გამოთვალეთ $z_{ქულა}$. შემდეგ ცხრილის Nბ-1 გამოყენებით იპოვეთ ფართობი: (1) z = 0-სა და z-ს შორის; (2) z-ის ზემოთ.

	μ	σ	X
ა.	73	4.2	81
ბ.	127	11.6	121
გ.	17	1.3	18
დ.	50	3.0	39
ე.	5	0.4	5.7
ვ.	256	35.0	212

3. ამოხსენით შემდეგი ამოცანები „მაგალითი N6-1"-ში წარმოდგენილი მიდგომის გამოყენებით. დაეშვათ, თქვენ ჩაატარეთ ფართომასშტაბიანი კვლევა სტუდენტებში და იკვლიეთ ვერბალური ანალოგიებით მსჯელობის უნარი. ვთქვათ, ტესტის ქულები ნორმალურად არის განაწილებული, განაწილების $\mu = 72$ და $\sigma = 8$.
   ა) განაწილების ქულათა რა წილია 86-ის ტოლი ან მასზე მეტი?
   ბ) განაწილების ქულათა რა წილია მოთავსებული 80-სა და 90-ს შორის?
   გ) განაწილების ქულათა რა წილია მოთავსებული 60-სა და 70-ს შორის?
   დ) ქულათა რა დიაპაზონს მოიცავს ტესტში მიღებულ ქულათა განაწილების შუა 90%?

ალბათობა

ჩვენ განვიხილეთ ნორმალური განაწილება, როგორც ფარდობით სიხშირეთა თეორიული განაწილება, თუმცა, ის, ამავდროულად, უწყვეტი ცვლადის ალბათურ განაწილებასაც წარმოადგენს. ეს ცნებები სტატისტიკის მნიშვნელოვან კომპონენტს – ალბათობას – უკავშირდება; თუმცა, სახელმძღვანელოს შემდგომ თავებში ალბათობის მხოლოდ ყველაზე მნიშვნელოვანი ასპექტებია წარმოდგენილი. ამ ქვეთავში გაეცნობით ალბათობის ცნებას, რომელიც საჭიროა ალბათური განაწილების გაგებისა და ალბათობის სტატისტიკაში გამოყენებისათვის.

ყოველდღიურ ცხოვრებაში განხორციელებული ქმედებები ალბათობის ინტუიტურ წვდომას უზრუნველყოფს. მაგალითად, მიგიღიათ როდესმე ქვემოთ განხილულ მაგალითში აღწერილის მსგავსი წერილი?

> სასწრაფო შეტყობინება – უპასუხეთ დაუყოვნებლივ. თქვენ მოიგეთ ქვემოთ ჩამოთვლილი პრიზებიდან ერთ-ერთი:
>
> პრინციპულად ახალი მოდელის მანქანა, ფასი $36.000;
> ორკვირიანი უფასო მოგზაურობა ჰავაიზე, ფასი $6.000;
> ფართოეკრანიანი სტერეოტელევიზორი, ფასი $1995;
> მიკროტალღოვანი ღუმელი, ფასი $375;
> უმაღლესი ხარისხის ფოტოაპარატი, ფასი $75;
> კომპიუტერი, ფასი $749.
>
> მოგებული პრიზის წასაღებად თქვენ უბრალოდ უნდა მობრძანდეთ ჩვენთან და ნაიღოთ კუთვნილი პრიზები.

მდიდრული მანქანისა თუ ორკვირიანი დასვენების პერსპექტივამ შეიძლება დაგაფიქროთ, თუმცა, ლამაზი ოცნება გაგიქრებათ, თუ ნაიკითხავთ მეორე გვერდზე წვრილად დაბეჭდილ ტექსტს, სადაც ნახავთ თითოეული საჩუქრის მოგების შანსს, რომელიც ასე გამოიყურება:

პრიზი	საჩუქრების რაოდენობა (1,000,000 მონაწილე)
1. მანქანა	1
2. დასვენება	20
3. ტელევიზორი	34
4. მიკროტალღოვანი ღუმელი	66
5. ფოტოაპარატი	999,845
6. კომპიუტერი	34

დაეუშვათ, თითოეულ მონაწილეს ერთი პრიზის მოგების ტოლი შანსი აქვს. როგორ ფიქრობთ, რომელი პრიზის მოგება გენდომებოდათ ყველაზე მეტად? რომელი პრიზის მოგება გენდომებოდათ ყველაზე ნაკლებად? ალბათობის თეორია საერთოდ რომ არ გქონდეთ ნასწავლი, თქვენ, ალბათ, მაინც იტყოდით, რომ მანქანაზე ფიქრს აზრი არ აქვს და ისევ ფოტოაპარატის არჩევა სჯობია. მილიონი მონაწილიდან მხოლოდ ერთი მოიგებს მანქანას მაშინ, როცა მილიონიდან 999,845-ს შეხვედება ფოტოაპარატი. ცხადია, რომ, მანქანასთან შედარებით, უფრო მეტია ფოტოაპარატის მოგების შანსი.

დავუშვათ, გეკითხებიან, თუ რას უდრის ალბათობა იმისა, რომ ტელევიზორი მოიგოთ. მოსალოდნელია, რომ დაახლოებით ასე უპასუხებთ: „34 შანსი მილიონიდან". ფაქტობრივად, თქვენ ამ პასუხით მიუთითეთ, რომ კონკრეტული პრიზის მოგების ალბათობა გამოითვლება ამ პრიზის რაოდენობის გაყოფით მოსაგებ პრიზთა საერთო რაოდენობაზე, ანუ

$$\text{კონკრეტული პრიზის მოგების ალბათობა} = \frac{\text{კონკრეტული პრიზის რაოდენობა}}{\text{გასაცემ პრიზთა საერთო რაოდენობა}}.$$

თუ ამ ფორმულას რიგით მესამე პრიზის მიმართ გამოვიყენებთ, მივიღებთ ტელევიზორის მოგების ალბათობას ანუ 34/1,000,000=.000034. თუ ამ ფორმულას თითოეული პრიზის მიმართ გამოვიყენებთ, მათთვის ალბათობების შემდეგ განაწილებას მივიღებთ:

პრიზი	საჩუქრების რაოდენობა (1,000,000 მონაწილე)	მოგების ალბათობა
1	1	.000001
2	20	.000020
3	34	.000034
4	66	.000066
5	999,845	.999845
6	34	.000034

თქვენ, ალბათ, შეამჩნევთ, რომ პრიზის მოგების ალბათობის ფორმულა ძალიან ჰგავს ფარდობითი სიხშირის ფორმულას, რომელიც მე-3 თავში განვიხილეთ. შეგვიძლია ვთქვათ, რომ ეს ფორმულა ფარდობითი სიხშირის ფორმულის გამოყენების სპეციფიკური შემთხვევაა.

შედეგი (outcome) – ალბათობის განაწილებაში თითოეული შესაძლო ვარიანტი.

თუ პრიზების განაწილებაში თითოეულ შესაძლო ხდომილებას **შედეგს** ეწოდებთ, მაშინ ამ განაწილებაში 1,000,000 შესაძლო შედეგი გვექნება. თითოეული შედეგი თანაბრად ალბათურია და თითოეულის განხორციელების ალბათობა 1/1,000,000 ანუ .000,001 იქნება. ჩვენთვის საინტერესო შედეგების ერთობლიობის განხორციელებას **ხდომილებას** უწოდებენ. მაგალითად, თუ განვიხილავთ მე-5 პრიზის მოგების ხდომილებას, მოსალოდნელია, რომ ეს ხდომილება 999,845 შემთხვევაში განხორციელდეს. თუ მე-3 ან მე-4 პრიზის მოგების ხდომილება გვაინტერესებს, მაშინ ენახავთ, რომ მე-3 პრიზისთვის 34 შემთხვევაა, მე-4 პრიზისთვის კი – 66, რაც ჯამში ამ ხდომილების განხორციელების 100 შემთხვევას, შესაძლო შედეგს შეადგენს. ყურადღება მიაქციეთ, რომ მე-5 პრიზის მოგების ხდომილება 1,000,000 შესაძლო შემთხვევიდან 999,845 შედეგია, მაგრამ იმავე 1,000,000 მხოლოდ 20 შემთხვევაშია მოსალოდნელი მე-2 პრიზის მოგება. უფრო ზოგადად, თუ პოპულაციაში ხდომილების განხორციელება არ არის დამოკიდებული სხვა ხდომილებების განხორციელებაზე, მაშინ ხდომილების **განხორციელების ალბათობა** (p) განისაზღვრება, როგორც

ხდომილება (event) – ალბათობის განაწილებაში კონკრეტული შედეგის განხორციელება.

ხდომილების განხორციელების ალბათობა (probability of occurrence of en event – p) –

$$p(\text{ხდომილება}) = \frac{\text{პოპულაციაში ხდომილების ხელშემწყობ შემთხვევათა რაოდენობა}}{\text{პოპულაციაში შესაძლო ხდომილებათა საერთო რაოდენობა}}.$$

სიმბოლო p გამოიყენება ხდომილების განხორციელების ალბათობის აღსანიშნად.

ამ ფორმულის გამოყენებით წარმოებული გამოთვლის შედეგი, როგორც წესი, ათნილადით გამოიხატება. მაგალითად,

$$p(\text{პრიზი 4}) = .000066.$$

დისკრეტული შედეგები (discrete outcomes) – მნიშვნელობათა სასრული რაოდენობის მქონე შედეგები განაწილებაში.

მიუხედავად ამისა, ალბათობები პროცენტებით ან წილითაც შეიძლება გამოისახოს. ეს ფორმულა განსაზღვრავს **დისკრეტული ხდომილებების შედეგებს**, ანუ ისეთი ხდომილებების ალბათობას, რომელთაც აქვთ მნიშვნელობათა სასრული რაოდენობა, როგორიცაა, მაგალითად, მილიონ მონაწილეზე პრიზის სახით გაცემულ მანქანათა რაოდენობა. ამრიგად, თითოეული პრიზის მიღების ალბათობები ქმნიან დისკრეტულ ალბათურ განაწილებას.

დისკრეტული ალბათური განაწილების კიდევ ერთი მაგალითის სახით ცხრილში N3.3 მოცემული გამოცდასთან დაკავშირებული შფოთვის 100 ქულა განვიხილოთ. დავუშვათ, გვაინტერესებს, რამდენია ალბათობა იმისა, რომ ამ ქულებიდან შემთხვევით არჩეული ერთი ქულა მოთავსებული იქნება 45-სა და 49-ს შორის შუალედში. ეს საკითხი 45-სა და 49-ს შორის ქულის მოხვედრის ხდომილების ალბათობის განსაზღვრას გულისხმობს. ამრიგად, ამ ხდომილებაში მოიაზრება ის შედეგები, როდესაც აღებული ქულა იქნება 45, 46, 47, 48 და 49. ხდომილების ამ ალბათობის გამოსათელელად ჩვენ უნდა ვიპოვოთ ამ ქულებთან დაკავშირებული შედეგების საერთო რაოდენობა, რისი გაკეთებაც ამ ქულების ცხრილში N3.4 მოცემული განაწილების მიხედვით შეგვიძლია. ცხრილი გვიჩვენებს, რომ 45-49 ინტერვალში 15 ქულაა. ვინაიდან ცნობილია, რომ მოცემულ განაწილებაში სულ 100 ქულაა, ალბათობა იმისა, რომ შემთხვევით აღებული ქულა მოთავსებული იქნება 45-სა და 49-ს შორის, არის

$$p(\text{ქულა } 45-\text{სა და } 49-\text{ს შორის}) = 15/100 = .15.$$

ასევე, შეიძლება ვთქვათ, რომ ეს ალბათობა:

$$p(45 \le X \le 49) = .15,$$

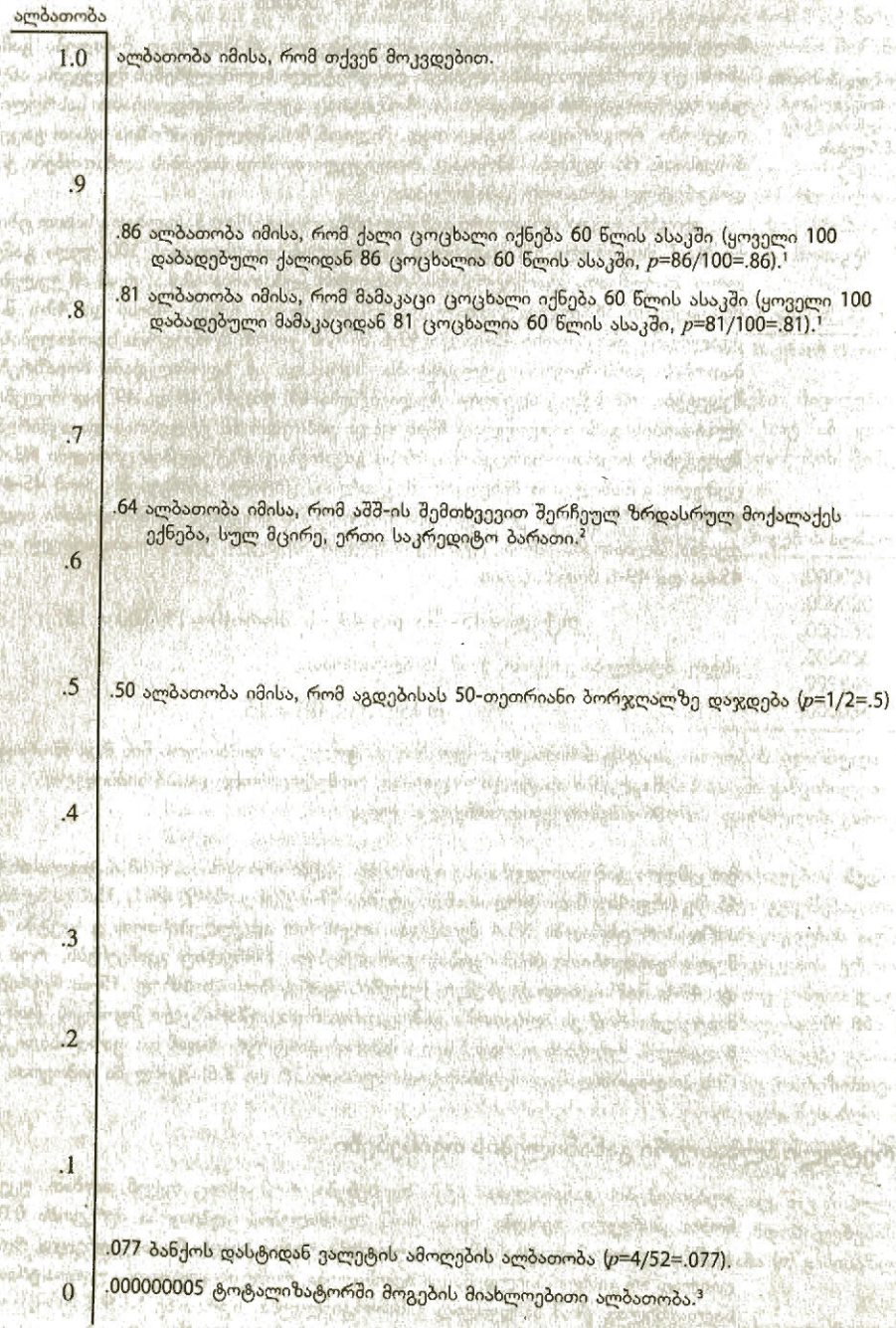
სადაც ≤ ნიშნავს „ნაკლებია ან ტოლი". ≤ სიმბოლოს წინ მდგომი რიცხვი ნაკლებია ან ტოლი რიცხვისა, რომელიც მოსდევს ამ სიმბოლოს;
X – შემთხვევით არჩეული ქულა.

მოცემული გამოსახულება ასე იკითხება: „ალბათობა იმისა, რომ X ტოლია ან მეტია 45-ზე (ანუ $45 \le X$) და ტოლია ან ნაკლებია 49-ზე (ანუ $X \le 49$) არის .15." ეს ალბათობა პირდაპირ ცხრილში N3.4 შეიძლება მოვიძიოთ ამ ქულებისთვის **ვ** სეეტში მოცემული ფარდობითი სიხშირეების გამოყენებით, რომელიც გვიჩვენებს, რომ 45-სა და 49-ს შორის მოთავსებული ქულების ფარდობითი სიხშირე .15-ია. ყურადღება მიაქციეთ, რომ ეს ალბათობა გამოცდასთან დაკავშირებული შფოთვის კითხვარში მიღებული ქულების ფარდობითი სიხშირის ჰისტოგრამიდან და ფარდობითი სიხშირის პოლიგონიდანაც (შესაბამისად, სურათი 3.5 და 3.6) შეიძლება ვიპოვოთ.

დისკრეტული ალბათური განაწილების თვისებები

ალბათობების განაწილებას აქვს თვისებები, რომელთაც თქვენ, ალბათ, უკვე იცნობთ. პირველი თვისება ისაა, რომ ხდომილების ალბათობა მერყეობს 0.00-დან +1.00-მდე. ხდომილება, რომლის ალბათობა უდრის ნულს, მოსალოდნელია, რომ ნამდვილად არ განხორციელდება და ხდომილება, რომლის ალბათობა უდრის ერთს, მოსალოდნელია, რომ ნამდვილად განხორციელდება. სურათზე N6.9 წარმოდგენილია ალბათობის სკალა და ინდივიდის ცხოვრებაში ზოგიერთი ხდომილების განხორციელების ალბათობები. ზოგიერთი ხდომილება სრულიად მოსალოდნელია ცხოვრებაში და მისი ალბათობა 1.00-ის ტოლია, ზოგიერთი კი – სრულიად შეუძლებელი და მათი

სურათი 6.9.
ალბათობების ცხრილი და ზოგიერთი ხდომილების განხორციელების ალბათობა



[1] 1980 Commissioners Standard Ordinary (CSO) Mortality Table (The Wizards, 1989).
[2] The Way, 1985.
[3] Artis, 1993

ალბათობა 0.00-ის ტოლია. ალბათობის დიაპაზონი 0.00-დან 1.00-მდე შეესაბამება ფარდობითი სიხშირეების განაწილების თვისებას – დაგროვილი ფარდობითი სიხშირეები (*crf*) იცვლება 0-დან 1.0-მდე დიაპაზონში (იხ. ცხრილი N3.4, სვეტი (ი)).

მეორე თვისება ისაა, რომ ალბათურ განაწილებაში შედეგების საერთო რაოდენობასთან დაკავშირებული ცალკეული ალბათობების ჯამი 1.00-ს შეადგენს. ალბათური განაწილების ეს მახასიათებელი იოლად შეიძლება დავინახოთ ცხრილში N3.4: – გამოცდასთან დაკავშირებული შფოთვის კითხვარის ქულების დაგროვილი ფარდობითი სიხშირეები 1.00-ს შეადგენენ (იხ. **ი** სვეტი). თუ თქვენ Lazy Acres Vacation Resort-ს ეწვევით, პრიზის მოგების ალბათობა 1.00 იქნება.

მესამე თვისება ისაა, რომ ურთიერთგამომრიცხავი შედეგების მომცველი ხდომილების ალბათობა შეიძლება ამ ხდომილების შემადგენელი შედეგების ალბათობების შეკრებით ვიპოვოთ. **ურთიერთგამომრიცხავი შედეგები** ის შედეგებია, რომლებიც ვერ განხორციელდება ერთდროულად. ზემოთ განხილულ მაგალითში ინდივიდის მიერ მე-2 და მე-5 პრიზების მოგება ურთიერთგამომრიცხავი ხდომილებებია. მას შეუძლია მოიგოს ერთი ან მეორე პრიზი, მაგრამ არა – ორივე ერთდროულად. ანალოგიურად, გამოცდასთან დაკავშირებული შფოთვის კითხვარში ინდივიდი ერთდროულად ვერ მიიღებს 53 და 67 ქულას. ეს შედეგები ურთიერთგამომრიცხავია. მაგალითად, დავუშვათ, რომ გეაინტერესებს, რამდენია ალბათობა იმისა, რომ გამოცდასთან დაკავშირებული შფოთვის კითხვარის ქულების განაწილებიდან შემთხვევით აღებული ერთი ქულა 45 ან მასზე მეტი იქნება? ამ კითხვაზე პასუხის გასაცემად ცხრილის N3.4 **ე** სვეტი უნდა ვნახოთ, სადაც მარტივ სიხშირეთა განაწილებაა მოცემული. ყურადღება მიაქციეთ, რომ ამ სვეტში 45-ის ტოლი ან მასზე მეტი 28 ქულაა. ეს რიცხვი **ე** სვეტში მოცემული, 45-ის ტოლი ან მასზე მეტი ქულების სიხშირეების დაჯამებითაა მიღებული (ანუ 15+5+3+2+1+2=28). ამრიგად, 45-ის ტოლი ან მასზე მეტი ქულის შემთხვევით არჩევის ალბათობაა 28/100 ანუ .28. ალბათობის ტოლობის გამოყენებით:

ურთიერთგამომრიცხავი შედეგები (Mutually exclusive outcomes) – შედეგები, რომელიც ვერ განხორციელდება ერთდროულად.

$$p(X \geq 45) = .28.$$

ეს ალბათობა N3.4 ცხრილიდანაც შეიძლება მივიღოთ – 45-ის ტოლი ანდა მასზე მეტი ქულებისთვის **ვ** სვეტში მოცემული ფარდობითი სიხშირეების შეკრებით (ანუ .15+.05+.03+.02+.01+.02=.28).

ეს მაგალითი გვიჩვენებს, რომ თუ ორი ან მეტი შედეგი ურთიერთგამომრიცხავია, მაშინ ერთ-ერთი შედეგით ხდომილების განხორციელების ალბათობა თითოეული შედეგის ალბათობების დაჯამებით გამოითვლება. ალბათობის ტერმინებით თუ ვიტყვით, თუ A და B ალბათური განაწილებიდან აღებული ორი ურთიერთგამომრიცხავი შედეგია, მაშინ ერთის ან მეორის განხორციელების ალბათობა A-ს განხორციელების ალბათობისა და B-ს განხორციელების ალბათობის ჯამის ტოლია, ანუ:

$$p(A \text{ ან } B) = p(A) + p(B)$$

ეს დამოკიდებულება ცნობილია, როგორც *ადიტიურობის წესი* (ანუ დამატების, შევსების) ურთიერთგამომრიცხავი შედეგების ალბათობისთვის.

ამ ფორმულის გამოყენების კიდევ ერთი მაგალითი: დავუშვათ, ისევ შემთხვევითად ვირჩევთ გამოცდასთან დაკავშირებული შფოთვის კითხვარში მიღებულ ერთ ქულას და გვაინტერესებს, რამდენია ალბათობა იმისა, რომ იგი მოთავსებული იქნება 20-სა და 24-ს ან 70-სა და 74-ს შორის. ცხრილში N3.4 მოცემული სიხშირეთა განაწილების გამოყენებით ვნახავთ, რომ 20-სა და 24-ს შორის ან 70-სა და 74-ს შორის შემთხვევით ქულის არჩევის ალბათობა 20-24 ინტერვალში მოთავსებული ქულების ფარდობითი სიხშირისა (ანუ .01-ის) და 70-74 ინტერვალში მოთავსებული ქულების ფარდობითი სიხშირის (ანუ .02-ის) ჯამია, ანუ სრული ალბათობა .03-ს შეადგენს. ალბათობის გამოსახულებით:

$$p(\text{20-სა და 24-ს, ან 70-სა და 74-ს შორის არჩეული ქულა}) =$$
$$= p(\text{20-დან 24-მდე}) + p(\text{70-დან 74-მდე}) = .01 + .02 = .03.$$

ადიტიურობის ეს წესი ძალზე მნიშვნელოვანი გახდება შემდგომში – ამ თავის ბოლოსა და შემდეგ თავებში, სადაც ჰიპოთეზების შემოწმებაზე იქნება საუბარი.

თეორიული (კლასიკური) და ემპირიული ალბათობა

ალბათური თეორიული განაწილება (Theoretical probability distribution) – თეორიული ალბათობის მოდელის გამოყენებით მიღებული ალბათური განაწილება.

ხდომილების ალბათობის განსაზღვრის ორი გზა არსებობს: თეორიული და ემპირიული. ზოგიერთი ხდომილებისთვის ჩვენ შეგვიძლია ვივარაუდოთ მისი გამოვლენის ალბათობა. მაგალითად, 50-თეთრიანი მონეტის აგდებისას შეიძლება ვივარაუდოთ რამდენჯერ დაჯდება ბორჯღალი. 50-თეთრიანი მონეტის აგდებისას ორი შესაძლო შედეგი გვაქვს – ბორჯღალის ან საფასურის გამოჩენა. თუ მონეტა არ არის დაზიანებული, თითოეული მათგანი ერთნაირად მოსალოდნელია. შესაბამისად, ბორჯღალის დასმით დასრულებული ერთი აგდების ალბათობა, ორი შესაძლო შედეგიდან, ერთ-ერთია, ანუ p(ბორჯღალის დასმა) = 1/2 = .5. თეორიული ალბათობის მოდელები ხშირად ამ მაგალითზე გაცილებით რთულია. შემდეგ ქვეთავში განვიხილავთ სტანდარტულ ნორმალურ განაწილებას როგორც ალბათურ თეორიულ განაწილებას.

ალბათური კლასიკური განაწილება (Empirical probability distribution) – ხდომილების რეალურად განხორციელების სიხშირის დათვლით მიღებული ალბათური განაწილება.

ზოგიერთი ხდომილების შემთხვევაში თეორიულად ვერ ვიმსჯელებთ მისი განხორციელების ალბათობის შესახებ; მაგალითად, თეორიული მსჯელობით ვერ დავასკვნით, თუ რას უდრის ალბათობა იმისა, რომ თუ ქალბატონი ხართ, თქვენ ცოცხალი იქნებით 60 წლის ასაკში. ამ ალბათობის გამოსათვლელად გამოვიყენებთ ხდომილების განხორციელების ხანგრძლივი შესწავლით მიღებულ ემპირიულ ალბათობებს. მაგალითად, სიცოცხლის დაზღვევის ინდუსტრიაში აშშ-ის მოქალაქეთა სიცოცხლის ხანგრძლივობის სიხშირის განსასაზღვრად სპეციალური კომისიის მიერ შემუშავებულ ბუნებრივი სიკვდილიანობის სტანდარტულ ცხრილებს იყენებენ (The Wizards, 1989). ეს ცხრილი ემპირიულად არის შედგენილი ხანგრძლივი დროის მანძილზე სხვადასხვა ასაკის მამაკაცებისა და ქალების სიკვდილიანობის სიხშირის ჩანაწერების წარმოების შედეგად. ცხრილი გვიჩვენებს, რომ ყოველი 10,000,000 ცოცხალი ქალიდან 8,603,801 ჯერ კიდევ ცოცხალია 60 წლის ასაკში. ამრიგად, დაბადებისას ალბათობა იმისა, რომ აშშ-ის მოქალაქე ქალი ჯერ კიდევ ცოცხალი იქნება 60 წლის ასაკში, იქნება

$$p(\text{60 წლის ასაკის ცოცხალი ქალი}) = \frac{8,603,801}{10,000,000} = .86 \ .$$

ცხადია, p-ის ეს მნიშვნელობა შეიცვლება, თუ შეიცვლება სიკვდილიანობის სიხშირე ჯანმრთელობის დაცვისა და კვების გაუმჯობესების შედეგად.

ბიჰევიორისტულ მეცნიერებაში არის ორივე (თეორიული და ემპირიული) ალბათობის გამოყენების შემთხვევები, თუმცა, წინამდებარე სახელმძღვანელოში აქცენტი კეთდება ისეთ თეორიულ განაწილებაზე, როგორიცაა სტანდარტული ნორმალური განაწილება.

შემდგომ თავებში სტატისტიკური დასკვნის ისეთ პრობლემებს შევეხებით, როგორიცაა პოპულაციიდან აღებული შერჩევიდან მიღებულ საზომებზე დაყრდნობით ამ პოპულაციის შესახებ დასკვნების გაკეთება; თუმცა, ასეთი დასკვნების გამოტანისას ვერასოდეს ვიქნებით აბსოლუტურად დარწმუნებულნი მათ სისწორეში; ამრიგად, ჩვენი დასკვნები ალბათობის ტერმინებით იქნება ფორმულირებული.

სტანდარტული ნორმალური განაწილება როგორც ალბათური განაწილება

ნორმალური განაწილება ფარდობითი სიხშირეების თეორიული განაწილებაა. ვინაიდან ნორმალურ განაწილებაში წარმოდგენილი ფარდობითი სიხშირეები პოპულაციას ეფუძნება, ნორმალური განაწილება ალბათობების განაწილებაც არის; თუმცა, ის ოდნავ განსხვავებული ალბათური განაწილებაა, ვიდრე ახლახანს განხილული

დისკრეტული ალბათური განაწილება. ნორმალურ განაწილებაში შემავალი X ქულა უწყვეტი ცვლადია, რომელმაც შეიძლება მიიღოს მნიშვნელობათა უსასრულო რაოდენობა თავისი ცვალებადობის დიაპაზონში. მაგალითად, დავუშვათ, რომ გვაქვს სხვულის წონის ამსახველი ქულების თეორიული ნორმალური განაწილება. რას უდრის ალბათობა იმისა, რომ ვიპოვით ინდივიდს, რომელიც ზუსტად 123 ფუნტს (58 კგ-ს) იწონის? წონა უწყვეტი ცვლადია და ზოგიერთი ადამიანი შეიძლება იწონიდეს 123.3 ფუნტს, 123.36 ფუნტს ან 123.364 ფუნტსაც კი. თეორიულად, ჩვენ შეიძლება ისეთი ინდივიდიც ვიპოვოთ, რომელიც 123.3642193 ფუნტს იწონის, თუ შევძლებთ ასე ზუსტად გაზომვას. შეიძლება, რომ 123.3 ფუნტი განვიხილოთ, როგორც 123 ფუნტი? ამ თვალსაზრისით, რა შეიძლება ითქვას 123.00001 ფუნტზე? პრინციპში, ჩვენ ვერასოდეს მივიღებთ ზუსტად 123 ფუნტს, თუ ყოველთვის უფრო ზუსტად გაზომვას ვცდით და ყოველ ჯერზე ვნახავთ, რომ გაზომვის შედეგი არ არის ზუსტად 123 ფუნტი.

თუ ამ მიმართულებით ვიმსჯელებთ, უწყვეტი ცვლადის ზუსტი მნიშვნელობის მიღების ალბათობა ნულის ტოლი იქნება, მაგრამ გარკვეულ ინტერვალში მონაცემის მოხვედრის ალბათობა არ არის ნულის ტოლი. მიუხედავად იმისა, რომ არ შეგვიძლია ზუსტად 123 ფუნტის მიღება, შეგვიძლია მივიღოთ წონა 122.5 ფუნტსა და 123.5 ფუნტს შორის ინტერვალში. მაგალითად, განურჩევლად იმისა, ათწილადში მძიმის შემდეგ რამდენი თანრიგის სიზუსტით შეგვიძლია გაზომვა, 123.36 ფუნტი (ანდა 123.3642193 ფუნტიც კი) ყოველთვის მოხვდება 122.5 ფუნტსა და 123.5 ფუნტს შორის ინტერვალში. ამრიგად, ნორმალური განაწილების სახით მოცემული ალბათობის ფუნქცია უზრუნველყოფს არა X-ის დისკრეტული მნიშვნელობების ალბათობებს, არამედ იმის ალბათობას, რომ X-ის მოცემული მნიშვნელობა მოხვდება კონკრეტულ ინტერვალში. ალბათობა გამოისახება განაწილების ქვეშ მდებარე ფართობით, რომელიც შემოსაზღვრულია ინტერვალით.

ნორმალური განაწილების ალბათური განაწილების სახით გამოყენების საილუსტრაციოდ განვიხილოთ შემდეგი ამოცანა. დავუშვათ, იცით, რომ ქულათა ერთობლიობა ნორმალურად არის განაწილებული და განაწილების $\mu = 150$ და $\sigma = 8$. თუ თქვენ განაწილებიდან შემთხვევით აირჩევთ ქულას, რას უდრის ალბათობა იმისა, რომ აღებული ქულა მოთავსებული იქნება 150-სა და 158-ს შორის ინტერვალში? ამ კითხვაზე პასუხის გასაცემად, პირველ რიგში, მოცემული განაწილება უნდა გარდავქმნათ სტანდარტულ ნორმალურ განაწილებად, რომლის $\mu = 0$ და $\sigma = 1$; ამისათვის ვიყენებთ ფორმულას $z = (X - \mu)/\sigma$. ამრიგად, 150 ქულა გახდება $z = 0$, ხოლო 158 ქულა – $z = +1.0$. შესაბამისად, დასმული კითხვა გადაიქცევა კითხვად იმის შესახებ, თუ რამდენია $z = 0$-სა და $z = +1.0$-ს შორის ინტერვალში მოთავსებული ქულის მიღების ალბათობა. ამ კითხვის პასუხია სტანდარტული ნორმალური განაწილების ქვეშ მდებარე და $z = 0$-სა და $z = +1.0$-ს შორის ინტერვალით შემოსაზღვრული ფართობი ანუ .3413 (იხ. **ა-1** ცხრილის (ბ) სვეტი). შესაბამისად, 150-სა და 158-ს შორის ინტერვალში მოთავსებული ქულის მიღების ალბათობაა .3413.

მაგალითი N6.2



სტანდარტული ნორმალური განაწილების როგორც ალბათური განაწილების გამოყენება

დავუშვათ, თქვენ გაქვთ მაგალითში N6.1 აღწერილი ნორმალურად განაწილებული პოპულაცია, რომლის $\mu = 80$ და $\sigma = 5$. ქვემოთ მოცემული ამოცანა N6.1 მაგალითში მოცემული ამოცანის მსგავსია, თუმცა, აქ მოგეთხოვებათ არა ქულათა წილის, არამედ მათი ალბათობების გამოთვლა. ამოცანის ამოხსნა გაგიადვილდებათ, თუ მაგალითის N6.1 თანმხლებ სურათს მიმართავთ.

ამოცანა

რას უდრის ალბათობა იმისა, რომ მოცემულ განაწილებაში შემავალი ქულა 88-ის ტოლი ან მასზე მეტი იქნება?

საჭირო სტატისტიკა: $z_{\text{რეალური}} = (X - \mu)/\sigma$

ამოხსნა

88 ქულა უნდა გადავიყვანოთ $z_{\text{რეალურში}}$. შემდეგ **ა**-1 ცხრილის გამოყენებით ვიპოვით ქულათა წილს, რომელიც ტოლია ან მეტი $z_{\text{რეალურზე}}$. ეს წილი წარმოადგენს საძიებელ ალბათობას. $z_{\text{რეალურის}}$ ფორმულაში რიცხვითი მნიშვნელობების შეტანის შემდეგ მივიღებთ:

$$z_{\text{რეალური}} = \frac{88-80}{5} = \frac{8}{5} = +1.6.$$

ა-1 ცხრილის (გ) სვეტი გვიჩვენებს, რომ სტანდარტული ნორმალური განაწილების ქვეშ მდებარე ფართობი, რომელიც ტოლია ან მეტი z = +1.6-ზე, არის .0548. ამრიგად, ალბათობა იმისა, რომ ქულა ტოლი ან მეტი იყოს 88-ზე, არის .0548 ანუ, თუ ალბათობის სახით ჩავწერთ, $p(X \geq 88) = .0548$.

ამოცანა

რას უდრის ალბათობა იმისა, რომ მოცემულ განაწილებაში შემავალი ქულა მოთავსებული იქნება 83-სა და 87-ს შორის?

ამოხსნა

ორივე ქულა – 83 და 87 უნდა გადავიყვანოთ $z_{\text{რეალური}}$ ქულებში. შემდეგ ვპოულობთ სტანდარტული ნორმალური განაწილების ქვეშ ფართობს $z_{\text{რეალურის}}$ ორ მნიშვნელობას შორის (იხ. სურათი N6.6). რიცხვითი მნიშვნელობების შეტანის შემდეგ მივიღებთ:

$$z_{\text{რეალური}}\ 83\text{-ისთვის} = \frac{83-80}{5} = \frac{3}{5} = +0.6\ ;$$

$$z_{\text{რეალური}}\ 87\text{-ისთვის} = \frac{87-80}{5} = \frac{7}{5} = +1.4\ .$$

ცხრილის N**ა**-1 (გ) სვეტიდან ვხედავთ, რომ $z_{\text{რეალური}}$ = +0.6-ისთვის z = 0-სა და z = +0.6-ს შორის ინტერვალში მოთავსებულ ქულათა წილია .2257. $z_{\text{რეალური}}$ = +1.4-ისთვის z = 0-სა და z = +0.6-ს შორის ინტერვალში მოთავსებულ ქულათა წილია .4192. განაწილების ფართობი z-ის ამ ორ მნიშვნელობას შორის გვაძლევს 83-სა 87-ს შორის მოთავსებულ ქულათა წილს. ამ ფართობის მისაღებად .4192-ს ვაკლებთ .2257-ს და ვიღებთ .1935-ს. მიღებული წილი წარმოადგენს საძიებელ ალბათობას. ამრიგად, 83-სა და 87-ს შორის ინტერვალში ქულის მოხვედრის ალბათობაა .1935; ალბათობის ტერმინებით, $p(83 \leq X \leq 87) = .1935$.

ამოცანა

რას უდრის ალბათობა იმისა, რომ მოცემულ განაწილებაში შემავალი ქულა მოთავსებული იქნება 65-სა და 74-ს შორის?

ამოხსნა

ორივე ქულა – 65 და 74 უნდა გადავიყვანოთ $z_{\text{რეალური}}$ ქულებში. შემდეგ ვპოულობთ სტანდარტული ნორმალური განაწილების ფართობს $z_{\text{რეალურის}}$ ორ მნიშვნელობას შორის (იხ. სურათი N6.7). რიცხვითი მნიშვნელობების შეტანის შემდეგ მივიღებთ:

$$z_{\text{რეალური}}\ 65\text{-ისთვის} = \frac{65-80}{5} = \frac{-15}{5} = -3.0\ ;$$

$$z_{\text{რეალური}}\ 74\text{-ისთვის} = \frac{74-80}{5} = \frac{-6}{5} = -1.2\ .$$

თუ ვნახავთ ა-1 ცხრილის (გ) სვეტს და გავიხსენებთ, რომ, სტანდარტული ნორმალური განაწილების სიმეტრიულობიდან გამომდინარე, ერთნაირი მიმართებაა *z*-ის როგორც დადებითი, ისე უარყოფითი ქულების შემთხვევაში, ვნახავთ, რომ $z = 0$-სა და $z = -3.0$-ს შორის შუალედში მოთავსებულია ქულათა .4987 ნაწილი. $z_{\text{რაული}} = -1.2$-ისთვის კი ქულათა .3849 ნაწილი მოთავსებულია $z = 0$-სა და $z = -1.2$-ს შორის შუალედში. შესაბამისად, ჩვენ მივიღებთ $z = -3.0$-სა და $z = -1.2$-ს შორის მოთავსებულ ქულათა წილს, თუ .4987-ს გამოვაკლებთ .3849-ს, რაც .1138-ის ტოლია. ეს წილი წარმოადგენს საძიებელ ალბათობას; აქედან გამომდინარე, $p(65 \leq X \leq 74) = .1138$.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა VI.3

1. განმარტეთ: დისკრეტული ხდომილება, შედეგი, ემპირიული ალბათობა, ხდომილება, ურთიერთგამომრიცხავი შედეგები, ხდომილების ალბათობა, თეორიული ალბათობა.
2. რომელი ფორმულით გამოითვლება დისკრეტული ხდომილების განხორციელების ალბათობა?
3. ველოსიპედის მოსაგებად შეიძინეთ ლატარიის ბილეთი. ბილეთიდან შეიტყვეთ, რომ ყოველ 700 გაყიდულ ბილეთზე გათამაშდება მხოლოდ ერთი ველოსიპედი. რას უდრის ალბათობა იმისა, რომ თქვენ პირველივე გათამაშებისას მოიგოთ ველოსიპედი?

	μ	σ	*X*
ა.	73	4.2	81
ბ.	127	11.6	121
გ.	17	1.3	18
დ.	50	3.0	39
ე.	5	0.4	5.7
ვ.	256	35.0	212

4. *X*-ის, μ-სა და σ-ს ქვემოთ მოცემული თითოეული მნიშვნელობისთვის გამოთვალეთ *z*-ის მნიშვნელობა. შემდეგ ა-1 ცხრილის გამოყენებით მოძებნეთ ალბათობა იმისა, რომ ქულა ტოლი ან მეტი იქნება მოცემულ ქულაზე.
5. თქვენ ჩაატარეთ ფართომასშტაბიანი კვლევა სტუდენტებში და იკვლევდით ვერბალური ანალოგიებით მსჯელობის უნარს. ვთქვათ, ტესტის ქულები ნორმალურად არის განაწილებული, განაწილების $\mu = 72$ და $\sigma = 8$.
   ა) რას უდრის ალბათობა იმისა, რომ განაწილებაში შემავალი ქულა 84-ის ტოლი ან მასზე მეტი იქნება?
   ბ) რას უდრის ალბათობა იმისა, რომ განაწილებაში შემავალი ქულა მოთავსებული იქნება 78-სა და 86-ს შორის?
   გ) რას უდრის ალბათობა იმისა, რომ განაწილებაში შემავალი ქულა მოთავსებული იქნება 64-სა და 70-ს შორის?

სტანდარტული ქულები

ჩვენ ვნახეთ, რომ შეგვიძლია ნორმალურად განაწილებული ნედლი ქულის აღება და მისი გადაყვანა სტანდარტული ნორმალური განაწილების ქულად შემდეგი ფორმულის გამოყენებით:

$$z = \frac{X - \mu}{\sigma}.$$

z არის სტანდარტული ქულა, რომლის გამოყენება შესაძლებელია ორი სხვადასხვა ნორმალური განაწილებიდან აღებული ქულების შესადარებლად. მაგალითად, ვთქვათ, ინდივიდმა ერთ ტესტში მიიღო 75 ქულა, რომლის $\mu = 70$ და $\sigma = 5$, ხოლო მეორე ტესტში, რომლის $\mu = 100$ და $\sigma = 10$, მიიღო 110 ქულა. დაეუშვათ, რომ

ორივე ტესტში მიღებული ქულები ნორმალურად არის განაწილებული. თითოეული ქულისთვის (75 და 110) $z_{რეალური}$ არის +1. ორივე ტესტში ინდივიდმა მიიღო საშუალოზე ერთი სტანდარტული გადახრით მეტი ქულა. შესაბამისად, მისი მდებარეობა სხვების მიერ მიღებულ ქულებთან მიმართებაში ერთნაირი იქნება ორივე ტესტის შემთხვევაში: მან მიიღო საშუალოზე ერთი სტანდარტული გადახრით მეტი ქულა. შერჩევიდან მიღებული ქულების მსგავსი გარდაქმნის განხორციელება მაშინაც გამოსადეგია, როდესაც ქულები არ არის ნორმალურად განაწილებული, რაც შემდეგი ფორმულის გამოყენებით არის შესაძლებელი:

$$z = \frac{X - \overline{X}}{S},$$

სადაც X საძიებელი ქულაა;

$\overline{X}$ – ქულათა შერჩევის საშუალო;

S – შერჩევის სტანდარტული გადახრა, რომელიც, თავის მხრივ,

$$S = \sqrt{\frac{\sum (X - \overline{X})^2}{N}}.$$

სტანდარტული ქულა (Standard score) – ქულა, რომელიც მიიღება ფორმულით $z = (X - \overline{X})/S$.

ამ ფორმულით გამოთვლილ z-ის მნიშვნელობას ხშირად **სტანდარტულ ქულას** უწოდებენ. ეს ფორმულა ქულას გარდაქმნის რიცხვად, რომელიც გვიჩვენებს, თუ რამდენი სტანდარტული გადახრით არის დაშორებული მოცემული ქულა შერჩევის საშუალოდან. ამის საილუსტრაციოდ, დავუშვათ, რომ ხუთ სტუდენტს მივეცით ორი – სტატისტიკის და ისტორიის – ტესტი და მივიღეთ N6.4 ცხრილში მოცემული ნედლი და z ქულები. სტანდარტული ქულები მიღებულ იქნა ზემოთ მოცემული ფორმულის გამოყენებით. მაგალითად, ანას მიერ სტატისტიკაში მიღებული ნედლი ქულაა 91. ტესტის საშუალო იყო 72.0, ხოლო S – 14.2. ამიტომ ანას z ქულა იქნება .

$$z_{რეალური} = \frac{X - \overline{X}}{S} = \frac{91 - 72.0}{14.2} = \frac{19.0}{14.2} = +1.34.$$

ცხრილი 6.4.
ხუთი სტუდენტის მიერ სტატისტიკისა და ისტორიის ტესტებში მიღებული ნედლი ქულები და სტანდარტული ქულები

	ტესტი			
	სტატისტიკა		ისტორია	
პიროვნება	ნედლი ქულა	z ქულა	ნედლი ქულა	z ქულა
ამალია	91	+1.34	93	+1.18
დენისი	62	-0.70	79	0.00
ჯეფი	87	+1.06	73	+0.50
ჰანსი	56	-1.13	90	+0.92
მათთი	64	-0.56	60	-1.60

როდესაც ვიცით სტანდარტული ქულა, წარმოდგენა გვაქვს კლასის საშუალოსთან ანას ქულის მიმართებაზე. ეს არის 1.34 სტანდარტული გადახრა საშუალოს ზემოთ.

სტანდარტული ქულების გამოყენებით ჩვენ მარტივად შევადარებთ ერთმანეთს ორ სხვადასხვა ტესტში მიღებულ ქულებს, რისი გაკეთებაც შეუძლებელია ნედლი ქულების შემთხვევაში. მაგალითად, ჯონი, სტატისტიკის ტესტის მიხედვით, მოთავსებულია საშუალოდან 1.06 სტანდარტული გადახრით ზემოთ, ხოლო ისტორიის ტესტის მიხედვით – 0.50 სტანდარტული გადახრით ქვემოთ შერჩევის

საშუალოდან. დადებითი სტანდარტული ქულები გეიჩვენებს შერჩევის საშუალოს ზემოთ მდებარე ქულებს, ნულის ტოლი სტანდარტული ქულის (როგორიცაა დაეითის მიერ ისტორიაში მიღებული ქულა) შემთხვევაში ქულა შერჩევის საშუალოს ტოლია, ხოლო უარყოფითი სტანდარტული ქულები მიგვითითებს შერჩევის საშუალოს ქვემოთ მდებარე ქულებზე; თუმცა, ყურადღება უნდა მიაქციოთ, რომ ვინაიდან ეს z შერჩევის ქულებიდან არის მიღებული, მას არ ექნება იგივე თვისებები ნორმალური განაწილების თვალსაზრისით, რაც $z = (X–\mu)/\sigma$ ფორმულით მიღებულ z-ს ახასიათებს. მიუხედავად ამისა, სტანდარტული ქულები ხშირად გამოიყენება ტესტის შედეგების წარმოდგენისას, როდესაც აღიწერება ინდივიდის ფარდობითი მდგომარეობა იმ სხვა ინდივიდებთან მიმართებაში, ვინც იგივე ტესტი გაიარა. უნდა აღინიშნოს, რომ სტანდარტულ ქულებში გადაყვანა არ ცვლის ქულათა განაწილების ფორმას. თუ ნედლი ქულების განაწილება ასიმეტრიულია, მაშინ სტანდარტული ქულების განაწილებაც ასიმეტრიული იქნება.

შეჯამება

- ნორმალური განაწილება ფარდობითი სიხშირეების თეორიული განაწილებაა. გაზომვის შედეგად მიღებულ ქულათა არც ერთი ერთობლიობა არ არის ზუსტად ნორმალურად განაწილებული, თუმცა, ხშირად გამოსადეგია იმის დაშვება, რომ ქცევის გაზომვის ზოგიერთი შედეგი დაახლოებით ნორმალურად არის განაწილებული.
- ნორმალური განაწილებიდან აღებული ქულა შეიძლება სტანდარტული ნორმალური განაწილების, რომლის $\mu=0$ და $\sigma=1$, ქულად გარდაიქმნას. ამისათვის გამოიყენება ფორმულა
$$z = (X–\mu)/\sigma.$$
- დისკრეტული ხდომილების ალბათობა გამოითვლება ფორმულით
$$p(\text{ხდომილება}) = \frac{\text{პოპულაციაში ხდომილების ხელშემწყობ შემთხვევათა რაოდენობა}}{\text{პოპულაციაში ხდომილებათა საერთო რაოდენობა}}.$$
- ნებისმიერ ალბათური განაწილებისთვის შედეგის ალბათობა .00-სა და 1.00-ს შორის უნდა იყოს მოთავსებული.
- ცალკეული ალბათობების ჯამი, რომლებიც ალბათურ განაწილებაში შედეგების საერთო რაოდენობას უკავშირდება, 1.00-ს შეადგენს.
- თუ A და B ურთიერთგამომრიცხავი შედეგებია, მაშინ $p(A \text{ ან } B) = p(A) + p(B)$
- სტანდარტული ნორმალური განაწილება ალბათური განაწილებაა, რომელიც გვიჩვენებს განაწილების გარკვეულ ინტერვალში ქულების მოხვედრის ალბათობებს. მისი გამოყენება შესაძლებელია ნორმალურად განაწილებული ქულების შემთხვევაში როგორც კონკრეტულ ინტერვალში მოხვედრილი ქულების წილის, ისე ინტერვალებში მათი მოხვედრის ალბათობების განსაზღვრად.
- შერჩევიდან მიღებული ნედლი ქულების სტანდარტულ ქულებში გადაყვანა შესაძლებელია ფორმულით
$$z = \frac{X - \overline{X}}{S}.$$
ეს ფორმულა ქულას გარდაქმნის რიცხვად, რომელიც გეიჩვენებს, თუ რამდენი სტანდარტული გადახრით არის ის დაშორებული საშუალოსგან. ამ დროს არ იცვლება ნედლი ქულების განაწილების ფორმა.

ძირითადი ტერმინები და სიმბოლოები

ასიმპტოტური განაწილება	სტატისტიკა
ალბათობა	ურთიერთგამომრიცხავი შედეგები
დისკრეტული ხდომილება	უწყვეტი განაწილება
დისკრეტული ხდომილების ემპირიული ალბათობა	შედეგები
ემპირიული ალბათური განაწილება	შერჩევა
თეორიული ალბათობა	ხდომილება
თეორიული ალბათური განაწილება	ხდომილების განხორციელების ალბათობა
ნორმალური განაწილება	μ
პარამეტრი	σ
პოპულაცია	s
სიმეტრიული განაწილება	$\overline{X}$
სტანდარტული ნორმალური გადახრა	z
სტანდარტული ნორმალური განაწილება	$z_{\text{რეალური}}$
სტანდარტული ქულა	

კითხვები

1. ინტელექტის ტესტებში ხშირად შედის რიცხვების თანმიმდევრობის დალაგების, ინსტრუქციების შესრულების, ლექსიკონის, ანალოგიების დანახვის, სურათის დასრულების, ლოგიკური მსჯელობისა და მათემატიკური გამოთვლების ნარმოების უნარების შეფასება. ახსენით, რატომ არის მოსალოდნელი, რომ ინტელექტის ტესტის ქულები პოპულაციაში დაახლოებით ნორმალურად იქნება განაწილებული.

2. რეაქციის (ანუ გამღიზიანებლის მიწოდებასა და მასზე რეაქციის განხორციელებას შორის) დროის გაზომვის შედეგები, როგორც წესი, არ არის ნორმალურად განაწილებული. მეტიც, მიღებულ ქულათა განაწილებას ხშირად შებრუნებული J-ის ფორმა აქვს, სადაც ქულათა უმრავლესობა შედარებით მცირეა, უმცირესობა კი – დიდი. ახსენით, რატომ არის მოსალოდნელი, რომ ქულები სწორედ ასე იქნება განაწილებული.

3. ნლების მანძილზე დაგროვდა ზრდასრულთა ვექსლერის ინტელექტის სკალის მონაცემები. დავუშვათ, მიღებული ქულები ნორმალურად არის განაწილებული და განაწილების $\mu = 100$ და $\sigma = 15$.
   ა) ინტელექტის ტესტის ქულათა რა ნაწილი იქნება 115-ის ტოლი ან მასზე მეტი?
   ბ) ინტელექტის ტესტის ქულათა რა წილი იქნება 70-ზე ნაკლები?
   გ) ინტელექტის ტესტის ქულათა რა წილი იქნება 60-ზე ნაკლები?
   დ) ინტელექტის ტესტის ქულათა რა წილი იქნება მოთავსებული 100-სა და 120-ს შორის?
   ე) ინტელექტის ტესტის ქულათა რა წილი იქნება მოთავსებული 75-სა და 100-ს შორის?
   ვ) რომელ ინტერვალში იქნება მოთავსებული ტესტის ქულათა შუა 80%?
   ზ) თუ შემთხვევით აირჩევთ ცდის პირს, რამდენი იქნება ალბათობა იმისა, რომ მისი ინტელექტის ქულა მოთავსებული იყოს 90-სა და 120-ს შორის?
   თ) თუ შემთხვევით აირჩევთ ცდის პირს, რამდენი იქნება ალბათობა იმისა, რომ მისი ინტელექტის ქულა 80-ის ტოლი ან მასზე ნაკლები იყოს?
   ი) თუ შემთხვევით აირჩევთ ცდის პირს, რამდენი იქნება ალბათობა იმისა, რომ მისი ინტელექტის ქულა 125-ის ტოლი ან მასზე მეტი იყოს?
   კ) თუ შემთხვევით აირჩევთ ცდის პირს, რამდენი იქნება ალბათობა იმისა, რომ მისი ინტელექტის ქულა 140-ის ტოლი ან მასზე მეტი იყოს?

4. თქვენ სხვა 64 ადამიანთან ერთად გამოგიძახეს სასამართლოში, როგორც ნაფიცი მსაჯულობის ერთ-ერთი კანდიდატი. ნაფიც მსაჯულთა შესარჩევად ფურცლებზე დაწერილი სახელები ყუთში ჩაყარეს და სათითაოდ ამოიღეს.
   ა) რას უდრის ალბათობა იმისა, რომ პირველივე ჯერზე თქვენი სახელი ამოიღონ?
   ბ) თუ თქვენი სახელი არ ამოჩნდა პირველ რვა ამოღებულ ფურცელზე, რას უდრის ალბათობა იმისა, რომ მეცხრე ამოღებულ ფურცელზე თქვენი სახელი ეწეროს, თუ გავითვალისწინებთ, რომ პირველი რვა ამოღებული ფურცელი აღარ დააბრუნეს ყუთში?

5. ნაციონალურმა გაზეთმა USA Today-მ გამოაქვეყნა სტატია სათაურით „შანსები" (31 დეკემბერი, 1985), სადაც მოცემული იყო შემდეგი წლის მანძილზე ინდივიდის ცხოვრებაში გარკვეული ხდომილებების განხორციელების შანსები. ქვემოთ ჩამოთვლილი ხდომილებებისთვის გამოთვალეთ თითოეული მათგანის განხორციელების ალბათობა.
   ა) დღის დროს მრავალი ფირმა იღებს ფსონებს. ერთ-ერთი გარბენზე ყოველ 3000 განაცხადზე ერთი პრიზი გაიცემოდა. რას უდრიდა ალბათობა იმისა, რომ ამ გარბენზე ნებისმიერი ერთი მონაწილე მოიგებდა პრიზს?
   ბ) ბოლო წლები მძიმე გამოდგა ფერმერებისთვის. წელიწადში ყოველი 5314 ფერმერიდან ერთი ტოვებდა თავის ბიზნესს. რას უდრის ალბათობა იმისა, რომ მომდინარე წელს ფერმერმა მიატოვოს ბიზნესი?
   გ) მრავალ ჩვენგანს უოცნებია პოპულარული რომანის დაწერაზე, თუმცა, გამომცემლობაში ერთი წლის მანძილზე შესული ყოველი 4637 ნიგნის მოცულობის მქონე ხელნაწერიდან მხოლოდ ერთი იბეჭდება. თქვენ დაწერეთ რომანი. რას უდრის ალბათობა იმისა, რომ ის დაიბეჭდება მომდინარე წელს?

6. 6-1 მაგალითში ჩვენ განვიხილეთ იარნოლდისა და სხვების (Yarnold et al., 1986) კვლევა A და B ტიპის ინდივიდების შედარების შესახებ. A და B ტიპის ინდივიდების მისაღებად იარნოლდმა და მისმა კოლეგებმა ცდის პირები ჯენკინსის აქტიურობის კითხვარის ქულების მიხედვით შეარჩიეს. დავუშვათ, რომ ჯენკინსის აქტიურობის კითხვარში პოპულაციის საშუალოა 0 და პოპულაციის სტანდარტული გადახრა – 10. ვთქვათ, თქვენ დაინტერესდით და განაგრძეთ იარნოლდის კვლევა. A ტიპის ცდის პირებიდან თქვენ გსურთ ისეთი ცდის პირების შერჩევა, რომელთაც ჯენკინსის აქტიურობის კითხვარში მიღებული აქვთ +13-ზე მეტი ქულა, ხოლო B ტიპის ცდის პირებიდან – ვისაც მიღებული აქვთ -13-ზე ნაკლები ქულა. დავუშვათ, ჯენკინსის აქტიურობის კითხვარის ქულები ნორმალურად არის განაწილებული.
   ა) რას უდრის ალბათობა იმისა, რომ შემთხვევით არჩეულ ინდივიდს ჯენკინსის აქტიურობის კითხვარში ექნება +13-ზე მეტი ქულა?
   ბ) რას უდრის ალბათობა იმისა, რომ შემთხვევით არჩეულ ინდივიდს ჯენკინსის აქტიურობის კითხვარში ექნება -13-ზე ნაკლები ქულა?
   გ) რას უდრის ალბათობა იმისა, რომ შემთხვევით არჩეულ ინდივიდს ჯენკინსის აქტიურობის კითხვარში ექნება -13-სა და+13-ს შორის ინტერვალში მოთავსებული ქულა?

7. დავუშვათ, ამერიკელი 21-30 წლის მამაკაცების საშუალო წონაა 156 ფუნტი (70.36 კგ), სტანდარტული გადახრა კი – 8 ფუნტი (4.63 კგ).
   ა) 21-30 წლის მამაკაცთა რა ნაწილი იწონის 144 ფუნტს (65 კგ) ან უფრო ნაკლებს?
   ბ) 21-30 წლის მამაკაცთა რა ნაწილი იწონის 170 ფუნტს (77 კგ) ან უფრო მეტს?
   გ) 21-30 წლის მამაკაცთა რა ნაწილის წონა იქნება 140-დან (63.5 კგ) და 172 ფუნტამდე (78 კგ)?
   დ) თუ შემთხვევით აირჩევთ 21-30 წლის მამაკაცს, რას უდრის ალბათობა იმისა, რომ მისი წონა იყოს 144-დან (65 კგ) 168 ფუნტამდე (76 კგ)?
   ე) თუ შემთხვევით აირჩევთ 21-30 წლის მამაკაცს, რას უდრის ალბათობა იმისა, რომ მისი წონა 150 ფუნტი (68 კგ) ან უფრო ნაკლები იყოს?
   ვ) თუ შემთხვევით აირჩევთ 21-30 წლის მამაკაცს, რას უდრის ალბათობა იმისა, რომ მისი წონა 160 ფუნტი (72.6 კგ) ან უფრო მეტი იყოს?

8. დავუშვათ, იკლიეთ ექვსი სტუდენტი; გაინტერესებდათ კვირაში ვიდეოთამაშებზე საშუალოდ დახარჯული დრო (საათებში) და სემესტრული ნიშნების საშუალო. ვთქვათ, მიიღეთ შემდეგი მონაცემები:

სტუდენტი	ვიდეოთამაშებზე დახარჯული დრო	სემესტრული ნიშნების საშუალო
ალექსი	6	2.5
ლორენი	8	2.0
ივონა	0	3.9
ლავალი	15	3.4
ბონი	3	3.1
იასონი	16	1.3

   ა) გამოთვალეთ საშუალო და შერჩევის სტანდარტული გადახრა ქულათა თითოეული ჯგუფისთვის და შემდეგ თითოეული მიღებული ქულა გადაიყვანეთ სტანდარტულ ქულაში.
   ბ) ლელას ვიდეოთამაშებისთვის დახარჯული დროის სტანდარტული ქულაა ნული. რას გეუბნებათ ეს ქულა ყოველი კვირის მანძილზე ვიდეოთამაშებისთვის დახარჯული დროის შესახებ?

გ) რა ინფორმაციას გაწვდით იას სემესტრული ნიშნების საშუალოს სტანდარტული ქულა მისი სემესტრული ნიშნების საშუალოს შესახებ?

დ) რას გვიჩვენებს სემესტრული ნიშნების საშუალოს უარყოფითი სტანდარტული ქულა?

ე) რას გვიჩვენებს ვიდეოთამაშებზე დახარჯული დროის დადებითი სტანდარტული ქულა?

9. ცოტა ხნის წინ ლიტერატურასა და ისტორიაში გამოცდა ჩააბარეთ. თქვენი ნიშნები და კლასის საშუალო და სტანდარტული გადახრა (S) ასეთია:

	ლიტერატურა	ისტორია
თქვენი ქულა	88	70
კლასის საშუალო	83	65
კლასის *S*	6	5

თანაკლასელებთან შედარებით რომელ გამოცდაში გაქვთ უკეთესი შედეგი? რატომ?

10. ცხრილში წარმოდგენილია აშშ-ის ჩენსუს ბურეაუ-ის (მარტი, 1998) მონაცემები, რომლის მიხედვითაც, ოჯახში ნევრების რაოდენობის ფარდობითი სიხშირეები შემდეგნაირად ნაწილდება:

ოჯახის წევრთა რაოდენობა	ფარდობითი სიხშირე
2	.427
3	.230
4	.206
5	.092
6	.029
7 და მეტი	.016

ა) თუ შემთხვევით ავარჩევთ ერთ ოჯახს, რამდენია ალბათობა იმისა, რომ მასში ზუსტად ოთხი წევრი იქნება?

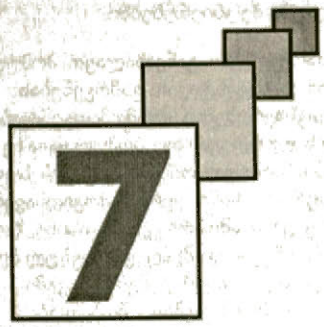
ბ) თუ შემთხვევით ავარჩევთ ერთ ოჯახს, რამდენია ალბათობა იმისა, რომ მასში ექვსი ან მეტი წევრი იქნება?

11. ქვემოთ მოცემულია აშშ-ში 1998 წელს ამერიკელი ქმრების ასაკის სიხშირეთა განაწილება (U.S. Census Bureau, 1998, მარტი).

ასაკი	ფარდობითი სიხშირე
24 ან ნაკლები	.023
25-34	.178
35-44	.257
45-54	.217
55-59	.079
60-61	.029
62-64	.040
65-69	.062
70-74	.049
75-79	.039
80-84	.019
85 ან მეტი	.008

ა) თუ შემთხვევით ავარჩევთ ერთ ოჯახს, რამდენია ალბათობა იმისა, რომ ქმარი 44 წლის ან უფრო ახალგაზრდა იქნება?

ბ) თუ შემთხვევით ავარჩევთ ერთ ოჯახს, რამდენია ალბათობა იმისა, რომ ქმარი 34 წლის ან უფრი ახალგაზრდა, ანდა 75 წლის და უფრო ხნოვანი იქნება?



სტატისტიკის გამოყენება დასკვნისა და შეფასებისთვის

$\bar{X}$ როგორც μ-ს წერტილოვანი შეფასებაი
ჩაუნაცვლებელი შეფასება
ძალმოსილი შეფასება
შეფასების სიზუსტე

პოპულაციის დისპერსიისა და სტანდარტული გადახრის შეფასება
დისპერსია
სტანდარტული გადახრა

საშუალოს შერჩევითი განაწილება – შეფასების სიზუსტის განსაზღვრა
საშუალოს შერჩევითი განაწილების თვისებები

საშუალოს სტანდარტული შეცდომის შეფასება
ფაქტორები, რომლებიც გავლენას ახდენენ $s_{\bar{X}}$ -ის მნიშვნელობაზე
$s_{\bar{X}}$ -ის გამოყენება
განაწილების ტიპების მიმოხილვა

პოპულაციის საშუალოს ინტერვალური შეფასება
ნდობის ინტერვალის აგება

წინამდებარე თავში განვიხილავთ პოპულაციის პარამეტრების შეფასებისთვის აღწერითი სტატისტიკის გამოყენებას. როგორც პირველ თავში აღვნიშნეთ, ქცევათმეცნიერებების წარმომადგენლებს ხშირად სურთ შერჩევაში მიღებული შედეგების უფრო ფართო პოპულაციაზე განზოგადება. მაგალითად, საარჩევნო კამპანიაში ჩართულ ორგანიზაციებს სურთ არჩევნების შედეგების პროგნოზირება, მაგრამ ისინი ვერ გამოკითხავენ ამომრჩეველთა დიდ პოპულაციაში შემავალ ყველა ამომრჩეველს. ისინი ზომავენ ამომრჩეველთა პოპულაციიდან აღებულ შერჩევას და შემდეგ მიღებულ შედეგებს პოპულაციაზე განაზოგადებენ. ანალოგიურად, ბევრ შემთხვევაში შეუძლებელია დიდ პოპულაციაში ალკოჰოლის მოხმარების, შობადობის კონტროლისადმი დამოკიდებულების, ავტომანქანაში უსაფრთხოების ღვედების გამოყენების ან ნებისმიერი სხვა ქცევის გაზომვა. შეფასება უნდა მოხდეს საკვლევი პოპულაციიდან აღებული შერჩევიდან მიღებული სტატისტიკების საფუძველზე. აღწერითი სტატისტიკების საფუძველზე პოპულაციის პარამეტრების შეფასებისთვის საჭიროა შერჩევის მონაცემებზე დაყრდნობით დასკვნების გაკეთება. **დასკვნა** არის რაღაც ცნობილის საფუძველზე რაღაც უცნობზე მსჯელობის პროცესი. **სტატისტიკური დასკვნა** არის პოპულაციის უცნობი პარამეტრების შეფასება შერჩევის ცნობილ სტატისტიკებზე დაყრდნობით. წინამდებარე თავში თავდაპირველად განვიხილავთ შერჩევის საშუალოს ($\bar{X}$), როგორც პოპულაციის საშუალოს (μ) შეფასების, თვისებებს; შემდეგ გავეცნობით პოპულაციის დისპერსიასა (s^2) და სტანდარტულ გადახრას (s), როგორც, შესაბამისად, პოპულაციის დისპერსიისა (σ^2) და სტანდარტული გადახრის (σ) შეფასებებს; ბოლოს კი შევეხებით $\bar{X}$-ის მიერ μ-ს შეფასების სიზუსტის საკითხს.

სტატისტიკური დასკვნა (Statistical inference) – შერჩევისგან მიღებული სტატისტიკის მიხედვით პოპულაციის შეფასება.

$\bar{X}$ როგორც μ-ს წერტილოვანი შეფასება

შერჩევის საშუალო ($\bar{X}$) ხშირად გამოიყენება, როგორც პოპულაციის საშუალოს (μ) წერტილოვანი შეფასება. **წერტილოვანი შეფასება** არის პარამეტრის მნიშვნელობის შეფასება სტატისტიკის მნიშვნელობით (ანუ ერთი რიცხვით). დავუბრუნდეთ მე-3 თავში განხილულ შფოთვის გაზომვას. კონსულტანტმა თავისი უნივერსიტეტის სტუდენტთა პოპულაციიდან შეარჩია 100 სტუდენტი და გაზომა გამოცდებთან დაკავშირებული მათი შფოთვა. შერჩევის ქულათა საშუალო ნარმოდგენილია ცხრილში N3.3 და შეადგენს 41.64-ს, ხოლო სტანდარტული გადახრა – 8.66-ს. შერჩევის საშუალო 41.64 შეიძლება გამოყენებულ იქნეს, როგორც μ-ს (გამოცდებთან დაკავშირებული შფოთვის იმ პოპულაციის საშუალო, საიდანაც შერჩევა იყო აღებული) ჩაუნაცვლებელი და ძალმოსილი შეფასება.

წერტილოვანი შეფასება (Point estimation) – პარამეტრის მნიშვნელობის შეფასება სტატისტიკის მნიშვნელობით (ანუ ერთი რიცხვით).

ჩაუნაცვლებელი შეფასება

ჩაუნაცვლებელი შეფასება არის სტატისტიკა, რომელიც მონაცემთა უსასრულოდ დიდი რაოდენობისთვის შესაფასებელი პარამეტრის მნიშვნელობის ტოლია. ამრიგად, ჩაუნაცვლებელ შეფასებასთან საქმე გვაქვს მაშინ, როდესაც გარკვეული მოცულობის შემთხვევით შერჩევათა უსასრულო რაოდენობის აღებისას სტატისტიკის მნიშვნელობათა საშუალო შესაფასებელი პარამეტრის ტოლია. შერჩევის საშუალო ($\bar{X}$) იმიტომ არის μ-ის ჩაუნაცვლებელი შეფასება, რომ თუ ჩვენ პოპულაციიდან ავიღებთ N მოცულობის ყველა შესაძლო შემთხვევით შერჩევას, მაშინ შერჩევათა საშუალოების საშუალო μ-ს ტოლი იქნება. შერჩევის დისპერსია s^2 იმიტომ არ არის σ^2-ის ჩაუნაცვლებელი შეფასება, რომ ის სისტემატურად გადაიხრება მისგან, თუმცა, პოპულაციის დისპერსიის შეფასება (s^2) σ^2-ის ჩაუნაცვლებელ შეფასებას წარმოადგენს.

ჩაუნაცვლებელი შეფასება (Unbiased estimation) – სტატისტიკა, რომლის მნიშვნელობათა საშუალო, გამოთვლილი უსასრულოდ ბევრი შერჩევიდან, შესაფასებელი პარამეტრის მნიშვნელობის ტოლია.

ძალმოსილი შეფასება

ძალმოსილი შეფასება (Consistent estimation) – სტატისტიკა, რომლისთვისაც ალბათობა იმისა, რომ ეს სტატისტიკა უფრო ახლოს იქნება შესაფასებელ პარამეტრთან, იზრდება შერჩევის მოცულობის ზრდასთან ერთად.

ძალმოსილი შეფასება არის სტატისტიკა, რომლისთვისაც ალბათობა იმისა, რომ ეს სტატისტიკა უფრო ახლოს იქნება შესაფასებელ პარამეტრთან, იზრდება შერჩევის მოცულობის ზრდასთან ერთად. ვინაიდან ის ძალმოსილი შეფასებაა, შერჩევის 25 ქულით გამოთვლილ საშუალოს უფრო მეტი ალბათობა აქვს, უფრო ახლოს იყოს μ-სთან, ვიდრე შერჩევის 5 ქულაზე დაყრდნობით გამოთვლილ საშუალოს. ამ მახასიათებლის გაცნობით ინტუიციურად გვექმნება წარმოდგენა შერჩევის საშუალოზე. რაც უფრო დიდია პოპულაციიდან აღებული შერჩევის მოცულობა, მით მეტი ქულაა ჩართული $\overline{X}$-ის გამოთვლაში და, შესაბამისად, მოსალოდნელია, რომ $\overline{X}$ უკეთესად შეაფასებს μ-ს. თუ ჩვენ შევძლებთ ისეთი შერჩევის აღებას, რომელიც მოიცავს მთელ საკვლევ პოპულაციას, მაშინ $\overline{X}$ იგივე იქნება, რაც μ და, აქედან გამომდინარე, შეფასებისას არ გვექნება შეცდომა.

შეფასების სიზუსტე

შერჩევის საშუალო μ-ს ჩაუნაცვლებელი და ძალმოსილი შეფასებაა, მაგრამ ჩვენ უყურადღებოდ არ უნდა დავტოვოთ ის ფაქტი, რომ შეფასება მხოლოდ მიახლოებითი გამოთვლაა. ნებისმიერი შეფასებისას შეუძლებელია, რომ $\overline{X}$ ზუსტად μ-ს ტოლი იყოს. ის, თუ რამდენად კარგად აფასებს $\overline{X}$ μ-ს, დამოკიდებულია შერჩევის მეთოდზე, შერჩევის მოცულობასა და პოპულაციაში ქულათა ცვალებადობაზე.

შერჩევის მეთოდი

პოპულაციიდან აღებული ნებისმიერი შერჩევა გარკვეულ აზრს გვიქმნის ამ პოპულაციის მახასიათებლების შესახებ. ფაქტობრივად, ინფორმაციის უქონლობის პირობებში $\overline{X}$-ის მიხედვით შეგვიძლია „საუკეთესო ვარაუდი გამოვთქვათ“ შესაბამისი μ-ს მნიშვნელობის შესახებ, მაგრამ რათა დარწმუნებული ვიყოთ, რომ $\overline{X}$ წარმოადგენს μ-ს კარგ შეფასებას, შერჩევა უნდა ხასიათდებოდეს იმავე მახასიათებლებით, რითაც საკვლევი პოპულაცია. არსებობს რეპრეზენტაციული შერჩევის მეთოდების მთელი რიგი, რომლებიც მოწოდებულია იმის უზრუნველსაყოფად, რომ შერჩევა იყოს იმ პოპულაციის რეპრეზენტაციული, საიდანაც ის იქნა აღებული. ჩვენ განვიხილავთ ორ მეთოდს.

მარტივი შემთხვევითი შერჩევა (Simple random sampling) – პოპულაციიდან წევრების შერჩევის ისეთი პროცესი, როდესაც პოპულაციის თითოეულ წევრს შერჩევაში მოხვედრის ტოლი შანსები აქვთ და ერთი წევრის არჩევა პოპულაციის ნებისმიერი სხვა წევრის არჩევისგან დამოუკიდებლად ხდება.

მარტივი შემთხვევითი შერჩევა. მარტივი შემთხვევითი შერჩევა (რომელსაც ხშირად **შემთხვევით შერჩევასაც** უწოდებენ) განისაზღვრება, როგორც პოპულაციიდან ნიერების შერჩევის ისეთი პროცესი, როდესაც:

1. პოპულაციის ყველა წევრს შერჩევაში მოხვედრის ტოლი შანსი აქვს;
2. ერთი წევრის არჩევა პოპულაციის ნებისმიერი სხვა წევრის არჩევისგან დამოუკიდებლად ხდება.

შემთხვევითი შერჩევა მიუკერძოებელი შერჩევაა. შესაბამისად, შერჩევის მახასიათებლები არ უნდა განსხვავდებოდეს იმ პოპულაციის მახასიათებლებისგან რაიმე სისტემატური და მუდმივი გზით, საიდანაც ეს შერჩევა იქნა აღებული; თუმცა, შემთხვევითი შერჩევა არ იძლევა იმის გარანტიას, რომ კონკრეტული შერჩევა ზუსტად პოპულაციის რეპრეზენტაციული იქნება. ვინაიდან შერჩევები, ჩვეულებრივ, პოპულაციაზე გაცილებით მცირე მოცულობისაა, ჩვენ არ უნდა მოველოდეთ, რომ შერჩევის მახასიათებლები ზუსტად ისევე იქნება განაწილებული, როგორც პოპულაციაში. ზოგიერთი შემთხვევითი შერჩევა უფრო რეპრეზენტაციული იქნება

პოპულაციისა, ვიდრე სხვები. თუმცა, შემთხვევითი შერჩევა უზრუნველყოფს, რომ, ზოგადად (ანუ უსასრულოდ დიდი რაოდენობის შერჩევათა შემთხვევაში), ასეთი შერჩევები პოპულაციის რეპრეზენტაციული იქნება.

სტრატიფიცირებული შემთხვევითი შერჩევა (Stratified random sampling) – შერჩევის მეთოდი, როდესაც პოპულაციის წევრები ერთიანდება ჰომოგენურ ქვეჯგუფებში, რომელთაც სტრატები ეწოდება. პოპულაციის წევრები შემთხვევით აირჩევიან სტრატიდან იმ პროპორციით, რომლითაც ეს სტრატა პოპულაციაში გვხვდება.

სტრატიფიცირებული შემთხვევითი შერჩევა. **სტრატიფიცირებული შემთხვევითი შერჩევისას** პოპულაციის წევრები ერთიანდებიან ჰომოგენურ ქვეჯგუფებში, რომელთაც *სტრატები* ეწოდებათ. სტრატა გულისხმობს მსგავსი ობიექტების შრეს ან დონეს. აქედან გამომდინარე, სტრატებში შემავალი წევრები ჰომოგენურები ანუ მსგავსნი არიან ზოგიერთი ისეთი მახასიათებლის მიხედვით, როგორიცაა სქესი, ასაკი ანდა განათლების დონე. შემდეგ პოპულაციის წევრებს შემთხვევითად ირჩევენ სტრატიდან იმ პროპორციით, რომლითაც ეს სტრატა პოპულაციაში გვხვდება. ამის საილუსტრაციოდ განვიხილოთ ერთი უნივერსიტეტის სტუდენტების პოპულაცია. ამ პოპულაციაში სხვადასხვა შესაძლო ჰომოგენური ქვეჯგუფია, მაგალითად, ქვეჯგუფები სწავლის ხანგრძლივობის მიხედვით – სწავლის პირველი, მეორე, მესამე და მეოთხე წლის სტუდენტები. თითოეულ ამ ქვეჯგუფში შემავალი წევრი ჰომოგენური ანუ ერთმანეთის მსგავსია ისეთი მახასიათებლის მიხედვით, როგორიცაა სწავლის ხანგრძლივობა (წლებით). ცხადია, რომ მრავალი სხვა შესაძლო ქვეჯგუფი არსებობს, რომელიც დაჯგუფებულია ისეთი მახასიათებლების მიხედვით, როგორიცაა, მაგალითად, სქესი, ძირითადი საგანი ან ნახევარ განაკვეთზე მუშაობა.

დავუშვათ, სტუდენტთა სტრატიფიცირება სწავლის ხანგრძლივობის (წლებით) მიხედვით მოვახდინეთ და თითოეულ სტრატაში (ანუ დონეზე ან ქვეჯგუფში) მოხვდა სტუდენტთა შემდეგი რაოდენობა: პირველი წელი – 40%, მეორე წელი – 25%, მესამე წელი – 20 % და მეოთხე წელი – 15%. ამ პოპულაციიდან მარტივი შემთხვევითი შერჩევა გვაძლევს იმას, რომ სწავლის თითოეული წლისთვის პოპულაციიდან არჩეულ სტუდენტთა პროპორცია ანალოგიური პროპორციითვე იქნება წარმოდგენილი მრავალ შერჩევაში, მაგრამ ასეთი პროპორცია ვერ გვექნება ნებისმიერ ერთ კონკრეტულ შერჩევაში. სტრატიფიცირებული შემთხვევითი შერჩევისას ინდივიდები შეირჩევა სტრატის პოპულაციაში შეხვედრის სიხშირის პროპორციულად. თუ მეორე წლის სტუდენტები პოპულაციის 25%-ს შეადგენენ, მაშინ შერჩევის 25% შემთხვევით შეირჩევა ამ სტრატიდან. როდესაც შესაძლებელია პოპულაციაში სტრატების გამოყოფა და შემდეგ, როდესაც კონკრეტული სტრატის წევრობა უკავშირდება გასაზომ ქცევას, მაშინ სტრატიფიცირებული შემთხვევითი შერჩევა მოსალოდნელია, რომ უფრო რეპრეზენტაციულ შერჩევას გვაძლევდეს, ვიდრე შემთხვევითი შერჩევა.

შერჩევის მოცულობა

ძალმოსილი შეფასების განხილვისას აღვნიშნეთ, რომ რაც უფრო დიდია შერჩევა, მით მეტია ალბათობა იმისა, რომ შერჩევის საშუალო უფრო ახლოს იყოს პოპულაციის საშუალოს მნიშვნელობასთან. ამრიგად, ძალმოსილი შეფასებისას შერჩევის მოცულობა მიღებული შეფასების სიზუსტეს უკავშირდება.

პოპულაციის საზომვის ცვალებადობა

განვიხილოთ მცირედ ალბათური შესაძლებლობა, როდესაც პოპულაციის ყველა წევრის ქულა ერთმანეთის ტოლია. ამ შემთხვევაში თითოეული ქულა პოპულაციის საშუალოს ტოლი, ხოლო პოპულაციის σ ნულის ტოლი იქნება. ამ პირობებში ნათელია, რომ ნებისმიერი მოცულობის შერჩევიდან მიღებული $\overline{X}$ μ-ს ტოლი იქნება. შერჩევის შეფასებაში არ გვექნება შეცდომა. მეორე მხრივ, განვიხილოთ პოპულაცია, რომელიც გაზომვის შედეგად მიღებული ქულების დიდი ცვალებადობით ხასიათდება და რომლის σ ძალიან დიდია. მიუხედავად იმისა, რომ ეს იშვიათად შეიძლება მოხდეს, ერთ შემთხვევით შერჩევაში შეიძლება შემთხვევით მთლიანად დაბალი ქულები მივიღოთ. ამ დროს მიღებული $\overline{X}$ მნიშვნელოვნად განსხვავებული იქნება μ-ისგან. ანალოგიურად, μ-ის შედარებით ცუდი შეფასება გვექნება, თუ პოპულაციიდან შემთხვევით, ძირითადად, მაღალი ქულები ავირჩიეთ.

ამრიგად, $\overline{X}$ -ის, როგორც μ-ის წერტილოვანი შეფასების, სიზუსტე პოპულაციაში ცვალებადობის ზომას უკავშირდება. რაც უფრო დიდია პოპულაციის სტანდარტული გადახრა, მით ნაკლებია ალბათობა იმისა, რომ კონკრეტული შერჩევის საშუალო პოპულაციის საშუალოს კარგი შეფასება იქნება.

არაშემთხვევითი შერჩევა

როგორც ვნახეთ, შერჩევის მეთოდი გადამწყვეტია იმისათვის, თუ რამდენად იქნება შერჩევა პოპულაციის რეპრეზენტაციული; თუმცა, საზოგადოებრივი აზრის მრავალ გამოკითხვაში არაშემთხვევითი შერჩევები გამოიყენება. ხანმოკლე კომუნიკაციების ეპოქაში, როგორც ჩანს, მრავალი ჩვენგანი დაინტერესებულია იმით, თუ რას ფიქრობენ ადამიანები ამა თუ იმ საკითხის შესახებ. ამ ინტერესის დასაკმაყოფილებლად ხანმოკლე გამოკითხვების სრულიად ახალი ინდუსტრია შეიქმნა. გაზეთები და ტელევიზიები მიმდინარე დღის აქტუალურ თემებზე მოკლე სატელეფონო გამოკითხვებს გვთავაზობენ. თითოეული ასეთი გამოკითხვით ინფორმაცია შერჩევიდან – ანუ იმ ადამიანებისგან, რომლებიც გამოკითხვაში მონაწილეობენ – გროვდება, მაგრამ რამდენად გამოსადეგია ასეთი გამოკითხვები იმ პოპულაციის შესახებ დასკვნების გასაკეთებლად, რომლიდანაც ეს შერჩევაა აღებული? სამწუხაროდ, არც ისე გამოსადეგია რამდენიმე მოსაზრების გამო.

პირველი სირთულე ისაა, რომ პოპულაცია ზუსტად უნდა იქნეს განსაზღვრული. გავიხსენოთ პირველი თავიდან, რომ პოპულაცია საერთო მახასიათებლის მქონე ადამიანთა, ცხოველთა, საგანთა ან მოვლენათა სრული ერთობლიობაა. შერჩევის მიხედვით პოპულაციაზე დასკვნის გასაკეთებლად აუცილებლად უნდა ვიცოდეთ, თუ რა საერთო მახასიათებელი აქვს მოცემულ პოპულაციას, რათა დავრწმუნდეთ, რომ შერჩევის ყველა წევრს აქვს ეს მახასიათებელი. მეორე, შერჩევა პოპულაციის რეპრეზენტაციული უნდა იყოს, რაც შერჩევის სისტემატური პროცესის განხორციელებას გულისხმობს. არც ერთი ეს მოთხოვნა არ სრულდება, როდესაც ინდივიდები თვითონ იღებენ გაზეთსა თუ ტელევიზიაში დარეკვის ან ინტერნეტით აზრის გამოთქმის გადაწყვეტილებას. მაგალითად, ერთ-ერთ ინტერნეტ-გამოკითხვაში ამერიკის მოქალაქეებს ეკითხებოდნენ, თუ რამდენად შორს აპირებდნენ სამოგზაუროდ ნასვლას შვებულების დროს; აზრის გამოთქმა პარასკეობით ან დასვენების დღეებში იყო შესაძლებელი. გამოკითხვაში დაახლოებით 20,000 ადამიანმა მიიღო მონაწილეობა, რომელთაგან 78% მიუთითებდა, რომ არ ჰქონდათ დაგეგმილი, თუ როგორ გაატარებდნენ შვებულებას. რამდენად შეგვიძლია, დარწმუნებულნი ვიყოთ, რომ ეს რიცხვი რეალურად ასახავს ამერიკელთა შვებულების დროს სამოგზაურო გეგმებს? სამწუხაროდ, ამ გამოკითხვის შერჩევა თვითშერჩეულია და მხოლოდ იმ ადამიანებისგან შედგება, რომლებიც დაინტერესდნენ პასუხის გაცემით. მეტიც, ვინაიდან ბევრი ადამიანი უკვე წასული იყო სამოგზაუროდ მანამდე, სანამ გამოკითხვა ჩატარდებოდა, ისინი ვერაფერს უპასუხებდნენ შვებულების სამომავლო გეგმების შესახებ დასმულ შეკითხვას. ამრიგად, ჩვენ ვერ განვსაზღვრავთ იმ პოპულაციას, რომლიდანაც ეს შერჩევაა აღებული; შესაბამისად, ამ შერჩევიდან პოპულაციის შესახებ დასკვნის გამოტანა არამიზანშეწონილია. ასეთი გამოკითხვები მეცნიერულად გამოუსადეგარია.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა VII.1

1. განმარტეთ: ძალმოსილი შეფასება, მარტივი შემთხვევითი შერჩევა, სტატისტიკური დასკვნა, სტრატიფიცირებული შემთხვევითი შერჩევა, ჩაუნაცვლებელი შეფასება.

2. დავუშვათ, შფოთვითი აშლილობის მქონე ინდივიდთა პოპულაციაში 27%-ს აქვს გენერალიზებული შფოთვითი აშლილობა, 23%-ს – აგორაფობია, 19%-ს – მარტივი ფობია, 22%-ს – პანიკური აშლილობა და 9%-ს – ობსესიურ-კომპულსური აშლილობა. თქვენ ამ პოპულაციიდან შემთხვევითი შერჩევის სტრატიფიცირებას და სტრატად აშლილობების ტიპის გამოყენებას აპირებთ.
   ა) რა პროპორციით იქნება წარმოდგენილი თითოეული სტრატა თქვენს შერჩევაში?

ბ) თუ თქვენ აიღებთ 100 ინდივიდისგან შემდგარ შერჩევას, რამდენი ადამიანი მოხვდება თითოეულ სტრატაში?
გ) თუ თქვენ აიღებთ ერთ შემთხვევით შერჩევას, რამდენი ადამიანი მოხვდება თითოეულ სტრატაში?

პოპულაციის დისპერსიისა და სტანდარტული გადახრის შეფასება

დისპერსია

პოპულაციის დისპერსია (σ^2) მეხუთე თავში განისაზღვრა, როგორც:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (X-\mu)^2}{N_{\text{პოპულაცია}}}.$$

თუმცა, როგორც უკვე აღვნიშნეთ, ჩვეულებრივ, შეუძლებელია პოპულაციის ყველა წევრის გაზომვა. აქედან გამომდინარე, პოპულაციის დისპერსიის (σ^2) შეფასება, როგორც წესი, შერჩევაზე დაყრდნობით ხდება. როგორც მე-5 თავში ვნახეთ, **σ^2-ის ჩაუნაცვლებელი და ძალმოსილი შეფასება** გამოითვლება ფორმულით

$$s^2 = \frac{\sum (X-\bar{X})^2}{N-1}.$$

ყურადღება მიაქციეთ, რომ წილადის მნიშვნელი არის არა N, არამედ – (N–1). როგორც მე-5 თავში ვთქვით, შერჩევის დისპერსია, რომელიც გამოითვლება ფორმულით

$$S^2 = \frac{\sum (X-\bar{X})^2}{N},$$

არის σ^2-ის ჩანაცვლებული შეფასება. როგორც წესი, ის ბოლომდე ვერ (ნაკლებად) აფასებს σ^2-ის მნიშვნელობას. აქედან გამომდინარე, თუ ცალკე არ აღენიშნეთ, დისპერსიის სახით ყოველთვის s^2-ს გამოვიყენებთ.

სტანდარტული გადახრა

σ-ის შესაფასებლად პოპულაციის სტანდარტული გადახრის შეფასება s გამოიყენება. s^2-ისგან, როგორც σ^2-ის შეფასებისგან, განსხვავებით, s არ არის σ-ის ჩაუნაცვლებელი შეფასება. მეტიც, s ოდნავ არაზუსტია σ-ს შეფასებისას; მაგრამ ვინაიდან s-ის შემთხვევაში ჩანაცვლება მცირეა და კიდევ უფრო მცირდება შერჩევის მოცულობის ზრდასთან ერთად, მკვლევართა უმრავლესობა σ-ის შეფასების საჭიროებისას s-ს იყენებს.

საშუალოს შერჩევითი განაწილება – შეფასების სიზუსტის განსაზღვრა

პოპულაციის საშუალოს წერტილოვანი შეფასების სიზუსტე დამოკიდებულია როგორც შერჩევის მოცულობაზე, ისე პოპულაციის სტანდარტულ გადახრაზე. გარდა იმ შემთხვევებისა, როდესაც შერჩევა მოიცავს პოპულაციის ყველა ქულას, ან როდესაც პოპულაციის ქულები არ ხასიათდება ცვალებადობით, μ-ს შეფასებისას $\bar{X}$-ს ყოველთვის თან სდევს შეცდომა. მიუხედავად იმისა, რომ ჩვენ დარწმუნებით არასოდეს ვიცით, რამდენად ზუსტია პოპულაციის პარამეტრის კონკრეტული შეფასება, შეფასებისას მოსალოდნელი შეცდომის ზომის განსაზღვრა შერჩევითი განაწილების ცნების გამოყენებით შეგვიძლია.

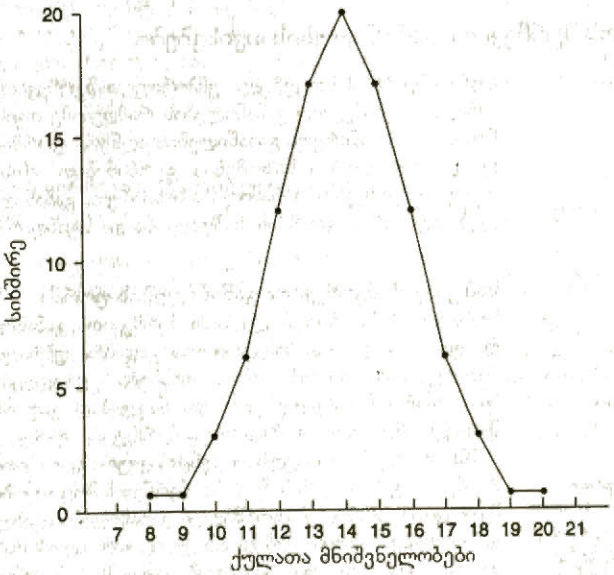
შერჩევითი განაწილების (Sampling distribution) – პოპულაციიდან აღებული N მოცულობის მქონე ყველა შესაძლო შერჩევიდან მიღებული სტატისტიკის მნიშვნელობების ალბათური თეორიული განაწილება.

შერჩევითი განაწილება არის პოპულაციიდან აღებული N მოცულობის მქონე ყველა შესაძლო შერჩევიდან მიღებული სტატისტიკის მნიშვნელობების ალბათური თეორიული განაწილება. ამრიგად, **საშუალოს შერჩევითი განაწილება** არის $\bar{X}$-ის მნიშვნელობების განაწილება, როდესაც პოპულაციიდან აღებულია N

საშუალოს შერჩევითი განაწილება (Sampling distribution of the mean) – $\overline{X}$-ის მნიშვნელობების განაწილება, როდესაც პოპულაციიდან აღებულია N მოცულობის მქონე ყველა შესაძლო შერჩევა.

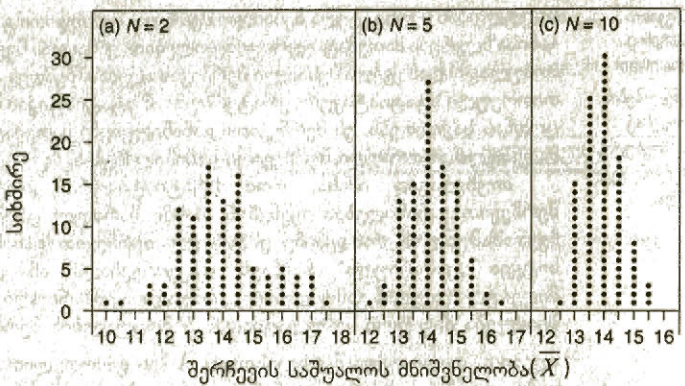
მოცულობის მქონე ყველა შესაძლო შერჩევა. შერჩევითი განაწილება თეორიულად განისაზღვრება მათემატიკური განტოლებით, ვინაიდან ჩვენ ვერასოდეს შევძლებთ პოპულაციიდან ყველა შესაძლო შერჩევის აღებას. შემდეგ თავებში წარმოდგენილი თითოეული სტატისტიკური კრიტერიუმი ამ სტატისტიკის შერჩევითი განაწილების ცოდნას საჭიროებს. ეს შერჩევითი განაწილებები მათემატიკური განტოლებებით მიღებული თეორიული შერჩევითი განაწილებებია.

მიუხედავად იმისა, რომ სტატისტიკური კრიტერიუმები თეორიულ შერჩევით განაწილებას იყენებენ, მასში ჩართულ ცნებათა საილუსტრაციოდ ჩვენ საშუალოს რამდენიმე ემპირიულ შერჩევით განაწილებას განვიხილავთ. სიტყვა „ემპირიული“ ნიშნავს დაკვირვებადს ან დაკვირვების შედეგად მიღებულს. აქედან გამომდინარე, საშუალოს ემპირიული შერჩევითი განაწილება შეიძლება მივიღოთ პოპულაციიდან N მოცულობის მქონე რამდენიმე შერჩევის აღებით, თითოეული შერჩევისთვის $\overline{X}$-ის გამოთვლითა და შემდეგ მიღებული საშუალოების სიხშირეთა განაწილების აგებით. ამის საილუსტრაციოდ, ავიღოთ 100 ქულისგან შემდგარი პოპულაცია, სადაც ქულები მერყეობს 8-დან 20-მდე დიაპაზონში და რომლის $\mu = 14.0$ და $\sigma = 2.14$. პოპულაციის 100 ქულის სიხშირეთა პოლიგონი წარმოდგენილია სურათზე N7.1. როგორც სურათზე ხედავთ, ქულათა განაწილება სიმეტრიული და უნიმოდალურია.



სურათი N7.1.
სიხშირეთა განაწილება 100 ქულისგან შემდგარი პოპულაციისთვის, რომლის $\mu = 14.0$ და $\sigma = 2.14$

საშუალოს ემპირიული შერჩევითი განაწილება სამი სხვადასხვა მოცულობის მქონე შერჩევიდან მივიღეთ: $N = 2$, $N = 5$ და $N = 10$. ეს შერჩევები კომპიუტერის დახმარებით პოპულაციიდან მარტივი შემთხვევითი შერჩევის გზით მივიღეთ. შერჩევის თითოეული მოცულობისთვის შერჩეულ იქნა 100 შემთხვევითი შერჩევა; თითოეული მათგანისთვის გამოთვალეთ საშუალო. საშუალოს ემპირიული შერჩევითი განაწილებები მიღებული იყო სამი სხვადასხვა ზომის შერჩევისგან: $N = 2$, $N = 5$ და $N = 10$, როგორც ნაჩვენებია სურათზე N7.2. თითოეული (ა), (ბ) და (გ) განაწილება ნარმოადგენს კონკრეტული მოცულობის მქონე შერჩევის ($N = 2$, $N = 5$ და $N = 10$, შესაბამისად) საშუალოს ემპირიულ შერჩევით განაწილებას.



სურათი N7.2.
7.1 სურათზე მოცემული პოპულაციის ქულებიდან აღებული 100 შერჩევის საშუალოების სამი ემპირიული შერჩეითი განაწილება. შერჩევის მოცულობაა: (a) N = 2, (b) N = 5 და (c) N = 10

საშუალოს შერჩევითი განაწილების თვისებები

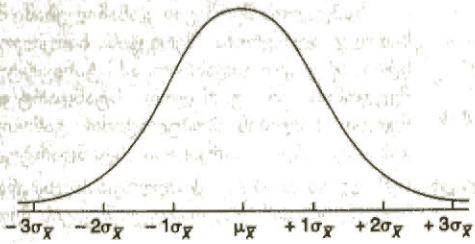
სურათზე N7.2 მოცემული ემპირიული შერჩევითი განაწილება საშუალოს თეორიული შერჩეითი განაწილების რამდენიმე თვისების ილუსტრაციაა. გავიხსენოთ, რომ სიხშირეთა განაწილების აღწერა ფორმის, ცენტრალური ტენდენციისა და ცვალებადობის საზომების ტერმინებით არის შესაძლებელი. ვინაიდან საშუალოს შერჩევითი განაწილება სიხშირეთა განაწილებას წარმოადგენს, ისიც შეიძლება აღიწეროს ფორმის, საშუალოსა და სტანდარტული გადახრის ტერმინებით.

საშუალოს შერჩევითი განაწილების ფორმა

სურათზე N7.2 მოცემული სამი შერჩევითი განაწილება შედარებით სიმეტრიული და უნიმოდალურია. სიმეტრიიდან გადახრა უბრალოდ საშუალო მნიშვნელობების შემთხვევითი ცვალებადობით აიხსნება. ყურადღება მიაქციეთ, რომ განაწილება მით უფრო წამახვილებული და ნაკლებად გაფანტულია, რაც უფრო იზრდება შერჩევის მოცულობა (შეადარეთ შერჩევები, რომელთა მოცულობებია $N = 2$ და $N = 10$). პრინციპი, რომელსაც **ცენტრალური ზღვარითი თეორემა** ეწოდება, საშუალოს შერჩევით განაწილებას შეეხება: **შერჩევის მოცულობის ზრდასთან ერთად საშუალოს შერჩევითი განაწილება ნორმალურ განაწილებას უახლოვდება.** საშუალოს შერჩევითი განაწილების ნორმალურ განაწილებასთან ასეთი მიახლოება ხდება მაშინ, როდესაც პოპულაციის ქულათა განაწილების ფორმა სიმეტრიული ან ასიმეტრიულია.

ცენტრალური ზღვარითი თეორემა (Central limit theorem) – მათემატიკური თეორემა, რომლის თანახმად, შერჩევის მოცულობის ზრდასთან ერთად საშუალოს შერჩევითი განაწილება ნორმალურ განაწილებას უახლოვდება.

რამდენად დიდი უნდა იყოს N იმისათვის, რომ საშუალოს შერჩეითმა განაწილებამ ნორმალურ განაწილებასთან მიახლოება დაიწყოს? ამ კითხვაზე პასუხი დამოკიდებულია პოპულაციაში ქულათა განაწილების ფორმაზე. პოპულაცია, საიდანაც ჩვენ შერჩევები ავიღეთ, არ არის ნორმალურად განაწილებული, მაგრამ ის უნიმოდალური და სიმეტრიულია (იხ. სურათი N7.1). ასეთი განაწილებებისთვის საშუალოს შერჩევითი განაწილება, როდესაც შერჩევის მოცულობა ისეთი მცირეა, როგორიცაა $N = 5$ ან $N = 10$, ნორმალური განაწილების ფორმასთან მიახლოებას იწყებს (იხ. სურათი N7.2, (ბ) და (გ)). თუ პოპულაციაში ქულათა განაწილება ასიმეტრიულია, მაშინ ნორმალურ განაწილებასთან მისაახლოებლად შერჩევის მოცულობა საშუალოს შერჩევითი განაწილებისთვის უფრო დიდი უნდა იყოს. მრავალი სტატისტიკოსი თვლის, რომ თუ პოპულაციის განაწილება არ არის ძალიან ასიმეტრიული, შერჩევის მოცულობა $N = 30$ არის ის მოცულობა, როდესაც საშუალოს შერჩევითი განაწილება ახლოს იქნება ნორმალურ განაწილებასთან.



სურათი N7.3.
საშუალოს თეორიული შერჩევითი განაწილება, რომლის საშუალოა $\mu_{\bar{X}}$ და სტანდარტული შეცდომა $\sigma_{\bar{X}}$

ცენტრალური ზღვარით თეორემაზე დაფუძნებული საშუალოს თეორიული შერჩევითი განაწილება წარმოდგენილია სურათზე N7.3. ყურადღება მიაქციეთ, რომ ეს განაწილება სიმეტრიული, უნიმოდალური და ნორმალურია. შემდეგ თავებში დასკვნითი სტატისტიკის კრიტერიუმების განხილვისას სწორედ ამ და სხვა თეორიულ შერჩევით განაწილებებს გამოვიყენებთ. ემპირიული შერჩევითი განაწილებები, როგორიცაა, მაგალითად, სურათზე N7.2 წარმოდგენილი განაწილებები, მხოლოდ შერჩევითი განაწილების ცნების ასახსნელად გამოიყენება.

$\mu_{\bar{X}}$ – საშუალოს თეორიული შერჩევითი განაწილების საშუალო.

$\overline{X}_{\bar{X}}$ – საშუალოს ემპირიული შერჩევითი განაწილების საშუალო.

საშუალოს შერჩევითი განაწილების საშუალო

თეორიულ შერჩევით განაწილებაში შერჩევის საშუალოების საშუალო (აღინიშნება $\mu_{\bar{X}}$-ით) პოპულაციაში შემავალ ცალკეულ ქულათა საშუალოს (μ) ტოლი იქნება, ხოლო საშუალოს ემპირიულ შერჩევით განაწილებაში შერჩევის საშუალოების საშუალო (აღინიშნება $\overline{X}_{\bar{X}}$-ით) არ იქნება ზუსტად პოპულაციის საშუალოს ტოლი. ეს მოსაზრება ნაჩვენებია სურათზე N7.2 წარმოდგენილ ემპირიულ შვრჩევით განაწილებაში. სამ შერჩევით განაწილებაში შერჩევის საშუალოების საშუალო არ არის ზუსტად 14.0-ის (ანუ საწყისი პოპულაციის საშუალოს) ტოლი. (ა), (ბ) და (გ) განაწილებებისთვის საშუალოს მნიშვნელობებია $\overline{X}_{\bar{X}} = 13{,}96$, $\overline{X}_{\bar{X}} = 14{,}14$, და $\overline{X}_{\bar{X}} = 13{,}99$.

შერჩევის შეცდომა და საშუალოს სტანდარტული შეცდომა

შერჩევის შეცდომა (Sampling error) – სიდიდე, რომლითაც კონკრეტული შერჩევის საშუალო განსხვავდება პოპულაციის საშუალოსგან.

შერჩევის შეცდომა. სურათზე N7.2 მოცემული თითოეული შერჩევის საშუალო წარმოადგენს იმ პოპულაციის საშუალოს შეფასებას, საიდანაც ისინი იქნენ აღებული (ამ მაგალითში $\mu = 14$). როგორც ხედავთ, ზოგიერთი შერჩეის საშუალო უფრო ზუსტად აფასებს μ-ს, ვიდრე სხვები. **შერჩევის შეცდომა** არის ის სიდიდე, რომლითაც კონკრეტული შერჩევის საშუალო განსხვავდება პოპულაციის საშუალოსგან (ანუ $\overline{X} - \mu$). თუ $\overline{X}$ ზუსტად იმდენია, რამდენიც μ ანუ თუ $\overline{X} = \mu$ და ამიტომ $\overline{X} - \mu = 0$, მაშინ შეფასებაში არ გვექნება შერჩევის შეცდომა. სურათი N7.2 გვიჩვენებს, რომ შერჩევის შეცდომა შერჩევის მოცულობას უკავშირდება – რაც უფრო დიდია შერჩეის მოცულობა, მით ნაკლებია შერჩევის შეცდომა. სურათზე N7.2ა მოცემული 100 შერჩევის საშუალოს მნიშვნელობები (სადაც თითოეული საშუალო ორ ქულას ეფუძნება) უფრო ცვალებადია, ვიდრე N7.2ბ და N7.2გ სურათზე მოცემული შერჩევის საშუალოები, რომელიც, შესაბამისად, 5 ან 10 ქულით არის გამოთვლილი. ამრიგად, შერჩევის შეცდომა უფრო თვალსაჩინოა სურათზე N7.2ა, ვიდრე N7.2ბ ანდა სურათზე N7.2გ.

საშუალოს სტანდარტული შეცდომა, $\sigma_{\bar{x}}$ (Standard error of the mean) – საშუალოს შერჩევითი განაწილების სტანდარტული გადახრა, რომელიც მიიღება σ-ს შერჩევის მოცულობის კვადრატულ ფესვთან შეფარდებით.

საშუალოს შერჩევით განაწილებაში შერჩევის საშუალოების ცვალებადობის სიდიდე აღიწერება შერჩევის საშუალოების მნიშვნელობებით გამოთვლილი სტანდარტული გადახრით. ამ სტანდარტულ გადახრას **საშუალოს სტანდარტულ შეცდომას** ან უბრალოდ **სტანდარტულ შეცდომას** უწოდებენ; ამით მას ნედლი ქულების პოპულაციით გამოთვლილი სტანდარტული გადახრისგან განასხვავებენ. საშუალოს სტანდარტული შეცდომა, რომელიც აღინიშნება სიმბოლოთი $\sigma_{\bar{x}}$, პოპულაციის სტანდარტული გადახრისა და შერჩევის მოცულობიდან კვადრატული ფესვის შეფარდების ტოლია. ფორმულის სახით:

$$\text{საშუალოს სტანდარტული შეცდომა} = \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}},$$

სადაც σ არის პოპულაციაში შემავალ ქულათა სტანდარტული გადახრა, ხოლო N – შერჩევის მოცულობა. საშუალოს სტანდარტული შეცდომა $\sigma_{\bar{x}}$ ისეთივე სტანდარტული გადახრაა, როგორიც σ, იმ განსხვავებით, რომ $\sigma_{\bar{x}}$ შერჩევის საშუალოების განაწილების სტანდარტული გადახრაა და არა – პოპულაციაში შემავალ ნედლ ქულათა სტანდარტული გადახრა (რასაც σ წარმოადგენს).

შეხედეთ სურათზე N7.3 მოცემულ საშუალოს თეორიულ შერჩევით განაწილებას. ყურადღება მიაქციეთ, რომ მისი საშუალო აღნიშნულია სიმბოლოთი $\mu_{\bar{x}}$, ხოლო მისი სტანდარტული გადახრა – სიმბოლოთი $\sigma_{\bar{x}}$. მე-6 თავში განვიხილეთ ნორმალური განაწილების ქვეშ მდებარე ფართობი და ავხსენით, თუ როგორ უნდა ვიპოვოთ ქულათა წილი განაწილების ქვეშ მდებარე ფართობებით. ვინაიდან საშუალოს შერჩევითი განაწილება ნორმალური განაწილებაა, აქაც ძალაში რჩება ეს დამოკიდებულება, თუმცა, ამ შემთხვევაში ჩვენ გვაქვს არა ინტერვალებში მოხვედრილი ნედლი ქულები, არამედ შერჩევის საშუალოები. ასე მაგალითად, შერჩევითი განაწილების საშუალოს ქვემოთ ერთ სტანდარტულ შეცდომასა და შერჩევითი განაწილების საშუალოს ზემოთ ერთ სტანდარტულ შეცდომას შორის ინტერვალი (ანუ ინტერვალი $\mu_{\bar{x}} - 1\sigma_{\bar{x}}$-დან $\mu_{\bar{x}} + 1\sigma_{\bar{x}}$-მდე) მოიცავს შერჩევათა საშუალოების .6826-ს, ინტერვალი $\mu_{\bar{x}} - 2\sigma_{\bar{x}}$-დან $\mu_{\bar{x}} + 2\sigma_{\bar{x}}$-მდე – შერჩევათა საშუალოების .9544-ს, ხოლო ინტერვალი $\mu_{\bar{x}} - 3\sigma_{\bar{x}}$-დან $\mu_{\bar{x}} + 3\sigma_{\bar{x}}$-მდე – შერჩევათა საშუალოების .9974-ს. ყურადღება მიაქციეთ, რომ ამ ინტერვალების აღნიშვნისას გამოვიყენეთ სიმბოლო $\mu_{\bar{x}}$, რადგან საშუალოს შერჩევით განაწილებასთან გვაქვს საქმე. ვინაიდან $\mu_{\bar{x}} = \mu$, ჩვენ შეგვიძლია, რომ $\mu_{\bar{x}}$-ის ნაცვლად μ გამოვიყენოთ, როგორც ეს შემდეგ მაგალითშია ნაჩვენები.

ამ დამოკიდებულების გამოყენების საილუსტრაციოდ, დავუშვათ, რომ ქულათა პოპულაციის საშუალო $\mu = 50$ და $\sigma = 6$, ხოლო ამ პოპულაციიდან შემთხვევით აღებულია $N = 9$ მოცულობის შერჩევები. ამ შერჩეითი განაწილებისთვის საშუალოს სტანდარტული შეცდომა გამოითვლება ფორმულით

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} = \frac{6}{\sqrt{9}} = \frac{6}{3} = 2.$$

მიღებული მნიშვნელობა $\sigma_{\bar{x}} = 2$ წარმოადგენს σ = 6 მქონე პოპულაციიდან აღებული შერჩევების (რომელთა $N = 9$) საშუალოს შერჩევითი განაწილების სტანდარტულ გადახრას. ამრიგად, პოპულაციიდან აღებული $N = 9$ შერჩევებისთვის საშუალოს შერჩევით თეორიულ განაწილებაში შერჩევათა საშუალოების .6826 ხვდება $\mu_{\bar{x}} - 1\sigma_{\bar{x}}$-დან (ანუ 50-2=48) $\mu_{\bar{x}} + 1\sigma_{\bar{x}}$-მდე (ანუ 50+2=52), ანუ 48-დან 52-მდე ინტერვალში; $\mu_{\bar{x}} - 2\sigma_{\bar{x}}$-დან (ანუ 50-4=46) $\mu_{\bar{x}} + 2\sigma_{\bar{x}}$-მდე (ანუ 50+4=54), ანუ 46-დან 54-მდე ინტერვალი მოიცავს შერჩევათა საშუალოების

.9544-ს, ხოლო $\mu_{\overline{X}} - 3\sigma_{\overline{X}}$-დან (ანუ 50-6=44) $\mu_{\overline{X}} + 3\sigma_{\overline{X}}$-მდე (ანუ 50+6=56), ანუ 44-დან 56-მდე ინტერვალი – $\overline{X}$-ის მნიშვნელობათა .9974-ს. ეს ინფორმაცია $\overline{X}$-ის, როგორც μ-ს შეფასების, სიზუსტის შესაფასებლად გამოგვადგება.

სტანდარტული ნორმალური სხვაობის გამოყენება საშუალოს შერჩევით განაწილებაში

საშუალოს შერჩევითი განაწილება ნორმალური განაწილებაა, რომლის საშუალოა $\mu_{\overline{X}}$, ხოლო სტანდარტული შეცდომა – $\sigma_{\overline{X}}$. ჩვენ საშუალოს შერჩევითი განაწილების $\overline{X}$-ის მნიშვნელობის სტანდარტული ნორმალური განაწილების ქულად გარდაქმნა შეგვიძლია ფორმულით

$$z_{\text{რეალური}} = \frac{\overline{X} - \mu_{\overline{X}}}{\sigma_{\overline{X}}}.$$

ამ z ქულის გამოყენება შერჩევის საშუალოს მიმართ ისევეა შესაძლებელი, როგორც ცალკეული ქულის მიმართ (იხ. თავი 6). ამის ილუსტრაციას წარმოადგენს მაგალითი N7-1.

მაგალითი N7.1

საშუალოების შერჩევითი განაწილების გამოყენება

ამოცანა

დავუშვათ, გვაქვს ქულათა ნორმალურად განაწილებული პოპულაცია, რომლის μ = 80 და σ = 12. ჩვენ ვგეგმავთ, რომ ამ პოპულაციიდან ავიღოთ დიდი რაოდენობით შემთხვევითი შერჩევები, რომელთა მოცულობა N = 16 და გამოვთვალოთ თითოეული შერჩევის საშუალო. შერჩევათა საშუალოების რა ნაწილი იქნება 82-ის ტოლი ან მასზე მეტი?

ამოხსნა

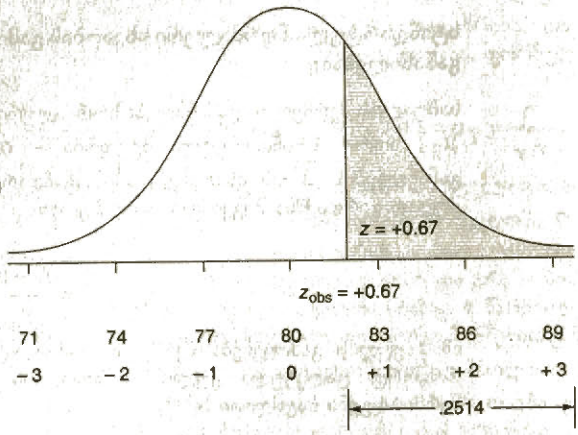
ამ ამოცანის ამოსახსნელად საჭიროა აღვნიშნოთ, რომ საშუალოს შერჩევითი განაწილება ნორმალური განაწილებაა, რომლის $\mu_{\overline{X}} = 80$ და $\sigma_{\overline{X}} = 12/\sqrt{16} = 12/4 = 3.0$. თეორიული შერჩევითი განაწილების ნებისმიერ ინტერვალში მოხვედრილი შერჩევათა საშუალოების წილი შემდეგნაირად გამოითვლება: შერჩევის საშუალოს მნიშვნელობა (ანუ 82) გადაიყვანება სტანდარტული ნორმალური განაწილების მნიშვნელობად და A-1 ცხრილში მოიძებნება მისი შესატყვისი წილი. შერჩევის საშუალო $z_{\text{რეალურის}}$ მნიშვნელობად გარდაიქმნება ფორმულით

$$z_{\text{რეალური}} = \frac{\overline{X} - \mu_{\overline{X}}}{\sigma_{\overline{X}}} = \frac{82 - 80}{3.0} = \frac{2}{3.0} = +.67.$$

შერჩევების საშუალოებისა და $z_{\text{რეალურის}}$ მნიშვნელობები, როდესაც შერჩევის საშუალოა 82, მოცემულია სურათზე N7.4. A-1 ცხრილის (გ) სვეტი გვიჩვენებს, რომ z = +0.67-ის ზემოთ მდებარე ფართობია .2514 (იხ. სურათი N7.4, (გ)

ღერძი). ამრიგად, მოსალოდნელია, რომ შერჩევათა საშუალოების .2514 ნაწილი 82-ის ტოლი ან მასზე მეტი იყოს. ეს დასკვნა ალბათობის ტერმინებით ასე ჩაიწერება:

$$p(\overline{X} \geq 82) = .2514.$$



სურათი N7.4.

შერჩევის საშუალოს (82) მდებარეობა საშუალოს შერჩევით განაწილებაში, რომლის $\mu = 80$ და $\sigma_{\overline{X}} = 3$. X ღერძის წარწერები გვიჩვენებს: (ა) შერჩევების საშუალოს მნიშვნელობებს, (ბ) შერჩევების საშუალოს მნიშვნელობების შესაბამის z ქულებს, (გ) შერჩევათა საშუალოების წილს, რომელიც 82-ის ტოლია ან მეტია მასზე

საშუალოს სტანდარტული შეცდომის შეფასება

საშუალოების შერჩევითი განაწილება წარმოადგენს შერჩევათა საშუალოების მოსალოდნელი ცვალებადობის შეფასების მეთოდს, მაგრამ ნათლად ჩანს მოცემული ცოდნის გამოყენების საზღვარი. პოპულაციის სტანდარტული გადახრა σ პოპულაციის პარამეტრია, პოპულაციის ნებისმიერი პარამეტრი კი, როგორც წესი, უცნობია. მაშ, როგორ განისაზღვრება საშუალოს სტანდარტული შეცდომა, თუ არ ვიცით σ?

ამ კითხვაზე პასუხი შერჩევის მონაცემებზე დაყრდნობით σ-ს შეფასებაში ძევს (როგორც μ შევაფასეთ $\overline{X}$-ით). ამ შემთხვევაში საშუალოს სტანდარტული შეცდომის შეფასების მისაღებად პოპულაციის სტანდარტული გადახრის შეფასება (s) გამოიყენება. **საშუალოს სტანდარტული შეცდომის შეფასება**, რომელიც აღინიშნება სიმბოლოთი $s_{\overline{X}}$, ეფუძნება პოპულაციის სტანდარტულ გადახრას და ფორმულის სახით გამოისახება:

საშუალოს სტანდარტული შეცდომის შეფასება, $s_{\overline{X}}$ (Estimated standard error of the mean) – s-ის გამოყენებით σ-ს, საშუალოს სტანდარტული შეცდომის შეფასება.

$$\text{საშუალოს სტანდარტული შეცდომის შეფასება} = \sigma_{\overline{X}} = s_{\overline{X}} = \frac{s}{\sqrt{N}},$$

სადაც s გამოითვლება შერჩევის ქულებიდან, ხოლო N შერჩევის მოცულობაა.

ამრიგად, $s_{\overline{X}}$ წარმოადგენს საშუალოს შერჩევითი განაწილების სტანდარტული გადახრის შეფასებას. სამეცნიერო სტატიაში სტანდარტულ შეცდომას ხშირად

SE (და არა $s_{\bar{X}}$) სიმბოლოთი აღნიშნავენ.

მნიშვნელოვანია $\sigma_{\bar{X}}$-სა და $s_{\bar{X}}$-ის შორის არსებული განსხვავების გაგება. $\sigma_{\bar{X}}$ ფიქსირებული მნიშვნელობაა, რომელიც შეიძლება განისაზღვროს მაშინ, როდესაც ცნობილია σ; თუმცა, რადგან ჩვენთვის იშვიათად არის σ ცნობილი, ამიტომ, ჩვეულებრივ, $\sigma_{\bar{X}}$-ის შეფასება $s_{\bar{X}}$-ით ხდება. ვინაიდან $s_{\bar{X}}$ შერჩევის s-ის მნიშვნელობას ეყრდნობა, სხვადასხვა შერჩევაში მისი მნიშვნელობა სხვადასხვა იქნება. ერთი და იმავე პოპულაციიდან აღებული სხვადასხვა შემთხვევითი შერჩევა სხვადასხვა სტანდარტულ გადახრას მოგვცემს სხვადასხვა შერჩევაში ქულათა შემთხვევითი განსხვავების გამო. მიუხედავად ამისა, $\sigma_{\bar{X}}$-ის შეფასების ერთადერთ საფუძველს შერჩევის ქულები წარმოადგენენ.

ფაქტორები, რომლებიც გავლენას ახდენენ $s_{\bar{X}}$-ის მნიშვნელობაზე

$s_{\bar{X}}$-ის ფორმულა $s/\sqrt{N}$ გვიჩვენებს, თუ როგორ უკავშირდება შერჩევით განაწილებაში შერჩევათა საშუალოების ცვალებადობა (1) პოპულაციაში შემავალი ქულების ცვალებადობას და (2) შერჩევის მოცულობას. რაც უფრო ცვალებადია პოპულაციის ქულები, მით მეტი იქნება შერჩეის ქულათა s; ამასთან, s-ის გაზრდასთან ერთად $s_{\bar{X}}$-იც იზრდება; თუმცა, შერჩეის მოცულობის (N) გაზრდით $s_{\bar{X}}$-ის ფორმულის მნიშვნელიც იზრდება, რაც, თავის მხრივ, სტანდარტული შეცდომის შემცირებას განაპირობებს. ამრიგად, ქულათა მცირე ცვალებადობის მქონე პოპულაციიდან აღებული დიდი მოცულობის შემთხვევითი შერჩეების პირობებში მცირე $s_{\bar{X}}$-ის მიღებას უნდა მოველოდეთ. მიუხედავად იმისა, რომ მკვლევარს შეუძლია შერჩევის მოცულობის კონტროლი, ხშირად პრაქტიკულად შეუძლებელია პოპულაციის ქულების ცვალებადობის შემცირება. ამრიგად, ქცევათმეცნიერების წარმომადგენლები $s_{\bar{X}}$-ის მნიშვნელობის შესამცირებლად ხშირად დიდი ზომის შერჩევებს იყენებენ.

$s_{\bar{X}}$-ის გამოყენება

სტანდარტული შეცდომა საშუალოების შერჩევით განაწილებაში შერჩევის შეცდომის სიდიდის გასაზომად გამოიყენება. შესაბამისად, $s_{\bar{X}}$ შეიძლება გამოვიყენოთ იმის განსასაზღვრად, თუ რამდენად კარგად აფასებს შერჩევის მიღებული საშუალო პოპულაციის საშუალოს. რაც უფრო მცირეა $s_{\bar{X}}$, მით უფრო დარწმუნებულნი შეგვიძლია ვიყოთ, რომ $\overline{X}$ მნიშვნელოვნად არ განსხვავდება პოპულაციის საშუალოსგან. მე-8 თაში, $s_{\bar{X}}$-ის გამოყენებით, დეტალურად აღვწერთ $\overline{X}$-ით μ-ის შეფასების სიზუსტეს; ახლა კი, ქვემოთ განხილული საკითხების განხილეის გასაიოლებლად, დავუშვათ, რომ ჩვენთვის $\sigma_{\bar{X}}$ ცნობილია, თუმცა, უნდა გვახსოვდეს, რომ პრაქტიკაში $\sigma_{\bar{X}}$ არ არის ცნობილი და მის ნაცვლად $s_{\bar{X}}$ უნდა გამოვიყენოთ.

განაწილების ტიპების მიმოხილვა

ცხრილში N7-1 გაერთიანებულია აქამდე განხილული განაწილების ტიპები და მათი მახასიათებლების აღმნიშვნელი სიმბოლოები. განაწილება შეიძლება აიგოს ნედლი ქულებით ან პოპულაციიდან აღებული შერჩევების საშუალოებით.

- ნედლი ქულების განაწილება პოპულაციის ყველა წევრის გაზომვის შედეგად მიიღება. თუ ჩვენ გვაქვს პოპულაციის გაზომვის საშუალება, მაშინ შევძლებთ პოპულაციის საშუალოს (μ), სტანდარტული გადახრისა (σ) და დისპერსიის (σ^2) გამოთვლას.
- პოპულაციიდან აღებული შერჩევის ნედლი ქულების განაწილება შერჩევის საშუალოს – $\overline{X}$-ის, სტანდარტული გადახრის – *s*-ისა და დისპერსიის – s^2-ის გამოყენებით აღიწერება. ეს სტატისტიკური სიდიდეები იმ პოპულაციის შესაბამისი პარამეტრის აღსაწერად შეიძლება იქნეს გამოყენებული, რომლიდანაც ეს შერჩევაა აღებული.

ცხრილი N7.1.
განაწილების ტიპები და მათი მახასიათებლები

განაწილების ტიპი	მიიღება	საზომი		
		საშუალო	გადახრა	დისპერსია
ნედლი ქულები				
პოპულაცია	პოპულაციის ყველა წევრის გაზომვის შედეგად.	μ	σ	σ^2
შერჩევა	პოპულაციიდან აღებული შერჩევის გაზომვით.	$\overline{X}$	*s*	s^2
საშუალოს შერჩევითი განაწილება				
თეორიული	თეორიულად მათემატიკური განტოლებით.	$\mu_{\overline{X}}$	$\sigma_{\overline{X}}$	$\sigma^2_{\overline{X}}$
ემპირიული	ემპირიულად პოპულაციიდან შერჩევების აღებით.	$\overline{X}_{\overline{X}}$	$s_{\overline{X}}$	$s^2_{\overline{X}}$

- საშუალოების შერჩევითი განაწილება არის პოპულაციიდან აღებულ შერჩევათა საშუალოების განაწილება. შერჩევის მოცემული მოცულობის შემთხვევაში საშუალოების თეორიული შერჩევითი განაწილება მათემატიკური განტოლებით მიიღება. საშუალოების თეორიული შერჩევითი განაწილების საშუალო გამოიხატება $\mu_{\overline{X}}$-ით, რომელიც იმ პოპულაციის μ-ის ტოლია, რომლიდანაც შერჩევა იქნა აღებული. საშუალოების შერჩევითი განაწილების სტანდარტული გადახრა გამოიხატება $\sigma_{\overline{X}}$-ით, ხოლო დისპერსია – $\sigma^2_{\overline{X}}$-ით. როგორც წესი, μ-სა და $\sigma_{\overline{X}}$-ის შეფასება $\overline{X}$-ისა და $s_{\overline{X}}$-ის საფუძველზე ხდება.
- საშუალოების ემპირიული შერჩევითი განაწილება პოპულაციიდან შერჩევების რეალურად აღებითა და შემდეგ ამ შერჩევათა საშუალოების სიხშირეთა განაწილების აგებით მიიღება. ემპირიული შერჩევითი განაწილება, ძირითადად, გამოიყენება შერჩევითი განაწილების ცნების გაგების გასამარტივებლად. მათ, ჩვეულებრივ, არ იყენებენ რეალურ კვლევაში.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა VII.2

1. განმარტეთ: ცენტრალური ზღვარითი თეორემა, საშუალოს სტანდარტული შეცდომის შეფასება, $\mu_{\overline{X}}$, შერჩევითი განაწილება, საშუალოს შერჩევითი განაწილება, შერჩევის შეცდომა, $\sigma_{\overline{X}}$, საშუალოს სტანდარტული შეცდომა.
2. არის თუ არა $S^2 = \sum\left(X - \overline{X}\right)^2 / N$ ფორმულით მიღებული S^2-ის მნიშვნელობა σ^2-ის ჩაუნაცვლებელი შეფასება? თუ არ არის, რატომ?
3. არის თუ არა $s^2 = \sum\left(X - \overline{X}\right)^2 / (N-1)$ ფორმულით მიღებული s^2-ის მნიშვნელობა σ^2-ის ჩაუნაცვლებელი შეფასება? თუ არ არის, რატომ?
4. არის თუ არა $s = \sqrt{\sum\left(X - \overline{X}\right)^2 / (N-1)}$ ფორმულით მიღებული s-ის მნიშვნელობა σ-ის ჩაუნაცვლებელი შეფასება? თუ არ არის, რატომ?
5. რა განსხვავებაა საშუალოს ემპირიულ და თეორიულ შერჩევით განაწილებებს შორის?
6. ჩამოაყალიბეთ ცენტრალური ზღვარითი თეორემა.
7. დავუშვათ, ინტელექტის ტესტში მიღებული ქულების პოპულაციიდან, რომლის μ = 100 და σ = 15, თქვენ 100 შემთხვევითი შერჩეის აღებას აპირებთ, რომელთა მოცულობა N = 25.
   ა) შერჩევათა საშუალოების რა ნაწილი იქნება მოთავსებული 97-სა და 103-ს შორის?
   ბ) შერჩევათა საშუალოების რა წილი იქნება 103-ზე მეტი?
   გ) შერჩევათა საშუალოების რა წილი იქნება 103-ზე ნაკლები?
   დ) შერჩევათა საშუალოების რა წილი იქნება 105-ზე მეტი?
   ე) შერჩევათა საშუალოების რა წილი იქნება მოთავსებული 100-სა და 105-ს შორის?
8. დავუშვათ, გაქვთ ქულათა შერჩევა, რომელიც მონიტორზე მოძრაი ობიექტისთვის კურსორის მიდევნების შეფასების შედეგად მიიღეთ; თქვენ აფიქსირებდით ცდის პირის მიერ სამიზნე ობიექტზე კურსორის შეჩერების დროს. ამ ქულების განაწილების s = 18.0 წამს.
   ა) გამოთვალეთ $s_{\overline{X}}$-ის მნიშვნელობა, თუ შერჩევის მოცულობაა 4.
   ბ) გამოთვალეთ $s_{\overline{X}}$-ის მნიშვნელობა, თუ შერჩევის მოცულობაა 9.
   გ) გამოთვალეთ $s_{\overline{X}}$-ის მნიშვნელობა, თუ შერჩევის მოცულობაა 36.
   დ) $s_{\overline{X}}$-ის მნიშვნელობასა და შერჩევის მოცულობას შორის არსებულ რა დამოკიდებულებასთან გვაქვს საქმე?
9. დავუშვათ, წინა კითხვაში აღწერილ ამოცანაში მიღებულ ქულათა სამი განსხვავებული შერჩევა გაქვთ. მათთვის s-ის მნიშვნელობებია 10, 15 და 20, შესაბამისად. შერჩევის მოცულობაა 25 (N =25).
   ა) თითოეული შერჩევისთვის გამოთვალეთ $s_{\overline{X}}$-ის მნიშვნელობა.
   ბ) ქულათა ცვალებადობასა და $s_{\overline{X}}$-ის მნიშვნელობას შორის არსებულ რა დამოკიდებულებასთან გვაქვს საქმე?
10. ქულათა ორი სხვადასხვა – A_1 და A_2 – პოპულაციიდან ერთნაირი მოცულობის ორი შერჩევის აღებას აპირებთ. A_1 პოპულაციის σ = 17.0 და A_2 პოპულაციის σ = 30.0. როგორ ფიქრობთ, რომელი პოპულაციიდან აღებული შერჩევის $s_{\overline{X}}$-ის მნიშვნელობა იქნება მეტი? ახსენით თქვენი პასუხი.

პოპულაციის საშუალოს ინტერვალური შეფასება

შერჩევის საშუალო μ-ის ჩაუნაცვლებელი და ძალმოსილი შეფასებაა. თუ ჩვენ იმ პოპულაციის საშუალოს ეაფასებთ, საიდანაც შერჩევა იქნა აღებული, შეფასების საუკეთესო წერტილოვანი შეფასება $\overline{X}$ იქნება; მაგრამ, როგორც უკვე აღვნიშნეთ, წერტილოვან შეფასებას თან ახლავს შეცდომა; μ-ის მნიშვნელობა არ იქნება $\overline{X}$-ის მნიშვნელობის ტოლი. შეფასების სიზუსტეში რომ უფრო მეტად ვიყოთ დარწმუნებულნი, ჩვენ შეგვიძლია, შევაფასოთ არა მარტო μ-ის წერტილოვანი მნიშვნელობა, არამედ ავაგოთ **ნდობის ინტერვალიც**, რომელშიც შევა μ-ის მოსალოდნელი მნიშვნელობები. მაგალითად, გამოცდებთან

ნდობის ინტერვალი (Confidence interval) – ქულის მნიშვნელობათა დიაპაზონი, რომელიც, სავარაუდოდ, მოიცავს μ-ის მნიშვნელობას ნდობის გარკვეულ დონეზე.

დაკავშირებული შფოთვის კითხვარის ქულების პოპულაციის საშუალოს ზუსტად 41.64-ქულით შეფასების ნაცვლად, მკვლევარმა ის შეიძლება μ-ის შემცველი, 39.94-დან 43.34-მდე ინტერვალით შეაფასოს. ნდობის დონე ანუ ალბათობის სიდიდე შეიძლება თან ახლდეს ამ შეფასებას; მაგალითად, მკვლევარს შეუძლია 95%-ით დარწმუნებული იყოს, რომ ეს ინტერვალი მოიცავს μ-ს. ინტერვალის ქვედა (მაგალითად, 39.9) და ზედა (მაგალითად, 43.3) ქულებს **ნდობის საზღვრები** ეწოდებათ. ახლა ვნახოთ, როგორ აიგება ასეთი ინტერვალები და რას ნიშნავს, როდესაც ვამბობთ, რომ ექსპერიმენტატორი 95%-ით დარწმუნებულია, რომ ინტერვალი მოიცავს μ-ის მნიშვნელობას.

ნდობის საზღვრები (Confidence limits) – ნდობის ინტერვალის შემომსაზღვრელი ქვედა და ზედა ქულები.

ნდობის ინტერვალის აგება

დავუბრუნდეთ სურათს N7.3, რომელზეც მოცემულია საშუალოს შერჩევითი თეორიული განაწილება. გავიხსენოთ, რომ ამ შერჩევითი განაწილების სტანდარტული გადახრაა $\sigma_{\overline{X}}$ და რომ ის ნორმალური განაწილებაა. ამ ცოდნაზე დაყრდნობით ზემოთ ვნახეთ, რომ $\mu_{\overline{X}} - 1\sigma_{\overline{X}}$-დან $\mu_{\overline{X}} + 1\sigma_{\overline{X}}$-მდე ინტერვალი მოიცავს ამ პოპულაციიდან აღებულ შერჩევათა საშუალოების .6826 ნაწილს. დავუშვათ, ახლა ვსვამთ კითხვას: თუ ჩვენ ავიღებთ ერთ შერჩევას და მისთვის $\overline{X}$-ს გამოვთვლით, რას უდრის ალბათობა იმისა, რომ $\overline{X}$ მოხვდება $\mu_{\overline{X}} - 1\sigma_{\overline{X}}$-დან $\mu_{\overline{X}} + 1\sigma_{\overline{X}}$-მდე ინტერვალში? პასუხია .6826 ანუ .6826-ისთვის შერჩევათა საშუალოების მნიშვნელობები მოთავსებულია $\mu_{\overline{X}} - 1\sigma_{\overline{X}}$-სა და $\mu_{\overline{X}} + 1\sigma_{\overline{X}}$-ს შორის. შესაბამისად, თუ ჩვენ ავიღებთ შერჩევას, ალბათობა იმისა, რომ მისი საშუალო მოხვდება $\mu_{\overline{X}} - 1\sigma_{\overline{X}}$-სა და $\mu_{\overline{X}} + 1\sigma_{\overline{X}}$-ს შორის, .6826-ის ტოლია. ყურადღება მიაქციეთ, რომ კითხვაზე პასუხის გასაცემად ჩვენ ინტერვალი $\mu_{\overline{X}}$-ის ირგვლივ (ანუ μ-ის ირგვლივ, რადგან $\mu_{\overline{X}} = \mu$) ავაგეთ და გამოვიყენეთ $\sigma_{\overline{X}}$-ის მნიშვნელობა, შემდეგ კი ნორმალური განაწილების თვისებებით ვისარგებლეთ; მაგრამ შემთხვევათა უმრავლესობაში μ უცნობია და ამიტომ მას $\overline{X}$-ით ვაფასებთ. დავუშვათ, μ-ს ირგვლივ ინტერვალის ასაგებად იგივე პროცედურა გამოვიყენეთ, მაგრამ μ-ის შესაფასებლად $\overline{X}$-ს მივმართეთ. ამრიგად, მივიღეთ $\overline{X} - 1\sigma_{\overline{X}}$-სა და $\overline{X} + 1\sigma_{\overline{X}}$-ს შორის ინტერვალი. ახლა უკვე აღარ ვსვამთ კითხვას: შედის თუ არა $\overline{X}$-ის მნიშვნელობა ამ ინტერვალში? ჩვენ უკვე ვიცით $\overline{X}$. ამჯერად კითხვა ასეთია: მოიცავს თუ არა ეს ინტერვალი μ-ს? ამ კითხვაზე პასუხის გაცემა ალბათობის ტერმინებითაც შეგვიძლია. თუ ალბათობა იმისა, რომ $\mu_{\overline{X}} - 1\sigma_{\overline{X}}$-დან $\mu_{\overline{X}} + 1\sigma_{\overline{X}}$-მდე ინტერვალი მოიცავს $\overline{X}$-ს, არის .6826, მაშინ მართებულია ისიც, რომ ალბათობა იმისა, რომ $\overline{X} - 1\sigma_{\overline{X}}$-დან $\overline{X} + 1\sigma_{\overline{X}}$-მდე ინტერვალი მოიცავდეს μ-ს, არის .6826.

$\overline{X} - 1\sigma_{\overline{X}}$-დან $\overline{X} + 1\sigma_{\overline{X}}$-მდე ინტერვალი არის 68%-იანი ნდობის ინტერვალი (.6826 დავამრგვალეთ და პროცენტის მისაღებად 100-ზე გავამრავლეთ). ამ ინტერვალის საზღვრები ანუ უკიდურესი მნიშვნელობები ნდობის საზღვრებს წარმოადგენენ. ჩვენ ამ ინტერვალის ინტერპრეტირება შემდეგნაირად შეგვიძლია: თუ ჩვენ მრავალჯერ ავიღებთ შერჩევებს, თითოეული მათგანისთვის გამოვთვლით საშუალოს და შემდეგ თითოეული $\overline{X}$-სთვის ავაგებთ $\overline{X} - 1\sigma_{\overline{X}}$-დან $\overline{X} + 1\sigma_{\overline{X}}$-მდე ინტერვალს, მაშინ ამ ინტერვალთა 68%-ში შევა μ-ის მნიშვნელობა. ყურადღება მიაქციეთ, რომ ვინაიდან μ პოპულაციის პარამეტრია და ამიტომ კონკრეტული მნიშვნელობა აქვს, ის ან შედის ინტერვალში, ან არა.

განვიხილოთ ამ მსჯელობის რიცხვითი მაგალითი.

დავუშვათ, ჩვენ გვაქვს პოპულაცია, რომლის $\mu = 40$ და $\sigma = 10$. ამ პოპულაციიდანავიღეთშერჩევა,რომლისმოცულობაა25(N=25)დაგამოვთვალეთ $\overline{X} = 41.5$. შემდეგ გამოვთვალოთ $\sigma_{\overline{X}} = \sigma / \sqrt{N} = 10/\sqrt{25} = 2.0$. μ-სთვის 68%-იანი ნდობის ინტერვალი მივიღეთ $\overline{X} - 1\sigma_{\overline{X}}$-დან $\overline{X} + 1\sigma_{\overline{X}}$-მდე ინტერვალის პოვნით. რიცხვითი მნიშვნელობების $\overline{X} = 41.5$. და $\sigma_{\overline{X}} = 2$ შეტანის შემდეგ მივიღებთ ნდობის ინტერვალს 39.5-დან (ანუ $\overline{X} - 1\sigma_{\overline{X}} = 41.5 - 2 = 39.5$) 43.5-მდე (ანუ $\overline{X} + 1\sigma_{\overline{X}} = 41.5 + 2 = 43.5$). ჩვენ შეგვიძლია 68%-ით დარწმუნებულნი ვიყოთ, რომ ეს ინტერვალი შეიცავს μ-ს მნიშვნელობას და ამ შემთხვევაში ეს ასეა. ახლა დავუშვათ, რომ $\overline{X}$ 41.5-ის ნაცვლად 44.0-ის ტოლია, მაშინ 68%-იანი ნდობის ინტერვალი იქნება 42.0-დან (ანუ $\overline{X} - 1\sigma_{\overline{X}} = 44.0 - 2 = 42.0$) 46.0-მდე (ანუ $\overline{X} + 1\sigma_{\overline{X}} = 44.0 + 2 = 46.0$). ახლაც შეგვიძლია 68%-ით დარწმუნებულნი ვიყოთ, რომ ეს ინტერვალი შეიცავს μ-ს, მაგრამ ამ შემთხვევაში ინტერვალი არ შეიცავს $\mu = 40$-ს. ცხადია, რომ პრაქტიკაში ზუსტად არ ვიცით, შეიცავს ნდობის ინტერვალი μ-ს თუ არა, ვინაიდან ჩვენ არ ვიცით μ-ის მნიშვნელობა. ჩვენთვის μ რომ ცნობილი ყოფილიყო, აღარ დაგვჭირდებოდა მისი მნიშვნელობის შეფასება. ჩვენ მხოლოდ გარკვეული დონით შეგვიძლია ვიყოთ დარწმუნებულნი, რომ ინტერვალი შეიცავს μ-ს მნიშვნელობას.

კვლევაში, როგორც წესი, 95%-იანი ან 99%-იანი (და არა 68%-იანი) ნდობის ინტერვალები გამოიყენება. ამ ინტერვალების საზღვრები სტანდარტული ნორმალური განაწილების (რომლის $\mu = 0$ და $\sigma = 1$) თვისებების გამოყენებით დგინდება. ა-1 ცხრილში ვნახულობთ, რომ $z = -1.96$-დან 0-მდე ინტერვალი შეიცავს z-ის მნიშვნელობათა .4750-ს და $z = 0$-დან $z = +1.96$-მდე ინტერვალი, ასევე, შეიცავს z-ის მნიშვნელობათა .4750-ს. ამრიგად, $z = -1.96$-დან $z = +1.96$-მდე ინტერვალში მოთავსებული იქნება z-ის მნიშვნელობათა .95 (ანუ .4750+.4750=.95). შესაბამისად, პოპულაციისთვის 95%-იანი ნდობის ინტერვალი იქნება

$$\overline{X} - 1.96\sigma_{\overline{X}} \text{-დან } \overline{X} + 1.96\sigma_{\overline{X}} \text{-მდე}.$$

99%-იანი ნდობის ინტერვალისთვის ვნახავთ, რომ $z = -2.58$-დან 0-მდე ინტერვალი შეიცავს z-ის მნიშვნელობათა .4951-ს და $z = 0$-დან $z = +2.58$-მდე ინტერვალი, ასევე, შეიცავს z-ის მნიშვნელობათა .4951-ს. ამრიგად, $z = -2.58$-დან $z = +2.58$-მდე ინტერვალში მოთავსებული იქნება z-ის მნიშვნელობათა .99 (ანუ .4951+.4951=.9902 ანუ .99). შესაბამისად, პოპულაციისთვის 99%-იანი ნდობის ინტერვალი იქნება

$$\overline{X} - 2.58\sigma_{\overline{X}} \text{-დან } \overline{X} + 2.58\sigma_{\overline{X}} \text{-მდე}.$$

მაგალითში, სადაც $\overline{X} = 41.5$ და $\sigma_{\overline{X}} = 2$, 95%-იანი ნდობის ინტერვალი იქნება:

41.5 -1.96 (2)-დან 41.5 + 1.96(2)-მდე,

რაც უდრის

41.5 -3.92-დან 41.5 + 3.92-მდე ანუ 37.8-დან 45.4-მდე.

99%-იანი ნდობის ინტერვალი იქნება:

41.5 -2.58 (2)-დან 41.5 + 2.58(2)-მდე

რაც უდრის

41.5 -5.16-დან 41.5 + 5.16-მდე ანუ 36.3-დან 46.7-მდე.

ამ მსჯელობის ერთმა ასპექტმა შეიძლება დაგაბნიოთ. ჩვენ იმიტომ

ვაფასებთ პოპულაციის პარამეტრს μ-ს, რომ არ შეგვიძლია ამ პარამეტრის მნიშვნელობის მისაღებად მთელი პოპულაციის გაზომვა; თუმცა, ნდობის ინტერვალების აგებისას $\sigma_{\bar{X}}$-ის გამოსათვლელად ვიყენებთ მეორე პარამეტრს σ-ს. საიდან უნდა ვიცოდეთ σ-ის მნიშვნელობა, თუ არ ვიცით μ? პასუხია: არ უნდა ვიცოდეთ. $\sigma_{\bar{X}}$ უნდა შევაფასოთ $s_{\bar{X}}$-ით. ჩვენ ინტერვალური შეფასების ახსნის გასამარტივებლად დავუშვით, რომ ვიცით $\sigma_{\bar{X}}$, მაგრამ პრაქტიკაში ნდობის საზღვრების დასადგენად $s_{\bar{X}}$ უფრო გამოიყენება, ვიდრე $\sigma_{\bar{X}}$. $s_{\bar{X}}$-ის გამოყენების შემთხვევაში ნდობის ინტერვალები ოდნავ დიდია, ვიდრე $\sigma_{\bar{X}}$-ის გამოყენებისას, თუმცა, ინტერვალური შეფასების ცნება არ იცვლება განურჩეველად იმისა, $\sigma_{\bar{X}}$-ს ვიყენებთ თუ $s_{\bar{X}}$-ს. ნდობის ინტერვალების აგებისას $s_{\bar{X}}$-ის გამოყენებაზე მე-8 თავში ვისაუბრებთ.

მაგალითი N7.2

ნდობის ინტერვალის აგება, როდესაც $\sigma_{\bar{X}}$ ცნობილია

ამოცანა

პოპულაციიდან, რომლის σ = 13.0 ავიღეთ 30-ქულიანი შერჩევა. შერჩევის საშუალოა 71.0. μ-სთვის იპოვეთ 95%-იანი ნდობის ინტერვალი.

ამოხსნა

ვპოულობთ $\sigma_{\bar{X}}$-ს და ა-1 ცხრილში ვეძებთ *z*-ის მნიშვნელობას, რომელიც განსაზღვრავს სტანდარტული ნორმალური განაწილების ფართობის 95%-ის შემცველ ინტერვალს.

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} = \frac{13.0}{\sqrt{30}} = \frac{13.0}{5.477} = 2.37.$$

ა-1 ცხრილში ვნახულობთ, რომ სტანდარტულ ნორმალურ განაწილებაში $z = -1.96$-დან $z = +1.96$-მდე ინტერვალი შეიცავს განაწილების ფართობის 95%-ს. ამრიგად, μ-სთვის 95%-იანი ნდობის ინტერვალია

$$\bar{X} - 1.96\sigma_{\bar{X}} \text{-დან } \bar{X} + 1.96\sigma_{\bar{X}} \text{-მდე.}$$

$\bar{X}$-ისა და $\sigma_{\bar{X}}$-ის რიცხვითი მნიშვნელობების ჩასმის შედეგად მივიღებთ ინტერვალს

$$71.0 - 1.96(2.37) \text{-დან } 71.0 + 1.96(2.37) \text{-მდე}$$

ანუ

$$71.0 - 4.65 \text{-დან } 71.0 + 4.65 \text{-მდე,}$$

რაც 66.35-დან 75.65-მდე ინტერვალის ტოლია. μ-სთვის 95%-იანი ნდობის ინტერვალია 66.35-დან 75.65-მდე.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა VII.3

1. განმარტეთ: ნდობის ინტერვალი, ნდობის საზღვრები, ინტერვალური შეფასება.

2. პოპულაციიდან, რომლის σ=10.0 აიღეთ 25-ქულიანი შერჩევა. $\bar{X}$-ის მნიშვნელობაა 73.0.
   ა) იპოვეთ μ-ს ნერტილოვანი შეფასება.
   ბ) ააგეთ 95%-იანი ნდობის ინტერვალი μ-სთვის.
   გ) ააგეთ 99%-იანი ნდობის ინტერვალი μ-სთვის.
   (დ), (ე) და (ვ) კითხვებისთვის დავუშვათ, რომ შერჩევის მოცულობა (25-ის ნაცვლად) იყო 100 (*N* = 100).
   დ) იპოვეთ μ-ს წერტილოვანი შეფასება.

ე) ააგეთ 95%-იანი ნდობის ინტერვალი μ-ისთვის.
ვ) ააგეთ 99%-იანი ნდობის ინტერვალი μ-ისთვის.
ზ) $N = 100$-ზე დაფუძნებული ნდობის ინტერვალი უფრო მცირეა, ვიდრე – $N = 25$-ზე დაფუძნებული ნდობის ინტერვალი. ახსენით, რა განაპირობებს ამ განსხვავებას.

შეჯამება

- სტატისტიკური დასკვნა არის პოპულაციის უცნობი პარამეტრების შეფასება შერჩევის ცნობილ სტატისტიკებზე დაყრდნობით.
- $\overline{X}$ არის μ-ს ჩაუნაცვლებელი და ძალმოსილი შეფასება.
- ზუსტი შეფასების უზრუნველსაყოფად შერჩევა იმ პოპულაციის რეპრეზენტაციული უნდა იყოს, საიდანაც ის იქნა აღებული. რეპრეზენტაციულობას განაპირობებს შერჩევის აღების მეთოდი.
- s^2 არის σ^2-ის ჩაუნაცვლებელი და ძალმოსილი შეფასება.
- s გამოიყენება σ-ის შესაფასებლად, მიუხედავად იმისა, რომ ის სულ ბოლომდე ვერ აფასებს მას.
- საშუალოს შერჩევითი განაწილება მოცემული მოცულობის შერჩევების საშუალოების თეორიული განაწილებაა.
- საშუალოს სტანდარტული შეცდომა არის საშუალოს შვრჩევითი განაწილების სტანდარტული გადახრა.
- $\sigma_{\overline{X}}$ გამოითვლება ფორმულით $\sigma_{\overline{X}} / \sqrt{N}$. უმრავლეს შემთხვევაში ის ფასდება ფორმულით $s_{\overline{X}} = s / \sqrt{N}$.
- შერჩევის მოცულობის ზრდასთან ერთად საშუალოს შერჩევითი განაწილება წორმალურ განაწილებას უახლოვდება. ამრიგად, $\sigma_{\overline{X}}$ შეიძლება გამოყენებულ იქნეს $\overline{X}$-ზე დაყრდნობით μ-ს შეფასების ნდობის ინტერვალების დასადგენად.
- ნდობის ინტერვალი არის მონაცემთა დიაპაზონი, რომელიც, სავარაუდოდ, მოიცავს μ-ს მნიშვნელობას წდობის გარკვეულ დონეზე. ნდობის ინტერვალის შემომსაზღვრელი ქვედა და ზედა ქულებს ნდობის საზღვრები ეწოდებათ.

ძირითადი ტერმინები და სიმბოლოები

დისპერსია
მარტივი შეთხვევითი შერჩევა
ნდობის ინტერვალი
წდობის საზღვრები
საშუალოს სტანდარტული შეცდომა
საშუალოს შერჩევითი განაწილება
სტატისტიკური დასკვნა

შერჩევის შეცდომა $\sigma_{\overline{X}}$
ჩაუნაცვლებელი შეფასება σ^2
ცენტრალური ზღვარითი თეორემა $s_{\overline{X}}$
ძალმოსილი შეფასება s
ინტერვალური შეფასება s^2
წერტილოვანი შეფასება $\overline{X}$
$\mu_{\overline{X}}$ $\overline{X}_{\overline{X}}$

თავის დამატება: ძირითადი სიმბოლოები და ფორმულები

მე-4-დან მე-7 თავის ჩათვლით მთელი რიგი მნიშვნელოვანი სტატისტიკური სიმბოლოები და ფორმულები წარმოგიდგინეთ. აღნიშნული მასალის გაგებისა და დასწავლის გასამარტივებლად მას ცხრილის სახით გთავაზობთ.

სიმბოლო	ფორმულა	განმარტება
N		შერჩევაში შემავალ ქულათა რაოდენობა ანუ შერჩევის მოცულობა.
$N_{\text{პოპულაცია}}$		პოპულაციაში შემავალ ქულათა რაოდენობა ანუ პოპულაციის მოცულობა.
X_i ან X		შერჩევის ან პოპულაციის ცალკეული ქულა.
$\overline{X}$	$\frac{\sum X}{N}$	შერჩევის საშუალო. X აღნიშნავს შერჩევაში შემავალ ცალკეულ ქულას.
μ	$\frac{\sum X}{N_{\text{პოპულაცია}}}$	პოპულაციის საშუალო. X აღნიშნავს პოპულაციაში შემავალ ცალკეულ ქულას.
S^2	$\frac{\sum (X-\overline{X})^2}{N}$	შერჩევის დისპერსია. ეს დისპერსია არ არის პოპულაციის დისპერსიის ჩაუნაცვლებელი შეფასება.
S	$\sqrt{\frac{\sum (X-\overline{X})^2}{N}}$	შერჩევის სტანდარტული გადახრა. ეს სტანდარტული გადახრა შერჩევის აღწერითი სტატისტიკაა, მაგრამ ის არ გამოიყენება პოპულაციის სტანდარტული გადახრის შეფასებისთვის.
s^2	$\frac{\sum (X-\overline{X})^2}{N-1}$	პოპულაციის დისპერსიის შეფასება. ეს დისპერსია პოპულაციის დისპერსიის ჩაუნაცვლებელი შეფასებაა.
s	$\sqrt{\frac{\sum (X-\overline{X})^2}{N-1}}$	პოპულაციის სტანდარტული გადახრის შეფასება. სტანდარტული გადახრის ეს ფორმულა ყველაზე ხშირად გამოიყენება სტანდარტული გადახრის გამოსათვლელად. თუ განსაკუთრებულად არ არის აღნიშნული, სახელმძღვანელოს ტექსტში სწორედ ეს სტანდარტული გადახრაა გამოყენებული.
SS	$\sum (X-\overline{X})$	კვადრატების ჯამი.
σ^2	$\frac{\sum (X-\mu)^2}{N_{\text{პოპულაცია}}}$	პოპულაციის დისპერსია. X აღნიშნავს პოპულაციაში შემავალ ცალკეულ ქულას.
σ	$\sqrt{\frac{\sum (X-\mu)^2}{N_{\text{პოპულაცია}}}}$	პოპულაციის სტანდარტული გადახრა. X აღნიშნავს პოპულაციაში შემავალ ცალკეულ ქულას.
$\mu_{\overline{X}}$		საშუალოს შერჩევითი თეორიული განაწილების საშუალო. ეს საშუალო პოპულაციის საშუალოს (μ) ტოლია.
$\overline{X}_{\overline{X}}$		საშუალოს შერჩევითი ემპირიული განაწილების საშუალო.
$\sigma_{\overline{X}}$	$\frac{\sigma}{\sqrt{N}}$	N მოცულობის შერჩევის საშუალოს სტანდარტული შეცდომა. საშუალოს სტანდარტული შეცდომა არის საშუალოს შერჩევითი განაწილების სტანდარტული გადახრა.
$s_{\overline{X}}$	$\frac{s}{\sqrt{N}}$	N მოცულობის შერჩევის საშუალოს სტანდარტული შეცდომის შეფასება.

z	$\frac{X-\mu}{\sigma}$	სტანდარტული ნორმალური გადახრა. ამ ფორმულით ხდება ნორმალურად განაწილებული ნებდლი ქულების გადაყვანა სტანდარტული ნორმალური განაწილების z ქულებში.
z	$\frac{X-\overline{X}}{S}$	სტანდარტული ქულა. ამ ფორმულით ხდება ნებდლი ქულის გადაყვანა z ქულაში, რომლითაც აღინერება, შერჩევის საშუალოდან რამდენად ზემოთ ან ქვემოთ იმყოფება ნებდლი ქულა. ამ ფორმულით მიღებულ z ქულებს ვერ გამოვიყენთ ცხრილში NA-1 მოცემულ სტანდარტულ ნორმალურ განანილებასთან.
z	$\frac{\overline{X}-\mu}{\sigma_{\overline{X}}}$	ამ ფორმულით ხდება შერჩევის საშუალოს გადაყვანა სტანდარტული ნორმალური განანილების z ქულაში. ამ ფორმულით მიღებული $z_{\text{რეალური}}$ მნიშვნელობა შეიძლება გამოყენებულ იქნეს ცხრილში NA-1 მოცემულ სტანდარტულ ნორმალურ განანილებასთან.

კითხვები

1. რომელი სტატისტიკაა რომელი პარამეტრის შეფასება?

	სტატისტიკა	პარამეტრი
ა)	s	μ
ბ)	$\overline{X}$	$\sigma_{\overline{X}}$
გ)	s^2	σ
დ)	$s_{\overline{X}}$	σ^2

2. μ საშუალოს მქონე პოპულაციიდან აიღეთ ორი შერჩევა. პირველი შერჩევის მოცულობა $N = 10$, მეორე შერჩევის მოცულობა $N = 24$. როგორ ფიქრობთ, რომელი შერჩევის საშუალო იქნება μ-სთან უფრო ახლოს? რატომ?

3. არჩევნების შედეგების პროგნოზირების მიზნით მკვლევარი ქალაქში გამოკითხვას ატარებს. მან იცის, რომ ქალაქის ამომრჩეველთა პოპულაციის 34% შეადგენს რეგისტრირებულ დემოკრატს, 29% – რეგისტრირებულ რესპუბლიკელს, ხოლო 37%-ს არა აქვს პოლიტიკური მიკუთვნებულობა. შერჩევის რომელი ტიპი (მარტივი თუ სტრატიფიცირებული შემთხვევითი შერჩევა) უზრუნველყოფს ამომრჩეველთა უფრო მეტად რეპრეზენტაციულ შერჩევას? რატომ?

4. XXI საუკუნის მეცნიერებს გლობალური დათბობისა და ამ მოვლენაში ადამიანის ქცევის შესაძლო წვლილის საკითხები აინტერესებთ; თუმცა, რამდენად საინტერესოა ეს თემები ჩვეულებრივი საშუალო ადამიანისთვის? ჩვენთვის უკვე ცნობილი ინტერნეტ-გამოკითხვის გვერდზე განთავსდა შეკითხვა იმის შესახებ, თუ რამდენად აინტერესებთ გვერდის დამთვალიერებლებს გლობალური დათბობის თემა. დაახლოებით 25,000 ადამიანმა უპასუხა დასმულ შეკითხვას და მათგან 56%-მა აღნიშნა, რომ აინტერესებს, დანარჩენმა რესპონდენტებმა კი მიუთითეს, რომ მათთვის ეს თემა უინტერესოა. ყოველდღიურად, სულ მცირე ასობით ათასი ადამიანი ათვალიერებს ამ ვებგვერდს. რა დასკვნის გაკეთება შეგიძლიათ ამ გამოკითხვის მიხედვით იმის შესახებ, თუ რამდენად აინტერესებთ ადამიანებს გლობალური დათბობის პრობლემა? ახსენით თქვენი პასუხი.

5. კოლეჯში მწეველების პოპულაციაში ყოველდღიურად მოწეული სიგარეტის რაოდენობის შესაფასებლად თქვენ შემთხვევით შეარჩიეთ 16 სტუდენტი იმ სტუდენტებიდან, ვინც საკუთარ თავს მწეველად მიიჩნევს. თქვენ ნახეთ, რომ ამ ჯგუფის შერჩევის საშუალოა 9.0 სიგარეტი დღეში.
   ა) განსაზღვრეთ პოპულაციის საშუალოს წერტილოვანი შეფასება.
   ბ) დავუშვათ, რომ $\sigma = 3.1$ სიგარეტი დღეში. იპოვეთ საშუალოს 95%-იანი ნდობის ინტერვალი.

6. დავუშვათ, რომ კოლეჯის სტუდენტების პოპულაციაში საშუალო ძილის ხანგრძლივობაა 7.1 სთ, ხოლო $\sigma = 1.2$ სთ. თქვენ შემთხვევით აირჩიეთ 16 სტუდენტი და განსაზღვრეთ ამ შერჩევის ძილის საშუალო ხანგრძლივობა (საათებში).

ა) რა იქნება $N = 16$ მოცულობის შერჩევის საშუალოს სტანდარტული შეცდომა?
ბ) რას უდრის ალბათობა იმისა, რომ თქვენი შერჩევის საშუალო 8.0 სთ-ის ტოლი ან მასზე მეტი იყოს?
გ) რას უდრის ალბათობა იმისა, რომ თქვენი შერჩევის საშუალო 6.8 სთ-ის ტოლი ან მასზე ნაკლები იყოს?
დ) რას უდრის ალბათობა იმისა, რომ თქვენი შერჩევის საშუალო მოთავსებული იყოს 6.5-სა და 7.7 სთ-ს შორის?

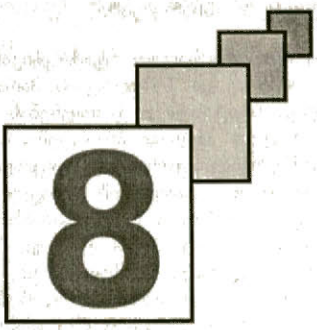
7. რა განსხვავებაა s-სა და $s_{\bar{X}}$-ს შორის?

8. ცუკერმანმა (Zuckerman, 1979) შეგძნებების ძიების გასაზომი სკალა შექმნა. შეგრძნებების ძიების მაღალი მაჩვენებლის მქონე ადამიანებს მალე ბეზრდებათ დაწყებული აქტივობები და ძალიან ესაჭიროებათ ახალ და ზოგჯერ რისკიან საქმიანობებში ჩართვა. სკალაზე ქულები 10-დან 40-მდე მერყეობს. მაღალი ქულა გვიჩვენებს შეგრძნებების ძიების მაღალ ხარისხს. დავუშვათ, კოლეჯის ათლეტი სტუდენტების პოპულაციის საშუალოა 23.0, ხოლო $\sigma = 4.0$. თქვენ ამ სკალაზე კოლეჯის ათლეტი სტუდენტების ხუთი (ა, ბ, გ, დ და ე) შერჩევა გაზომეთ. შერჩევები სხვადასხვა მოცულობის იყო, როგორც ქვემოთ არის მოცემული:

შერჩევა	N
ა	4
ბ	9
გ	16
დ	25
ე	100

თითოეული შერჩევისთვის

ა) გამოთვალეთ $\sigma_{\bar{X}}$.
ბ) იპოვეთ ალბათობა იმისა, რომ თქვენი შერჩევის საშუალო 25-ის ტოლი ან მასზე მეტი იქნება.
გ) $\sigma_{\bar{X}}$-ისა და N-ის რა კავშირის ილუსტრაციაა ეს მაგალითი.
დ) თითოეული შერჩევისთვის იპოვეთ ალბათობა იმისა, რომ თქვენი შერჩევის საშუალო მოთავსებული იქნება 23-სა და 25-ს შორის.



სტატისტიკური ჰიპოთეზების შემოწმების შესავალი: z კრიტერიუმი და ერთი შერჩევის t კრიტერიუმი

სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმება
- პარამეტრული და არაპარამეტრული კრიტერიუმები
- სტატისტიკური ჰიპოთეზები
- კრიტერიუმის სტატისტიკა: z
- მნიშვნელოვნობის დონეები: სტატისტიკური იშვიათობა
- სტატისტიკური ჰიპოთეზების შესახებ გადაწყვეტილების მიღება კრიტერიუმის სტატისტიკისა და მნიშვნელოვნობის დონის გამოყენებით
- სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმების ეტაპების შეჯამება

ერთი შერჩევის t კრიტერიუმი
- t-ს შერჩევითი განაწილება
- სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმება t საშუალებით ერთი შერჩევის შემთხვევაში

ერთი შერჩევის t კრიტერიუმის შედეგების პრეზენტაცია
მნიშვნელოვანი საკითხები სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმებაში
- რატომ არ ვიღებთ ნულოვან ჰიპოთეზას?
- I და II გვარის შეცდომები სტატისტიკური კრიტერიუმების გამოყენებისას
- სტატისტიკური და მეცნიერული მნიშვნელოვნობა

პოპულაციის საშუალოსათვის ნდობის ინტერვალების აგება t სტატისტიკის გამოყენებით

წინა თავებში განვიხილეთ სტატისტიკის გამოყენება მონაცემთა ორგანიზების, აღწერის მიზნით და პოპულაციის პარამეტრების შესაფასებლად. ამ თავში კი განვიხილავთ სტატისტიკის გამოყენებას ჰიპოთეზის შესამოწმებლად.

განვიხილოთ შემდეგი პრობლემა. ადამიანური ფაქტორი არის ბიჰევიორისტული მეცნიერების სფერო, რომელიც ადამიანის შესაძლებლობებისადმი მანქანისა და ტექნოლოგიის შესატყვისობას სწავლობს. ადამიანური ფაქტორის შემსწავლელი ფსიქოლოგები ხშირად ზომავენ ადამიანთა ფიზიკურ მახასიათებლებს, რათა შექმნან სკამების, კონტროლის პანელისა და მონიტორის ისეთი დიზაინი, რომელიც მას მოერგება. მაგალითად, წარმოიდგინეთ, რომ ხართ სატვირთო მანქანების მწარმოებელი კომპანიის თანამშრომელი, რომელიც პასუხისმგებელია შიდა დიზაინზე. წლების მანძილზე სკამები თქვენს სატვირთო მანქანებში ისეთნაირად იყო მოწყობილი, რომ შეესატყვისებოდა მძღოლების პოპულაციას, რომელთა საშუალო მუხლქვეშა სიმაღლე იყო 42 სანტიმეტრი (სმ) და σ – 3 სმ. ფეხის მუხლქვეშა სიმაღლე არის ვერტიკალური მანძილი მჯდომარე მძღოლის მუხლიდან იატაკამდე.

ახლახან თქვენმა კომპანიამ დაიწყო სატვირთო მანქანების გაყიდვა მთელ მსოფლიოში და მიიღო საჩივრები სკამების არაკომფორტულობის თაობაზე. თქვენ ივარაუდეთ, რომ შესაძლოა ზოგიერთ ქვეყანაში მძღოლების მუხლქვეშა სიმაღლე განსხვავდება იმ პოპულაციისაგან, რომლისთვისაც შექმნილი იყო ეს სკამები. ამ ჰიპოთეზის შესამოწმებლად თქვენ აიყვანეთ სატვირთო მანქანის 25 მძღოლისაგან შემდგარი შერჩევა, რომელიც იმ ქვეყნის მძღოლების პოპულაციისაგან დამოუკიდებლად და შემთხვევითად იყო შერჩეული, რომელთაგანაც იყო მიღებული საჩივრები. ამ შერჩევის მძღოლების საშუალო მუხლქვეშა სიმაღლე არის 44 სმ. აშკარაა, რომ ამ შერჩევის საშუალო – 44 სმ არ არის იგივე, რაც იმ პოპულაციის საშუალო, რომელიც 42 სმ-ის ტოლია. მაგრამ რას გვეუბნება ეს განსხვავება პოპულაციის შესახებ? არსებობს ორი შესაძლებლობა. პირველი არის ის, რომ პოპულაციას, რომლიდანაც იყო აღებული რეალურად შერჩევა, საშუალო მუხლქვეშა სიმაღლე 42 სმ-ის ტოლი აქვს, ხოლო თქვენი შერჩევის საშუალო – 44 სმ განსხვავდება ამ μ-სგან მხოლოდ შერჩევის შეცდომის გამო. შემთხვევით თქვენ შეარჩიეთ ისეთი შერჩევა, რომლის საშუალო მუხლქვეშა სიმაღლე იყო 42 სმ-ზე მეტი.

მეორე შესაძლებლობა ისაა, რომ შერჩევის საშუალო ასახავს პოპულაციას ისეთი μ-ით, რომელიც განსხვავდება 42 სმ-ისაგან. მძღოლების პოპულაციას ამ ქვეყანაში აქვს საშუალო მუხლქვეშა სიმაღლე, რომელიც განსხვავდება 42 სმ-საგან. ამ ორი შესაძლებლობიდან რომელი უნდა აირჩიოთ როგორც იმ სიტუაციის ამსახველი, რომელიც არსებობს იმ ქვეყანაში, საიდანაც იყო აღებული შერჩევა?

ჩვენ გვაქვს პრობლემა, რომელიც მოითხოვს სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმებას, რათა გავაკეთოთ არჩევანი, თუ რომელია უფრო მეტად მოსალოდნელი იმ ორი შესაძლო სიტუაციიდან. სტატისტიკური ტერმინებით, ეს პრობლემა მოითხოვს სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმებას იმის გადასაწყვეტად, მნიშვნელოვნად განსხვავდება თუ არა შერჩეის საშუალო – 44 სმ პოპულაციის საშუალოსაგან, რომელიც 42 სმ-ის ტოლია. სურათი №8.1 ამ პრობლემის ილუსტრაციას წარმოადგენს.

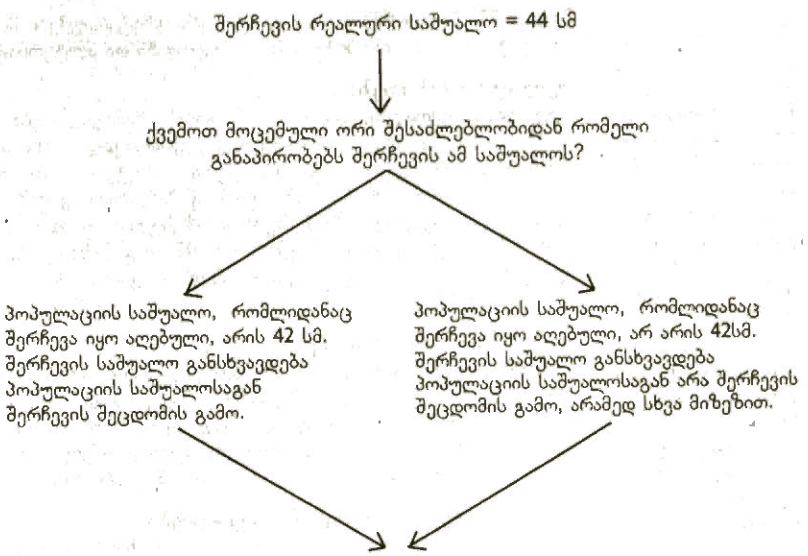
სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმება

პარამეტრული და არაპარამეტრული კრიტერიუმები

პარამეტრული კრიტერიუმები

პარამეტრული კრიტერიუმი (parametric test) – სტატისტიკურ კრიტერიუმს ეწოდება პარამეტრული, თუ ჰიპოთეზაში არის გამოთქმული ვარაუდი პოპულაციის პარამეტრის შესახებ.

პარამეტრულია კრიტერიუმები, თუ ჰიპოთეზაში არის გამოთქმული ვარაუდი პოპულაციის ისეთი პარამეტრების შესახებ, როგორიცაა, მაგალითად, μ და σ^2. პარამეტრული კრიტერიუმები ხშირად გარკვეულ პირობებს წარმოადგენენ, როგორც ჭეშმარიტ დაშვებას იმ პოპულაციის მონაცემებისათვის, რომლიდანაც არის აღებული შერჩევა. როცა გავეცნობით კონკრეტულ პარამეტრულ კრიტერიუმებს, აგრეთვე, უნდა განვსაზღვროთ ამ კრიტერიუმებისათვის გაკეთებული დაშვებები. ამ თავში გავეცნობით სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმებას, რომელიც იყენებს ორ განსხვავებულ პარამეტრულ კრიტერიუმს – ერთი შერჩევის **z** კრიტერიუმს და ერთი შერჩევის **t** კრიტერიუმს. სხვა პარამეტრულ კრიტერიუმებს გავეცნობით IX-XII თავებში.



სურათი №8.1.
ორი შესაძლო სიტუაცია, რომელიც შეიძლება განაპირობებდეს შერჩევის რეალურად მიღებულ საშუალოს

არაპარამეტრული კრიტერიუმები

არაპარამეტრული კრიტერიუმი (nonparametric test) – სტატისტიკურ კრიტერიუმს ეწოდება არაპარამეტრული, თუ ჰიპოთეზაში არ არის გამოთქმული ვარაუდი პოპულაციის პარამეტრის შესახებ.

არაპარამეტრულია კრიტერიუმები, თუ ჰიპოთეზაში არ არის გამოთქმული ვარაუდი პოპულაციის პარამეტრის შესახებ. ჩვეულებრივ, არაპარამეტრული კრიტერიუმები არ აკეთებენ დაშვებებს იმ პოპულაციის მონაცემების განაწილების შესახებ, რომლიდანაც არის აღებული შერჩევა. ამ მიზეზით, ისინი ხშირად მიეკუთვნებიან ე.წ. *განაწილებისაგან თავისუფალ კრიტერიუმებს.* არაპარამეტრული კრიტერიუმები ხშირად გამოიყენება, როცა პარამეტრული კრიტერიუმებისათვის აუცილებელი დაშვებები არ შეესაბამება მონაცემებს. პარამეტრული კრიტერიუმების დიდი ნაწილისათვის, მაგრამ არა ყველა კრიტერიუმისათვის, არსებობს ალტერნატიული არაპარამეტრული კრიტერიუმები იმავე მონაცემების გასაანალიზებლად. რამდენიმე არაპარამეტრული კრიტერიუმი წარმოდგენილია მე-13 თავში. სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმებისას გამოყენებული ძირითადი ცნებების უმრავლესობა ერთნაირია პარამეტრული და არაპარამეტრული კრიტერიუმისათვის.

სტატისტიკური ჰიპოთეზები

სტატისტიკური ჰიპოთეზა (statistical hypothesis) – დებულება პოპულაციის პარამეტრის შესახებ(პარამეტრული კრიტერიუმის შესახებ).

სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმება, იქნება ის პარამეტრული თუ არაპარამეტრული, იწყება სტატისტიკური ჰიპოთეზის ჩამოყალიბებით. პარამეტრული კრიტერიუმისათვის **სტატისტიკური ჰიპოთეზა** არის დებულება პოპულაციის პარამეტრის შესახებ. ეს დებულება შეიძლება ჭეშმარიტი იყოს და შეიძლება – არა. ის უბრალოდ იმისათვის კეთდება, რათა საფუძველი დაუდოს შემოწმებას. მაგალითად, ჩვენ შეგვიძლია ჩამოვაყალიბოთ ჰიპოთეზა იმის შესახებ, რომ მუხლქვეშა სიმაღლის საშუალო იმ პოპულაციისათვის, რომლიდანაც აყვანილი გვყავდა 25-კაციანი შერჩევა, არის 42 სმ. რეალურად პოპულაციის საშუალო შესაძლოა იყოს 42 სმ ან არ იყოს. ჩვენ უბრალოდ ვვარაუდობთ, რომ ის 42 სმ-ია და ამ ჰიპოთეზას

შემდგომში შევამოწმებთ. სტატისტიკური კრიტერიუმები მოითხოვს, რომ ფორმულირებული იყოს ორი ჰიპოთეზა – ნულოვანი და ალტერნატიული.

ნულოვანი ჰიპოთეზა

ნულოვანი ჰიპოთეზა (null hypothesis) - არის იმ პირობის ჩამოყალიბება, რომელიც მეცნიერს პოპულაციის შესახებ აპრიორულად ჭეშმარიტად მიაჩნია. ეს არის ჰიპოთეზა, რომელიც მოწმდება სტატისტიკური კრიტერიუმით. ნულოვანი ჰიპოთეზა, ჩვეულებრივ, აღინიშნება სიმბოლური ან პირობითი ფორმით – H_0-ის გამოყენებით იმის მისათითებლად, რომ შემოთავაზებულია ისეთი ჰიპოთეზა, როგორიცაა μ=42 სმ-ს. ნულოვანი ჰიპოთეზის – μ=42 სმ გამოხატვა სტატისტიკურ ჩანაწერში შემდეგნაირად შეგვიძლია: H_0:μ=42სმ, და ეს გამოითქმის ასეთნაირად: „აშ ნული: მიუ ტოლია 42 სმ-ის".

ალტერნატიული ჰიპოთეზა

ალტერნატიული ჰიპოთეზა (statistical alternative hypothesis) – არის დებულება იმის შესახებ, თუ რა უნდა იყოს ჭეშმარიტი, თუ ნულოვანი ჰიპოთეზა მცდარია.

ალტერნატიული ჰიპოთეზა არის დებულება იმის შესახებ, რა უნდა იყოს ჭეშმარიტი, თუ ნულოვანი ჰიპოთეზა მცდარია. მაგალითად, თუ H_0 : μ=42 სმ არ არის ჭეშმარიტი, მაშინ ალტერნატიული უნდა იყოს, რომ μ არ არის 42 სმ-ის ტოლი. ეს ალტერნატიული ჰიპოთეზა აღინიშნება H_1-ით და იწერება შემდეგნაირად: H_1: μ ≠ 42 სმ. ეს გამოითქმის ასეთნაირად: „აშ ერთი: მიუ არ არის 42 სმ-ის ტოლი".

სტატისტიკური ჰიპოთეზების თვისებები

თითოეული სტატისტიკური კრიტერიუმი მოითხოვს ნულოვანი და ალტერნატიული ჰიპოთეზების ფორმულირებას. ეს ჰიპოთეზები ისეთნაირად უნდა იყოს წარმოდგენილი, რომ აკმაყოფილებდნენ შემდეგ პირობებს:

- ისინი არიან ურთიერთგამომრიცხავნი: *ურთიერთგამომრიცხავი* ნიშნავს, რომ ორივე ჰიპოთეზა არ შეიძლება იყოს ჭეშმარიტი ერთდროულად. მაგალითად, შეუძლებელია H_0: μ= 42 სმ და H_1: μ ≠ 42 სმ იყოს ერთდროულად ჭეშმარიტი ერთი და იმავე პოპულაციისათვის;
- ისინი მოიცავენ პარამეტრის ყველა შესაძლო მნიშვნელობას, რომელიც ჩართულია ჰიპოთეზაში. H_0 : μ=42 სმ და H_1: μ ≠42 სმ აკმაყოფილებს ამ მოთხოვნას; მათ შორის მოთავსებულია μ-ს ყველა შესაძლო მნიშვნელობა ჩვენთვის საინტერესო პოპულაციისათვის.

ამ თვისებების გამო მოცემული ორი ჰიპოთეზიდან მხოლოდ ერთი უნდა წარმოადგენდეს პოპულაციისათვის ჭეშმარიტ პირობას. მაგალითად, პოპულაციის საშუალო ან არის 42 სმ-ის ტოლი და H_0 : μ= 42 სმ არის ჭეშმარიტი, ან არ არის ტოლი და მაშინ ალტერნატიული ჰიპოთეზა H_1: μ≠ 42 სმ-ს არის ჭეშმარიტი.

ამრიგად, განხილული პრობლემისათვის სტატისტიკური ჰიპოთეზებია:

H_0: μ= 42 სმ (ნულოვანი ჰიპოთეზა);
H_1 : μ ≠ 42 სმ (ალტერნატიული ჰიპოთეზა).

სტატისტიკური ჰიპოთეზების ფუნქცია

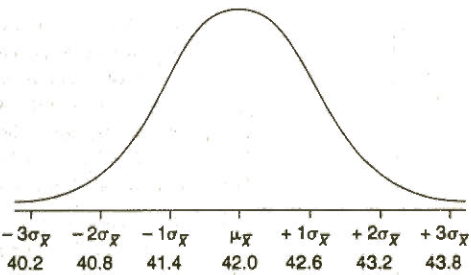
ნულოვანი ჰიპოთეზის ფუნქციაა სტატისტიკურ კრიტერიუმში დაადგინოს ის პირობები, რომლის დროსაც სტატისტიკის შერჩევითი განაწილება იყო მიღებული.

მე-7 თავში ჩვენ განვსაზღვრეთ საშუალოს შერჩევითი განაწილება, როგორც $\overline{X}$ -ის მნიშვნელობების განაწილება, როცა N მოცულობის ყველა შესაძლო შერჩევა პოპულაციიდან იყო ალებული. მაგალითად, თუ ვივარაუდებთ, რომ H_0 μ=42 სმ არის ჭეშმარიტი და σ=3 სმ, ჩვენ შეგვიძლია მივიღოთ $\overline{X}$ -ის შერჩევითი განაწილება ამ პოპულაციის ისეთი შერჩევებისათვის, რომელთა მოცულობა არის 25. სურათზე №8.2 მოცემული ეს შერჩევითი განაწილება არის ნორმალური განაწილება პოპულაციის საშუალოთი $\mu_{\overline{X}}$ =42.0 სმ, სტანდარტული შეცდომით – $\sigma_{\overline{X}}$ -ით, სადაც

$$\sigma_{\overline{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} = \frac{3}{\sqrt{25}} = \frac{3}{5} = 0.6.$$

ამ განაწილებაში შერჩევითი საშუალო – 44 სმ $\mu_{\bar{X}}$-ისაგან დაშორებულია საშუალოს სამი სტანდარტული შეცდომით. შესაბამისად, იმ პირობებში, როცა H_0: μ=42 სმ-ს, ისეთი შერჩევის ალბათობა, რომლის საშუალოა 44 სმ, ძალიან მცირეა, თუკი პოპულაციიდან აღებული შერჩევის მოცულობა იქნება 25. ამიტომაც ჩვენ უფრო მივემხრობოდით ნულოვანი ჰიპოთეზის – H_0:μ=42 სმ-ის უარყოფას, თუკი აღებული შერჩევის საშუალო იქნებოდა 44 სმ. $\bar{X}$-ის ასეთი მნიშვნელობა არის სტატისტიკურად იშვიათი ხდომილება, როცა H_0 არის ჭეშმარიტი. მაგრამ სანამ გადავწყვეტდეთ, საბოლოოდ განვიხილოთ თუ არა H_0 როგორც ჭეშმარიტი ჰიპოთეზა, ჩვენ უნდა:

- დავადგინოთ ალბათობა იმისა, რომ შეიძლება მივიღოთ $\bar{X}$-ის ისეთი მნიშვნელობა, რომელიც იქნება 44 სმ-ის ტოლი ან მასზე მეტი, თუ H_0:μ=42 სმ იქნება ჭეშმარიტი. ეს ნაბიჯი მოითხოვს კრიტერიუმის სტატისტიკის გამოყენებას;
- განვსაზღვროთ რას ვგულისხმობთ სტატისტიკურად იშვიათ ხდომილებაში. ეს ნაბიჯი მოითხოვს მნიშვნელოვნობის დონის განსაზღვრას.



სურათი №8.2.

საშუალოს თეორიული შერჩევითი განაწილება, აგებული N=25 მოცულობის ტოლი შერჩევებისათვის $\mu_{\bar{X}}$=42.0 სმ-ის და – $\sigma_{\bar{X}}$=0.6-ს მქონე პოპულაციიდან

კრიტერიუმის სტატისტიკა: z

კრიტერიუმის სტატისტიკა (test statistic) - არის რიცხვი, რომელიც ნულოვანი ჰიპოთეზის შემოწმების საშუალებას გვაძლევს და გამოითვლება შერჩევის მონაცემებზე დაყრდნობით.

კრიტერიუმის სტატისტიკა არის რიცხვი, რომელიც ნულოვანი ჰიპოთეზის შემოწმების საშუალებას გვაძლევს და გამოითვლება შერჩევის მონაცემებზე დაყრდნობით. მაგალითად, ჩვენ გვინდა კრიტერიუმი, რათა დავადგინოთ ალბათობა იმისა, რომ შერჩევითი საშუალო იქნება 44 სმ-ის ტოლი ან მასზე მეტი, თუ H_0: μ=42 სმ არის ჭეშმარიტი. რადგან სურათზე №8.2 ილუსტრირებული შერჩევითი საშუალოს განაწილება არის ნორმალური განაწილება μ=42 სმ-ითა და $\sigma_{\bar{X}}$=0.6, ჩვენ შეგვიძლია $\bar{X}$-ის ნებისმიერი მნიშვნელობის სტანდარტიზაცია:

$$z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma_{\bar{X}}}$$

სადაც:

$\bar{X}$ შერჩევითი საშუალოა;
μ – პოპულაციის ჰიპოთეტური საშუალო;
$\sigma_{\bar{X}}$ –საშუალოს სტანდარტული შეცდომა.

z-ის მნიშვნელობა განსაზღვრავს შერჩევითი საშუალოს მდებარეობას სტანდარტულ

ნორმალურ განაწილებაში. აღსანიშნავია, რომ ეს ფორმულა იდენტურია იმ ფორმულისა, რომელიც მოცემული იყო z-ისათვის მე-7 თავში.

თუ $\bar{X}$ =44 სმ μ-ს ჰიპოთეტური მნიშვნელობა – 42 სმ-ს, და $\sigma_{\bar{X}}$=0.6, მაშინ $z_{\text{რეალური}}$ მნიშვნელობაა

$$z_{\text{რეალური}} = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma_{\bar{X}}} = \frac{44 - 42}{0.6} = \frac{2}{0.6} = +3.33.$$

z სტატისტიკური სიდიდე განსაზღვრულია როგორც $z_{\text{რეალური}}$ რადგან ის მიღებულია შერჩევის $\bar{X}$ მნიშვნელობებზე დაკვირვებით. z სტატისტიკის შერჩევითი განაწილებიდან, რომელიც მოცემულია ცხრილში №ა-1, ჩვენ ვპოულობთ, რომ ალბათობა იმისა, რომ z იქნება ტოლი ან მეტი +3.33-ზე, არის 0.0004 (იხ. გ სვეტი ცხრილში №ა-1 z=3.33-სათვის). შესაბამისად, $\bar{X}$ =44 სმ ან მასზე მეტი მნიშვნელობის მიღების ალბათობა 25-ის ტოლი მოცულობის შერჩევისათვის არის 0.0004, თუ H_0: μ=42სმ-ის არის ჭეშმარიტი. სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ, თუ ჩვენ შემთხვევით შევარჩევთ 25-ის ტოლი მოცულობის 10000 შერჩევას პოპულაციიდან, რომლის μ=42 სმ და σ=3, მაშინ მოსალოდნელია, რომ 10000 შერჩევიდან მხოლოდ ოთხს ექნებოდა შერჩევითი საშუალო 44-ის ტოლი ან მასზე მეტი. ამრიგად, თუკი H_0: μ=42-სმ ჭეშმარიტია, ისეთი შერჩევის არსებობა, რომლის $\bar{X}$ ტოლია 44 სმ-ის, იქნებოდა სტატისტიკურად იშვიათი ხდომილება. თუკი ჩვენ მივიღებდით ამ $\bar{X}$, ჩვენ ნამდვილად უარვყოფდით ნულოვან ჰიპოთეზას, რადგან ის მიღებულია ისეთი პოპულაციიდან, რომლის საშუალო მუხლქვეშა სიმაღლე არის 42 სმ-ია და მივიღებდით ალტერნატიულ ჰიპოთეზას, რომ $\mu \neq 42$ სმ.

ასეთი გადაწყვეტილების მიღების აზრი ისაა, რომ თუ პოპულაციის საშუალო არის 42 სმ, მაშინ ისეთი შერჩევის არსებობა, რომლის საშუალო არის 44 სმ, შესაძლებელი იქნებოდა მხოლოდ 4-ჯერ ყოველი აღებული 10 000 შერჩევისათვის. მართალია, $\bar{X}$ =44 სმ არის შესაძლებელი ხდომილება, თუკი H_0: μ=42 სმ-ია, მაგრამ ის მაინც არ არის მაღალი ალბათობის მქონე ხდომილება. მისი მიღება უფრო მეტად მოსალოდნელი იქნებოდა, თუკი პოპულაციის საშუალო განსხვავებული იქნებოდა 42სმ-ისაგან. ამრიგად, ჩვენ უარვყავით H_0 და მივიღეთ H_1 ეს გადაწყვეტილება შეიძლება მცდარიც იყოს. ჩვენ შეგვეძლო მიგვეღო $\bar{X}$ =44 სმ, მაშინაც კი, როცა μ=42 სმ-ია, მაგრამ ეს იქნებოდა ნაკლებად მოსალოდნელი ხდომილება.

დავუშვათ, მივიღეთ შერჩევითი საშუალო, რომელიც 42.5 სმ-ის ტოლია, ნაცვლად 44 სმ-ისა. აქ z ტოლი იქნება:

$$z_{\text{რეალური}} = \frac{42.5 - 42}{0.6} = \frac{0.5}{0.6} = +0.83.$$

ცხრილი №ა-1-ის გ სვეტში ვიპოვით, რომ ალბათობა იმისა, რომ z იქნება ტოლი ან მეტი +0.83-ზე, არის 0.2033. ამრიგად, თუ H_0 არის ჭეშმარიტი და ჩვენ ავიღებთ 10000 შერჩევას, რომლის მოცულობა არის 25-ის ტოლი, ამათგან 2033-ს ექნება $\bar{X}$ -ის მნიშვნელობა 42.5-ის ტოლი ან მასზე მეტი. არის თუ არა 42.5 სმ-ის ტოლი შერჩევითი საშუალო სტატისტიკურად იშვიათი ხდომილება, თუ H_0: μ=42სმ არის ჭეშმარიტი? რა გადაწყვეტილებას მიიღებთ ამ შემთხვევაში ნულოვანი ჰიპოთეზის შესახებ? უარყოფთ H_0: μ=42სმ ჰიპოთეზას და მიიღებთ H_1: $\mu \neq 42$სმ ჰიპოთეზას? თუ ვერ უარყოფთ H_0-ს და ამიტომ არ მიიღებთ H_1-ს? იმისათვის რომ ვუპასუხოთ ამ შეკითხვას, ჩვენ უნდა განვსაზღვროთ $z_{\text{რეალური}}$ რომელი მნიშვნელობა უნდა მივიჩნიოთ სტატისტიკურად იშვიათ შედეგად, თუკი H_0 არის ჭეშმარიტი. სტატისტიკური იშვიათობა განისაზღვრება იმ მნიშვნელოვნობის დონის დადგენით, რომელიც იქნება მიღებული.

მნიშვნელოვნობის დონეები: სტატისტიკური იშვიათობა

მნიშვნელოვნობის დონე (significance level) – ესაა ალბათობის ის მნიშვნელობა, რომელიც იძლევა ნულოვანი ჰიპოთეზის უარყოფის პირობას სტატისტიკურ კრიტერიუმში.

ალფა (α) — მნიშვნელოვნობის დონის სიდიდე (ალბათობა).

მნიშვნელოვნობის დონე — ესაა ალბათობის ის მნიშვნელობა, რომელიც იძლევა ნულოვანი ჰიპოთეზის უარყოფის პირობას სტატისტიკურ კრიტერიუმში. სტატისტიკურ კრიტერიუმში მნიშვნელოვნობის დონეები მოცემულია როგორც **ალფას** ანუ α-ს მნიშვნელობა (ბერძნული ანბანის პირველი ასო). ჩვეულებრივ, ბიჰევიორისტები იყენებენ ალფას დონეებს, რომლებიც ტოლია 0.05-ის ან 0.01-ის. ამრიგად, თუ α=0.05, მაშინ $z_{\text{კრიტ}}$ მნიშვნელობები, რომლებიც 100-დან 5-ჯერ ან ნაკლებად ხორციელდება, ითვლება იშვიათ ხდომილობებად, თუ H_0 არის ჭეშმარიტი, ამიტომ ჩვენ ვარჩევთ H_0-ის უარყოფასა და H_1-ის მიღებას.

სტატისტიკური ჰიპოთეზების შესახებ გადაწყვეტილების მიღება კრიტერიუმის სტატისტიკისა და მნიშვნელოვნობის დონის გამოყენებით

მას შემდეგ, რაც ავირჩევთ კრიტერიუმის სტატისტიკას და მნიშვნელოვნობის დონეს, ჩვენ უკვე მზად ვართ მივიღოთ გადაწყვეტილება სტატისტიკური ჰიპოთეზის შესახებ. ეს მოიცავს სამ საფეხურს:

1. კრიტერიუმის სტატისტიკის შერჩევით განაწილებაში უარყოფის არის ან არეების მდებარეობის განსაზღვრა;
3. კრიტერიუმის სტატისტიკის მნიშვნელობის გამოთვლა შერჩევიდან მიღებული მონაცემების საფუძველზე;
4. სტატისტიკური ჰიპოთეზების შესახებ გადაწყვეტილების მიღება იმის საფუძველზე, ხვდება თუ არა კრიტერიუმის სტატისტიკა უარყოფის არეში.

უარყოფის არეების მდებარეობის განსაზღვრა

უარყოფის არე (rejection region) — კრიტერიუმის სტატისტიკის (**შერჩევითი განაწილების**) ის მნიშვნელობები, რომელთა ალბათობა ტოლია ან ნაკლებია α-ზე ნულოვანი ჰიპოთეზის ჭეშმარიტების პირობებში. თუკი კრიტერიუმის სტატისტიკა მოხვდება უარყოფის არეში, მაშინ H_0 უარყოფილი იქნება.

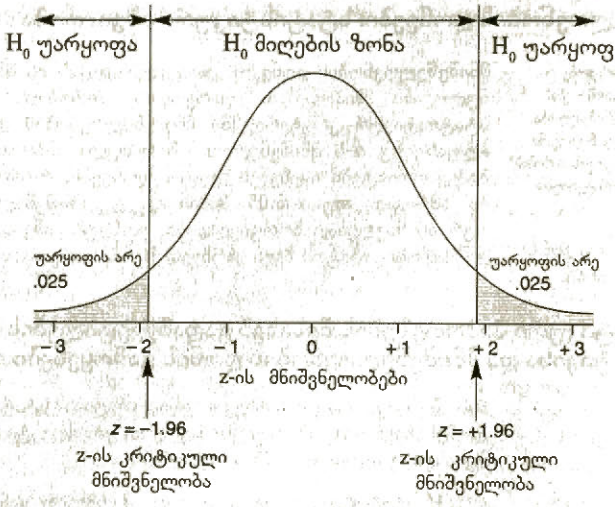
ორმხრივი კრიტერიუმი (two-tailed test) — სტატისტიკური კრიტერიუმი, როცა უარყოფის არის ასაგებად გამოყენებულია კრიტერიუმის სტატისტიკის შერჩევის განაწილების ორივე კუდი.

ცალმხრივი კრიტერიუმი (one-tailed test) – სტატისტიკის კრიტერიუმი, როცა უარყოფის არის ასაგებად გამოყენებულია კრიტერიუმის სტატისტიკის შერჩევის განაწილების მხოლოდ ერთი კუდი.

უარყოფის არეები წარმოადგენს კრიტერიუმის სტატისტიკის (შერჩევითი განაწილების) იმ მნიშვნელობებს, რომელთა ალბათობა ტოლია ან ნაკლები α-ზე ნულოვანი ჰიპოთეზის ჭეშმარიტების პირობებში. მაგალითად, უარყოფის არე განსაზღვრავს z-ის მნიშვნელობებს, რომლებიც უზრუნველყოფენ H_0-ის უარყოფას.

z სტატისტიკის შერჩევითი განაწილება თავისი უარყოფის არეებით, რომლებიც განლაგებულნი არიან განაწილების თითოეულ კუდთან, ნაჩვენებია სურათზე №8.3. z-ის სტატისტიკურად იშვიათი მნიშვნელობები შეიძლება შეგვხვდეს განაწილების ორივე კუდთან. მაგალითად, z-ის მნიშვნელობები +3 ან -3 თანაბრად შეუძლებელია, როცა H_0 ჭეშმარიტია. z-ის როგორც დიდი დადებითი, ასევე დიდი უარყოფითი მნიშვნელობა განხილული პრობლემისათვის შეიძლება საეჭვოდ ხდიდეს H_0: μ=42 სმ-ის ჭეშმარიტებას. ამრიგად, უარყოფის არეები z სტატისტიკისათვის მდებარეობს შერჩევითი განაწილების ორივე მიმართულებით. კრიტერიუმის სტატისტიკა უარყოფის არეებით კრიტერიუმის სტატისტიკის შერჩევის განაწილების ორივე მიმართულებით განისაზღვრება როგორც **ორმხრივი ან არამიმართულებითი კრიტერიუმი.** $z_{\text{კრიტ}}$ მნიშვნელობის განთავსება რომელიმე უარყოფის არეში არაალბათური ან იშვიათია, თუკი H_0 ჭეშმარიტია, მაგრამ ამის ალბათობა უფრო დიდია H_1-ის ჭეშმარიტების პირობებში. ამიტომ, თუკი $z_{\text{კრიტ}}$ მოხვდება უარყოფის რომელიმე არეში, H_0 იქნება უარყოფილი და H_1 მიღებული.

შეიძლება ისეთი შემთხვევაც მოხდეს, რომ ჩვენ გარკვეული მიზეზით უარყოფის არე z-ის შერჩევითი განაწილების მხოლოდ ერთი მიმართულებით განვათავსოთ. ამ შემთხვევაში გამოიყენება **ცალმხრივი კრიტერიუმი** ან **მიმართულების მქონე კრიტერიუმი.**



სურათი №8.3.
z სტატისტიკის შერჩევითი განაწილება გვიჩვენებს უარყოფის არეებს ორმხრივი კრიტერიუმისათვის, როცა α=0.05. თუ $z_{რეალური}$ მნიშვნელობა ხვდება ერთ-ერთ უარყოფილ არეში, H_0 უნდა უარვყოთ

ცალმხრივი კრიტერიუმის უპირატესობა ისაა, რომ $z_{რეალური}$ უფრო მცირე მნიშვნელობა შეიძლება მოხვდეს უარყოფის არეში. ცალმხრივ კრიტერიუმს უფრო დეტალურად მოგვიანებით განვიხილავთ ამ თავში. ამ შემთხვევაში კი განვიხილავთ ორმხრივი კრიტერიუმის მაგალითს.

კრიტიკული მნიშვნელობები

კრიტიკული მნიშვნელობები (critical value) – კონკრეტული რიცხვითი მნიშვნელობები, რომლებიც ადგენენ უარყოფის არის საზღვრებს.

კრიტიკული მნიშვნელობები კონკრეტული რიცხვითი მნიშვნელობებია, რომლებიც ადგენენ უარყოფის არის საზღვრებს. z-ის კრიტიკული მნიშვნელობები მოცემულია ცხრილში №a-1 გ სვეტი. პირველი ნაბიჯი ამ კრიტიკული მნიშვნელობის პოვნაში არის მნიშვნელოვნობის დონის შერჩევა, როგორიცაა α=0.05. ორმხრივი კრიტერიუმისათვის უარყოფის არეები განლაგებულია z-ის შერჩევითი განაწილების ორივე კუდთან. ამიტომაც ჩვენ გვჭირდება არე განაწილების თითოეულ კუდთან, რომელშიც მოხვედრა ტოლია α-ს ნახევრისა ან 0.5/2-ის, რაც ტოლია 0.025-ის. z-ის რა მნიშვნელობები აკმაყოფილებენ მოთხოვნას, რომ z-ის შერჩევითი განაწილების 0.025 წილი მოხვდეს ამ მნიშვნელობების მიღმა? ცხრილში №a-1 ჩვენ გავყვებით გ სვეტს, სანამ არ ვიპოვით არეს, რომელიც მდებარეობს z-ის იმ მნიშვნელობის გასწვრივ, რომელიც ტოლია 0.025-ის. როცა ვიპოვით ამ არეს, წავიკითხავთ z-ის შესატყვის მნიშვნელობას ა სვეტში. z-ის ეს მნიშვნელობა იქნება 1.96. ამრიგად, α=0.05-სათვის ორმხრივი კრიტიკული მნიშვნელობებია z = -1.96 და z=+1.96. z-ის ეს კრიტიკული მნიშვნელობები (სიმბოლურად აღვნიშნოთ $z_{კრიტიკული}$) განსაზღვრავენ უარყოფის არეების მდებარეობას z-ის შერჩევით განაწილებაში, როგორც ეს ნაჩვენებია სურათზე №8.3.

გადაწყვეტილებები სტატისტიკური ჰიპოთეზების შესახებ

H_0 ჰიპოთეზის უარყოფისა თუ მიღების შესახებ გადაწყვეტილების მიღება ხდება $z_{რეალური}$ და $z_{კრიტიკულ}$ მნიშვნელობათა შედარებით. $z_{რეალური}$ ის მნიშვნელობა, რომელიც ტოლია ან ნაკლები $z_{კრიტიკული}$ =-1.96 ან ტოლია ან მეტი $z_{კრიტიკული}$ =+1.96, ხვდება უარყოფის არეში. $z_{რეალური}$ მნიშვნელობები, რომლებიც ხვდებიან უარყოფის არეში, არიან სტატისტიკურად იშვიათნი, თუკი H_0 არის ჭეშმარიტი. მაგრამ არიან უფრო მოსალოდნელი იმ შემთხვევებში, როცა H_1 არის ჭეშმარიტი. ამრიგად, როცა $z_{რეალური}$ ხვდება უარყოფის არეში, ამას მივყავართ H_0ის უარყოფამდე. თუკი უარვყოფთ H_0-ს, მაშინ უნდა მივიღოთ H_1 თუ $z_{რეალური}$ არ ხვდება უარყოფის არეში, მაშინ H_0ს ვერ უარვყოფთ და თუკი H_0ს ვერ უარვყოფთ, მაშინ ვერ მივიღებთ H_1-ს.

აღსანიშნავია, რომ ჩვენ ვიყენებთ $z_{რეალურის}$ მნიშვნელობას, რათა მივიღოთ H_0ის შესახებ გადაწყვეტილება; უარვყოფთ H_0 თუ ჩავთვალოთ, რომ H_0ს ვერ უარვყოფთ. გადაწყვეტილება, რომელიც მიიღება H_0ის შესახებ, შემდგომში განსაზღვრავს გადაწყვეტილებას, რომელიც მიიღება H_1-ის შესახებ. თუ ჩვენ უარვყოფთ H_0ს, მაშინ უნდა მივიღოთ H_1 პირიქით, თუ H_0ს ვერ უარვყოფთ, ვერ მივიღებთ H_1ს

მუხლქვეშა სიმაღლის მაგალითს თუ დავუბრუნდებით, $z_{რეალური}$ = + 3.33 არის უფრო მეტი, ვიდრე $z_{კრიტიკული}$ =+1.96, ამიტომ ის ხვდება მაღალ უარყოფის არეში. შესაბამისად, ჩვენ უნდა უარვყოთ H_0 : μ=42სმ და მივიღოთ H_1 : μ≠42სმ. ჩვენ უარვყოფთ ნულოვან ჰიპოთეზას იმის შესახებ, რომ შერჩევა იყო აღებული იმ პოპულაციიდან, რომლის საშუალო 42.0 სმ-ის ტოლია. რადგან შერჩევის საშუალო, $\bar{X}$ =44.0 სმ, არის უფრო დიდი, ვიდრე პოპულაციის ჰიპოთეტური საშუალო – 42 სმ, ჩვენ გამოგვაქვს დასკვნა, რომ იმ ქვეყანაში, რომლიდანაც იყო აღებული შერჩევა, მძღოლების საშუალო მუხლქვეშა სიმაღლე არის უფრო მეტი, ვიდრე $\bar{X}$ =42 სმ. საუკეთესო წერტილოვანი შეფასება ამ პოპულაციის საშუალოსათვის არის შერჩევის საშუალო, $\bar{X}$ =44.0. ერთ-ერთი მიზეზი იმისა, რომ სატვირთო მანქანების სკამები შეიძლება ყოფილიყო არაკომფორტული, ისაა, რომ ზოგიერთ ქვეყანაში მძღოლების პოპულაციას უფრო გრძელი მუხლქვეშა სიმაღლე აქვს, ვიდრე იმ სკამების სიმაღლეა, რომელიც მათთვის იყო შექმნილი.

შევაჯამოთ, როგორ უნდა მივიღოთ გადაწყვეტილება სტატისტიკური ჰიპოთეზების შესახებ:

- თუ $z_{რეალური}$ *ხვდება უარყოფის არეში*, მაშინ უარვყოფთ H_0ს და ვიღებთ H_1ს;
- თუ $z_{რეალური}$ *არ ხვდება უარყოფის არეში*, მაშინ H_0-ს ვერ უარვყოფთ და არ ვიღებთ H_1ს.

სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი განსხვავება

სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია განსხვავება, როცა კრიტერიუმის სტატისტიკის რეალური მნიშვნელობა ხვდება უარყოფის არეში და უარვყოფთ H_0ს. z კრიტერიუმისათვის სტასტიკურად მნიშვნელოვანი განსხვავება გვიჩვენებს, რომ ჩვენ მივიღეთ გადაწყვეტილება იმის შესახებ, რომ შერჩევის საშუალო აღებულია იმ პოპულაციიდან, რომლის საშუალო განსხვავდება პოპულაციის ჰიპოთეტური საშუალოსაგან.

სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი განსხვავება (statistically significant difference) – კრიტერიუმის სტატისტიკის რეალური მნიშვნელობა ხვდება უარყოფის არეში და H_0 უარყოფილია.

სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი განსხვავება ხშირად წარმოდგენილია შემდეგი ფორმით: $z_{რეალური}$ =+3.33, p≤0.05. სიმბოლო ≤ ნიშნავს ნაკლებია ან ტოლია, ამრიგად, p≤0.05 იკითხება როგორც "p ნაკლებია ან ტოლი 0.05". ხშირად ნაკლებობის ნიშანი < გამოიყენება ≤ ნიშნის ნაცვლად, ასე რომ, z არის წარმოდგენილი, როგორც $z_{რეალური}$ =+3.33, p<0.05. ორივე შემთხვევაში ნაჩვენებია, რომ H_0 უარყოფილია 0.05-ის მნიშვნელოვნობის დონეზე, რადგანაც $z_{რეალურის}$ მიღების ალბათობა (p), როცა H_0 ჭეშმარიტია, ტოლია ან ნაკლები 0.05-ს. ეს გადაწყვეტილებები და დასკვნები, რომელიც მიღებულია სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი განსხვავებიდან z კრიტერიუმის საშუალებით, შეჯამებულია ცხრილი №8.1-ის მარცხენა სვეტში.

ცხრილი №8.1.
შერჩევის საშუალოსა და პოპულაციის ჰიპოთეტური საშუალოს შეფასებისას გადაწყვეტილებებისა და დასკვნების შეჯამება სტატისტიკური ჰიპოთეზების შემოწმების შესახებ **z** კრიტერიუმის გამოყენებით. გამოყენებულია 0.05 მნიშვნელოვნობის დონე

თუ $z_{\text{რეალური}}$ ხვდება უარყოფის არეში α=0.05-სათვის, მაშინ:	თუ $z_{\text{რეალური}}$ არ ხვდება უარყოფის არეში α=0.05-სათვის, მაშინ:
$z_{\text{რეალური}}$ მიღების ალბათობა ნაკლებია ან ტოლი 0.05, ან $p<0.05$. H_0 უარყოფილია. H_1 მიღებულია. შერჩევის საშუალო ალებულია პოპულაციიდან, რომლის საშუალო განსხვავებულია პოპულაციის ჰიპოთეტური საშუალოსაგან.	$z_{\text{რეალური}}$ მიღების ალბათობა მეტია ან ტოლი 0.05, ან $p>0.05$ H_0 არ არის უარყოფილი H_1 არ არის მიღებული
განსხვავება $\overline{X}$ -სა და ჰიპოთეტურ μ-ს შორის სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია 0.05 დონეზე.	განსხვავება $\overline{X}$ -სა და ჰიპოთეტურ μ-ს შორის არის სტატისტიკურად არამნიშვნელოვანი 0.05 დონეზე
მიიღება გადაწყვეტილება იმის შესახებ, რომ $\overline{X}$ -სა და ჰიპოთეტურ μ-ს შორის განსხვავების მიზეზი არა შერჩევის შეცდომაა, არამედ სხვა რამ.	მიიღება გადაწყვეტილება იმის შესახებ, რომ შერჩევის შეცდომა ყველაზე დამაჯერებელად ხსნის განსხვავებას $\overline{X}$ -სა და ჰიპოთეტურ μ-ს შორის.

არამნიშვნელოვანი განსხვავება

არამნიშვნელოვანი განსხვავება (nonsignificant difference) – კრიტერიუმის სტატისტიკის რეალური მნიშვნელობა არ ხვდება უარყოფის არეში და ნულოვანი ჰიპოთეზა არ არის უარყოფილი

განსხვავება შერჩევის საშუალოსა და პოპულაციის საშუალოს შორის არის **არამნიშვნელოვანი**, თუკი კრიტერიუმის სტატისტიკის რეალური მნიშვნელობა არ ხვდება უარყოფის არეში. ნულოვანი ჰიპოთეზა არ არის უარყოფილი და რეალურად მიღებული განსხვავება $\overline{X}$ -სა და ჰიპოთეტურ μ-ს შორის მიეწერება მხოლოდ შერჩევის შეცდომას. არამნიშვნელოვანი განსხვავება აღინიშნება $p>0.05$, რაც მოსდევს **z** რეალურის რიცხვით მნიშვნელობას. გადაწყვეტილებები და დასკვნები, რომელიც მიღებულია **z** კრიტერიუმის საშუალებით სტატისტიკურად არამნიშვნელოვანი განსხვავებიდან, შეჯამებულია ცხრილის **№8.1** მარცხენა სვეტში.

სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმების ეტაპების შეჯამება

ყველა სტატისტიკური კრიტერიუმი მოითხოვს შემდეგს:

- კრიტერიუმის სტატისტიკის არჩევას, როგორიცაა, მაგალითად, **z;**
- ორი სტატისტიკური ჰიპოთეზის ფორმულირებას, H_0 და H_1;
- კრიტერიუმის სტატისტიკის შერჩევითი განაწილების მიღებას H_0-ის ჭეშმარიტების პირობებში;
- მნიშვნელოვნობის დონის შერჩევას;
- კრიტერიუმის სტატისტიკის კრიტიკული მნიშვნელობის ან მნიშვნელობების პოვნას;
- კრიტერიუმის სტატისტიკის შერჩევით განაწილებაში უარყოფის არის ან არეების მდებარეობის განსაზღვრას;
- სტატისტიკური ჰიპოთეზების შესახებ გადაწყვეტილების მიღების წესების ფორმულირებას;

- კრიტერიუმის სტატისტიკის მნიშვნელობის გამოთვლას შერჩევის მონაცემებით;
- გადაწყვეტილების მიღებას H_0-ის უარყოფისა თუ მისი ეერ უარყოფის შესახებ იმის საფუძველზე, რომ კრიტერიუმის სტატისტიკის რეალური მნიშვნელობა ხვდება თუ არა უარყოფის არეში;
- გადაწყვეტილების გამოტანას H_1-ის მიღებისა თუ არმიღების შესახებ H_0. ისათვის მიღებული გადაწყვეტილების საფუძველზე.

სტატისტიკური ჰიპოთეზების შემოწმების შესავალი შეიძლება რთული მოგეჩვენოთ, მაგრამ ის მალე გახდება მარტივი, რადგან თითოეული სტატისტიკური კრიტერიუმისათვის შემდეგ ერთი და იგივე ეტაპებია შესასრულებელი.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა VIII–1

1. განსაზღვრეთ: ალფა დონე, α, ალტერნატიული ჰიპოთეზა, კრიტიკული მნიშვნელობა, H_0 H_1 არამნიშვნელოვანი განსხვავება, ნულოვანი ჰიპოთეზა, ერთმხრივი კრიტერიუმი, უარყოფის არე, მნიშვნელოვნობის დონე, სტატისტიკური ჰიპოთეზა, სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი განსხვავება, კრიტერიუმის სტატისტიკა, ორმხრივი კრიტერიუმი, $z_{კრიტიკული}$, $z_{რეალური}$.
2. განსაზღვრეთ სტატისტიკური ჰიპოთეზების ორი თვისება.
3. ჩაწერეთ H_0 და H_1 პირობითი ნიშნებით შემდეგი დებულებებისათვის:
   ა) ვექსლერის ინტელექტის ტესტის ქულებისათვის μ არის 100;
   ბ) 25-დან 54 წლამდე ქალების პოპულაციისათვის ტელევიზორის ყურებაზე დახარჯული საშუალო დრო დღეში 4.4 საათის ტოლია;
   გ) მარტივ სტიმულზე 19 წლის მამაკაცის რეაქციის საშუალო დრო არის 423.0 მილიწამი.
4. ქვემოთ მოყვანილი თითოეული მონაცემისათვის μ წარმოადგენს პოპულაციის საშუალოს, $\sigma_{\bar{X}}$ – საშუალოს სტანდარტულ შეცდომას ამ პოპულაციისათვის და $\bar{X}$ – შერჩევის საშუალოს, რომელიც აღებულია ამ პოპულაციიდან. ქვემოთ მოცემულ მნიშვნელობათა თითოეული რიგისათვის განსაზღვრეთ H_0 და H_1 და იპოვეთ $z_{რეალური}$ მნიშვნელობა. შემდეგ ცხრილი №ა-1-ის გამოყენებით განსაზღვრეთ, ხვდება თუ არა $z_{რეალური}$ ორმხრივ უარყოფის არეში 0.05 მნიშვნელოვნობის დონეზე და მიუთითეთ თქვენი გადაწყვეტილება H_0-ისა და H_1-სათვის.

	μ	$\sigma_{\bar{X}}$	$\bar{X}$
ა)	50	4.7	40
ბ)	100	25	70
გ)	143	0.4	143.9
დ)	87	2.9	92

5. გადაწყვიტეთ შემდეგი ამოცანა 0.05 მნიშვნელოვნობის დონისა და ორმხრივი კრიტერიუმის გამოყენებით. პოპულაციის საშუალო ინტელექტის სკალისათვის არის 100 და σ=15. თქვენ ხართ დაწყებითი სკოლის ხელმძღვანელი სოფლის სკოლაში. თქვენი სკოლის 121 მოსწავლის $\bar{X}$ ამ სკალაზე ტოლია 103.4-ის. განსხვავდება თუ არა თქვენი სკოლის მოსწავლეთა საშუალო მნიშვნელოვნად პოპულაციის საშუალოსაგან? თქვენს პასუხში მიუთითეთ:
   ა) რომელ სტატისტიკას გამოიყენებთ;
   ბ) სტატისტიკური ჰიპოთეზები;
   გ) მნიშვნელოვნობის დონე;
   დ) $z_{კრიტიკული}$;
   ე) უარყოფის არეების მდებარეობა;
   ვ) $z_{რეალური}$;
   ზ) თქვენი გადაწყვეტილებანი H_0-ის და H_1-ის შესახებ;
   თ) თქვენი გადაწყვეტილებანი თქვენი მოსწავლეების საშუალოს შესახებ პოპულაციის საშუალოსთან – 100 მიმართებაში.

ერთი შერჩევის t კრიტერიუმი

პრაქტიკაში σ ხშირად ფასდება s-ის შერჩევაში ქულების სტანდარტული გადახრის საშუალებით. ამიტომ $\sigma_{\bar{X}}$-ც ფასდება $s_{\bar{X}}$-ის საშუალებით. როცა ჩვენ $\sigma_{\bar{X}}$-ს $s_{\bar{X}}$-ის საშუალებით ვაფასებთ, ვიღებთ ახალ სტატისტიკას – **t**-ს, რომელიც განისაზღვრება, როგორც

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{s_{\bar{X}}}.$$

თუ $s_{\bar{X}}$-ის ნაცლად ჩავსვამთ $s/\sqrt{N}$,

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{N}},$$

ერთი შერჩევის t კრიტერიუმი (one-sample t test) – **t** კრიტერიუმი, რომელიც გამოიყენება შერჩევის საშუალოსა და პოპულაციის ჰიპოთეტურ საშუალოს შორის განსხვავების სტატისტიკური მნიშვნელოვნობის შესამოწმებლად, როცა $\sigma_{\bar{X}}$ შეფასებულია $s_{\bar{X}}$-ის საშუალებით

სადაც $\bar{X}$ შერჩევის საშუალოა;
μ – პოპულაციის ჰიპოთეტური საშუალო;

$s_{\bar{X}}$ – საშუალოს სტანდარტული შეცდომის შეფასება, რომელიც მიღებული იყო პოპულაციის სტანდარტული გადახრის შეფასების – s-ის საშუალებით;
N – შერჩევის მოცულობა.

t კრიტერიუმი შეიძლება იყოს გამოყენებული იმ განსხვავების სტატისტიკური მნიშვნელოვნობის შესამონმებლად, რომელიც არსებობს შერჩევის საშუალოსა და პოპულაციის ჰიპოთეტურ საშუალოს შორის, როცა $\sigma_{\bar{X}}$ შეფასებულია $s_{\bar{X}}$-ის საშუალებით. რადგან მხოლოდ ერთი შერჩევის საშუალოს გულისხმობს, სტატისტიკას უწოდებენ **ერთი შერჩევის t-ს,** ისეთი **t** კრიტერიუმისაგან განსხვავების მიზნით, რომელიც ორი შერჩევის საშუალოს მოიცავს, რაც მე-9 თავში იქნება განხილული.

t კრიტერიუმი შემოღებული იყო ბრიტანელი მათემატიკოსის უილიამ სილი გოსეტის მიერ მე-20 საუკუნის დასაწყისში. გოსეტმა თავისი ნაშრომი „სტუდენტის" ფსევდონიმით გამოსცა. ამიტომაც **t** კრიტერიუმს ხშირად უწოდებენ „სტუდენტის **t** კრიტერიუმს".

t-ს შერჩევითი განაწილება

t სტატისტიკის გამოყენებისათვის უნდა ვიცოდეთ მისი შერჩევითი განაწილება. **t**-ს შერჩევითი განაწილება განსხვავდება **z**-ის შერჩევითი განაწილებისაგან. რადგან **z** სტატისტიკა იყენებს პოპულაციის პარამეტრს $\sigma_{\bar{X}}$-ს, მას აქვს მხოლოდ ერთი შერჩევითი განაწილება, რომელიც წარმოდგენილია ცხრილში №a-1. **t** კრიტერიუმი კი, რადგან იყენებს **პოპულაციის s სტანდარტული გადახრის შეფასებას**, განისაზღვრება, როგორც

$$s = \sqrt{\frac{\sum (X - \bar{X})^2}{N - 1}}.$$

s-ის გამოთვლა გულისხმობს შერჩევის N მოცულობას. ამიტომ **t**-ს შერჩევითი განაწილება იცვლება შერჩევის მოცულობასთან ერთად ან, უფრო ზუსტად რომ ვთქვათ, შერჩევის *თავისუფლების ხარისხთან* ერთად.

თავისუფლების ხარისხი (degrees of freedom) — ქულათა რაოდენობა, რომელიც თავისუფალია ცვალებადობის დროს სტატისტიკის გამოთვლისას.

თავისუფლების ხარისხი

თავისუფლების ხარისხი (რომლის აბრევიატურაა **df**) განისაზღვრება როგორც ქულების რაოდენობა, რომელიც თავისუფალია ცვალებადობის დროს სტატისტიკის გამოთვლისას. მოვიყვანთ რამდენიმე მაგალითს იმის უკეთ გასაგებად, თუ რას

ნიშნავს „ქულების რაოდენობა, რომელიც თავისუფალია ცვალებადობის დროს" სტატისტიკის გამოთვლისას. დავუშვათ, რომ თქვენ გთხოვეს ამოირჩიოთ სამი ქულა ტესტში. თქვენ შეიძლება აირჩიოთ ნებისმიერი სამი ქულა, ვთქვათ, 75, 62 და 97. ამ დავალებისას არ არსებობდა რაიმე შეზღუდვა ქულების არჩევანში; თითოეული ქულა შეიძლება თავისუფალი იყოს თავისი ცვალებადობის დროს. შესაბამისად ქულების ამ სიმრავლისათვის თავისუფლების ხარისხი df არის N=3. განვიხილოთ მეორე დავალება, როცა თქვენ გთხოვენ აირჩიოთ სამი ქულა, მაგრამ ისეთი, რომელთა ჯამი უნდა იყოს 254. დავუშვათ, თქვენ აირჩიეთ 81 და 78 როგორც პირველი ორი ქულა; მათ შეიძლება ჰქონდეთ ნებისმიერი მნიშვნელობა, რომელსაც თქვენ ისურვებთ. ეს ორი ქულა შეიძლება თავისუფალი იყოს თავისი ცვალებადობის დროს. შეიძლება მესამე ქულა ასევე თავისუფლად შეიცვალოს? არა. რადგან სამი ქულის ჯამი უნდა იყოს 254, მესამე ქულა უნდა იყოს 95; არც ერთი სხვა ქულის შემთხვევაში ეს ჯამი არ მიიღება. ამიტომ, თუ თქვენ გითხრეს, რომ ქულათა ჯამი არის 254, ორი ქულა შეიძლება თავისუფლად შეიცვალოს, ხოლო მესამე განსაზღვრულია იმ ორი ქულის მნიშვნელობით, რომლებიც თავისუფლად შეიძლება შეიცვალოს, და ამ სამი ქულის ჯამით. შესაბამისად, თუ თქვენ იცით სამი ქულის ჯამი, მაშინ არსებობს N–1=3–1=2 თავისუფლების ხარისხი ამ სამი ქულისათვის.

თუ გამოვიყენებთ ამ არგუმენტაციას შერჩევითი საშუალოს გამოთვლისას, $\bar{X}$-ს აქვს N df. ყველა ქულა ქულათა ერთობლიობაში არის თავისუფალი ცვალებადობისას, როცა ვითვლით $\bar{X}$-ს. მაგალითად, თქვენ გთხოვეს გამოითვალოთ შერჩევის საშუალო 5 ქულის ერთობლიობისათვის, აქედან 4 არის მოცემული: 7, 10, 3 და 6. მხოლოდ ამ ინფორმაციის მოცემულობისას თქვენ ვერ შეძლებთ საშუალოს პოვნას. მეხუთე ქულად შეიძლება ჩათვალოთ ნებისმიერი მნიშვნელობა და თქვენ არ გეცოდინებათ მეხუთე ქულის მნიშვნელობა მხოლოდ ამ ოთხი მნიშვნელობის ცოდნის საფუძველზე. ამრიგად, ყველა N ქულა (სადაც N=5 როგორც ამ მაგალითში) არის თავისუფალი ცვალებადობისას, როცა ხდება შერჩევის საშუალოს გამოთვლა.

s-ის თავისუფლების ხარისხი არის N–1. ამის საილუსტრაციოდ დავუშვათ, რომ თქვენ გთხოვეს გამოთვალოთ **s** 5 ქულის მქონე შერჩევის საფუძველზე. პოპულაციის სტანდარტული გადახრის შეფასება განისაზღვრება, როგორც

$$s = \sqrt{\frac{\sum (X - \bar{X})^2}{N - 1}}$$

დავუშვათ, რომ ხუთიდან ოთხ ქულას აქვს შემდეგი მნიშვნელობები: 13, 15, 13 და 12 და ამ ხუთი ქულის საშუალო არის 13.4. ჩვენ ვიცით, აგრეთვე, რომ

$$\sum (X - \bar{X}) = 0 .$$

თუკი ჩვენ გამოვაკლებთ $\bar{X}$ ამ ოთხი ქულიდან თითოეულს, მაშინ ჩვენ მივიღებთ:

$(X - \bar{X})$
13 – 13.4 = - 0.4
15 – 13.4 = +1.6
13 – 13.4 = - 0.4
12 – 13.4 = -1.4
ჯამი = -0.6

ამ ოთხი $(X - \bar{X})$ სხვაობის ჯამი ტოლია -0.6-ის. როცა მეხუთე ქულა იქნება ჩართული ამ ერთობლიობაში, ეს ჯამი ტოლი იქნება ნულის. ამრიგად, მეხუთე ქულამ უნდა მოგვცეს $(X - \bar{X})$=+0.6, +0.6-ს რომ დავუმატოთ -0.6, ჯამი ტოლი იქნება ნულის. თუკი X_5 – 13.4= +0.6, მაშინ X_5 ტოლი უნდა იყოს 14-ის. შესაბამისად, თუ $\bar{X}$ ცნობილია ამ ხუთი ქულის ერთობლიობისათვის, მაშინ ამ ხუთი ქულიდან მხოლოდ ოთხი ქულის მნიშვნელობაა თავისუფალი ცვალებადობისას. მეხუთე ქულა ვერ შეიცვლება თავისუფლად. მისი მნიშვნელობა არის მკაცრად განსაზღვრული

იმ შეზღუდვით, რომელიც საშუალოს მნიშვნელობით იქნა შემოტანილი. რადგან $\bar{X}$ უნდა იყოს ცნობილი, რათა გამოვითვალოთ **s**, ყველა ქულა, გარდა ერთისა, არის თავისუფალი ცვალებადობის დროს **s**-ის გამოთვლისას. ამრიგად, როცა ვითვლით **s** ან $\mathbf{s^2}$ N ქულათა ერთობლიობას აქვს N-1 თავისუფლების ხარისხი· df.

ჩვენ შეგვიძლია თავისუფლების ხარისხის შესახებ ეს ცოდნა **s**-ის გამოსათვლელ ფორმულაში გამოვიყენოთ, რათა ის უფრო მოკლედ ჩავწეროთ. რადგან $\sum(X-\bar{X})^2$, აგრეთვე, კვადრატების ჯამს (SS) უწოდებენ, და N-1 ასახავს თავისუფლების ხარისხს SS-ის გამოთვლისას, **პოპულაციის სტანდარტული გადახრის შეფასება** შეიძლება გამოვსახოთ როგორც კვადრატული ფესვი კვადრატების ჯამიდან გაყოფილი თავისუფლების ხარისხზე:

$$s=\sqrt{\frac{SS}{df}}.$$

მომდევნო თავებში ჩვენ ვნახავთ, რომ **s**-ის ეს გამოსახულება საკმაოდ ხშირად გამოიყენება.

ერთი შერჩევის t კრიტერიუმის თავისუფლების ხარისხი

ახლა გამოვიყენოთ **df**-ის შესახებ ჩვენი ცოდნა **t** კრიტერიუმისათვის. საშუალოს სტანდარტული შეცდომის შეფასება $s_{\bar{X}}$ გამოითვლება როგორც $s/\sqrt{N}$. რადგან s-ს აქვს N-1 df, $s_{\bar{X}}$-ს, აგრეთვე, აქვს N-1 df. ამრიგად, ერთი შერჩევის t სტატისტიკის შერჩევითი განაწილებისათვის თავისუფლების ხარისხი არის აგრეთვე N-1.

t შერჩევითი განაწილება

თითოეული df-ისათვის არსებობს **t**-ს სხვადასხვა თეორიული განაწილება. რადგან პოტენციურად ქულათა ნებისმიერი რაოდენობა შეიძლება იყოს მიღებული შერჩევაში, df შეიძლება იცვლებოდეს 1-დან უსასრულობამდე. როგორც პოტენციური შერჩევითი განაწილების მაგალითი, სურათი №8.4 გვიჩვენებს **t** განაწილებებს, როცა **df** არის 2, 4, და 60.

თუმცა **t** განაწილების ფორმა იცვლება თავისუფლების ხარისხის ცვალებადობასთან ერთად, ის ნორმალური განაწილების მსგავსია რამდენიმე ასპექტში. თითოეული **t** განაწილება სიმეტრიული და უნიმოდალურია და აქვს საშუალო, რომელიც ნულის ტოლია. განვიხილოთ, რატომ ჩნდება ეს თავისებურება. როცა ნულოვანი ჰიპოთეზა, ისეთი როგორიცაა: H_0:μ=პოპულაციის საშუალოს რაიმე ჰიპოთეტური მნიშვნელობისა, ჭეშმარიტია, **t**-ს მოსალოდნელი მნიშვნელობა იქნება ნული, რადგან $(\bar{X}-\mu)$-ს საშუალო იმ შერჩევით განაწილებაში, რომელიც იყო აღებული ასეთი პოპულაციიდან, იქნება ნული. მაგრამ, მაშინაც როცა H_0 ჭეშმარიტია, $\bar{X}-\mu$-ს მნიშვნელობები შეიცვლება ნულის ტოლი საშუალოს გარშემო შერჩევის შეცდომის გამო. უფრო მეტიც, მოსალოდნელია, რომ $\bar{X}$ იქნება μ-ზე მეტი თითქმის ისევე ხშირად, როგორც ის იქნება μ-ზე ნაკლები. მოსალოდნელია, რომ, როცა ნულოვანი ჰიპოთეზა ჭეშმარიტია, $\bar{X}-\mu$ მნიშვნელობები ისევე ხშირად იქნება დადებითი, როგორც უარყოფითი. ამრიგად, **t**-ს მოსალოდნელი მნიშვნელობები სიმეტრიულად იქნება განლაგებული ნულის ტოლი საშუალოს გარშემო.

თავისუფლების ხარისხის უსასრულო რაოდენობისათვის (თეორიული და არა რეალური შესაძლებლობა) **t** შერჩევითი განაწილება არის ნორმალური განაწილების მსგავსი. ყველა სხვა **t** განაწილებები არიან უფრო ფართოდ გაშლილები, ვიდრე ნორმალური განაწილება.

რატომ არის უფრო სწორი თავისუფლების ხარისხის და არა N-ის გამოყენება? თუ **df** ერთი შერჩევის **t** კრიტერიუმისათვის არის მოცემული N-1 საშუალებით, რატომ არ შეიძლებოდა **t** შერჩევითი განაწილების ნარმოდგენა N-ის ტერმინებით **df**-ის მაგივრად? ერთი შერჩევის **t** სტატისტიკისათვის ჩვენ ვერ მივიღებთ ვერც

ერთ უპირატესობას **df**-ის გამოყენებით N-ის მაგივრად იმ **df**-სათვის, რომელიც ყოველთვის ერთით ნაკლებია N-ზე. df-ის გამოყენების უპირატესობა გამოჩნდება მე-9 თავში, სადაც ჩვენ გაგაცნობთ სხვა t სტატისტიკას, რომელიც გამოიყენება ორი შერჩევის საშუალოთა შესადარებლად. ამ t-სათვის df N-2 და არა N-1-ია. ტოლი df-სათვის ორიე t კრიტერიუმს აქვს ერთი და იგივე შერჩევითი განაწილება. იმაეე მაგალითებს სხვა სტატისტიკების განხილვისას მომდევნო თავებში შეეხედებით.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა VIII-2

1. დაწერეთ ერთი შერჩევის **t** სტატისტიკის ფორმულა.
2. რატომ უწოდებენ **t** სტატისტიკას ზოგჯერ „სტუდენტის **t**-ს"?
3. თქვენ მოცემული გაქვთ 7 ქულა: 73, 42, 51, 68, 49, 62 და 57. რამდენი თავისუფლების ხარისხი აქვს ამ ქულების სიმრავლეს, რათა გამოითვალოთ

   ა) $\overline{X}$, ბ) s და გ) s^2
4. თქვენ გეგმავთ გამოთვალოთ ერთი შერჩევის **t** სტატისტიკა შემდეგი მოცულობების შერჩევებზე. თითოეული შერჩევისათვის, იპოვეთ **df**: ა) N=10, ბ) N=16, გ) N=7, დ) N=54, ე) N= 120, ვ) N=30.
5. თქვენ გაქვთ **t**-ს ორი თეორიული განაწილება – ერთი 13 **df** და მეორე 27**df**. რომელი განაწილება იქნება უფრო დაბალი და გაშლილი?
6. რა პირობებში იქნება **t** სტატისტიკის შერჩევითი განაწილება **z** შერჩევითი განაწილების იდენტური?

სტატისტიკური ჰიპოთეზების შემოწმება t-ს საშუალებით ერთი შერჩევის შემთხვევაში

ერთი შერჩევის **t** საშუალებას გვაძლევს განვსაზღვროთ, განსხვავდება თუ არა $\overline{X}$ ჰიპოთეტური μ-საგან უფრო მეტად, ვიდრე ეს იქნებოდა მოსალოდნელი მხოლოდ შერჩევის შეცდომის შემთხვევაში, როცა σ არის გამოთვლილი **s**-ის საშუალებით. **t**-ს საშუალებით სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმების პროცედურა იდენტურია იმისა, რაც იყო **z** სტატისტიკისათვის. აუცილებელი ნაბიჯები მოიცავს შემდეგს:

- H_0-ის და H_1-ის ფორმულირებას;
- **t** სტატისტიკის შერჩევითი განანილების მიღებას H_0-ის ჭეშმარიტების პირობებში;
- მნიშვნელოვნობის დონის შერჩევას;
- **t**-ს კრიტიკული მნიშვნელობის ან მნიშვნელობების პოვნას;
- უარყოფის არის ან არეების მდებარეობის დადგენას **t**-ს შერჩევით განაწილებაში;
- გადაწყვეტილების მიღებას სტატისტიკური ჰიპოთეზების შესახებ;
- $t_{\text{რეალური}}$ მნიშვნელობის გამოთვლას შერჩევის მონაცემების საფუძველზე;
- გადაწყვეტილების მიღებას H_0-ის და H_1-ის შესახებ $t_{\text{რეალური}}$ მნიშვნელობაზე დაყრდნობით.

ამ ნაბიჯებს ასახავს შემდეგი მაგალითი. დაეუშვათ, ბავშვთა ფსიქოლოგმა, რომელიც იკვლევდა საკითხს, როგორ ატარებდნენ დროს მესამეკლასელი ბავშვები, რომლებიც ჩართულნი იყვნენ გაკვეთილების შემდგომ ბავშვების მოვლის პროგრამაში, აღმოაჩინა, რომ კვირის დღეებში ბავშვები უყურებენ ტელეგადაცემებს საშუალოდ 83 წუთის განმავლობაში, რომლის **s** 26 წუთის ტოლია. დავუშვათ, აგრეთვე, ცნობილია, რომ დღეში ტელეგადაცემების ყურებაზე დახარჯული დროის საშუალო მესამეკლასელთა პოპულაციისათვის შეადგენს 95 წუთს. არის თუ არა შერჩევის საშუალო, რომელიც ტოლია 83 წუთის, მნიშვნელოვნად განსხვავებული პოპულაციის საშუალოსაგან – 95 წუთისაგან? რადგან σ არის გამოთვლილი **s**-ის საშუალებით, ამ კითხვაზე პასუხის გასაცემად უნდა იყოს გამოყენებული ერთი შერჩევის **t** კრიტერიუმი.

სტატისტიკური ჰიპოთეზების ფორმულირება

სტატისტიკური ჰიპოთეზები ერთი შერჩევის t სტატისტიკისათვის იდენტურია იმის, რაც იყო გამოყენებული z სტატისტიკის შემთხვევაში. **ნულოვანი ჰიპოთეზა** H_0 განსაზღვრულია როგორც პოპულაციის საშუალოს ჰიპოთეტური მნიშვნელობა. **ალტერნატიული ჰიპოთეზა** H_1 განისაზღვრება როგორც დებულება, რომ პოპულაციის საშუალო არ არის ის, რაც ნავარაუდევია H_0-ის შემთხვევაში. მაგალითად, **სტატისტიკური ჰიპოთეზების პირობითი აღნიშვნა** არის:

H_0:μ=95 წუთი;

H_1:μ≠95 წუთი.

t სტატისტიკის შერჩევითი განაწილების მიღება

t-ს შერჩევითი განაწილება დამოკიდებულია **t**-ს თავისუფლების ხარისხებზე, რომელიც გამოითვლება შერჩევის ქულების საფუძველზე. **df** ერთი შერჩევის **t**-სათვის მოცემულია N-1 სახით. იმ საშუალოსათვის, რომელიც ეფუძნება 30 მონაცემს, **df t**-სათვის არის 30-1=29. მნიშვნელოვნობის დონისა და უარყოფის არეების არჩევის შემდეგ თავისუფლების ხარისხის ამ მაჩვენებელს გამოვიყენებთ **t**-ს შერჩევითი განაწილების ცხრილში $t_{\text{კრიტიკული}}$ საპოვნელად.

მნიშვნელოვნობის დონის არჩევა

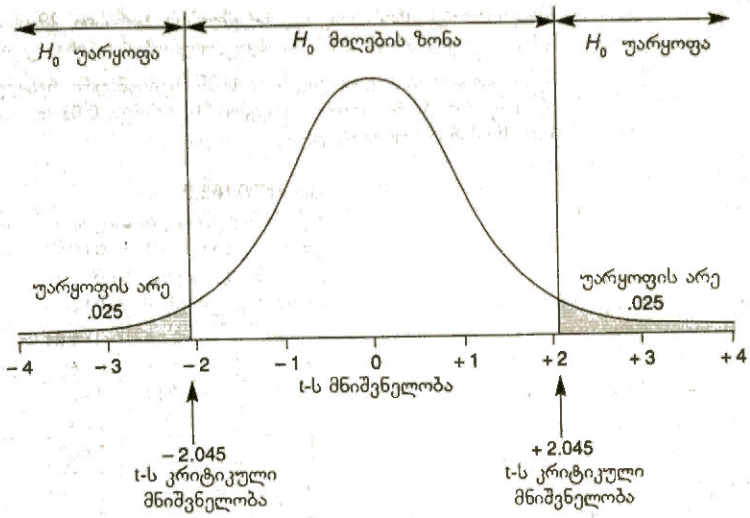
მნიშვნელოვნობის დონე არის ალბათობის მნიშვნელობა, რომელიც უზრუნველყოფს H_0-ის უარყოფას. სტატისტიკური ჰიპოთეზის ტესტირებისას ჩვეულებრივ გამოიყენება 0.05-ის ან 0.01-ის მნიშვნელოვნობის დონე. მაგალითად, ჩვენ ვიყენებთ α=0.05.

უარყოფის არეების განსაზღვრა t კრიტერიუმისათვის: ორმხრივი კრიტერიუმი

როცა H_0 ჭეშმარიტია, უარყოფის არე მოიცავს **t** განაწილების ისეთ მნიშვნელობებს, რომლის ალბათობა α-ს ტოლია ან მასზე ნაკლები. ამრიგად, უარყოფის არე განსაზღვრავს $t_{\text{რეალური}}$ ისეთ მნიშვნელობებს, რომლებიც უარყოფის არეში მოხვდებიან.

ორმხრივ ანუ **არამიმართულებით კრიტერიუმში t**-ს უარყოფის არეები მდებარეობენ თეორიული შერჩევითი განაწილების ორივე კუდზე, როგორც ეს ნაჩვენებია სურათზე №8.4. როცა H_0 ჭეშმარიტია, $\bar{X}$-ის მნიშვნელობათა უმეტესობა მხოლოდ მცირედ იქნება განსხვავებული μ-საგან. ამრიგად, **t**-ს მნიშვნელობათა უმრავლესობა დავგუფებული იქნება განაწილების შუაში ნულის გარშემო. შერჩევის შეცდომის გამო, **t**-ს ზოგიერთი მნიშვნელობა იქნება განაწილების რომელიმე ბოლოში, მაშინაც კი, როცა H_0 ჭეშმარიტია. ეს მნიშვნელობები მიიღება, როცა **t**-ს მრიცხველი (ე.ი. $\bar{X}-\mu$ სხვაობა) მეტია მნიშვნელზე (ანუ $s_{\bar{X}}$). მაგრამ **t**-ს ასეთი დიდი მნიშვნელობები უფრო იშვიათი ხდომილებებია ნულოვანი ჰიპოთეზის ჭეშმარიტების პირობებში.

მეორე მხრივ, თუკი H_1 ჭეშმარიტია და $\bar{X}$ ასახავს შერჩევას იმ პოპულაციიდან, რომლის საშუალო განსხვავდება μ-საგან, მაშინ უფრო ხშირად მოსალოდნელია $\bar{X}-\mu$-ის და, მაშასადამე **t**-ს დიდი მნიშვნელობები. ამრიგად, უარყოფის არე მდებარეობს **t**-ს თეორიული შერჩევითი განაწილების თითოეულ კუდზე და მთელი α იყოფა ორ ნაწილად კუდებს შორის. თუკი α =0.05, მაშინ თითოეული უარყოფის არე მოიცავს ალბათობას α/2 ან 0.025. თუკი შერჩევის ქულების მიხედვით გამოთვლილი **t**-ს მნიშვნელობა (განსაზღვრული, როგორც $t_{\text{რეალური}}$) ხვდება რომელიმე უარყოფის არეში, მაშინ ნულოვანი ჰიპოთეზა იქნება უარყოფილი და მიიღება ალტერნატიული ჰიპოთეზა. უარყოფის არის მდებარეობის განსაზღვრით **t** განაწილების ორივე კუდზე, ექსპერიმენტატორი ითვალისწინებს ორივე შესაძლებლობას, რომელიც შეიძლება იყოს ნაგულისხმევი ალტერნატიულ ჰიპოთეზებში: როცა $\bar{X}$ მეტია μ-ზე და როცა $\bar{X}$ ნაკლებია μ-ზე. უარყოფის ამ ორ არეში მოხვედრის სრული ალბათობა უდრის 0.05-ს, როცა H_0 ჭეშმარიტია.



სურათი №8.4
t განაწილების ორმხრივი უარყოფის არე, როცა df არის 29 და α=0.05. $t_{\text{რეალური}}$ მნიშვნელობა ხვდება უარყოფის ერთ-ერთ არეში, რასაც მივყავართ H_0 -ის უარყოფამდე და ვიღებთ H_1-ს

t-ს შერჩევითი განაწილების უარყოფის ორი არე, როცა **df** არის 29, ნაჩვენებია სურათზე №8.4. თუ **df** ტოლია 29-ის და H_0 ჭეშმარიტია, მაშინ ალბათობა იმისა, რომ **t** იქნება ტოლი ან ნაკლები, ვიდრე -2.045, არის 0.025 და ალბათობა იმისა, რომ **t** იქნება ტოლი ან მეტი +2.045-ზე, ისევ 0.025-ია. $t_{\text{რეალურის}}$ ნებისმიერი მნიშვნელობა, რომელიც ტოლია ან ნაკლები -2.045-ზე, ან ტოლია, ან მეტია +2.045-ზე, ხედება უარყოფის არეში. ეს შედეგი მიიღება ხდომილებათა მხოლოდ 5 პროცენტის შემთხვევაში, როცა ნულოვანი ჰიპოთეზა ჭეშმარიტია. მნიშვნელობები -2.045 და +2.045 მიღებული იყო **t**-ს შერჩევითი განაწილების კრიტიკულ მნიშვნელობათა ცხრილიდან. ამ ცხრილის გამოყენება შემდგომში იქნება განმარტებული.

t კრიტიკულ მნიშვნელობათა ცხრილის გამოყენება

მნიშვნელოვნობის ცალკეული დონისათვის საჭიროა **t**-ს კრიტიკული მნიშვნელობების განსაზღვრა (აღინიშნება, როგორც $t_{\text{კრიტიკული}}$), რომლებიც დამოკიდებულია $t_{\text{რეალურის}}$ **df**-ზე. **t** განაწილების გრაფიკები ნათლად გვიჩვენებს, რომ **t** განაწილების ფორმა იცვლება თავისუფლების ხარისხების ცვალებადობასთან ერთად, მაგრამ ამ გრაფიკებიდან ძნელია იპოვო $t_{\text{კრიტიკულის}}$ ზუსტი მნიშვნელობა. ამიტომ $t_{\text{კრიტიკულის}}$ მნიშვნელობები 0.05 და 0.01 მნიშვნელოვნობის დონეებისათვის გამოთვლილია და შეტანილია ცხრილებში.

ცხრილი №8.2 ასახავს $t_{\text{კრიტიკულის}}$ მნიშვნელობებს α=0.05 და 0.01, ორმხრივი კრიტერიუმისათვის. ცხრილი №8.2 არის დანართში მოცემული ცხრილი №2-ის ნაწილი. პირველ სვეტში მოცემულია თავისუფლების ხარისხები **t** განაწილებებისათვის. α=0.05 და 0.01 სვეტების ნებისმიერ სტრიქონში მოცემულია $t_{\text{კრიტიკულ}}$ მნიშვნელობები ამ მნიშვნელოვნობის დონის შესატყვისი თავისუფლების ხარისხისათვის. მაგალითად, როცა α=0.05 $t_{\text{კრიტიკულ}}$ ორმხრივი მნიშვნელობა იმ $t_{\text{რეალურისათვის,}}$ რომელსაც აქვს 29-ის ტოლი თავისუფლების ხარისხი, არის 2.045. მიაქციეთ ყურადღება, რომ ამ მნიშვნელობას არა აქვს ნინ + ან – ნიშანი. ის წარმოდგენილია როგორც **t**-ს აბსოლუტური მნიშვნელობა. თუმცა უარყოფის არეების მდებარეობის განსაზღვრისათვის ეს მნიშვნელობა უნდა იყოს წარმოდგენილი როგორც -2.045 და +2.045. ანალოგიურად, α=0.01-სათვის ორმხრივი $t_{\text{კრიტიკული}}$

მნიშვნელობა, რომლის თავისუფლების ხარისხი 29-ის ტოლია, უდრის 2.756-ს. აღსანიშნავია, რომ 0.01 მნიშვნელოვნობის დონე უფრო მკაცრი კრიტერიუმია H_0-ის უარყოფისათვის, ვიდრე α=0.05. ნებისმიერი რეალური $\bar{X} - \mu$ სხვაობა უნდა იყოს უფრო დიდი, რათა უარვყოთ H_0, როცა 0.05-ის ნაცვლად მიღებული იქნება 0.01 მნიშვნელოვნობის დონე.

ცხრილი №8.2.

t განაწილების კრიტიკული მნიშვნელობები α=0.05 და α=0.01-სათვის. მნიშვნელობები მოცემულია ორმხრივი კრიტერიუმისათვის

df	α=0.05	α=0.01
1	12.607	63.657
2	4.3030	9.925
3	3.182	5.841
4	2.776	4.604
5	2.571	4.032
6	2.447	3.707
7	2.365	3.499
8	2.306	3.355
9	2.262	3.25
10	2.228	3.169
11	2.201	3.106
12	2.179	3.055
13	2.160	3.012
14	2.145	2.977
15	2.131	2.947
16	2.120	2.921
17	2.110	2.898
18	2.101	2.878
19	2.093	2.861
20	2.086	2.845
21	2.080	2.831
22	2.074	2.819
23	2.069	2.807
24	2.064	2.797
25	2.060	2.787
26	2.056	2.779
27	2.052	2.771
28	2.048	2.763
29	2.045	2.756
30	2.042	2.750
40	2.021	2.704
60	2.000	2.660
120	1.980	2.617
∞	1.960	2.576

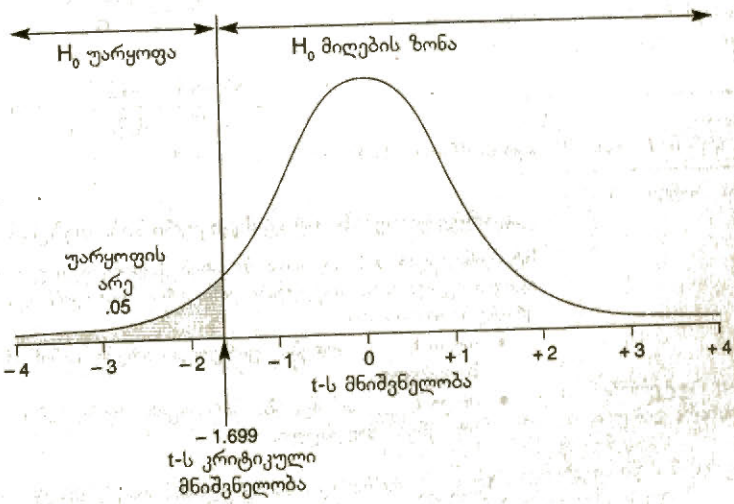
30-ზე უფრო მეტი თავისუფლების ხარისხისათვის მხოლოდ ცალკეული კრიტიკული მნიშვნელობები არის მოცემული ცხრილში. როცა **df** $t_{\text{რეალურისათვის}}$ მეტია 30-ზე, გირჩევთ, რომ $t_{\text{კრიტიკულის}}$ მნიშვნელობა გამოთვლილი იყოს იმ **df**-ს საფუძველზე, რომელიც ცხრილში ყველაზე ახლოს იმყოფება, მაგრამ ამასთანავე ნაკლებია ამ $t_{\text{რეალური}}$ **df**-ზე. მაგალითად, თუ **df**=35, ცხრილი №8.2 გვიჩვენებს $t_{\text{რეალური}}$ მნიშვნელობებს 30 და 40 **df**-ისათვის, მაგრამ არა მათ შორის მდებარე მნიშვნელობებისათვის. ამიტომაც $t_{\text{კრიტიკულის}}$ განსაზღვრისათვის, როცა **df**=35, ჩვენ ვიყენებთ 30-ის ტოლ **df**-ს (ის ტოლია 2.042 α=0.05), ნაცვლად იმისა, რომ გამოგვეყენებინა 40 **df**. ამ

პროცედურის შედეგად, მნიშვნელოვნობის დონე იქნება ოდნავ დაბალი, ვიდრე 0.05. **df**=40 რომ გამოგვეყენებინა, მაშინ $t_{\text{კრიტიკული}}$ მნიშვნელოვნობის დონე იქნებოდა ოდნავ მაღალი, ვიდრე 0.05. თუ $t_{\text{რეალური}}$ ხვდება უარყოფის არეში **df**=30-სათვის, მაშინ ის, აგრეთვე, ხვდება უარყოფის არეში **df**=40-სათვისაც. თუკი $t_{\text{რეალური}}$ (მაგალითად, $t_{\text{რეალური}}$ =2.033) მოხვდება ცხრილში იმ მნიშვნელობათა შორის, რომლებიც შეესაბამებიან df-ის მომდევნო დაბალ (მაგ., $t_{\text{კრიტიკული}}$=2.045, როცა df არის 30) და მომდევნო მაღალ მნიშვნელობებს (მაგ., $t_{\text{კრიტიკული}}$=2.021, როცა df არის 40), მაშინ $t_{\text{კრიტიკული}}$ უფრო ზუსტი მნიშვნელობა შეიძლება გამოვითვალოთ ცხრილის მნიშვნელობებიდან.

t უარყოფის არეების მდებარეობის განსაზღვრა: ცალმხრივი კრიტერიუმი

ორმხრივ შემოწმებაში H_0-ს უარყოფენ, როცა $t_{\text{რეალური}}$ ხვდება t-ს განაწილების რომელიმე ბოლოში. მაგრამ, როცა საკვლევი ჰიპოთეზით ნაწინასწარმეტყველებია საშუალოთა შორის მიმართულებითი კავშირი (მაგ., თუ ჩვენს მაგალითში მკვლევარი ვარაუდობს, რომ $\bar{X}$ იქნება უფრო ნაკლები, ვიდრე μ) და არ აინტერესებთ ნავარაუდევის საპირისპირო შედეგი (მაგ., თუ $\bar{X}$ არის უფრო მეტი, ვიდრე μ), მაშინ ზოგიერთი მკვლევარი იყენებს ცალმხრივ კრიტერიუმს. **ცალმხრივ** ანუ **მიმართულების მქონე კრიტერიუმში** უარყოფის არე, რომელიც შემოსაზღვრულია α-ს სრული მნიშვნელობით, განლაგებულია t განაწილების იმ კუდის მხარეზე, რომელიც შეესატყვისება კვლევის ჰიპოთეზით ნავარაუდევი შედეგის მიმართულებას. $t_{\text{კრიტიკული}}$ მნიშვნელობები ცალმხრივი კრიტერიუმისათვის 0.01 და 0.05 მნიშვნელობათა დონეებით წარმოდგენილია, აგრეთვე, ცხრილში №a-2. **df**=29-სათვის ცალმხრივი $t_{\text{კრიტიკული}}$ 0.05 მნიშვნელოვნობის დონეზე არის 1.699. ცალმხრივი უარყოფის არე, როცა $t_{\text{კრიტიკული}}$=-1.699, ნაჩვენებია სურათზე №8.5, t განაწილების მარცხენა კუდზე. ეს უარყოფის არე ამ მაგალითისათვის შესატყვისი იქნებოდა, თუ დავუშვებდით შემდეგ სტატისტიკურ ჰიპოთეზებს:

$$H_0: \mu \geq 42;$$
$$H_1: \mu < 42.$$



სურათი № 8.5
t განაწილების ცალმხრივი უარყოფის არე, როცა df არის 29 და α=0.05. $t_{\text{რეალური}}$ მნიშვნელობა ხვდება უარყოფის არეში, რასაც მივყავართ H_0-ის უარყოფამდე და ვიღებთ H_1-ს.

როდის უნდა იყოს გამოყენებული ცალმხრივი კრიტერიუმი?

ცალმხრივი უარყოფის არის უპირატესობა ისაა, რომ $t_{\text{კრიტიკული}}$ იქნება უფრო მცირე, რადგან მთელი უარყოფის არე მდებარეობს განაწილების მხოლოდ ერთ კუდში. ამიტომაც უფრო ადვილია H_0-ის უარყოფა, რადგან $\bar{X}$-სა და μ-ს შორის მცირე განსხვავებისას $t_{\text{რეალური}}$ ხვდება უარყოფის არეში. თუმცაღა, ამ უპირატესობას თან ახლავს შეზღუდვაც. გადაწყვეტილება იმის შესახებ, თუ რომელი უარყოფის არე იქნება გამოყენებული, ცალმხრივი თუ ორმხრივი, მიიღება იმ დროს, როცა კვლევა იგეგმება და სანამ დაიწყება მონაცემთა შეგროვება და ანალიზი. თუკი მიღებული იქნება ცალმხრივი უარყოფის არე, მაშინ ექსპერიმენტატორი ვერ შეძლებს უარყოს H_0 საშუალოთა შორის მიღებული იმ სხვაობის საფუძველზე, რომელიც ამ ჰიპოთეზის საპირისპირო მიმართულებისაა, რადგან ასეთი შედეგისათვის უარყოფის არე არ გვაქვს. ცალმხრივ და ორმხრივ კრიტერიუმებს უფრო დაწვრილებით მე-9 თავში განვიხილავთ. პრაქტიკაში ორმხრივი კრიტერიუმები ყველაზე ფართოდ გამოყენებადია ამიტომაც, ისინი გამოყენებულნი არიან ამ თავის ყველა მაგალითში.

$t_{\text{რეალური}}$ გამოთვლა

$t_{\text{რეალური}}$ გამოთვლა მოითხოვს $\bar{X}$-ის, μ და $s_{\bar{X}}$ მნიშვნელობათა ჩასმას ფორმულაში. მაგალითად, 30 მესამეკლასელისათვის ტელეგადაცემების ყურების $\bar{X}$=83 წუთს, s=26 წუთს და N=30. μ-ს ჰიპოთეტური მნიშვნელობა ტოლია 95 წუთის. $s_{\bar{X}}$-ის მნიშვნელობა მიღებულია s/√N-დან, ამრიგად,

$$s_{\bar{X}} = \frac{26}{\sqrt{30}} = \frac{26}{5.477},$$

რაც ტოლია 4.75-ის. ამის შედეგად

$$t_{\text{რეალური}} = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma_{\bar{X}}}$$

$$= \frac{83 - 95}{4.75} = \frac{-12}{4.75} = -2.526,$$

როცა **df** არის N-1=29 .

გადაწყვეტილებანი სტატისტიკური ჰიპოთეზების შესახებ

სტატისტიკურ ჰიპოთეზათა შესახებ გადაწყვეტილების მიღების წესები ერთი და იგივეა ყველა სტატისტიკური კრიტერიუმისათვის. შესაბამისად, ერთი შერჩევის t კრიტერიუმისათვის:

- თუკი $t_{\text{რეალური}}$ ხვდება უარყოფის არეში, მაშინ H_0 იქნება უარყოფილი და H_1 მიღებული;
- თუკი $t_{\text{რეალური}}$ არ ხვდება უარყოფის არეში, მაშინ H_0-ს ვერ უარვყოფთ და H_1 არ იქნება მიღებული.

$t_{\text{კრიტიკული}}$ ორმხრივი მნიშვნელობა, როცა **df**=29 და α=0.05, არის 2.045. შესაბამისად, როგორც ნაჩვენებია სურათზე №8.5, $t_{\text{რეალური}}$, რომელიც ტოლია ან ნაკლები -2.045-ზე, ან ტოლია ან მეტი +2.045-ზე, ხვდება უარყოფის არეში. $t_{\text{რეალური}}$ −2.526 არის უფრო შორს მდებარე (ექსტრემალური), ვიდრე $t_{\text{კრიტიკული}}$ =-2.045 და ამიტომაც ხვდება განაწილების მარცხენა კუდზე მდებარე უარყოფის არეში. ჩვენ უარვყოფთ H_0:μ ≠ 95 წუთს და ვიღებ H_1:μ ≠ 95. განსხვავება შერჩევით საშუალოსა და პოპულაციის საშუალოს შორის არის სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი 0.05 დონეზე. ჩვენ ვასკვნით, რომ შერჩევის საშუალო, რომელიც ტოლია 83 წუთის,

არის იმ პოპულაციიდან, რომლის μ ნაკლებია 95 წუთზე. იმ მესამეკლასელების მიერ ტელევიზორის ყურებაზე დახარჯული დრო, რომლებიც ჩართულნი იყვნენ გაკვეთილების შემდგომ ბავშვების მოვლის პროგრამაში, არის მნიშვნელოვნად ნაკლები, ვიდრე პოპულაციის საშუალო, რომელიც ტოლია 95 წუთისა დღეში.

თუკი $t_{\text{რეალური}}$ ხვდება ორ კრიტიკულ მნიშვნელობას, -2.045 და +2.045 შორის (მაგალითად, $\bar{X}$ არის 90 წუთი და ამრიგად, $t_{\text{რეალური}}$ =-1.056), მაშინ H_0 -ს ვერ უარვყოფთ და ვერ მივიღებთ H_1-ს. რეალური განსხვავება შერჩევით საშუალოსა და პოპულაციის ჰიპოთეტურ საშუალოს შორის იქნებოდა არამნიშვნელოვანი. ამ შემთხვევაში არ გვექნებოდა საკმარისი მტკიცებულება იმისათვის, რათა ჩაგვეთვალა, რომ H_0 არ არის ჭეშმარიტი.

გადაწყვეტილებანი სტატისტიკური ჰიპოთეზებისა და იმ დასკვნების შესახებ, რომლებიც მიღებული იქნებოდა რომელიმე სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი ან არამნიშვნელოვანი ერთი შერჩევის t კრიტერიუმისათვის, შეჯამებულია ცხრილში №8.3.

დაშვებები ერთი შერჩევის t კრიტერიუმისათვის

ერთი შერჩევის t კრიტერიუმი აყალიბებს შემდეგ დაშვებებს შერჩევის მონაცემებისათვის:

- მონაცემები შერჩევაში შემთხვევითადაა მიღებული პოპულაციის მონაცემებიდან და თითოეული მონაცემი დამოუკიდებელია ნებისმიერი სხვა მონაცემისაგან;
- მონაცემები პოპულაციის შერჩევაში ნორმალურადაა განაწილებული.

პრაქტიკაში, შერჩევიდან აღებულმა მონაცემებმა შეიძლება სრულყოფილად არ დააკმაყოფილოს ეს დაშვებები, თუმცა მკვლევრები განაგრძობენ ამ მონაცემებისათვის t კრიტერიუმის გამოყენებას. ამ საკითხს უფრო დაწვრილებით მე-9 თავში განვიხილავთ.

ცხრილი №8.3

ერთი შერჩევის t კრიტერიუმის გამოყენებით სტატისტიკური ჰიპოთეზების შემოწმების შესახებ გადაწყვეტილებებისა და დასკვნების შეჯამება. გამოყენებული იყო 0.05 მნიშვნელოვნობის დონე

თუ $t_{\text{რეალური}}$ ხვდება უარყოფის არეში α=0.05-სათვის, მაშინ:	თუ $t_{\text{რეალური}}$ არ ხვდება უარყოფის არეში α=0.05-სათვის, მაშინ:
$t_{\text{რეალური}}$ მიღების ალბათობა ნაკლებია ან ტოლი 0.05, ან $p \le 0.05$;	$t_{\text{რეალური}}$ მიღების ალბათობა მეტია ან ტოლი 0.05, ან $p > 0.05$;
H_0 არის უარყოფილი;	H_0 არ არის უარყოფილი
H_1 არის მიღებული. შერჩევის საშუალო აღებულია პოპულაციიდან, რომლის საშუალო განსხვავებულია პოპულაციის ჰიპოთეტური საშუალოსაგან;	H_1 არ არის მიღებული.
განსხვავება $\bar{X}$ -სა და ჰიპოთეტურ μ-ს შორის არის სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი 0.05 დონეზე;	განსხვაეება $\bar{X}$ -სა და ჰიპოთეტურ μ-ს შორის არის სტატისტიკურად არამნიშვნელოვანი 0.05 დონეზე;
მიიღება გადაწყვეტილება იმის შესახებ, რომ $\bar{X}$ -სა და ჰიპოთეტურ μ-ს შორის განსხვავების მიზეზი სხვა რამ არის და არა შერჩევის შეცდომა.	მიიღება გადაწყვეტილება იმის შესახებ, რომ შერჩევის შეცდომა ყველაზე დამაჯერებელად ხსნის განსხვავებას $\bar{X}$ -სა და ჰიპოთეტურ μ-ს შორის.

მაგალითი №8-1

ერთი შერჩევის t კრიტერიუმის გამოყენება

ამოცანა

ფსიქოლოგებმა წამოაყენეს ჰიპოთეზა, რომ ზოგიერთი ინდივიდი შეჯიბრების დროს გაურბის დიდ წარმატებას, რათა თავი აარიდოს მისი თანატოლების კრიტიკულობასა და ჯგუფიდან გარიყვას (განდევნას). თვითშეფასების კითხვარი, რომელიც ზომავს წარმატებისაგან გარიდებას, შეიმუშავეს ჩგუდმა და გუდმა (Good and Good, 1973). დავუშვათ, ცნობილია, რომ კოლეჯის დამამთავრებელი კლასის სტუდენტი გოგონებისათვის პოპულაციის საშუალო ამ კითხვარის მიხედვით იყო 8.6 ქულა. ქულების დიაპაზონი, რომელიც შეიძლებოდა ყოფილიყო მიღებული ამ კითხვარის მიხედვით, იცვლებოდა 0 ქულიდან, რაც ნიშნავდა წარმატებისათვის თავის არიდების დაბალ მოტივაციას, 28 ქულამდე, რაც ნიშნავდა წარმატებისათვის თავის არიდების მაღალ მოტივაციას. კონსულტანტმა მოაწყო კონკურენტული სიტუაცია. მან მისცა წარმატებისათვის თავის არიდების მოტივაციის საზომი სკალა კოლეჯის დამამთავრებელი კლასის 33 სტუდენტ გოგონას, რომლებმაც გაირეს ეს სემინარი და მიიღეს საშუალო 8.1 და **s**=1.31. განსხვავდება თუ არა ეს $\overline{X}$ მნიშვნელოვნად μ=8.6-საგან 0.05 მნიშვნელოვნობის დონეზე? გამოიყენეთ ორმხრივი კრიტერიუმი.

საჭირო სტატისტიკა: რადგანაც σ გამოითვლება **s**-ის საშუალებით, ამ შემთხვევაში უნდა გამოვიყენოთ ერთი შერჩევის **t** კრიტერიუმი.

დაშვებები:

1. ინდივიდები, რომლებმაც გამოკითხვაში მიიღეს მონაწილეობა, შემთხვევითად იყვნენ შერჩეულები კოლეჯის დამამთავრებელი კლასის სტუდენტი გოგონების პოპულაციიდან;
2. ნარმატების თავიდან არიდების მოტივაციის ქულები ნორმალურადაა განაწილებული პოპულაციის შერჩევაში.

სტატისტიკური ჰიპოთეზები: H_0 μ =8.6; H_1 μ ≠8.6.

მნიშვნელოვნობის დონე: α=0.05.

df t-სათვის: N-1=33-1=32.

t-ს კრიტიკული მნიშვნელობა: $t_{\text{კრიტიკული}}$ =2.042. **t-ს** კრიტიკული მნიშვნელობა, როცა **df**=32 არ არის წარმოდგენილი ცხრილში №a-2. ჩვენ გამოვიყენეთ $t_{\text{კრიტიკული}}$ **df**-ის უფრო დაბალი, ყველაზე ახლო მდგომი მნიშვნელობა, **df**=30.

უარყოფის არეები: $t_{\text{რეალური}}$ მნიშვნელობები, რომლებიც ტოლია ან ნაკლები 2.042, ან არაა ტოლი ან მეტი +2.042.

გამოთელა:

$$s_{\overline{X}} = \frac{1.31}{\sqrt{33}} = \frac{1.31}{5.745} = 0.228.$$

ამიტომ, $$t_{\text{რეალური}} = \frac{X - \mu}{s_{\overline{X}}} = \frac{8.1 - 8.6}{0.228} = \frac{-0.5}{0.228} = -2.193.$$

გადაწყვეტილება: $t_{\text{რეალური}}$ უფრო ექსტრემალურია, ვიდრე **t** კრიტიკული = -2.042 და ხვდება უარყოფის არეში. ამრიგად, ჩვენ უარვყოფთ H_0-ს და ვიღებთ H_1-ს.

დასკვნა: წარმატებისაგან გარიდების მოტივაციის საშუალო კოლეჯის დამამთავრებელი კლასის სტუდენტი გოგონების იმ შერჩევისათვის, რომლებიც დაესწრნენ სემინარებს (კერძოდ, $\overline{X}$ =8.1), მნიშვნელოვნად ნაკლებია, ვიდრე კოლეჯის დამამთავრებელი კლასის სტუდენტი გოგონების პოპულაციის საშუალო – 8.6.

ერთი შერჩევის t კრიტერიუმის შედეგების პრეზენტაცია

ამერიკის ფსიქოლოგიური ასოციაციის პუბლიკაციების სახელმძღვანელოს (1994) სტილი მოითხოვს დასკვნითი სტატისტიკის კრიტერიუმების შედეგების წარმოდგენას, რათა სპეციალური ფორმა მიეცეს სტატისტიკური კრიტერიუმის, კრიტერიუმის **df**-ის, სტატისტიკის რეალური მნიშვნელობის, გამოყენებული ალფა დონის და სტატისტიკის რეალური მნიშვნელობის ალბათობისა და ექსტრემალური მნიშვნელობის ჩაწერას ნულოვანი ჰიპოთეზის ჭეშმარიტების პირობებში. ასევე საჭიროა, შესატყვისი აღწერითი სტატისტიკის – შერჩევითი საშუალოსა და სტანდარტული გადახრის – წარმოდგენა. ჩვენ გიჩვენებთ შედეგების პრეზენტაციის ამ სტილს ერთ-ერთი სანიმუშო მაგალითის სახით, რომელიც ეხება კვლევას მესამეკლასელი მოსწავლეების მიერ ტელევიზორის ყურებაზე დახარჯული დროის შესახებ.

> საშუალო დრო, რომელსაც 30 მესამეკლასელი ხარჯავდა ყოველდღიურად ტელევიზორის ყურებაზე, იყო 83 წუთი (SD=26 წუთის). ალფა ტოლია 0.05-ის და ორმხრივი კრიტერიუმისათვის ერთი შერჩევის **t** კრიტერიუმი გვიჩვენებს, რომ შერჩევითი საშუალო მნიშვნელოვნად განსხვავდება პოპულაციის ჰიპოთეტური საშუალოსაგან, რომელიც ტოლია 95 წუთის; t(29)= -2.53, **p**<0.05.

ამ შედეგების პრეზენტაციისას:

α=0.05	გვიჩვენებს ამ კრიტერიუმის მნიშვნელოვნობის დონეს;
t(29)	განსაზღვრავს ტესტის სტატისტიკას როგორც **t**-ს. ეს **t** განსაზღვრავს $t_{\text{რეალურს}}$, თუმცა ინდექსი „რეალური" შეიძლება არ ახლდეს. რადგან **t** განისაზღვრება, როგორც ერთი შერჩევის **t**, ჩვენ ვიცით, რომ კრიტერიუმი გულისხმობს შერჩევის საშუალოს შედარებას პოპულაციის ჰიპოთეტურ საშუალოსთან. თავისუფლების ხარისხი $t_{\text{რეალურისათვის}}$ ნაჩვენებია ფრჩხილებში. ამრიგად, ჩვენ ვიცით, რომ **t**-ს გამოთვლისას გამოყენებული იყო 30 მონაცემი (რადგან **df**=N-1, ამიტომ 29=30-1);
=-2.53	$t_{\text{რეალურის}}$ მნიშვნელობა (არა $t_{\text{კრიტიკულისა}}$, რომელსაც ვპოულობთ ცხრილში №3-2). **t**-ს მნიშვნელობა უნდა იყოს გამოსახული რიცხვით, რომელსაც ექნება მძიმის შემდეგ სულ ცოტა ორი ციფრი;
p<0.05	გვიჩვენებს შემდეგს: ა) **p** და ნაკლებობის ნიშანი (**p**<) გვიჩვენებს, რომ $t_{\text{რეალურის}}$ მიღების ალბათობა H_0-ის ჭეშმარიტების პირობებში არის ნაკლები ან ტოლი 0.05-ს. ეს მნიშვნელობა არის $t_{\text{რეალურის}}$ ალბათობა ან უფრო შორს მდებარე $t_{\text{რეალურის}}$ ალბათობა, როცა H_0 არის ჭეშმარიტი; ბ) H_0: μ =95.0 წუთი არის უარყოფილი; H_0: $\mu \neq$95.0 წუთი არის მიღებული; გ) განსხვავება შერჩევის საშუალოსა და ჰიპოთეტურ μ-ს შორის არის სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი; დ) შერჩევის საშუალო განიხილება როგორც აღებული იმ პოპულაციიდან, რომლის საშუალო ნაკლებია ჰიპოთეტურ μ=95 წუთზე; ე) თუ **p**>0.05 იქნება შედეგებში წარმოდგენილი, მაშინ მეტობის ნიშანი აღნიშნავს იმას, რომ H_0 არ არის უარყოფილი და $\overline{X}$ არ განსხვავდება მნიშვნელოვნად ჰიპოთეტური μ-საგან მნიშვნელოვნობის 0.05 დონეზე.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა VIII-3

1. დაწერეთ H_0 და H_1 ერთი შერჩევის **t** კრიტერიუმისათვის ქვემოთ მოცემული თითოეული დებულების შემთხვევაში.
   ა) ღამის ძილის საშუალო ხანგრძლივობა პოპულაციისათვის არის 493 წუთი;
   ბ) დეპრესიისაკენ მიდრეკილების შეფასების კითხვარში პოპულაციის საშუალო არის 36.1;
   გ) პოპულაციის საშუალო სტანდარტიზებული ინტელექტის ტესტისათვის არის 100.

2. ცხრილის №a-2 დახმარებით, იპოვეთ $t_{კრიტ.}$ მნიშვნელობები მითითებული **df**-სა და α-ს გათვალისწინებით. გამოიყენეთ ორმხრივი კრიტერიუმი.

	df	α
ა.	6	0.05
ბ.	17	0.01
გ.	23	0.05
დ.	32	0.05
ე.	39	0.05
ვ.	75	0.01
ზ.	103	0.05
თ.	256	0.05

3. მიუთითეთ, ხვდება თუ არა $t_{რეალური}$ შემდეგი მნიშვნელობები უარყოფის არეში. შემდეგ მიუთითეთ თქვენი გადაწყვეტილება H_0 და H_1 სათვის. გახსოვდეთ, რომ თქვენ უნდა აირჩიოთ შემდეგი: ან ვერ უარყოფთ H_0-ს, ან უარყოფთ H_0-ს და არ მიიღებთ H_1-ს, ან მიიღებთ H_1-ს გამოიყენეთ α=0.05 და ორმხრივი კრიტერიუმი. **df** თითოეული $t_{რეალურისათვის}$ მოცემულია ფრჩხილებში.

ა. $t_{რეალური}(19) = +3.014$
ბ. $t_{რეალური}(19) = -1.989$
გ. $t_{რეალური}(16) = -2.179$
დ. $t_{რეალური}(16) = +2.04$
ე. $t_{რეალური}(30) = -3.961$
ვ. $t_{რეალური}(30) = +2.743$
ზ. $t_{რეალური}(6) = -2.364$
თ. $t_{რეალური}(6) = +2.447$
ი. $t_{რეალური}(9) = -2..262$
კ. $t_{რეალური}(37) = +2.938$
ლ. $t_{რეალური}(42) = -2.41$

4. განსაზღვრეთ დაშვებები, რომლებიც საფუძლად უდევს ერთი შერჩევის **t** კრიტერიუმს.

5. ამოხსენით შემდეგი ამოცანა და უპასუხეთ ქვემოთ მოცემულ კითხვებს. გამოიყენეთ ორმხრიეი კრიტერიუმი და 0.05 მნიშვნელოვნობის დონე. თქვენ გაინტერესებთ, თუ რამდენად ეარგად შეუძლია ადამიანს შეაფასოს დრო საათის გარეშე. თქვენ სთხოვეთ 11 ცდის პირს შეეფასებინათ დროის 7-წუთიანი ინტერვალი და ენიშნებინათ თქვენთვის მისი გასელის დრო საათის გარეშე. ამ 11 შეფასების საშუალო იყო 5.8 წუთი, **s**=0.8 წუთი არის თქვენი შერჩევის საშუალო, მნიშვნელოვნად განსხვავებული პოპულაციის საშუალოსაგან, რომელიც ტოლია 7 წუთის? თქვენს პასუხში მიუთითეთ შემდეგი:
   ა. კრიტერიუმი, რომელსაც გამოიყენებთ;
   ბ მისი გამოყენებისას გაკეთებული დაშვებები;
   გ. სტატისტიკური ჰიპოთეზები;
   დ. მნიშვნელოვნობის დონე;
   ე. კრიტერიუმის სტატისტიკის კრიტიკული მნიშვნელობა;
   ვ. უარყოფის არეები;
   ზ. $t_{რეალური}$ მნიშვნელობა;
   თ. თქვენი გადაწყვეტილებანი სტატისტიკური ჰიპოთეზების შესახებ;
   ი. თქვენი დასკვნები შერჩევის საშუალოს შესახებ.

6. ეს სავარჯიშო წარმოადგენს **t** კრიტერიუმის გამოყენების შედეგებს, რომელიც ადაპტირებულია გამოქვეყნებული კელევის შედეგებიდან. თითოეული წარმოდგენილი შედეგისათვის უპასუხეთ შემდეგ შეკითხვებს:
   ა. რას უდრის შერჩევის საშუალოს მნიშვნელობა?
   ბ. რას უდრის პოპულაციის სტანდარტული გადახრის შეფასების მნიშვნელობა?
   გ. რომელი **t** კრიტერიუმი გამოიყენება ამ კვლევაში?

დ. რა არის H_0 და H_1 ამ t კრიტერიუმისათვის?
ე. რამდენი მონაცემი იყო მიღებული ამ კვლევაში?
ვ. რისი ტოლია $t_{\text{რეალური}}$ მნიშვნელობა ამ კვლევაში?
ზ. რისი ტოლია **df** ამ $t_{\text{რეალურისათვის}}$?
თ. რისი ტოლია $t_{\text{კრიტიკული}}$ α=0.05-სა და ორმხრივი უარყოფის არესათვის?
ი. უარყოფთ H_0-ს, თუ ვერ უარყოფთ H_0-ს?
კ. მიიღებთ H_1-ს, თუ არ მიიღებთ H_1-ს?
ლ. დაასკვნით თუ არა, რომ შერჩევის საშუალო მნიშვნელოვნად განსხვავდება პოპულაციის ჰიპოთეტური საშუალოსაგან?

ანგარიში I: მორბენალი მამაკაცის საშუალო ნონა იყო 74 კგ (SD=7.6 კგ), α=0.05 და ორმხრივი **t** კრიტერიუმისათვის ერთი შერჩევის **t** კრიტერიუმმა გვიჩვენა, რომ შერჩევის საშუალო არ განსხვავდება მნიშვნელოვნად პოპულაციის ჰიპოთეტური საშუალოსაგან, რომელიც ტოლია 75 კგ-ის 25 წლის მამაკაცებისათვის; **t**(5)= -1.48, **p**<0.05.

ანგარიში II: არალეტალური დაავადებების მქონე 65 წლის და ზემოთ პაციენტი მამაკაცების საავადმყოფოში გატარებული დღეების საშუალო შეადგენდა 10.4 დღეს (SD=2.3). α=0.05 და ორმხრივი კრიტერიუმისათვის ერთი შერჩევის **t** კრიტერიუმმა გვიჩვენა, რომ შერჩევის საშუალო მნიშვნელოვნად განსხვავდება პოპულაციის ჰიპოთეტური საშუალოსაგან, რომელიც ტოლია 8.7 დღისა; **t**(24) = +3.7, **p**<0.01.

მნიშვნელოვანი საკითხები სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმებაში

რატომ არ ვიღებთ ნულოვან ჰიპოთეზას?

თუ კრიტერიუმის სტატისტიკა არ ხვდება უარყოფის არეში, მაშინ ჩვენ არ უარვყოფთ ნულოვან ჰიპოთეზას. ამ გადაწყვეტილებას ხშირად ასე გამოვთქვამთ: „ჩვენ ვერ უარვყოფთ ნულოვანი ჰიპოთეზას". თქვენ შეიძლება გაინტერესებთ, თუ რატომ ვხმარობთ ამ რთულ (ძნელად გასაგებ) ფრაზას; როგორც ვნახეთ, თუ ჩვენ არ უარვყოფთ რაიმეს, მაშინ ჩვენ ვიღებთ მას. რატომ არ შეგვიძლია უბრალოდ მივიღოთ ნულოვანი ჰიპოთეზა, თუკი კრიტერიუმის სტატისტიკა არ ხვდება უარყოფის არეში? ამ კითხვაზე პასუხის გასაცემად ჩვენ უნდა დავუბრუნდეთ მაგალითს, რომელიც სატვირთო მანქანებში სკამის სიმაღლეს ეხებოდა. სკამი მორგებული იყო იმ მძღოლების პოპულაციისათვის, ვისი მუხლქვეშა სიმაღლეც იყო 42 სმ და σ=3.0სმ. დავუშვათ, რომ თქვენ გყავთ სატვირთო მანქანის მძღოლების 25 კაციანი შერჩევა და აღმოჩნდა, რომ ამ მძღოლების საშუალო მუხლქვეშა სიმაღლე არის 42,5 სმ. $z_{\text{რეალური}}$ მნიშვნელობა ამ შერჩევისათვის იქნება +0.83.

$$z_{\text{რეალური}} = \frac{42.5 - 42}{3/\sqrt{25}} = +\frac{0.5}{0.6} = +0.83$$

ეს $z_{\text{რეალური}}$ არ ხვდება უარყოფის არეში, რომელიც განსაზღვრულია $z_{\text{კრიტიკული}}$ პლუს აწ მინუს 1.96 α=0.05-ის მნიშვნელოვნობის დონეზე, ამიტომ ის არის არამნიშვნელოვანი. ჩვენ ვერ უარვყოფთ H_0:μ=42სმ-ის. მაგრამ ნიშნავს თუ არა ეს გადაწყვეტილება იმას, რომ იმ პოპულაციის საშუალო, რომლიდანაც არის აღებული ეს შერჩევა, უნდა იყოს ზუსტად 42სმ? რა თქმა უნდა, არა; შერჩევის საშუალო 42.5 სმ არ ნიშნავს იმას, რომ პოპულაციის საშუალო, რომლიდანაც შერჩევა არის აღებული, უნდა იყოს 42 სმ-ის ტოლი. მეორე მხრივ, $\bar{X}$ =42.5 სმ, აგრეთვე, არ გვაძლევს იმის მტკიცების საშუალებას, რომ μ არ შეიძლება იყოს 42 სმ-ის ტოლი, ანუ $\bar{X}$ =42.5 სმ არ გეაძლევს იმის მტკიცების საშუალებას, რომ ჩვენ უნდა უარვყოთ H_0: μ =42 სმ, მაგრამ არც იმის მტკიცების საშუალებას გვაძლევს, რომ μ ზუსტად 42 სმ-ის ტოლია. ის გვაჩვენებს მხოლოდ იმას, რომ ჩვენ არ შეგვიძლია უარვყოთ H_0: μ =42 სმ.

დავუშვათ, რომ $\bar{X}$ ტოლი იყო 44 სმ-ის, ასე რომ, $z_{\text{რეალური}}$ =+3.33. ეს $z_{\text{რეალური}}$ სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია 0.05 დონეზე და ჩვენ უარვყოფთ H_0: μ =42 სმ-ს და მივიღებთ H_1: μ≠42სმ-ს. ამ შემთხვევაში სწორია მივიღოთ H_1, რადგან H_1

ამტკიცებს, რომ μ არის გარკვეული მნიშვნელობა, რომელიც განსხვადება 42სმ-ისაგან და $\bar{X}$=44სმ გვიჩვენებს, რომ μ მართლაც არის გარკვეული მნიშვნელობა, რომელიც განსხვავდება 42სმ-ისაგან. ამ შემთხვევაში, შერჩევის საშუალო 44სმ უზრუნველყოფს μ-ს საუკეთესო წერტილოვან შეფასებას მძღოლების იმ პოპულაციისათვის, საიდანაც იყო აღებული შერჩევა.

სწორი დასკვნები სტატისტიკური ჰიპოთეზების შესახებ შეიძლება შემდეგნაირად ჩამოვაყალიბოთ:

- თუ კრიტერიუმის სტატისტიკა ხვდება უარყოფის არეში, მაშინ H_0 უარყოფილი იქნება და მიღებული იქნება H_1;
- თუ კრიტერიუმის სტატისტიკა არ ხვდება უარყოფის არეში, მაშინ H_0-ს ვერ უარვყოფთ და ვერ მივიღებთ H_1-ს.

პირველი და მეორე გვარის შეცდომები სტატისტიკური კრიტერიუმების გამოყენებისას

სტატისტიკური კრიტერიუმი მკვლევარს აძლევს საშუალებას უარყოს H_0 (1) ან ვერ უარყოს H_0 (2). გადაწყვეტილების სისწორე დამოკიდებულია იმაზე, არის თუ არა ნულოვანი ჰიპოთეზა ფაქტობრივად ჭეშმარიტი პოპულაციისათვის. **პირველი გვარის შეცდომა** - შეცდომა სტატისტიკური გადაწყვეტილების მიღების დროს, რომელიც გამოიხატება ნულოვანი ჰიპოთეზის უარყოფაში, მაშინ როცა ის რეალურად ჭეშმარიტია. **მეორე გვარის შეცდომა** - შეცდომა სტატისტიკური გადაწყვეტილების მიღების დროს, რომელიც გამოიხატება იმით, რომ არ ხდება ნულოვანი ჰიპოთეზის უარყოფა, მაშინ როცა ის რეალურად მცდარია და ალტერნატიული H_1 ჰიპოთეზა კი ჭეშმარიტი. ცხრილი №8.4 გვიჩვენებს ამ შეცდომებს და შესაძლო სწორ გადაწყვეტილებებს, რომელიც შეიძლება მივიღოთ სტატისტიკური კრიტერიუმის გამოყენებისას.

პირველი გვარის შეცდომა (Type I error) — შეცდომა სტატისტიკური გადაწყვეტილების მიღების დროს, რომელიც გამოიხატება ნულოვანი ჰიპოთეზის უარყოფაში, მაშინ როცა ის რეალურად ჭეშმარიტია.

მეორე გვარის შეცდომა (Type II error) — შეცდომა სტატისტიკური გადაწყვეტილების მიღების დროს, რომელიც გამოიხატება იმით, რომ არ ხდება ნულოვანი ჰიპოთეზის უარყოფა, მაშინ როცა ის რეალურად მცდარია და ალტერნატიული H1 ჰიპოთეზა კი ჭეშმარიტი.

ბეტა(β) — მეორე გვარის შეცდომის ალბათობა.

სიმძლავრე (Power) — H_0-ის უარყოფის ალბათობა, როცა H_0 არ არის სამართლიანი და H_1 კი არის ჭეშმარიტი. სტატისტიკური კრიტერიუმის სიმძლავრე მოცემულია 1-β-ს საშუალებით.

პირველი და მეორე გვარის შეცდომები ხდება იმის გამო, რომ სტატისტიკური გადაწყვეტილების მიღება ალბათური ხასიათისაა. თუ H_0 არის ჭეშმარიტი, პირველი გვარის შეცდომის ალბათობა უდრის α-ს. ამიტომ, სწორი დასკვნის ალბათობა და იმის ალბათობა, რომ H_0 არ იქნება უარყოფილი, მაშინ როცა ის ჭეშმარიტია, არის მოცემული 1-α-ს საშუალებით. მეორე გვარის შეცდომის ალბათობა უდრის β-ს. აქედან გამომდინარე, H_1-ის სწორად მიღების ალბათობა, როცა H_1 ჭეშმარიტია, არის მოცემული 1-β-ს საშუალებით. მნიშვნელობა 1-β არის სტატისტიკური კრიტერიუმის სიმძლავრე. ამიტომაც **სტატისტიკური კრიტერიუმის სიმძლავრე** ან უბრალოდ **სიმძლავრე** არის H_0-ის უარყოფის ალბათობა, როცა H_0 არ არის სამართლიანი და H_1 არის ჭეშმარიტი. β მნიშვნელობა დამოკიდებულია მთელ რიგ ფაქტორებზე და ჩვენ ამ ფაქტორებს მე-9 თავში განვიხილავთ. თითოეული ეს ალბათობა განსაზღვრულია ცხრილში №8.4.

I გვარის შეცდომა ხდება მხოლოდ მაშინ, როცა H_0 ჭეშმარიტია. ამიტომ, I გვარის შეცდომის დაშვების ალბათობა პირდაპირ დამოკიდებულია არჩეული მნიშვნელოვნობის დონეზე. გაიხსენეთ, რომ მნიშვნელოვნობის დონე გვიჩვენებს კრიტერიუმის სტატისტიკის მნიშვნელობის მიღების ალბათობას (მაგ., ან **z** ან **t**), რომელსაც მივყავართ H_0-ის უარყოფამდე, როცა H_0 არის რეალურად ჭეშმარიტი. შესაბამისად, როცა სტატისტიკური კრიტერიუმისათვის არის არჩეული α, იქმნება I გვარის შეცდომის დაშვების რისკი. როცა α=0.05 ჭეშმარიტი H_0-ის შეცდომით უარყოფის ალბათობა ტოლია 0.05-ის. ანალოგიურად, როცა α=0.01, მაშინ არსებობს მხოლოდ 1 შანსი 100-დან, რომ დაშვებულ იქნეს I გვარის შეცდომა H_0-ის უარყოფით, როცა ის რეალურად ჭეშმარიტია. მეცნიერები, ჩვეულებრივ, ირჩევენ უფრო ფრთხილ გზას, რათა გარანტირებული იყოს I გვარის შეცდომის დაშვების დაბალი ალბათობა მათ კვლევებში. შესაბამისად, α-ს მნიშვნელობად ირჩევენ ხოლმე მის დაბალ მნიშვნელობებს, როგორიცაა α=0.05 ან α=0.01.

ცხრილი №8.4
შეცდომები და სწორი გადაწყვეტილებანი სტატისტიკურ გადაწყვეტილებებში და თითოეულ შედეგთან დაკავშირებული ალბათობა

	ექსპერიმენტატორის გადაწყვეტილება	
	H_0-ს ვერ უარვყოფთ	**H_0 უარყოფილია, H_1 მიღებულია**
H_0 ჭეშმარიტია	სწორი გადაწყვეტილება: $p=1-\alpha$	I გვარის შეცდომა: $p=\alpha$
ჭეშმარიტი სიტუაცია პოპულაციაში H_1 ჭეშმარიტია	II გვარის შეცდომა: $p=\beta$	სწორი გადაწყვეტილება: $p=1-\beta$

სტატისტიკური და მეცნიერული მნიშვნელოვნობა

სტატისტიკურ კრიტერიუმში *მნიშვნელოვნობა* გვიჩვენებს მხოლოდ იმას, რომ H_0 უარყოფილია. თუ H_0 უარყოფილია მაშინ სტატისტიკური კრიტერიუმი არც მიღებული შედეგის მიზეზს ხსნის, არც იმას გვიჩვენებს, თუ რამდენად მნიშვნელოვანია, მეცნიერული თვალსაზრისით, ეს განსხვავება. მთელი პასუხისმგებლობა რჩება მკვლევარს, რომელმაც ყურადღებით უნდა შეამოწმოს კვლევის პირობები და მიღებული მონაცემების ხასიათი.

კრიტერიუმის სტატისტიკის რეალური მნიშვნელობები, რომლებიც არ ხვდება უარყოფის არეში, ითვლება **არამნიშვნელოვნად** და არა *უმნიშვნელოდ*. *უმნიშვნელო* გულისხმობს, რომ რაიმეს არა აქვს მნიშვნელობა. მაშინ როცა არამნიშვნელოვანი განსხვავება შეიძლება მეცნიერულად იყოს ძალიან მნიშვნელოვანი. მაგალითად, დავუშვათ, რომ გაკვეთილების შემდეგ ბავშვების მოვლის ცენტრის მიერ შემოთავაზებული იყო პროგრამა, რომელიც მიზნად ისახავდა შეემცირებინა ის დრო, რომელსაც ბავშვები ატარებდნენ ტელეგადაცემების ყურებისას. თუკი $\overline{X}$ -ისა და μ-ს შედარებისას აღმოჩნდა არამნიშვნელოვანი განსხვავება, ეს ნიშნავს, რომ პროგრამა არაეფექტურია და ვერ ცვლის იმ დროს, რომელსაც ისინი ატარებენ ტელეგადაცემების ყურებისას და ეს შეიძლება მკვლევრისათვის იყოს მნიშვნელოვანი შედეგი.

პოპულაციის საშუალოსათვის ნდობის ინტერვალების აგება t სტატისტიკის გამოყენებით

ნდობის ინტერვალები პოპულაციის საშუალოსათვის განსაზღვრული იყო მე-7 თავში როგორც ინტერვალები, რომლებშიც შეიძლება იყოს მოთავსებული პოპულაციის საშუალო ჩვენი დარწმუნებულობის გარკვეული ხარისხით. იმ თავში ჩვენ ავაგეთ ეს ინტერვალები $\overline{X}$ -ის, z-ის და $\sigma_{\overline{X}}$ -ის გამოყენებით. მაგალითად, თუ $\sigma_{\overline{X}}$ ცნობილია, 95- პროცენტიანი ნდობის ინტერვალი პოპულაციის საშუალოსათვის მოცემულია ინტერვალით

$$\overline{X} - 1.96\ \sigma_{\overline{X}} \text{-დან } \overline{X} + 1.96\ \sigma_{\overline{X}} \text{-მდე.}$$

ხშირად $\sigma_{\overline{X}}$ უცნობია და მისი მნიშვნელობა გამოითვლება $s_{\overline{X}}$-ით. როცა $s_{\overline{X}}$ გამოიყენება $\sigma_{\overline{X}}$ -ის გამოსათვლელად, ნდობის ინტერვალი აგებულია t სტატისტიკის და არა z-ის გამოყენებით. t-სა და $s_{\overline{X}}$ -ის გამოყენებით **95-პროცენტიანი ნდობის ინტერვალი პოპულაციის საშუალოსათვის** მოცემულია ინტერვალით

$$\overline{X} - (t_{0.05})(s_{\overline{X}}) \text{-დან } \overline{X} + (t_{0.05})(s_{\overline{X}}) \text{-მდე,}$$

სადაც $\overline{X}$ რეალური შერჩევის საშუალოა;

$s_{\bar{X}}$ – იმ საშუალოს გამოთვლილი სტანდარტული შეცდომა, რომელიც მიღებულია s/√N-დან;

$t_{0.05}$ – $t_{\text{კრიტიკულის}}$ ორმხრივი მნიშვნელობა 0.05 მნიშვნელოვნობის დონეზე N-1 თავისუფლების ხარისხით.

ანალოგიურად, **99%-იანი ნდობის ინტერვალი პოპულაციის საშუალოსათვის** მოცემულია

$$\bar{X} - (t_{0.01})(s_{\bar{X}})\text{-დან } \bar{X} + (t_{0.01})(s_{\bar{X}})\text{-მდე.}$$

ამის საილუსტრაციოდ, ჩვენ დავადგინეთ 95-პროცენტიანი ნდობის ინტერვალი 30 მესამეკლასელის მიერ ტელევიზორის ყურებისას გატარებული დროის მონაცემებისათვის – $\bar{X}$=83 წუთისა და s=26 წუთისათვის. რადგან N=30, ამ შერჩევისათვის თავისუფლების ხარისხი იქნება 29 და ორმხრივი $t_{\text{კრიტიკულის}}(29)$ მნიშვნელობა 0.05 მნიშვნელოვნობის დონეზე არის 2.045. საშუალოს სტანდარტული შეცდომა, $s_{\bar{X}}$, ტოლია 26/√30, ანუ 4.75 წუთის. ამრიგად, 95-პროცენტიანი ნდობის ინტერვალი μ-სათვის იქნება

83-(2.045)(4.75)-დან 83+(2.045)(4.75),

ან თუ ჩავატარებთ მათემატიკურ გამოთვლებს, მიეიღებთ ნდობის ინტერვალს

83-9.7-დან 83+9.7 წუთამდე,

რაც 73.3-დან 92.7 წუთამდე ინტერვალის ტოლია. ალბათობა იმისა, რომ μ მოთავსებულია ამ ინტერვალში არის 0.95.

თუმცა ნდობის ინტერვალები არ არის ფართოდ განხილული კელევებში, ამჟამად მკვლევრებს ურჩევენ ჩართონ ისინი თავიანთ სტატიებში (Streiner, 1996; Wilkinson და სხვა, 1999). მაგალითად, გვარტნეი-გიბმა (Gwartney-Gibb, 1986) შეისწავლა ნყვილების ქორწინებამდე თანაცხოვრება საარქივო მასალების გამოყენებით, რომელიც აღებული იყო ქორწინებაზე თანხმობის განაცხადებიდან, რათა მიეღო დემოგრაფიული ინფორმაცია იმ წყვილებზე, რომლებიც ქორწინებამდე ერთად ცხოვრობდნენ და რომლებიც არ ცხოვრობდნენ ერთად. მისი კვლევის ერთ ნანილში მან ნარმოადგინა ქორწინების ასაკის საშუალო მაჩვენებელი იმ მამაკაცებისა და ქალებისათვის, რომლებიც ქორწინებამდე თანაცხოვრობდნენ და იმათთვისაც, რომლებიც ქორწინებამდე არ თანაცხოვრობდნენ. ასაკის საშუალოს თან ახლდა 95-პროცენტიანი ნდობის ინტერვალი პოპულაციის საშუალოსათვის. გვარტნეი-გიბმა ნარმოადგინა შემდეგი შედეგები იმ ქალებისათვის, რომლებიც ქორწინებამდე ცხოვრობდნენ მამაკაცებთან და არ ცხოვრობდნენ მამაკაცებთან და ამასთანავე არ იყვნენ ადრე ნამყოფი ქორწინებაში.

	ქორწინებამდე თანაცხოვრობდნენ	ქორწინებამდე არ თანაცხოვრობდნენ
ქორწინების საშუალო ასაკი	22.8	21.7
s	4.6	4.4
95-პროცენტიანი ნდობის ინტერვალი μ-სათვის	22.48-დან 23.12-მდე	21.41-დან 21.29-მდე

ჩვენ შეგვიძლია ვიყოთ 95 პროცენტით დარწმუნებულები, რომ ქორწინების ასაკის μ იმ ქალებისათვის, რომლებიც ქორწინებამდე თანაცხოვრობდნენ მამაკაცებთან, ხვდება 22.48-დან 23.12 წლების შუალედში იმ პოპულაციისათვის, რომელიც შერჩეული იყო გვარტნეი-გიბის მიერ. ხოლო იმ ქალებისათვის, რომლებიც ქორწინებამდე მამაკაცებთან არ თანაცხოვრობდნენ, μ-ს 95-პროცენტიანი ნდობის ინტერვალი არის 21.41-დან 21.29 წლამდე. ნდობის ეს ორი ინტერვალი არ ფა-

რავს ერთმანეთს, ამიტომ გვარტნეი-გიბსმა დაასკვნა, რომ ის ქალები, რომლებიც ქორწინებამდე მამაკაცებთან თანაცხოვრობენ, ჩვეულებრივ, ქორწინდებიან ერთი წლით გვიან, ვიდრე ის ქალები, რომლებიც ქორწინებამდე მამაკაცებთან არ თანაცხოვრობენ იმ პოპულაციაში, რომელიც მის მიერ იყო შესწავლილი.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა VIII–4

1. ახსენით, თუ რატომ არ იღებს მკვლევარი H_0-ს, თუკი $t_{\text{გამ.}}$ არ ხვდება უარყოფის არეში.
2. უპასუხეთ შემდეგ კითხვებს:
   ა. რა არის I გვარის შეცდომა?
   ბ. რისი ტოლია I გვარის შეცდომის დაშვების ალბათობა, როცა H_0 არის ჭეშმარიტი?
   გ. რისი ტოლია I გვარის შეცდომის დაშვების ალბათობა, როცა H_0 არის მცდარი?
   დ. რა არის II გვარის შეცდომა?
   ე. შესაძლებელია თუ არა, რომ ექსპერიმენტატორმა დაუშვას ორივე – I და II გვარის შეცდომები ერთი და იმავე სტატისტიკურ კრიტერიუმში? ახსენით თქვენი პასუხი.
3. რა განსხვავებაა სტატისტიკურ მნიშვნელოვნობასა და მეცნიერულ მნიშვნელოვნობას შორის?
4. ექსპერიმენტატორი სწავლობდა, თუ რამდენ დროს ხარჯავდნენ მოზარდები ვიდეოთამაშებზე ვიდეოსალონებში. აღმოჩნდა, რომ თამაშის საშუალო დრო დღეში შეადგენდა 97 წუთს 23 მოზარდი ბიჭისათვის და სტანდარტული გადახრა იყო 39 წუთი. ააგეთ 95-პროცენტიანი ნდობის ინტერვალი მოზარდი ბიჭების მიერ თამაშზე დახარჯული დროის პოპულაციის საშუალოსათვის.

შეჯამება

- სტატისტიკური კრიტერიუმები შეიძლება იყო პარამეტრული და არაპარამეტრული.
- სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმება მოიცავს შემდეგ ნაბიჯებს:
  - კრიტერიუმის სტატისტიკის არჩევას (მაგ., **z** ან **t**);
  - H_0-ის და H_1-ის ფორმულირებას. H_0 გამოიყენება კრიტერიუმის სტატისტიკის შერჩევითი განაწილების დასადგენად;
  - მნიშვნელოვნობის დონის დადგენას. მნიშვნელოვნობის დონე, განსაზღვრული α მნიშვნელობით, არის ალბათობის მნიშვნელობა, რომელიც ადგენს ნულოვანი ჰიპოთეზის უარყოფის კრიტერიუმს;
  - კრიტერიუმის სტატისტიკის კრიტიკული მნიშვნელობის ან მნიშვნელობების განსაზღვრას ცხრილის გამოყენებით. კრიტერიუმის სტატისტიკის კრიტიკული მნიშვნელობები განსაზღვრავენ უარყოფის არის საზღვარს ან საზღვრებს;
  - უარყოფის არის ან არეების მდებარეობის განსაზღვრას. ეს უარყოფის არე წარმოადგენს შერჩევის განაწილებაში კრიტერიუმის სტატისტიკის მნიშვნელობებს, რომელთა მიღების ალბათობა α-ს ტოლია ან მასზე ნაკლებია, თუ H_0 ჭეშმარიტია;
  - სტატისტიკური ჰიპოთეზების შესახებ გადაწყვეტილების მიღების წესების ფორმულირებას. ეს წესებია:
    - თუ კრიტერიუმის სტატისტიკა ხვდება უარყოფის არეში, მაშინ უნდა უარვყოთ H_0 და მივიღოთ H_1. განსხვავება შერჩევის საშუალოსა და პოპულაციის ჰიპოთეტურ საშუალოს შორის არის სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი;
    - თუ კრიტერიუმის სტატისტიკა არ ხვდება უარყოფის არეში, მაშინ ვერ უარვყოფთ H_0-ს და ვერ მივიღებთ H_1-ს. განსხვავება შერჩევის საშუალოსა და პოპულაციის ჰიპოთეტურ საშუალოს შორის არამნიშვნელოვანია;
  - კრიტერიუმის სტატისტიკის რეალური მნიშვნელობის გამოთვლას

შერჩევის მონაცემებიდან;

- H_0-ისა და H_1-ის შესახებ გადაწყვეტილების მიღებას, რომელიც დამოკიდებულია იმაზე, კრიტერიუმის სტატისტიკის რეალური მნიშვნელობა მოხვდება თუ არა უარყოფის არეში;

- **z** სტატისტიკა, მოცემული $z=(\overline{X}-\mu)/\sigma_{\overline{X}}$ ფორმულით, გამოიყენება საშუალოსა და პოპულაციის ჰიპოთეტურ საშუალოს შესადარებლად, როცა σ ცნობილია.
- **t** სტატისტიკა, მოცემული $t=(\overline{X}-\mu)/s_{\overline{X}}$ ფორმულით, გამოიყენება საშუალოსა და პოპულაციის ჰიპოთეტური საშუალოს შესადარებლად, როცა $\sigma_{\overline{X}}$ გამოითელება $s_{\overline{X}}$ საშუალებით;
- **t** სტატისტიკის შერჩევითი განაწილებას, დამოკიდებულს **t**-ს **df**-ზე, სადაც **df**=N-1;
- სტატისტიკური დასკვნების გაკეთება იმთავითვე ალბათურია. I გვარის შეცდომა ხდება ჭეშმარიტი H_0-ის უარყოფისას. II გვარის შეცდომა ხდება მაშინ, როცა არაა უარყოფილი მცდარი H_0.
- I გვარის შეცდომის ალბათობაა α, ხოლო II გვარის შეცდომის ალბათობა – β;
- სტატისტიკური კრიტერიუმის სიმძლავრე H_0-ის უარყოფის ალბათობაა, როცა H_0 მცდარია და H_1 ჭეშმარიტია;
- **t** განაწილება და $s_{\overline{X}}$ შეიძლება გამოყენებული იყოს პოპულაციის საშუალოსათვის ნდობის ინტერვალების დასადგენად.

მნიშვნელოვანი ტერმინები და სიმბოლოები

ალფა (α)
ალტერნატიული ჰიპოთეზა (H_1)
ბეტა (β)
კრიტიკული მნიშვნელობა
თავისუფლების ხარისხი
არაპარამეტრული კრიტერიუმები
არამნიშვნელოვანი განსხვავება
ნულოვანი ჰიპოთეზა
ერთი შერჩევის t კრიტერიუმი
ცალმხრივი კრიტერიუმი
პარამეტრული კრიტერიუმები
სიმძლავრე
უარყოფის არე
t-ს შერჩევითი განაწილება
მნიშვნელოვნობის დონე
სტატისტიკური ჰიპოთეზა
სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი განსხვავება
$t_{კრიტიკული}$
$t_{რეალური}$
კრიტერიუმის სტატისტიკა
ორმხრივი კრიტერიუმი
I გვარის შეცდომა
II გვარის შეცდომა
z
$z_{რეალური}$
$z_{კრიტიკული}$

კითხვები

1. რა მოთხოვნები უნდა დააკმაყოფილოს ნებისმიერმა სტატისტიკურმა ჰიპოთეზამ?
2. რა დანიშნულებას ემსახურება ნულოვანი ჰიპოთეზა სტატისტიკურ კრიტერიუმში?
3. რა არის მნიშვნელოვნობის დონე?
4. რა არის კრიტერიუმის სტატისტიკის კრიტიკული მნიშვნელობა?
5. რა გადაწყვეტილება მიიღება H_0-სა და H_1-ის მიმართებაში, თუკი:
   ა. კრიტერიუმის სტატისტიკის რეალური მნიშვნელობა ხვდება უარყოფის არეში?
   ბ. კრიტერიუმის სტატისტიკის რეალური მნიშვნელობა არ ხვდება უარყოფის არეში?
6. თქვენ გთხოვეს შეამოწმოთ, განსხვავდება თუ არა შერჩევის საშუალო – 73 მნიშვნელოვნად პოპულაციის ჰიპოთეტური საშუალოსაგან, რომელიც ტოლია 75-ის. რა განსაზღვრავს თქვენს არჩევანს – გამოიყენებთ **z** კრიტერიუმს თუ ერთი შერჩევის t კრიტერიუმს?

7. რა გადაწყვეტილებას მიიღებთ შერჩევის საშუალოსა და პოპულაციის ჰიპოთეტური საშუალოს მიმართების შესახებ, თუკი:
   ა. $z_{\text{რეალური}}$ ხვდება უარყოფის არეში?
   ბ. $z_{\text{რეალური}}$ არ ხვდება უარყოფის არეში?

8. $z_{\text{რეალურის}}$ თითოეული მნიშვნელობისათვის განსაზღვრეთ, მოხვდება თუ არა $z_{\text{რეალური}}$ ორმხრივ უარყოფის არეში მნიშვნელოვნობის 0.01 დონეზე. შემდეგ მიუთითეთ თქვენი გადაწყვეტილების შესახებ H_0-ისა და H_1-სათვის გახსოვდეთ, რომ თქვენ ან (1) H_0-ს ვერ უარყოფთ, ან უნდა უარყოთ H_0 და, ან (2) არ მიიღოთ, ან მიიღოთ H_1. (ა) $z_{\text{რეალური}}$ = +3.71, (ბ) $z_{\text{რეალური}}$ = -2.6, (გ) $z_{\text{რეალური}}$ = +1.74, (დ) $z_{\text{რეალური}}$=-3.05 (ე) $z_{\text{რეალური}}$ = -1.96 (ვ) $z_{\text{რეალური}}$ = +2.58.

9. პოპულაციის საშუალო ინტელექტის სკალაზე ჯგუფისათვის არის 100 და σ=16. სკოლის კონსულტანტმა ამ სკალაზე შეაფასა 17 ათი წლის ბავშვი და მიიღო $\bar{X}$ =94.1. შეასრულეთ სტატისტიკური შემოწმება ამ მონაცემების გამოყენებით, რათა განსაზღვროთ, არის თუ არა განსხვავება პოპულაციის საშუალოსა და შერჩევის საშუალოს შორის სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი. გამოიყენეთ 0.05 მნიშვნელოვნობის დონე და ორმხრივი კრიტერიუმი.

10. z კრიტერიუმის შედეგებზე დაყრდნობით დაადგინეს, რომ არსებობს მნიშვნელოვანი განსხვავება შერჩევის საშუალოსა და პოპულაციის საშუალოს შორის. ახსენით, რას ნიშნავს სტატისტიკური მნიშვნელოვნობა ამ შემთხვევაში.

11. რა გადაწყვეტილებას მიიღებთ შერჩევის საშუალოსა და პოპულაციის ჰიპოთეტური საშუალოს მიმართების შესახებ, თუკი:
   ა. $t_{\text{რეალური}}$ ხვდება უარყოფის არეში?
   ბ. $t_{\text{რეალური}}$ არ ხვდება უარყოფის არეში?

12. $t_{\text{რეალურის}}$ თითოეული მნიშვნელობისათვის განსაზღვრეთ, მოხვდება თუ არა ის უარყოფის არეში. ჩათვალეთ, რომ α=0.01 და გამოიყენეთ ორმხრივი კრიტერიუმი. df $t_{\text{რეალურის}}$ თითოეული მნიშვნელობისათვის მოცემულია ფრჩხილებში.
   ა. $t_{\text{რეალური}}$(18) = +3.713
   ბ. $t_{\text{რეალური}}$(7) = -3.015
   გ. $t_{\text{რეალური}}$(35) = +2.794
   დ. $t_{\text{რეალური}}$(44) = -3.0.58
   ე. $t_{\text{რეალური}}$(74) = -1.96
   ვ. $t_{\text{რეალური}}$(15) = -2.368

13. დედები, რომელთაც პატარა ბავშვები ჰყავთ, ხშირად ჩივიან, რომ მათ აკლიათ ძილი. დავუშვათ, რომ თქვენ გაზომეთ იმ ცხრა დედის ძილის ხანგრძლივობის მაჩვენებლები, რომელთაც ჰყავთ წლამდე ბავშვები და მიიღეთ შემდეგი მონაცემები (საათებში): 6.4, 7.5, 6.9, 7.3, 7.6, 7.1, 6.5, 7.7, 7.8.
   ა. განსხვავდება თუ არა მნიშვნელოვნად ამ დედების ძილის ხანგრძლივობის საშუალო პოპულაციის ჰიპოთეტური საშუალოსაგან, რომელიც ტოლია 7.7 საათისა ღამეში? გამოიყენეთ ორმხრივი კრიტერიუმი და 0.05 მნიშვნელოვნობის დონე.
   ბ. აღწერეთ თქვენი შედეგები იმ ნიმუშის შესაბამისად, რომელიც ნაჩვენები იყო ამ თავის ერთ-ერთ ქვეთავში – **ერთი შერჩევის t კრიტერიუმის შედეგების პრეზენტაცია.**
   გ. შეიძლება თუ არა სტატისტიკური ჰიპოთეზის შესახებ თქვენ მიერ მიღებულ გადაწყვეტილებაში იყოს I გვარის შეცდომა?
   დ. შეიძლება თუ არა სტატისტიკური ჰიპოთეზის შესახებ თქვენ მიერ მიღებულ გადაწყვეტილებაში იყოს II გვარის შეცდომა?
   ე. გამოითვალეთ 95-პროცენტიანი ნდობის ინტერვალი პოპულაციის საშუალოსათვის ამ მონაცემების მიხედვით. ხვდება თუ არა პოპულაციის ჰიპოთეტური საშუალო –7.7 საათი ღამეში – ამ ინტერვალში?

14. მკვლევარი სამედიცინო სფეროში სწავლობდა საკითხს, ახლავს თუ არა ავადმყოფობას სხეულის ტემპერატურის მატება. მან გაზომა იმ 12 ადამიანის სხეულის ტემპერატურა, რომელსაც დაუსვეს დაავადების დიაგნოზი და მიიღო შემდეგი მონაცემები (ფარენგეიტებში): 99.3, 99.1, 100.4, 98.4, 98.2, 98.9, 99.7, 100.1, 100.7, 99, 98.8, 99.2.
   ა. განსხვავდება თუ არა ამ ინდივიდების სხეულის ტემპერატურა პოპულაციის ჰიპოთეტური საშუალო ტემპერატურისაგან – 98.6F? გამოიყენეთ ორმხრივი კრიტერიუმი და 0.05 მნიშვნელოვნობის დონე.
   ბ. შეიძლება თუ არა სტატისტიკური ჰიპოთეზის შესახებ თქვენ მიერ მიღებულ გადაწყვეტილებაში იყოს II გვარის შეცდომა? განმარტეთ თქვენი პასუხი.

15. თითოეული ქვემოთ მოცემული დებულებისათვის მიუთითეთ, არის გადაწყვეტილება სწორი, თუ შეცდომას შეიცავს? თუკი ის შეიცავს შეცდომას, მიუთითეთ, ის I თუ II გვარის შეცდომაა?.
   ა. მოცემული პოპულაციისათვის H_0 არის ჭეშმარიტი, მაგრამ ექსპერიმენტატორმა

$z_{\text{კრიტიკული}}$ საფუძველზე უარყო H_0

ბ. მოცემული პოპულაციისათვის H_1 არის ჭეშმარიტი, მაგრამ ექსპერიმენტატორმა $z_{\text{კრიტიკული}}$ საფუძველზე ჩათვალა, რომ H_0-ს ვერ უარყოფს

გ. მოცემული პოპულაციისათვის H_0 არის ჭეშმარიტი და ექსპერიმენტატორმა $z_{\text{კრიტიკული}}$ საფუძველზე ჩათვალა, რომ H_0-ს ვერ უარყოფს.

დ. მოცემული პოპულაციისათვის H_1 ჭეშმარიტია და ექსპერიმენტატორმა $z_{\text{კრიტიკული}}$ საფუძველზე უარყო H_0

9

ექსპერიმენტის საფუძვლები და საშუალოთა შორის განსხვავების შემოწმება

კვლევის პროცესის მიმოხილვა
- მეცნიერული კითხვის დასმა და კვლევის ჰიპოთეზის ფორმულირება
- კვლევის სქემის არჩევა
- ცდის პირთა შერჩევა
- ეკვივალენტური ჯგუფების შექმნა
- დამოუკიდებელი ცვლადის მანიპულაცია
- დამატებითი ცვლადების კონტროლი
- დამოკიდებული ცვლადის გაზომვა

აქვს თუ არა გავლენა ექსპერიმენტულ ჩარევას სტატისტიკური შემოწმების საჭიროებაზე?
- შერჩევის შეცდომის შედეგები ექსპერიმენტისათვის
- ორ საშუალოს შორის განსხვავების სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმების მიმოხილვა

t კრიტერიუმი ორი დამოუკიდებელი ჯგუფისათვის
- საშუალოთა შორის სხვაობების შერჩევითი განაწილება
- სტატისტიკური შემოწმება $t_{\text{დამოუკიდებელი}}$ გამოყენებით

სიმძლავრე და $t_{\text{დამოუკიდებელი}}$

ექსპერიმენტული პირობის ეფექტის სიძლიერის გაზომვა

ნდობის ინტერვალების აგება ორი დამოუკიდებელი პოპულაციის საშუალოთა სხვაობებისათვის t სტატისტიკის გამოყენებით

რას ამოწმებს t კრიტერიუმი სინამდვილეში

სტატისტიკური და მეცნიერული მნიშვნელოვნების მიმოხილვა

დისკუსია სტატისტიკური ჰიპოთეზების შემოწმების შესახებ

t კრიტერიუმის შედეგების პრეზენტაცია

ცდის პირთა შიდა სქემა და t კრიტერიუმი დამოკიდებული ჯგუფებისათვის
- t კრიტერიუმი დამოკიდებული ჯგუფებისათვის
- ნდობის ინტერვალების აგება ორი დამოკიდებული პოპულაციის საშუალოთა შორის განსხვავებისათვის

მე-8 თავში გავეცანით სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმებას, რომლის საშუალებითაც განვსაზღვრეთ, განსხვავდება თუ არა მნიშვნელოვნად შერჩევის საშუალო პოპულაციის ჰიპოთეტური საშუალოსაგან. ამ თავში გამოვიყენებთ სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმებას, რათა ერთმანეთს ორი შერჩევის საშუალო შევადაროთ და განვსაზღვროთ, განსხვავდებიან თუ არა ისინი ერთმანეთისაგან უფრო მეტად, ვიდრე მხოლოდ შერჩევის შეცდომის შედეგად მიღებული განსხვავებისას. ექსპერიმენტული კვლევის შედეგების ანალიზი სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმების ამ ტიპის ერთ-ერთ გამოყენებას წარმოადგენს. პირველ და მეორე თავებში ექსპერიმენტის ძირითადი ცნებები მოკლედ იყო წარმოდგენილი, ამ თავში კი ეს თემა უფრო ფართოდ არის გაშლილი. დასაწყისში განიხილება მხოლოდ ცდის პირთა შორის სქემები, შემდგომ კი – ცდის პირთა შიდა სქემები.

კვლევის პროცესის მიმოხილვა

ყველა მეცნიერული კვლევა იწყება კითხვით, რომელზეც შეიძლება ემპირიულად გავცეთ პასუხი. ჩვეულებრივ, მეცნიერი ამ კითხვაზე სავარაუდო პასუხს კვლევის ჰიპოთეზის სახით გვთავაზობს. კვლევის ჰიპოთეზა არის დებულება ორ ან მეტ ცვლადს შორის მოსალოდნელი თუ პროგნოზირებული კავშირის შესახებ. კვლევის ჰიპოთეზა ექსპერიმენტში არის პროგნოზირებული მიმართება დამოუკიდებელსა და დამოკიდებულ ცვლადებს შორის. გაიხსენეთ, რომ დამოუკიდებული ცვლადი ის ცვლადია, რომლის მანიპულირებას გეგმავს ექსპერიმენტატორი, რათა დაადგინოს მისი გავლენა დამოკიდებულ ცვლადზე. დამოკიდებული ცვლადი, ჩვეულებრივ, სუბიექტის გაზომილი ქცევაა. კვლევის ჰიპოთეზის ფორმა უჩვენებს მეცნიერს, კვლევის რომელი სქემა უნდა იყოს გამოყენებული. თუკი კვლევის ჰიპოთეზაში ნაწინასწარმეტყველებია, რომ დამოუკიდებელი ცვლადის მანიპულირება გავლენას ახდენს დამოკიდებულ ცვლადზე, მაშინ ექსპერიმენტი კვლევის სქემის სწორი ფორმაა და მას შეუძლია ემპირიულად შეამოწმოს კვლევის ეს ჰიპოთეზა.

მარტივი ექსპერიმენტი იწყება ცდის პირთა ეკვივალენტური ჯგუფების შექმნით. ცდის პირების თითოეულ ჯგუფს უქმნიან ზუსტად ერთნაირ პირობებს, გარდა იმისა, რომ მათ დამოუკიდებელი ცვლადის სხვადასხვა დონე მიეწოდებათ. დამოუკიდებელი ცვლადის მანიპულაციის შედეგად მიიღება დამოკიდებული ცვლადის ქულები. შემდეგ ხდება მათი ანალიზი, რათა განისაზღვროს, ახდენს თუ არა დამოუკიდებელი ცვლადი გავლენას დამოკიდებულ ცვლადზე. განვიხილოთ ამ პროცესის მაგალითი.

ყოველ წელს მილიონობით რეცეპტი იწერება დამამშვიდებელი პრეპარატების დასანიშნად, რომლებიც სედატიურ საშუალებას – დიაზეპამს შეიცავენ. როგორც უამრავ სხვა მედიკამენტს, დიაზეპამსაც სხვადასხვა გვერდითი ეფექტი აქვს – როგორც ფიზიოლოგიური, ისე ფსიქოლოგიური. ერთ-ერთი ფსიქოლოგიური ეფექტი ისაა, რომ დიაზეპამი ცვლის პიროვნების მიერ დროის ხანგრძლივი შუალედის აღქმას (Kleinknecht&Donaldson, 1975). უნრიგ-ნეერვურტმა, კაიზერმა და კოენენმა (Unrig-Neervoort, Kaiser, Coenen, 1992) წამოაყენეს ჰიპოთეზა, რომ შესაძლოა დიაზეპამს იგივე ეფექტი აქვს დროის ხანმოკლე შუალედებზეც. კვლევის ამ ჰიპოთეზაში ნაწინასწარმეტყველებია, რომ დამოუკიდებელი ცვლადი – მედიკამენტის პირობა, გავლენას მოახდენს დამოკიდებულ ცვლადზე – პიროვნების მიერ დროის ხანმოკლე შუალედის ხანგრძლივობის შეფასება. ამ ჰიპოთეზის შესამოწმებლად უნრიგ-ნეერვურტმა და სხვებმა ცდის პირთა შორის ექსპერიმენტი ჩაატარეს.

ექსპერიმენტში შექმნილი იყო ცდის პირთა ორი ეკვივალენტური ჯგუფი. ერთ ჯგუფს, *პლაცებო საკონტროლო ჯგუფს*, აძლევდნენ აბს, რომელიც არ შეიცავდა აქტიურ ინგრედიენტებს. მეორე ჯგუფს, *ექსპერიმენტულ ჯგუფს*, აძლევდნენ 15 მილიგრამ (მგ) დიაზეპამს. თითოეული ჯგუფი შედგებოდა 12 ცდის პირისაგან. დამოკიდებული ცვლადი იყო პიროვნების მიერ თითის კაკუნის ამოცანის ხანგრძლივობის შეფასება. ცდის პირებს სთხოვდნენ თითი დაეკაკუნებინათ სპეციალურ მრიცხველზე, სანამ ექსპერიმენტატორი არ მისცემდა გაჩერების ბრძანებას. კაკუნის დამთავრების შემდეგ ცდის პირებს სთხოვდნენ შეეფასებინათ, თუ რა ხნის განმავლობაში ასრულებდნენ ისინი ამ დავალებას. მიუხედავად იმისა, რომ ორივე ჯგუფი დავალებას ერთი და იმავე დროის განმავლობაში ასრულებდა,

პლაცებო საკონტროლო ჯგუფმა ეს დრო შეაფასა როგორც 19.8 წმ (s=7.66წმ), მაშინ როცა ექსპერიმენტული ჯგუფის მიერ შეფასებული დრო იყო 13.6 წმ (s=4.8 წმ). უნრაგ-ნეერეურტმა და სხვებმა სტატისტიკურად გააანალიზეს ეს საშუალოები დამოუკიდებელი ჯგუფების **t** კრიტერიუმის გამოყენებით და აღმოაჩინეს, რომ ექსპერიმენტული ჯგუფის მიერ შეფასებული ხანგრძლივობა მნიშვნელოვნად ნაკლებია პლაცებო საკონტროლო ჯგუფის მიერ შეფასებულ ხანგრძლივობაზე. დიაზეპამი გაელენას ახდენს დროის ხანმოკლე ინტერვალების აღქმაზე.

ექსპერიმენტის ჩატარება მონაცემთა სტატისტიკურ გაანალიზებამდე გარკვეული საფეხურების გავლას მოითხოვს. ეს საფეხურები ერთნაირია ყველა ექსპერიმენტისათვის და შედგება მეცნიერული კითხვის დასმისაგან, კვლევის ჰიპოთეზის ფორმულირებისაგან, კვლევის სქემის არჩევისაგან, ცდის პირების შერჩევისაგან, ცდის პირთა ეკვივალენტური ჯგუფების ფორმირებისაგან, გვერდითი ცელადების კონტროლისაგან, დამოუკიდებელი ცელადის მანიპულირებისა და დამოკიდებული ცვლადის გაზომვისაგან.

მეცნიერული კითხვის დასმა და კვლევის ჰიპოთეზის ფორმულირება

მეცნიერულია კითხვა, რომელიც საშუალებას იძლევა ემპირიული მონაცემების შეგროვების საფუძველზე მიეიღოთ პასუხი. ჩვენი მაგალითი ეყრდნობა შემდეგ მეცნიერულ კითხვას: „რა გაელენას ახდენს დიაზეპამი დროის ხანმოკლე ინტერვალების აღქმაზე?" აშკარაა, რომ ეს კითხვა საშუალებას იძლევა მასზე პასუხის გასაცემად სისტემატური დაკვირვება ჩატარდეს. კვლევის ჰიპოთეზა გვთავაზობს სავარაუდო პასუხს ამ კითხვაზე. ის აცხადებს, რომ დიაზეპამი გაელენას ახდენს პიროვნების მიერ დროის ხანმოკლე ინტერვალების შეფასებაზე.

კვლევის სქემის არჩევა

კელევის სქემა არის გეგმა, რომელიც გამოყენებულია მონაცემთა შეგროვების მიმართულების განსაზღვრისათვის. ამ მაგალითში კვლევის ჰიპოთეზის შემოწმება მოითხოვს ცდის პირთა იმ ჯგუფის შედარებას, რომელიც იღებდა დიაზეპამს, მეორე ჯგუფთან, რომელიც არ იღებდა დიაზეპამს. პირველ თაეში ჩვენ განვსაზღვრეთ ეს სქემა როგორც **ცდის პირთა შორის სქემა**. ცდის პირთა შორის სქემა უმარტივესია, როცა არსებობს ცდის პირთა მხოლოდ ორი ჯგუფი, ისე, როგორც განხილულ ექსპერიმენტში. ეს სქემა მოითხოვს ცდის პირების შერჩევას ექსპერიმენტში მონაწილეობისათვის და შემდეგ მათ განაწილებას ეკვიეალენტურ ჯგუფებში.

ცდის პირთა შორის სქემა (Between–subject design) — ექსპერიმენტი, რომელშიც ორი ან მეტი ჯგუფი მონაწილეობს.

ცდის პირთა შერჩევა

შემთხვევითი შერჩევა

ექსპერიმენტი ტარდება ცდის პირებზე, რომლებიც პოპულაციიდან არის მიღებული. იმისათვის, რომ შეგეეძლოს ექსპერიმენტის შედეგების განზოგადება ჩვენ მიერ გამოყენებული შერჩევის ფარგლებს გარეთ, რეკომენდებულია ცდის პირთა არჩევისათვის **შემთხვევითი შერჩევის** გამოყენება. მაგრამ, რადგან ჭეშმარიტად შემთხვევითი შერჩევების მიღება რთულია, შემთხვევითი შერჩევა იშვიათად მიიღწევა რეალური ექსპერიმენტირებისას. უფრო ხშირად გამოიყენება ხელმისაწვდომი შერჩევა.

შემთხვევითი შერჩევა (Random sampling)- შერჩევის მეთოდი, რომელშიც ინდივიდები ისეთნაირად არიან არჩეულნი, რომ პოპულაციის თითოეულ წევრს აქვს ამ შერჩევაში მოხვედრის ერთნაირი შანსი და ერთი წევრის შერჩევა არ არის დამოკიდებული პოპულაციის ნებისმიერი სხვა წევრის შერჩევაზე.

ხელმისაწვდომი (შესაძლებლობის) შერჩევა

ხელმისაწვდომ შერჩევაში ხდება ისეთი ცდის პირების შერჩევა, რომლებიც მკელევრისათვის უფრო ხელმისაწვდომი ან ხელსაყრელია. შესაძლებლობის შერჩევა აშკარად არ არის ადეკვატური, თუკი ჩვენ ვცდილობთ ზუსტად შევაფასოთ პოპულაციის საშუალო, როგორიცაა, მაგალითად, არჩევნების შედეგების შეფასება გამოკითხვით. მაგრამ ექსპერიმენტის მიზანი არ არის პოპულაციის საშუალოს კონკრეტული მნიშვნელობის შეფასება; მისი მიზანია განსაზღვროს, განსხვავდება

ხელმისაწვდომი (შესაძლებლობის) შერჩევა (Convenience sampling) — ცდის პირების ისეთი შერჩევა, რომელიც მკელევრისათვის უფრო ხელმისაწვდომი ან ხელსაყრელია.

თუ არა ორი ან მეტი ჯგუფი ერთმანეთისაგან დამოუკიდებელი ცვლადის გავლენის შედეგად. თუ დამოუკიდებელი ცვლადი ახდენს გავლენას, იგი გავრცელდება ნებისმიერ ცდის პირზე, იქნებიან ისინი შემთხვევითად შერჩეულნი თუ არა. ამრიგად, თუ შექმნილია ეკვივალენტური ჯგუფები, ხელსაყრელი შერჩევა ჩვეულებრივ, არ ზღუდავს ექსპერიმენტის ინტერპრეტაციასა და მნიშვნელობას.

ეკვივალენტური ჯგუფების შექმნა

ეკვივალენტური ჯგუფები (Equivalent groups) — ცდის პირთა ჯგუფები, რომლებიც, სავარაუდოდ, არ განსხვავდებიან ერთმანეთისგან რაიმე მუდმივი ან სისტემატური მახასიათებლით ექსპერიმენტის დამოუკიდებელი ცვლადის მიწოდებამდე.

ეკვივალენტური ჯგუფები არის ცდის პირთა ჯგუფები, რომლებიც არ განსხვავდებიან ერთმანეთისგან რაიმე მუდმივი ან სისტემატური მახასიათებლით ექსპერიმენტის დამოუკიდებელი ცვლადის მიწოდებამდე. ეკვივალენტური ჯგუფები არ გულისხმობს იმას, რომ თითოეული ჯგუფის ცდის პირები ზუსტად ერთნაირები არიან დამოუკიდებელი ცვლადის გამოყენებამდე, არამედ იმას, რომ დამოუკიდებელი ცვლადის დონეებზე ინდივიდების გადანაწილებისათვის გამოყენებული იყოს მიუკერძოებელი პროცედურა. ჯგუფებს შორის არსებული ნებისმიერი განსხვავება დამოუკიდებელი ცვლადის მანიპულაციამდე მხოლოდ შემთხვევითი იქნება. როგორც მოგვიანებით ავხსნით, **t** კრიტერიუმი საშუალებას იძლევა შევაფასოთ ასეთი შემთხვევითი ხდომილების ალბათობა.

შემთხვევითი განაწილება

შემთხვევითი განაწილება (Random assignment) — ცდის პირთა ჯგუფებში განაწილების მეთოდი, რომლის მიხედვით, ექსპერიმენტისათვის შერჩეულ ნებისმიერ ინდივიდს აქვს ნებისმიერ ჯგუფში განაწილების ტოლი ალბათობა და ერთი ცდის პირის განაწილება ჯგუფში არ მოქმედებს ნებისმიერი სხვა ინდივიდის განაწილებაზე იმავე ჯგუფში.

ეკვივალენტური ჯგუფების შექმნის ტიპური მეთოდი არის ცდის პირების შემთხვევითი განაწილება ჯგუფებში. **შემთხვევითი განაწილება** ნიშნავს, რომ ექსპერიმენტისათვის შერჩეულ ნებისმიერ ინდივიდს ნებისმიერი ჯგუფში მოხვედრის ერთნაირი შანსი აქვს. კერძოდ, შემთხვევითი განაწილება აკმაყოფილებს ორ კრიტერიუმს:

1. ყოველი ინდივიდისათვის ნებისმიერ ჯგუფში მოხვედრის ალბათობა ტოლი უნდა იყოს;
2. ერთი ცდის პირის განაწილება ჯგუფში არ მოქმედებს ნებისმიერი სხვა ინდივიდის განაწილებაზე იმავე ჯგუფში.

შემთხვევითი განაწილება უზრუნველყოფს იმას, რომ ისეთი ცვლადების გავლენა, როგორიცაა მოტივაცია, სქესი, შფოთვა, ინტელექტი და ასაკი თანაბრად იქნება გადანაწილებული ჯგუფებში. შემთხვევითი განაწილების შემდეგ ჯგუფები არ განსხვავდებიან რაიმე სისტემატური მახასიათებლით ექსპერიმენტული პირობის შემოტანამდე.

პრაქტიკაში მკვლევრები სხვა მოთხოვნებსაც უყენებენ შემთხვევით განაწილებას. მათ შეიძლება სურდეთ, რომ ჰყავდეთ ცდის პირთა ტოლი რაოდენობა თითოეულ ჯგუფში, ისევე როგორც ზემოთ განხილულ მაგალითში, ან სურდეთ, რომ ჰყავდეთ ქალებისა და მამაკაცების ტოლი რაოდენობისაგან შემდგარი ჯგუფები. ამ მოთხოვნების მიუხედავად, ეს ჯგუფები მაინც ერთმანეთის ეკვივალენტური რჩება.

დამოუკიდებელი ცვლადის მანიპულაცია

დამოუკიდებელი ცვლადი (Independent variable) – ცვლადი, რომლითაც მანიპულირებენ ექსპერიმენტში დამოკიდებულ ცვლადზე მისი გავლენის განსაზღვრის მიზნით.

დამოუკიდებელი ცვლადის დონე (Level of an independent variable) – დამოუკიდებელი ცვლადის ერთი მნიშვნელობა. იმისათვის, რომ ცვლადი გახდეს, დამოუკიდებელი ცვლადს უნდა ჰქონდეს სულ ცოტა ორი განსხვავებული დონე.

დამოუკიდებელი ცვლადი – ცვლადი, რომლითაც მანიპულირებენ და რომელსაც იყენებენ სხვადასხვა ჯგუფის ცდის პირების მიმართ, რათა განსაზღვრონ მისი გავლენა ქცევაზე. დამოუკიდებელ ცვლადს უნდა ჰქონდეს სულ ცოტა ორი განსხვავებული დონე. **დამოუკიდებელი ცვლადის დონე** არის დამოუკიდებელი ცვლადის ერთი მნიშვნელობა. დამოუკიდებელი ცვლადი ხშირად განსაზღვრულია როგორც **ფაქტორი**, მაგალითად, A ფაქტორი და მისი დონეები – A_1 და A_2. ცდის პირთა რაოდენობა თითოეულ ჯგუფში აღვნიშნოთ n_{A1} და n_{A2}-ით. აქამდე ცდის პირთა რაოდენობას ჯგუფში N-ით აღვნიშნავდით ხოლმე. რადგან ამჯერად ორი ჯგუფი გვყავს, თითოეულ ჯგუფში ცდის პირთა რაოდენობის აღსანიშნავად გამოვიყენოთ n_A, ხოლო ექსპერიმენტში ცდის პირთა მთელი რაოდენობის აღსანიშნავად – N.

დამოუკიდებელი ცვლადის თითოეული დონე ეძლევა თითო ჯგუფს. მაგალითის სახით მოყვანილ ექსპერიმენტში დამოუკიდებელი ცვლადი (ე.ი. ფაქტორი A) არის

ფაქტორი (Factor) - დამოუკიდებელი ცვლადის ალტერნატიული სახეღნოდება.

ცდის პირთა შორის ერთფაქტორიანი სქემა (One-factor between subject design) — კვლევის სქემა, რომელშიც ერთი დამოუკიდებელი ცვლადის მანიპულაცია ხდება და იქმნება ორი ან მეტი ჯგუფი.

მედიკამენტის მიღების პირობა; მისი ორი დონეა: A_1 დონე – საკონტროლო – პლაცებოს მიღება; და A_2 დონე – ექსპერიმენტული – დიაზეპამის მიღება. ამრიგად, ცდის პირთა ერთ ჯგუფს (n_{A1}=12) ეძლეოდა პლაცებო საკონტროლო მედიკამენტი, ხოლო მეორე ჯგუფს (n_{A2}=12) – დიაზეპამი. ეს **ცდის პირთა შორის ერთფაქტორიანი სქემაა**, რომელშიც ხდება ერთი დამოუკიდებელი ცელადის მანიპულაცია და ცდის პირთა ორი განსხვავებული ჯგუფის შედარებაა საჭირო იმის დასადგენად, ახდენს თუ არა დამოუკიდებელი ცელადი გავლენას.

დამატებითი ცვლადების კონტროლი

დამატებითი ცვლადები (Extraneous variables) - დამოუკიდებელი ცვლადისაგან განსხვავებული ნებისმიერი ცვლადი, რომელსაც ექსპერიმენტში დამოკიდებულ ცვლადზე შეუძლია იმოქმედოს.

შერეული ექსპერიმენტი (Confounded experiment) — ექსპერიმენტი, რომელშიც დამატებითი ცვლადი სისტემატურად იცვლება დამოუკიდებელ ცვლადთან ერთად.

პლაცებოს კონტროლი (Placebo control) - სიმულირებული ექსპერიმენტული (ჩარევის) პირობა.

იმისათვის, რათა დავრწმუნდეთ, რომ ორ ჯგუფს შორის არსებული ნებისმიერი განსხვავება მხოლოდ დამოუკიდებელი ცვლადის მოქმედების შედეგია, აუცილებელია დამატებითი ცელადების კონტროლი. დამოუკიდებელი ცვლადისაგან განსხვავებული ნებისმიერი ცვლადი, რომელსაც შეუძლია ექსპერიმენტში დამოკიდებულ ცვლადზე იმოქმედოს, არის **დამატებითი ცვლადი**. ის შეიძლება წარმოიქმნას ცდის პირების ისეთი მახასიათებლებისაგან, როგორიცაა ინტელექტის დონე, შფოთვის დონე, მედიკამენტებისადმი სენსიტიურობა ან მოტივაცია; ან იმ ფიზიკური გარემოს ცვლილებების შედეგად, რომელშიც ტარდება ექსპერიმენტი; ან ექსპერიმენტული პროცედურის ვარიაციის შედეგად. იმაში დასარწმუნებლად, რომ საკონტროლო და ექსპერიმენტულ ჯგუფებს შორის ნაპოვნი ნებისმიერი განსხვავება მხოლოდ დამოუკიდებელი ცვლადის მანიპულაციის შედეგია, დამატებითი ცვლადები არ უნდა იცვლებოდეს სისტემატურად ან მუდმივად დამოუკიდებელ ცვლადთან ერთად. **შერეულ ექსპერიმენტში** ხდება დამატებითი ცვლადის სისტემატური ცვლილება დამოუკიდებელ ცვლადთან ერთად. ასეთ ექსპერიმენტში შეუძლებელია დამოუკიდებელი ცვლადის გავლენის გამიჯვნა დამატებითი ცვლადის შესაძლო გავლენისაგან.

ზემოთ განხილულ ექსპერიმენტში ჯგუფები ერთმანეთის იდენტურია და ერთმანეთისაგან მხოლოდ დამოუკიდებელი ცვლადის მოქმედებით განსხვავდებიან. უნრიგ-ნეერვორტმა და სხვებმა პლაცებო საკონტროლო ჯგუფი გამოიყენეს, რათა ცდის პირები იდენტურ პირობებში მოეთავსებინათ. კვლევებში, სადაც მედიკამენტები გამოიყენება, **პლაცებოს კონტროლი** ნარმოადგენს სამკურნალო პირობების სიმულაციას – ცდის პირებს მიეწოდებათ აბი ან რაიმე ნივთიერება, რომელიც არ შეიცავს აქტიურ ინგრედიენტებს. ამრიგად, ორივე ჯგუფს – პლაცებოსა და საკონტროლოს – მიეწოდებოდათ აბი. თუ აბს მისცემდნენ მხოლოდ ექსპერიმენტული ჯგუფის ცდის პირებს, მაშინ ექსპერიმენტი შერეული გახდებოდა. ადამიანები შეიძლება განსხვავებულად მოიქცნენ მხოლოდ იმიტომ, რომ მედიკამენტის ზემოქმედებას ელოდებიან. ამრიგად, როცა მედიკამენტს ვანოდებთ, ქცევა შეიძლება შეიცვალოს ორი მიზეზით, (1) თავად მედიკამენტის მოქმედების შედეგად და (2) იმ მოლოდინის შედეგად, რომ მედიკამენტს ეფექტი ექნება. როცა უნრიგ-ნეერვორტმა და სხვებმა პლაცებო საკონტროლო ჯგუფს აბი მისცეს, რომელიც არ შეიცავდა აქტიურ ინგრედიენტებს, მათ გააკონტროლეს ეს მოლოდინი, ამიტომ ორივე ჯგუფს ერთნაირი მოლოდინი ჰქონდა მედიკამენტის ეფექტის მიმართ. ანალოგიურად, ორივე ჯგუფს მისცეს იდენტური ინსტრუქციები და მათ მიერ შეფასებული დრო ერთნაირი მეთოდით იზომებოდა. შერევის თავიდან აცილება უაღრესად მნიშვნელოვანია ექსპერიმენტის ჩატარების დროს.

დამოკიდებული ცვლადის გაზომვა

დამოკიდებული ცვლადი (Dependent variable) — ცვლადი ექსპერიმენტში, რომელიც დამოკიდებულია დამოუკიდებელ ცვლადზე.

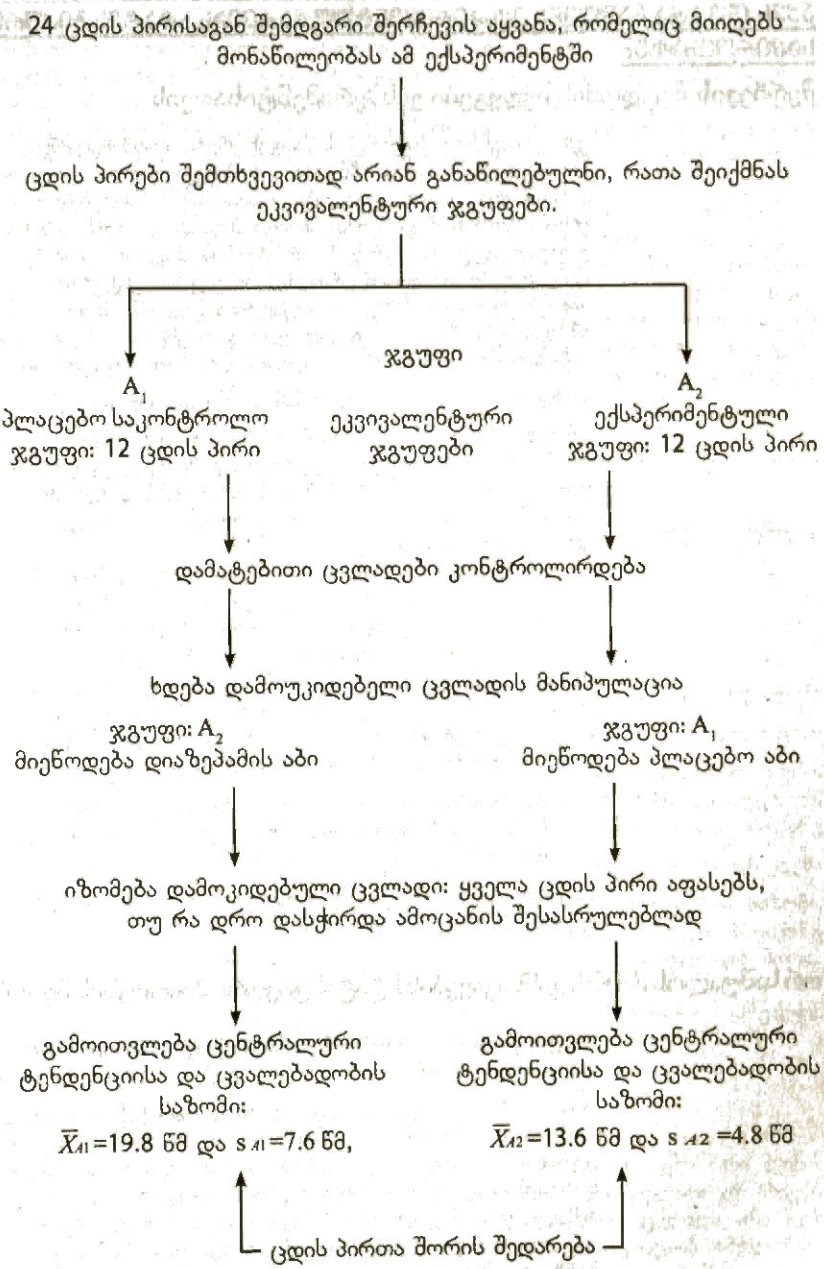
დამოკიდებული ცვლადი არის ცვლადი, რომელიც იმყოფება დამოუკიდებელი ცვლადის გავლენის ქვეშ. დამოუკიდებელი ცვლადის მანიპულაციის შემდეგ თითოეული ცდის პირისათვის უნდა გაიზომოს დამოკიდებული ცვლადი. ამ გაზომვის შედეგები თითოეული ცდის პირისათვის **ქულის** სახით გამოიხატება. როგორც ვნახეთ მე-2-5 თავებში, ქულები შეჯამებულია ცენტრალური ტენდენციისა და ცვალებადობის საზომებით.

უნრიგ-ნეერვორტისა და სხეათა კვლევის ჰიპოთეზის მიხედვით, დიაზეპამის მიღება ცელის პიროვნების მიერ დროის აღქმას. დამოკიდებული ცელადი იყო დროის აღქმა და იზომებოდა ცდის პირების მიერ იმ დროის შეფასებით, რომელსაც ისინი ხარჯავდნენ გარკვეული დავალების შესასრულებლად. ეს შეფასებები წარმოდგენილი იყო თითოეული ჯგუფის საშუალოსა და სტანდარტული გადახრის საშუალებით. რადგან ორი საშუალო და ორი სტანდარტული გადახრა გვაქვს, ერთმანეთისაგან მათ განსასხვავებლად უნდა გამოვიყენოთ ქვეეით მიწერილი ინდექსები. ამრიგად, A_1 ჯგუფის საშუალო იქნება $\overline{X}_{A1}$, ხოლო s_{A1} – პოპულაციის სტანდარტული გადახრა A_1 ჯგუფისათეის; $\overline{X}_{A2}$ იქნება A_2 ჯგუფის საშუალო, s_{A2} კი – პოპულაციის სტანდარტული გადახრა A_2 ჯგუფისათეის. ამ მაგალითში $\overline{X}_{A1}$=19.8წმ და s_{A1} =7.6წმ პლაცებო საკონტროლო ჯგუფისათვის, ხოლო $\overline{X}_{A2}$=13.6წმ და s_{A2}=4.8წმ ექსპერიმენტული ჯგუფისათვის. საშუალოთა შორის განსხვაეების სტატისტიკური მნიშვნელოენობა გაანალიზებულია დამოუკიდებელი ჯგუფების **t** კრიტერიუმის საშუალებით. ამ კრიტერიუმს ჩვენ მოგვიანებით განეიხილავთ ამავე თავში.

სურათი №9.1 გვიჩვენებს ექსპერიმენტის დაგეგმეისა და ჩატარების სხვადასხვა ეტაპებს განხილული მაგალითის საფუძველზე. განიხილეთ ეს ეტაპები ამ სურათის გამოყენებით.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა IX-1

1. განსაზღვრეთ: შერჩევა, შესაძლებლობის შერჩევა, დამოკიდებული ცვლადი, ეკვივალენტური ჯგუფები, დამატებითი ცვლადი, შემთხვევითი განაწილება, შემთხვევითი შერჩევა.
2. რა არის ეკვივალენტური ჯგუფების შექმნის მიზანი?
3. რა განსხვავებაა ცდის პირების შემთხვევით შერჩეასა და ჯგუფებში შემთხვეით განაწილებას შორის?
4. როდის ხდება შერევა ექსპერიმენტში?
5. რა სირთულეებს ქმნის შერეული ექსპერიმენტი დამოუკიდებელი ცვლადის გავლენის შესახებ დასკვნის გამოტანის დროს?
6. ექსპერიმენტატორი იკვლევს ხმაურის გაელენას თვალის მიდევნების დავალების შესრულებაზე. ამოცანა ამგვარია: ცდის პირს უნდა გაეყოლებინა საჩვენებელი ჯოხი მბრუნავი დისკის გარკვეული წერტილისათვის (წარმოიდგინეთ, რომ გააყოლებთ ფანქარს მბრუნავ მუსიკალურ ფირფიტას). დამოკიდებული ცვლადი არის დროის ის ოდენობა, რომლის განმავლობაში ცდის პირს შეუძლია შეინარჩუნოს საჩვენებელი ჯოხი ერთ წერტილზე. ექსპერიმენტატორი ვარაუდობს, რომ იმ ცდის პირებს, რომლებიც ამ დავალებას უხმაურო გარემოში ასრულებენ, უფრო დიდი ხნის განმავლობაში შეუძლიათ შეინარჩუნონ საჩვენებელი ჯოხი მბრუნავ წერტილზე, ვიდრე იმ ცდის პირებს, რომლებიც დავალებას ხმაურის მაღალი დონის პირობებში ასრულებენ. ექსპერიმენტატორის ქვემოთ აღწერილი თითოეული მოქმედება ხელს უშლის ამ ექსპერიმენტს დამატებითი ცვლადის შემოტანით, რომელიც სისტემატურად იცვლება დამოუკიდებელ ცვლადთან – ხმაურის პირობასთან – ერთად. ექსპერიმენტატორის თითოეული მოქმედებისათვის განსაზღვრეთ დამატებითი ცვლადი და შემდეგ ახსენით, რატომ არის ეს ექსპერიმენტი შერეული.
   ა. ექსპერიმენტატორმა გაანაწილა ათი 20 წლის მამაკაცი უხმაურო გარემოში და ათი 60 წლის მამაკაცი ხმაურიან პირობებში.
   ბ. ექსპერიმენტატორმა წაახალისა უხმაურო პირობებში მყოფი ცდის პირები, რომ დავალება ძალიან კარგად შეესრულებინათ და არ წაახალისა ხმაურიან პირობებში მომუშავე ცდის პირები.
   გ. ექსპერიმენტატორმა მამაკაცები უხმაურო გარემოში გაანაწილა, ხოლო ქალები – ხმაურიანში.
   დ. ექსპერიმენტატორმა ფიზიკური კულტურის კოლეჯის სტუდენტები უხმაურო გარემოში გაანაწილა და სოციალურ მეცნიერებათა ფაკულტეტის სტუდენტები – ხმაურიან გარემო პირობებში.
   ე. ცდის პირები, რომლებიც დავალებას უხმაურო გარემოში ასრულებენ, ექსპერიმენტში 9.00-დან 10.00 საათამდე მონაწილეობდნენ, და ცდის პირები, რომლებიც დავალებას ხმაურიან პირობებში ასრულებენ, ექსპერიმენტში 4.00 -დან 5.00 საათამდე მონაწილეობდნენ.



დამოუკიდებელი ცვლადის გავლენა დადგენილია ცენტრალური ტენდენციის საზომების შედარებით სტატისტიკური კრიტერიუმის საშუალებით.

სურათი №9.1

ექსპერიმენტის დაგეგმვისა და ჩატარების ასპექტები ცდის პირთა შორის სქემის გამოყენებით. ეს სურათი გვიჩვენებს, თუ როგორ განსაზღვრავს მაგალითის სახით განხილული ექსპერიმენტი დიაზეპამის გავლენას დროის აღქმაზე

აქვს თუ არა გავლენა ექსპერიმენტულ ჩარევას სტატისტიკური შემოწმების საჭიროებაზე?

შერჩევის შეცდომის შედეგები ექსპერიმენტისათვის

ექსპერიმენტის ჩატარების საფეხურები თანმიმდევრული და ნათელია, მაგრამ სირთულეები მაინც ჩნდება. დამოუკიდებელი ცვლადის გაელენის შესახებ ნებისმიერი გადაწყვეტილება უნდა იყოს მიღებული შერჩევის საშუალოების ერთმანეთთან შედარებით. პრინციპში, თუკი შერჩევის საშუალოები ერთმანეთის ეკვივალენტურია, ჩარევას არ ჰქონია გაელენა. მეორე მხრივ, თუკი შერჩევის საშუალოები არ არიან ერთმანეთის ეკვივალენტურნი, არსებობს იმის მტკიცების საფუძველი, რომ ჩარევას მოუხდენია გაელენა. მაგრამ შერჩევის შეცდომის გამო ამ დასკვნას ასე მარტივად ვერ გამოვიტანთ. მე-7 თავში **შერჩევის შეცდომა** განესაზღვრეთ როგორც რაოდენობა, რომლითაც შერჩევის საშუალო განსხვაედება პოპულაციის საშუალოსაგან (ანუ, $\overline{X} - \mu$). თუ ავიღებთ ცდის პირთა ორ ჯგუფს ერთი და იმავე პოპულაციიდან, გავზომავთ ქცევას და გამოვითელით $\overline{X}$ თითოეული შერჩევისათვის, შერჩევის შეცდომის გამო ნაკლებია იმის ალბათობა, რომ ამ ორი ჯგუფის საშუალოები ერთმანეთის ტოლი ან პოპულაციის საშუალოს ტოლი იქნება. სურათზე №7.2 ნარმოდგენილი საშუალოს ემპირიული შერჩევითი განაწილებები კარგად აჩვენებს ამ ფაქტს.

ექსპერიმენტში რას მიგვანიშნებს შერჩევის შეცდომა დამოუკიდებელი ცვლადის გავლენის შესახებ გადაწყვეტილების მიღებაში? უბრალოდ ერთი და იმავე პოპულაციიდან აღებული ორი განსხვავებული ჯგუფის საშუალოთა შორის შემთხვევითი განსხვავება მოსალოდნელია ნებისმიერ ექსპერიმენტში, სულერთია, აქვს თუ არა დამოუკიდებელ ცვლადს გავლენა დამოკიდებულ ცვლადზე. მაშინაც კი, როცა დამოუკიდებელ ცვლადს არავითარი გავლენა არა აქვს, ორ ჯგუფს შორის საშუალოები ერთმანეთისაგან მხოლოდ შერჩევის შეცდომის გამო განსხვავდებიან. მაშინ, როგორღა ახერხებენ ბიჰევიორისტი მეცნიერები შემდეგ კითხვაზე პასუხს:

> *შერჩევის საშუალოთა შორის განსხვავება რამდენად დიდი უნდა იყოს, რათა საკმარისი საფუძველი გვქონდეს დავასკვნათ, რომ ექსპერიმენტში შერჩევის შეცდომის გარდა სხვა რაღაც მუშაობს?*

ამ კითხვაზე პასუხი გაცემა შეიძლება ორ საშუალოს შორის განსხვავების სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმებით.

ორ საშუალოს შორის განსხვავების სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმების მიმოხილვა

სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმება გულისხმობს, რომ გამოყენებულ მეთოდში $\overline{X}_{A1}$ მიეკუთვნება შერჩევას, რომელიც აღებულია μ_1-ის მქონე პოპულაციიდან, ხოლო $\overline{X}_{A2}$ – შერჩევას, რომელიც აღებულია μ_2-ის მქონე პოპულაციიდან. თუ დავუშვებთ, რომ ორი პოპულაციის საშუალო ტოლია (ანუ $\mu_1=\mu_2$), როცა დამოუკიდებელი ცვლადი არ ახდენს გავლენას, მაშინ შეგვიძლია განვსაზღვროთ საშუალოთა შორის მოსალოდნელი განსხვავების სიდიდე, რომელიც შეცდომითაა გამოწეეული. შემდეგ უნდა შევადაროთ საშუალოთა შორის განსხვავება, რომელიც მიღებული იყო რეალურ ექსპერიმენტში, იმ განსხვავებას, რომელიც მოსალოდნელია მხოლოდ შერჩევის შეცდომის გამო. თუ რეალურად მიღებული განსხვავება იმდენად დიდია, რომ შეუძლებელია ის მხოლოდ შერჩევის შეცდომის გამო მიმეღო, მაშინ გადაეწყვეტ, რომ ეს განსხვავება განპირობებულია არა შერჩევის შეცდომით, არამედ დამოუკიდებელი ცვლადის მოქმედებით.

სტატისტიკურ შემოწმებაში უაღრესად მნიშვნელოვანი საკითხი გაგაცანით. იმის გადასაწყვეტად, იმდენად განსხვავდება თუ არა ერთმანეთისაგან ორი ჯგუფის საშუალოები (რომელთაც დამოუკიდებელი ცვლადის განსხვავებული დონეები მიეწოდებათ), რომ ეს განსხვავება მივაწეროთ დამოუკიდებელ ცვლადს, პირველ რიგში, უნდა დავადგინოთ *საშუალოთა შორის შემთხვევითი განსხვავების სიდიდე*, იმ განსხვავებისა, რომელიც მოსალოდნელია მხოლოდ შერჩევის შეცდომის გამო. თუკი საშუალოთა შორის რეალური სხვაობა დავადგება ჩვეულებრივი შემთხვეეითი

განსხვავების ფარგლებში, მაშინ ჩვენ განვიხილავთ რეალურ სხვაობას, როგორც შემთხვევით სხვაობას. დამოუკიდებული ცვლადი არ ახდენს გავლენას დამოკიდებულ ცვლადზე. მეორე მხრივ, თუ საშუალოთა შორის რეალური სხვაობა საკმარისად დიდია იმისათვის, რომ მისი შემთხვევით მიღების ალბათობა იშვიათად იყოს მოსალოდნელი, მაშინ გადავწყვეტთ, რომ შერჩევის საშუალოები არ განსხვავდებიან ერთმანეთისაგან მხოლოდ შერჩევის შეცდომის გამო; განსხვავება უნდა მიეწეროს დამოუკიდებელ ცვლადს.

განსხვავებული ტიპის მონაცემებისა და კვლევის სქემებისათვის სხვადასხვა სტატისტიკური კრიტერიუმი გამოიყენება. თუ არ მივიღებთ მხედველობაში კონკრეტული კრიტერიუმის გამოყენებას, სტატისტიკურ ჰიპოთეზათა შემოწმების ძირითადი პრინციპები ყველა სტატისტიკური კრიტერიუმის მიმართ არის გამოსადეგი. შემდგომში გაგაცნობთ **t** კრიტერიუმს ორი დამოუკიდებელი ჯგუფისათვის. ეს **t** კრიტერიუმი საშუალებას გვაძლევს სტატისტიკურად შევამოწმოთ განსხვავება ორი შერჩევის საშუალოს შორის, როცა თითოეული საშუალო მიღებულია ცდის პირთა განსხვავებული ჯგუფიდან.

t კრიტერიუმი ორი დამოუკიდებელი ჯგუფისათვის

t კრიტერიუმი ორი დამოუკიდებელი ჯგუფისათვის განისაზღვრება შემდეგი ფორმულით:

$$t_{\text{დამოუკიდებული}} = \frac{(\bar{X}_{A1} - \bar{X}_{A2}) - (\mu_{A1} - \mu_{A2})}{S_{\bar{X}A1} - \bar{X}_{A2}}.$$

$t_{\text{დამოუკიდებული}}$ მრიცხველი გვიჩვენებს, რამდენად განსხვავდება ორი რეალური შერჩევის საშუალოებს შორის (ანუ $\bar{X}_{A1} - \bar{X}_{A2}$) სხვაობა ორი პოპულაციის საშუალოებს შორის სხვაობისაგან (ანუ $\mu_{A1} - \mu_{A2}$), იგულისხმება ის პოპულაციები, რომელთა წარმომადგენლებიც ეს შერჩევებია. უფრო ხშირად ვარაუდობენ, რომ პოპულაციის საშუალოები ტოლია. ამრიგად, მათ შორის განსხვავება (ანუ $\mu_{A1} - \mu_{A2}$) არის ნულის ტოლი და $t_{\text{დამოუკიდებული}}$ მრიცხველი მარტივდება $\bar{X}_{A1} - \bar{X}_{A2}$-მდე. მნიშვნელი ($S_{\bar{X}A1} - \bar{X}_{A2}$) არის შეცდომის ცვალებადობის საზომი, რომელსაც ეწოდება საშუალოთა შორის სხვაობის სტანდარტული შეცდომა. საშუალოთა შორის სხვაობის სტანდარტული შეცდომა არის საშუალოთა შორის სხვაობების შერჩევითი განაწილების სტანდარტული გადახრა. იმისათვის, რომ გავიაზროთ შეცდომის ცვალებადობის ეს საზომი, უნდა შევიმუშაოთ ორ საშუალოს შორის სხვაობის შერჩევითი განაწილების კონცეფცია.

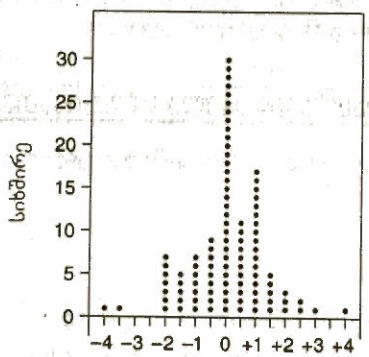
საშუალოთა შორის სხვაობის შერჩევითი განაწილება

საშუალოთა შორის სხვაობის შერჩევითი განაწილება (Sampling distribution of the difference between means) — შერჩევის საშუალოებს შორის სხვაობის განაწილება, როცა პოპულაციიდან ამოღებულია n მოცულობის შერჩევის ყველა შესაძლო წყვილი.

განვიხილოთ ექსპერიმენტი, რომელშიც დამოუკიდებელი ცვლადის ორი დონის (A_1 და A_2) მანიპულაცია ხდება. დავუშვათ, დამოუკიდებელი ცვლადი არ ახდენს გავლენას დამოკიდებულ ცვლადზე. რადგან დამოუკიდებელ ცვლადს არა აქვს გავლენა დამოკიდებულ ცვლადზე, შეგვიძლია მოვახდინოთ სიტუაციის სიმულირება ქულების შერჩევით ორი ტოლი საშუალოს მქონე ($\mu_1=\mu_2$) პოპულაციიდან (პოპულაციები A_1 და A_2). წარმოიდგინეთ, რომ ვატარებთ ამ ექსპერიმენტს და თითოეული პოპულაციიდან (შესაბამისად A_1 და A_2-დან) აღებულია ორი შერჩევა, თითოეულის მოცულობა ხუთის ტოლია (ანუ $n_{A1}=5$ და $n_{A2}=5$). შერჩევის ეს მოცულობა არის ნებისმიერი; შერჩევის ნებისმიერი მოცულობა შეგვეძლო აგვეღო ამ მაგალითის განხილვისათვის. ჯერ უნდა გამოვთვალოთ თითოეული ჯგუფის საშუალო და შემდეგ $\bar{X}_{A1}$-ს უნდა გამოვაკლოთ $\bar{X}_{A2}$. დავუშვათ, ეს ჰიპოთეტური ექსპერიმენტი 100-ჯერ გავიმეორეთ და მივიღეთ 100 $\bar{X}_{A1} - \bar{X}_{A2}$ სხვაობა. თუ ავაგებთ $\bar{X}_{A1} - \bar{X}_{A2}$ მნიშვნელობების სიხშირეთა განაწილებას, მივიღებთ

საშუალოთა შორის სხვაობების შერჩევით ემპირიულ განაწილებას. საშუალოთა შორის 100 ასეთი განსხვავების შერჩევითი განაწილება მოცემულია სურათზე №9.2. ეს განაწილება არის საშუალოთა შორის სხვაობების ემპირიული შერჩევითი განაწილება, რადგან ჩვენ მივიღეთ და გამოვითვალეთ $\overline{X}_{A1}$-სა და $\overline{X}_{A2}$-ს შორის სხვაობების 100 მნიშვნელობა. პრაქტიკაში მკვლევარი არ ითვლის და არ აგებს ასეთი ტიპის ემპირიულ შერჩევით განაწილებას. ის იყენებს საშუალოთა შორის სხვაობის შერჩევის თეორიულ განაწილებას, რომელიც ნაჩვენებია სურათზე №9.3.

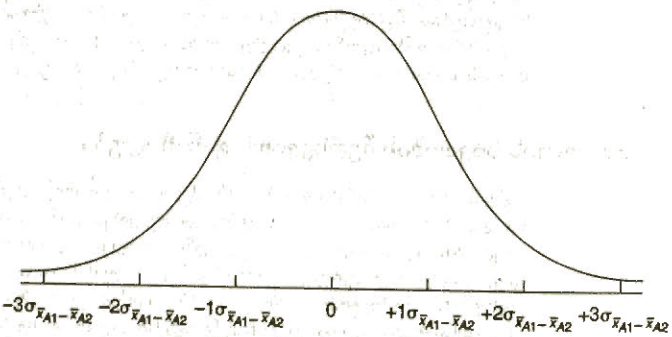
საშუალოთა შორის სხვაობის თეორიული განაწილება არის შერჩევების საშუალოთა შორის სხვაობების განაწილება, როცა n მოცულობის შერჩევების ყველა ნყვილი პოპულაციიდანაა ალებული. გაიხსენეთ მე-7 თავიდან, რომ შერჩევების საშუალოების თეორიულ განაწილებას აქვს მნიშვნელოვანი მახასიათებლები, როგორიცაა მისი ფორმა, საშუალო და სტანდარტული შეცდომა. ეს მახასიათებლები საშუალოთა შორის სხვაობის შერჩევის თეორიულ განაწილებაზეც ვრცელდება.



$(\overline{X}_{A1} - \overline{X}_{A2})$-ის მნიშვნელობა

სურათი №9.2

$(\overline{X}_{A1} - \overline{X}_{A2})$ საშუალოთა შორის სხვაობის შერჩევის ემპირიული განაწილება 100 შერჩევისათვის, რომელიც ალებულია ტოლი საშუალოების მქონე პოპულაციებიდან ($\mu_1=\mu_2$)



$(\overline{X}_{A1} - \overline{X}_{A2})$-ის მნიშვნელობა

სურათი №9.3

საშუალოთა შორის სხვაობის თეორიული განაწილება, როცა $\mu_1=\mu_2$

საშუალოთა შორის სხვაობების შერჩევითი განაწილების ფორმა

დააკვირდით, რომ შერჩევის ემპირიული განაწილება სურათზე №9.2 შედარებით სიმეტრიული და უნიმოდალურია. ცენტრალური ზღვრის თეორემის თანახმად,

შერჩევის მოცულობის ზრდასთან ერთად საშუალოთა შორის სხვაობის შერჩევითი განაწილება უახლოვდება ნორმალურ განაწილებას, იმის მიუხედავად, თუ როგორია მის საფუძვლად მდებარე პოპულაციის განაწილების ფორმა. ეს დამახასიათებელი თავისებურება წარმოდგენილია თეორიულ განაწილებაში, რომელიც ნაჩვენებია სურათზე №9.3.

საშუალოთა შორის სხვაობების შერჩეითი განაწილების საშუალო

$\bar{X}_{A1} - \bar{X}_{A2}$ სხვაობების უსასრულო სიმრავლის განაწილების საშუალო, $\bar{X}$ $\bar{X}_{A1}$. $\bar{X}_{A2}$. პოპულაციის საშუალოებს შორის სხვაობის ტოლი იქნება – μ_{A1}-μ_{A2}. ამიტომაც, როცა μ_{A1}=μ_{A2} და, აქედან გამომდინარე, μ_{A1}-μ_{A2}=0, რეალური $\bar{X}_{A1} - \bar{X}_{A2}$ მნიშვნელობების საშუალო, საბოლოო ჯამში, ნულის ტოლი იქნება და შერჩევის საშუალოების რეალური სხვაობები დაჯგუფდება პოპულაციის საშუალოებს შორის ნულოვანი განსხვავების გარშემო. ეს თვისება კარგად ჩანს განაწილებაში, რომელიც ნაჩვენებია სურათზე №9.2. $\bar{X}_{A1} - \bar{X}_{A2}$ სხვაობის საშუალო არის +0.07. მხოლოდ 100 შერჩევის პირობებშიც $\bar{X}_{A1} - \bar{X}_{A2}$ სხვაობა ძალიან ახლოს იქნება პოპულაციის ნულოვან განსხვავებასთან. თეორიული განაწილებისათვის, რომელიც ნაჩვენებია სურათზე №9.3, $\bar{X}_{A1} - \bar{X}_{A2}$ სხვაობა ნულის ტოლია.

საშუალოთა შორის სხვაობების შერჩეითი განაწილების სტანდარტული შეცდომა

საშუალოთა შორის სხვაობის სტანდარტული შეცდომა ან სხვაობის სტანდარტული შეცდომა – $\bar{X}_{A1} - \bar{X}_{A2}$ მნიშვნელობათა შერჩევითი თეორიული განაწილების სტანდარტული გადახრა.

$\bar{X}_{A1} - \bar{X}_{A2}$ მნიშვნელობათა შერჩევითი თეორიული განაწილების სტანდარტულ გადახრას ენოდება **საშუალოთა შორის სხვაობის სტანდარტული შეცდომა** ან, უფრო მარტივად, **სხვაობის სტანდარტული შეცდომა.** ის აღინიშნება როგორც $\sigma_{\bar{X}A1 - \bar{X}A2}$ და განისაზღვრება შემდეგნაირად:

$$\sigma_{\bar{X}A1 - \bar{X}A2} = \sqrt{\frac{\sigma^2_{A1}}{n_{A1}} + \frac{\sigma^2_{A2}}{n_{A2}}}.$$

აღსანიშნავია, რომ სტანდარტული შეცდომა გამოითვლება თითოეული პოპულაციის საშუალოს შერჩევითი განაწილების სტანდარტული შეცდომის შეჯამებით, ამიტომ მისი მნიშვნელობა თითოეული განაწილების საშუალოს სტანდარტულ შეცდომასთან ერთად იცვლება. პრაქტიკაში σ^2-უცნობია და $\sigma_{\bar{X}A1 - \bar{X}A2}$ მნიშვნელობა გამოითვლება შერჩევის დისპერსიებიდან – s^2_{A1} და s^2_{A2}-დან. საშუალოთა შორის სხვაობის სტანდარტული შეცდომის შეფასების მისაღებად გამოითვლება კომბინირებული ან ჯამური დისპერსია, რომელიც აღინიშნება $s^2_{\text{კომბინირებული}}$ სიმბოლოთი და მიიღება ორი შერჩევის დისპერსიიდან შემდეგი ფორმულის (ტოლობის) გამოყენებით:

$$s^2_{\text{კომბინირებული}} = \frac{(n_{A1}-1)s^2_{A1} + (n_{A2}-1)s^2_{A2}}{n_{A1} + n_{A2} - 2}.$$

ეს ტოლობა გვიჩვენებს, რომ $s^2_{\text{კომბინირებულის}}$ მისაღებად ჩვენ ვამრავლებთ თითოეული შერჩევის დისპერსიას თავისუფლების ხარისხზე ანუ (n_A-1)-ზე, მიღებულ მნიშვნელობებს ვუმატებთ ერთმანეთს და შემდეგ ვყოფთ ამ ჯამს ორი ჯგუფის თავისუფლების ხარისხების ჯამზე. გავიხსენოთ მე-7 თავიდან, რომ საშუალოს სტანდარტული შეცდომა, $s_{\bar{x}}$, მოცემულია $s/\sqrt{N}$. ეს ფორმულა მიიღებს შემდეგ სახეს: $s_{\bar{x}} = \sqrt{(s^2(1/N)}$. **საშუალოთა შორის სხვაობის სტანდარტული შეცდომის შეფასება,** განსაზღვრული როგორც $s_{\bar{X}A1 - \bar{X}A2}$, შემდეგნაირად გამოისახება:

საშუალოთა შორის სხვაობის სტანდარტული შეცდომის შეფასება (Estimated standard error of the diffrence between means) – საშუალოთა შორის სხვაობის სტანდარტული შეცდომის შეფასება მიიღება s^2-ის გამოყენებით σ^2-ის შეფასებისათვის.

$$s_{\bar{X}A1 - \bar{X}A2} = \sqrt{s^2_{\text{კომბინირებული}}\left[\frac{1}{n_{A1}} + \frac{1}{n_{A2}}\right]}.$$

$s^2_{\text{კომბინირებული}}$ ჩავსვათ ფორმულაში და მივიღებთ **საშუალოთა შორის სხვაობის სტანდარტული შეცდომის შეფასებას:**

$$s_{\bar{X}A1 - \bar{X}A2} = \sqrt{\left[\frac{(n_{A1}-1)s^2_{A1} + ((n_{A2}-1)s^2_{A2}}{n_{A1}+n_{A2}-2}\right]\left[\frac{1}{n_{A1}} + \frac{1}{n_{A2}}\right]}.$$

სხვაობის სტანდარტული შეცდომის შეფასება **t** სტატისტიკის მნიშვნელია. ამიტომ **t**-ს მნიშვნელობა გვიჩვენებს, თუ რამდენად დაშორებულია სტანდარტული შეცდომების შეფასება $\bar{X}_{A1}$-სა და $\bar{X}_{A2}$-ს შორის სხვაობის შერჩევის განაწილების საშუალოსაგან – რეალურად მიღებული $\bar{X}_{A1} - \bar{X}_{A2}$ სხვაობისაგან. მაგალითად, დავუშვათ, რომ რეალურად მიღებული $\bar{X}_{A1} - \bar{X}_{A2}$=3 და $s_{\bar{X}A1 - \bar{X}A2}$ =3. მაშინ $t_{\text{რეალური}}$ მნიშვნელობა იქნება 3/3=1-ის ტოლი, რაც იმას ნიშნავს, რომ რეალური $\bar{X}_{A1} - \bar{X}_{A2}$ სხვაობა არის ერთი სტანდარტული შეცდომით დაშორებული $\bar{X}_{A1} - \bar{X}_{A2}$ შერჩევითი განაწილების საშუალოსაგან. თუ რეალური $\bar{X}_{A1} - \bar{X}_{A2}$=6, მაშინ $\bar{X}_{A1} - \bar{X}_{A2}$=3 **t** ტოლია 6/3 ან 2-ის, რაც იმას ნიშნავს, რომ რეალური $\bar{X}_{A1} - \bar{X}_{A2}$ სხვაობა არის ორი სტანდარტული შეცდომით დაშორებული $\bar{X}_{A1}$-სა და $\bar{X}_{A2}$-ს შორის სხვაობის შერჩევითი განაწილების საშუალოსაგან. აღსანიშნავია, რომ თუ დამოუკიდებელი ცვლადი არ ახდენს გავლენას და ექსპერიმენტში მოქმედებს მხოლოდ შერჩევის შეცდომა, მოსალოდნელია, რომ $t_{\text{რეალური}}$ მნიშვნელობა იქნება მცირე, მაშინ როცა დამოუკიდებელ ცვლადს აქვს გაელენა და იწვევს $\bar{X}_{A1}$ და $\bar{X}_{A2}$ შორის არსებულ განსხვავებას, $t_{\text{რეალური}}$ მნიშვნელობა უფრო დიდი იქნება.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა IX-2

1. განსაზღვრეთ: საშუალოთა შორის სხვაობის შერჩევის განაწილება, საშუალოთა შორის სხვაობის სტანდარტული შეცდომა, საშუალოთა შორის სხვაობის შერჩევის თეორიული განაწილება.

2. ახსენით, რატომ არ შეიძლება უბრალოდ შეხედოთ განსხვავებულ ექსპერიმენტულ პირობებში მყოფი ორი ჯგუფის საშუალოთა მნიშვნელობებს შორის განსხვავებას და გადაწყვიტოთ, არის თუ არა ეს განსხვავება განპირობებული დამოუკიდებელი ცვლადის მოქმედებით.

3. გამოთვალეთ $s_{\bar{X}A1 - \bar{X}A2}$ ქულათა შემდეგი ერთობლიობებისათვის:

ა.

ჯგუფი	
A_1	A_2
104	99
111	107
120	105
113	110
108	115

ბ.

ჯგუფი	
A_1	A_2
77	82
84	86
68	78
71	74
82	69
	79
	80

გ.

ჯგუფი	
A_1	A_2
32	38
37	42
28	29
41	36
35	30
33	37
	36
	39
	34

დ.

ჯგუფი	
A_1	A_2
71	85
82	80
63	73
74	76
68	70
76	67

სტატისტიკური შემოწმება $t_{\text{დამოუკიდებლის}}$ გამოყენებით

საშუალოთა შორის მნიშვნელოვანი განსხვავების შესამოწმებლად $t_{\text{დამოუკიდებლის}}$ გამოყენებისას უნდა გავიაროთ სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმების ქვემოთ მოცემული ეტაპები, რომელიც აღწერილი იყო მე-8 თავში:

- ნულოვანი ჰიპოთეზის, H_0-ის და ალტერნატიული ჰიპოთეზის, H_1-ის ფორმულირება;
- H_0-ის ჭეშმარიტების დაშვების პირობით შერჩევის განაწილების მიღება. ეს განაწილება მოცემულია ცხრილში №ა-2;
- მნიშვნელოვნობის დონის არჩევა;
- t კრიტიკული მნიშვნელობის ($t_{\text{კრიტიკული}}$) დადგენა t-ს შერჩევითი განაწილებიდან, რომელიც მოცემულია ცხრილში №ა-2;
- უარყოფის არეები განლაგება t სტატისტიკის შერჩევით თეორიულ განაწილებაზე;
- t სტატისტიკა, რომელიც განისაზღვრება როგორც $t_{\text{რეალური}}$, გამოთვლილია შერჩევის მონაცემებიდან;
- H_0-ის უარყოფის თუ მისი ვერ უარყოფის გადაწყვეტილება კეთდება იმის საფუძველზე, ხვდება თუ არა $t_{\text{რეალური}}$ უარყოფის არეში.

სტატისტიკური ჰიპოთეზები

პარამეტრული კრიტერიუმისათვის სტატისტიკური ჰიპოთეზა არის დებულება პოპულაციის პარამეტრების შესახებ. $\overline{X}_{A1}$ და $\overline{X}_{A2}$ სტატისტიკური კრიტერიუმების შესატყვისი პარამეტრები პოპულაციის საშუალოებია, შესაბამისად μ_1 და μ_2. $t_{\text{დამოუკიდებლისათვის}}$ სტატისტიკური ჰიპოთეზებია

H_0: $\mu_{A1}=\mu_{A2}$ (ნულოვანი ჰიპოთეზა);

H_1: $\mu_{A1}\neq\mu_{A2}$ (ალტერნატიული ჰიპოთეზა).

მონაცემთა ორი პოპულაციისათვის ამ ორი ჰიპოთეზიდან ერთ-ერთი უნდა იყოს ჭეშმარიტი.

ნულოვანი ჰიპოთეზა. ნულოვანი ჰიპოთეზა არ განსაზღვრავს პოპულაციის პარამეტრების რიცხობრივ მნიშვნელობებს, რომლებიც, რა თქმა უნდა, უცნობია.

ის მხოლოდ იმას ადგენს, რომ პოპულაციის საშუალოები ერთმანეთის ტოლია, არსებითად, $H_0: \mu_{A1}=\mu_{A2}$ შეესატყვისება იმ სიტუაციას, როცა დამოუკიდებელი ცვლადი არ მოქმედებს დამოკიდებულ ცვლადზე. თუ დამოუკიდებელი ცვლადი არ ახდენს გავლენას დამოკიდებულ ცვლადზე, ექსპერიმენტში მონაწილე ყველა ცდის პირი ყოფილა ერთი და იმავე პოპულაციის წარმომადგენელი და ნებისმიერი რეალური განსხვავება ორი შერჩევის საშუალოებს შორის განპირობებულია მხოლოდ შერჩევის შეცდომით. ამრიგად, H_0 აყალიბებს სიტუაციას, როცა შეიძლება იყოს მიღებული t სტატისტიკის შერჩევების თეორიული განაწილება. t-ს შერჩევითი განანილების ცოდნით შეგვიძლია განვსაზღვროთ, როგორია t-ს ნებისმიერი მნიშვნელობის ალბათობა, თუ გავითვალისწინებთ იმას, რომ შერჩევების საშუალოთა შორის განსხვავება მიეწერება მხოლოდ შერჩევის შეცდომას.

ალტერნატიული ჰიპოთეზა. ალტერნატიული ჰიპოთეზა ასახავს ისეთ სიტუაციას, როცა $\overline{X}_{A1}$ და $\overline{X}_{A2}$ განსხვავდება ერთმანეთისაგან, რადგან თითოეული ჯგუფის ცდის პირები სხვადასხვა საშუალოების მქონე პოპულაციებია. ეს სიტუაცია ხდება მაშინ, როცა დამოუკიდებელ ცვლადს აქვს გავლენა. თუ დამოუკიდებელ ცვლადს აქვს გავლენა და H_1 ჭეშმარიტია, მაშინ უნდა მოველოდეთ, რომ $\overline{X}_{A1}$ და $\overline{X}_{A2}$ გაცილებით უფრო მეტად განსხვავდება ერთმანეთისაგან, ვიდრე ეს მოსალოდნელი იქნებოდა მხოლოდ შერჩევის შეცდომის გამო. ამიტომ, თუ H_1 არის ჭეშმარიტი, $t_{\text{რეალური}}$ მნიშვნელობა მეტი იქნება $t_{\text{კრიტიკული}}$ მნიშვნელობაზე H_0-ის ჭეშმარიტების პირობებში

ექსპერიმენტის კვლევის ჰიპოთეზა დასტურდება H_0-ის უარყოფითა და H_1-ის მიღებით. H_0-ის უარყოფა და H_1-ის მიღება არის გადაწყვეტილება იმის შესახებ, რომ შერჩევის საშუალოებს შორის არსებული რეალური განსხვავება განპირობებულია არა შერჩევის შეცდომით, არამედ დამოუკიდებელი ცვლადის გავლენით.

ამ დასკვნების მაგალითად შეიძლება განვიხილოთ უნრიგ-ნეერვორტისა და სხვათა ექსპერიმენტი, რომლის კვლევის ჰიპოთეზის თანახმად, დიაზეპამის მიღება ცელიდა პიროვნების მიერ დროის აღქმას იმ ჯგუფთან შედარებით, რომელიც იღებდა პლაცებოს. ეს ჰიპოთეზა დადასტურდება მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როცა ორივე ჯგუფში შეფასებული დროის საშუალოები ასახავს განსხვავებული საშუალოების მქონე პოპულაციებს, ანუ სიტუაციაში, რომელიც ჩამოყალიბებულია ალტერნატიულ ჰიპოთეზაში. ამრიგად, H_0-ის უარყოფა და H_1-ის მიღება კვლევის ჰიპოთეზის მხარდაჭერაა.

მნიშვნელოვნობის დონის შერჩევა

მნიშვნელოვნობის დონე არის ალბათობის ის მნიშვნელობა, რომელიც იძლევა ნულოვანი ჰიპოთეზის უარყოფის პირობას სტატისტიკურ კრიტერიუმში. როგორც ვიცით, ბიჰევიორისტი მეცნიერები, ჩვეულებრივ, ალფას 0.05 ან 0.01 მნიშვნელოვნობის დონეს ირჩევენ. ისინი ამის საშუალებით იღებენ გადაწყვეტილებას, რომ t-ს მნიშვნელობების ხდომილობა 100 შემთხვევიდან მხოლოდ 5-ჯერ თუ უფრო ნაკლებად ან 100 შემთხვევიდან მხოლოდ ერთხელ ან უფრო ნაკლებად არის სტატისტიკურად იშვიათი შემთხვევა H_0-ის ჭეშმარიტების პირობებში. მაგალითად ჩვენ ვირჩევთ $\alpha=0.05$.

უარყოფის არეების მდებარეობის განსაზღვრა და t-ს კრიტიკული მნიშვნელობების პოვნა: ორმხრივი კრიტერიუმები

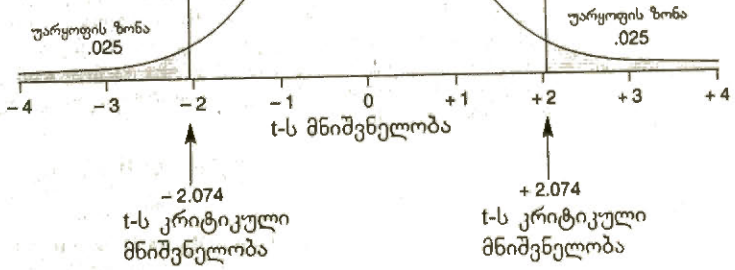
უარყოფის არე წარმოადგენს t-ს მნიშვნელობებს t-ს შერჩევით განანილებაში, რომელსაც აქვს α-ს ტოლი ან მასზე ნაკლები ალბათობა H_0-ის ჭეშმარიტების პირობებში. აქედან გამომდინარე, უარყოფის არე განსაზღვრავს $t_{\text{რეალური}}$ მნიშვნელობებს, რომლებიც აკმაყოფილებენ H_0-ის უარყოფის კრიტერიუმს.

როგორც მე-8 თავში იყო განხილული, **ორმხრივ ან არამიმართულებით კრიტერიუმში** t-ს უარყოფის არეები განლაგებულია შერჩევის თეორიული განაწილების ერთ-ერთი კუდის მხარეზე, როგორც ნაჩვენები იყო სურათზე №9.4. როცა H_0 ჭეშმარიტია, t-ს მნიშვნელობათა უმრავლესობა დაჯგუფებულია ნულის

გარშემო, $\overline{X}_{A1} - \overline{X}_{A2}$ მნიშვნელობათა უმრავლესობა ოდნავ იქნება განსხვავებული ნულისაგან. მაგრამ, t-ს ზოგიერთი მნიშვნელობა ხვდება განაწილების რომელიმე ბოლოში, მაშინაც კი, როცა H_0 ჭეშმარიტია. t-ს ეს შედარებით მაღალი მნიშვნელობები გვხვდება მაშინ, როცა t-ს მრიცხველი (ანუ $\overline{X}_{A1} - \overline{X}_{A2}$) მნიშვნელზე მეტია (ანუ სხვაობის სტანდარტულ შეცდომაზე). t-ს ეს მაღალი მნიშვნელობები იშვიათი ხდომილობებია, თუმცა მაინც გვხვდებიან $H_0: \mu_{A1}=\mu_{A2}$ ჭეშმარიტების პირობებშიც.

თუ H_1 ჭეშმარიტია და $\mu_{A1}\neq\mu_{A2}$, მაშინ $\overline{X}_{A1} - \overline{X}_{A2}$ სხვაობის მაღალი დადებითი ან უარყოფითი მნიშვნელობების და, ამრიგად, t-ს ასეთივე მნიშვნელობების ხდომილობა უფრო ხშირად არის მოსალოდნელი. ამიტომ, t-ს უარყოფის არეები მდებარეობენ t-ს შერჩევითი თეორიული განაწილების თითოეულ კუდთან. სრული ალბათობა, რომელიც განსაზღვრულია α-ს სახით, გაყოფილია t განაწილების ორივე კუდს შორის. თუ $t_{\text{რეალური}}$ ხვდება რომელიმე უარყოფის არეში, მაშინ H_0 იქნება უარყოფილი და H_1 მიღებული. როგორც ერთი შერჩევის t კრიტერიუმის შემთხვევაში, ორმხრივი კრიტიკული მნიშვნელობები, რომელიც მოცემულია ცხრილში №a-2, განსაზღვრავს უარყოფის არეების ზუსტ მდებარეობას. ამ ცხრილის გამოსაყენებლად ჩვენ უნდა ვიცოდეთ $t_{\text{რეალური}}$ თავისუფლების ხარისხი.

$t_{\text{დამოუკიდებლის}}$ თავისუფლების ხარისხი. თავისუფლების ხარისხი ასახავს ქულათა რაოდენობას, რომელიც თავისუფალია ცვალებადობის დროს სტატისტიკის გამოთვლისას. მე-8 თავში ჩვენ ვაჩვენეთ, რომ s^2 -ს აქვს N-1 df, სადაც N არის იმ ქულათა რაოდენობა, რომელთა დისპერსიაც გამოითვლება. $t_{\text{დამოუკიდებელ}}$ სტატისტიკისათვის $s_{\overline{X}A1 - \overline{X}A2}$ გამოითვლება თითოეული ჯგუფის დისპერსიიდან s^2_{A1} და s^2_{A2}-დან. შესაბამისად, $t_{\text{დამოუკიდებლის}}$ df ეფუძნება $s^2_{A1-ს}$ და s^2_{A2} -ის თავისუფლების ხარისხების ჯამს. როცა n_{A1} და n_{A2} ასახავს A_1 და A_2 ჯგუფებში ქულათა რაოდენობას s^2_{A1}-ს აქვს n_{A1}-1 df და $s^2_{A2-ს}$ აქვს n_{A2}-1 df. ამიტომ df-ის ჯამური მნიშვნელობა $t_{\text{დამოუკიდებლისათვის}}$ არის $(n_{A1}-1)$-ს მიმატებული $(n_{A2}-1)$. თუკი N წარმოადგენს ორივე ჯგუფის ქულათა საერთო რაოდენობას (ე.ი $N= n_{A1+} n_{A2}$), მაშინ **df $t_{\text{დამოუკიდებლისათვის}}$ არის N-2.** შესაბამისად, როცა ექსპერიმენტში, რომელშიც 12 ქულაა თითოეულ ჯგუფში (ე.ი. $n_{A1}=12$ და $n_{A2}=12$, ამრიგად, N=24), df $t_{\text{დამოუკიდებლისათვის}}$ არის 24-2=22 ცხრილიდან №a-2 $t_{\text{კრიტიკული}}$ 22 df-ისათვის და α=0.05 დონისათვის არის 2.074. $t_{\text{კრიტიკულის}}$ ეს მნიშვნელობა ნაჩვენებია სურათზე №9.4, სადაც განსაზღვრულია უარყოფის არე t განაწილების თითოეულ კუდთან.



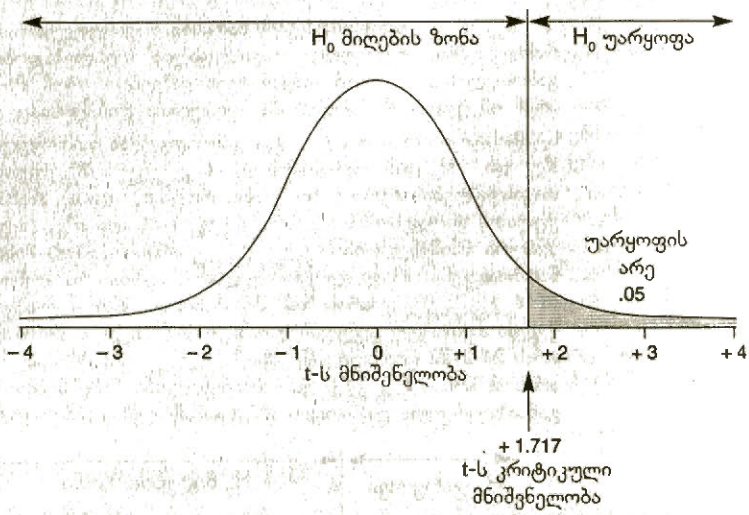
სურათი №9.4
ორმხრივი უარყოფის არის ილუსტრაცია t განაწილებისათვის, როცა df არის 22 და α=0.05

უარყოფის არის მდებარეობის განსაზღვრა: ცალმხრივი კრიტერიუმები

როცა კვლევის ჰიპოთეზა ნინასწარმეტყველებს საშუალოთა შორის მიმართულების მქონე კავშირს (მაგ., რომ $\overline{X}_{A1}$ არის $\overline{X}_{A2}$-ზე მეტი) და არ არსებობს საპირისპირო შედეგის მიღების ინტერესი (მაგ., $\overline{X}_{A1}$ არის $\overline{X}_{A2}$-ზე ნაკლები), მაშინ მკვლევრებს შეუძლიათ გამოიყენონ ცალმხრივი კრიტერიუმი ან მიმართულების მქონე კრიტერიუმი. **ცალმხრივ კრიტერიუმში** უარყოფის არე, რომელიც მოიცავს α-ს სრულ მნიშვნელობას, განლაგებულია t განაწილების იმ კუდში, რომელიც შეესაბამება კვლევის ჰიპოთეზით ნაწინასწარმეტყველევი შედეგის მიმართულებას. $t_{\text{კრიტიკულს}}$ მნიშვნელობები ცალმხრივი კრიტერიუმისათვის 0.01 და 0.05 მნიშვნელოვნობის დონეებზე წარმოდგენილია ცხრილში №a-2. როცა df არის 22, ცალმხრივი $t_{\text{კრიტიკული}}$ მნიშვნელოვნობის 0.05 დონეზე არის 1.717. ცალმხრივი უარყოფის არე $t_{\text{კრიტიკულთან}} = +1.717$ ნაჩვენებია t-ს განაწილების მარჯვენა კუდთან სურათზე №9.5. ამ უარყოფის არისათვის გამოყენებული ნულოვანი და ალტერნატიული ჰიპოთეზები შემდეგია:

$$H_0: \mu_{A1} \leq \mu_{A2};$$

$$H_1: \mu_{A1} > \mu_{A2}.$$



სურათი №9.5.
ცალმხრივი უარყოფის არის ილუსტრაცია t განაწილებისათვის, როცა df 22-ის ტოლია და α=0.05

თუმცა არსებობს წინაალმდეგობები ცალმხრივი კრიტერიუმების გამოყენებასთან დაკავშირებით. ცხრილში №a-2 წარმოდგენილი t-ს შერჩევითი განაწილება შექმნილია იმ ვარაუდის საფუძველზე, რომ $H_0: \mu_{A1} = \mu_{A2}$ ჭეშმარიტია. შერჩევის ეს განაწილება ნულის მიმართ სიმეტრიულია და ნულიდან დადებითი და უარყოფითი განსხვავებანი თანაბრად მოხდება. ცალმხრივი კრიტვრიუმისათვის სტატისტიკური ჰიპოთეზა არის აწ

$$H_0: \mu_{A1} \leq \mu_{A2} \text{ და } H_1: \mu_{A1} > \mu_{A2},$$

ან

$$H_0: \mu_{A1} \geq \mu_{A2} \text{ და } H_1: \mu_{A1} < \mu_{A2}.$$

მაგრამ ჩვენ არ შეგვიძლია შევქმნათ t-ს შერჩეითი განაწილება არც ერთი ნულოვანი ჰიპოთეზით, რადგან არსებობს უსასრულო რაოდენობის საშუალებები, რომ $H_0: \mu_{A1} \leq \mu_{A2}$ და $H_0: \mu_{A1} \geq \mu_{A2}$ გახდეს ჭეშმარიტი. ამრიგად, შერჩევითი განაწილება

H_0: $\mu_{A1}=\mu_{A2}$-სათვის გამოიყენება t-ს კრიტიკულ მნიშვნელობათა განსასაზღვრად როგორც ცალმხრივი, ასევე ორმხრივი კრიტერიუმებისათვის. ამ და სხვა მიზეზების გამო ზოგიერთი ბიჰევიორისტი მეცნიერი ცალმხრივი t კრიტერიუმის გამოყენების წინააღმდეგია (Gito, 1977). ამიტომ, ამ თავის ყველა მაგალითში ორმხრივი კრიტერიუმები გამოიყენება.

$t_{\text{დამოუკიდებლის}}$ გამოთვლა

$t_{\text{დამოუკიდებლის}}$ განმარტებითი ფორმულაა:

$$t_{\text{დამოუკიდებელი}} = \frac{(\overline{X}_{A1} - \overline{X}_{A2}) - (\mu_{A1} - \mu_{A2})}{s_{\overline{X}A1} - s_{\overline{X}A2}}.$$

ნულოვანი ჰიპოთეზა $t_{\text{დამოუკიდებლისათვის}}$ H_0: $\mu_{A1}=\mu_{A2}$ არის H_0: $\mu_{A1}-\mu_{A2}=0$ ეკვივალენტური. ამრიგად, $\mu_{A1}-\mu_{A2}$ სხვაობა არის საკარაუდოდ ნულის ტოლი და $\mu_{A1}-\mu_{A2}$ ამოვარდება ფორმულიდან,

$$t_{\text{დამოუკიდებელი}} = \frac{(\overline{X}_{A1} - \overline{X}_{A2})}{s_{\overline{X}A1} - s_{\overline{X}A2}},$$

სადაც $s_{\overline{X}A1} - \overline{X}A2$ არის მოცემული შემდეგი სახით

$$s_{\overline{X}A1} - \overline{X}A2 = \sqrt{\left[\frac{(n_{A1}-1)s^2_{A1} + ((n_{A2}-1)s^2_{A2}}{n_{A1}+n_{A2}-2}\right]\left[\frac{1}{n_{A1}}+\frac{1}{n_{A2}}\right]}.$$

ამიტომ გამოთვლებისათვის გამოიყენება შემდეგი ფორმულა:

$$t_{\text{დამოუკიდებელი}} = \frac{\overline{X}_{A1} - \overline{X}_{A2}}{\sqrt{\left[\frac{(n_{A1}-1)s^2_{A1} + ((n_{A2}-1)s^2_{A2}}{n_{A1}+n_{A2}-2}\right]\left[\frac{1}{n_{A1}}+\frac{1}{n_{A2}}\right]}}.$$

ამ ფორმულის გამოყენებისას ჩვენ გვჭირდება მხოლოდ ($\overline{X}_A$) ცდის პირთა რაოდენობის (n_A) და პოპულაციის დისპერსიის (s^2_A) ცოდნა თითოეული ჯგუფისათვის. ამ ფორმულის გამოყენება ნაჩვენებია მაგალითში №9-1.

გადაწყვეტილებები სტატისტიკური ჰიპოთეზების შესახებ

სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი განსხვავება. თუ $t_{\text{რეალური}}$ ხვდება უარყოფის არეში, მაშინ H_0: $\mu_{A1}=\mu_A$ უარყოფილია. H_0-ის უარყოფა ნიშნავს H_1: $\mu_{A1}\neq\mu_A$-ს მიღებას. შერჩევების საშუალოებს შორის განსხვავება *სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია*. ჩვენ ვასკვნით, რომ ორი შერჩევის საშუალო, რომლებსაც მოიცავს $t_{\text{რეალური}}$, არ წარმოადგენს ერთი და იმავე პოპულაციის საშუალოს შეფასებებს და მათ შორის განსხვავება განპირობებულია რაღაც სხვა მიზეზით და არა მხოლოდ შერჩევის შეცდომით. თუ ექსპერიმენტი ყურადღებით იქნება დაგეგმილი და ჩატარებული, მაშინ საშუალოთა შორის განსხვავება განპირობებული იქნება დამოუკიდებელი ცვლადის მანიპულაციით. ეს გადაწყვეტილებანი და დასკვნები შეჯამებულია ცხრილის №9.1 მარცხენა სვეტში.

ცხრილი №9.1

ორი დამოუკიდებელი შერჩევის t კრიტერიუმის გამოყენებით სტატისტიკური ჰიპოთეზების შემოწმების შესახებ გადაწყვეტილებებისა და დასკვნების შეჯამება. გამოყენებული იყო 0.05 მნიშვნელოვნობის დონე

თუ $t_{\text{რეალური}}$ ხვდება უარყოფის არეში α=0.05-სათვის, მაშინ:	**თუ $t_{\text{რეალური}}$ არ ხვდება უარყოფის არეში α=0.05-სათვის, მაშინ:**
$t_{\text{რეალური}}$ ალბათობა ნაკლებია ან ტოლი 0.05, ან $p<0.05$ H_0 უარყოფილია. H_1 მიღებულია. თითოეული შერჩევის საშუალო აღებულია განსხვავებული პოპულაციიდან. განსხვავება ორ საშუალოს შორის არის სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი 0.05 დონეზე. მიიღება გადაწყვეტილება იმის შესახებ, რომ საშუალოებს შორის განსხვავების მიზეზი არის არა შერჩევის შეცდომა, არამედ სხვა რამ. აკურატულად ჩატარებულ ექსპერიმენტში განსხვავება მიეწერება დამოუკიდებელ ცვლადს.	$t_{\text{რეალური}}$ ალბათობა მეტია ან ტოლი 0.05, ან $p>0.05$ H_0 არ არის უარყოფილი H_1 არ არის მიღებული განსხვავება ორ საშუალოს შორის არის სტატისტიკურად არამნიშვნელოვანი 0.05 დონეზე. მიიღება გადაწყვეტილება იმის შესახებ, რომ შერჩევის შეცდომა ყველაზე დამაჯერებლად ხსნის განსხვავებას საშუალოებს შორის. არ არსებობს დამამტკიცებელი საბუთი, რომ დამოუკიდებელი ცვლადი ახდენს გავლენას.

არამნიშვნელოვანი განსხვავება. თუ $t_{\text{რეალური}}$ არ ხვდება უარყოფის არეში, მაშინ H_0-ს ვერ უარვყოფთ. თუ H_0-ს ვერ უარვყოფთ, ეს გულისხმობს, რომ ვიღებთ H_1-ს. საშუალოთა შორის განსხვავება *არ არის სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი, ანუ არამნიშვნელოვანია.* ორი შერჩევის საშუალო განხილული იქნება, როგორც აღებული იმ პოპულაციებიდან, რომელთაც აქვთ იდენტური საშუალოები და ისინი ერთმანეთისაგან განსხვავდებიან მხოლოდ შერჩევის შეცდომის გამო. ექსპერიმენტის შედეგად ვასკვნით, რომ დამოუკიდებელ ცვლადს არა აქვს გავლენა და შერჩევის საშუალოებს შორის განსხვავება შემთხვევითი ხასიათისაა. ეს გადაწყვეტილებანი და დასკვნები შეჯამებულია ცხრილის №9.1 მარჯვენა სვეტში.

დაშვებები $t_{\text{დამოუკიდებლისათვის}}$

ერთი შერჩევის t კრიტერიუმი შემდეგ მოთხოვნებს აყენებს შერჩევის ქულებისათვის:

1. შერჩევის ქულები შემთხვევითადაა მიღებული პოპულაციის ქულებიდან და თითოეული ქულა დამოუკიდებელია ნებისმიერი სხვა ქულისაგან;
2. ქულები პოპულაციაში ნორმალურადაა განაწილებული;
3. ქულათა დისპერსიები პოპულაციებში ტოლია: $\sigma^2_{A1}=\sigma^2_{A2}$.

მე-8 თავში ჩვენ აღვნიშნეთ, რომ t კრიტერიუმის დაშვებები ხშირად სრულყოფილად არ აკმაყოფილებენ რეალურ კვლევას. ისინი ხშირად არღვევენ კანონზომიერებას. მიუხედავად ამისა, მკვლევრები მაინც აგრძელებენ t კრიტერიუმის გამოყენებას. რა არის ასეთი დარღვევის შედეგები?

პირველი დაშვების მოთხოვნის თანახმად, თითოეული ქულა ჯგუფში დამოუკიდებელია ამავე ჯგუფის ყოველი სხვა ქულისაგან, ანუ ჯგუფში ერთი პიროვნების ქულის ცოდნა თქვენ არ გაძლევთ ინფორმაციას ამავე ჯგუფის ნებისმიერი სხვა პიროვნების ქულის შესახებ. ეს დაშვება მოითხოვს თითოეულ ინდივიდს მიეცეს დამოუკიდებელი ცვლადის მხოლოდ ერთი დონე და მან ექსპერიმენტში მხოლოდ ერთი ქულა მოგვცეს. ქულათა დამოუკიდებლობის ეს მოთხოვნა არ შეიძლება იყოს დარღვეული $t_{\text{დამოუკიდებლისათვის}}$. თუ პიროვნებას მიეცემა დამოუკიდებელი ცვლადის ორივე დონე და ის მოგვცემს ორ ქულას, მაშინ უნდა

იყოს გამოყენებული t კრიტერიუმი დამოკიდებული ქულებისათვის, რომელიც ამ თავში უფრო მოგვიანებით განიხილება.

პირველი დაშვება, აგრეთვე, გვიჩვენებს, რომ ცდის პირები უნდა იყვნენ შერჩეულნი შემთხვევითად, მაგრამ რეალურად ცდის პირები ექსპერიმენტში, როგორც წესი, მიღებული არიან ხელმისაწვდომი და არა შემთხვევითი შერჩევიდან. ხელმისაწვდომი შერჩევის გამოყენების ძირითადი ნაკლი ისაა, რომ ჩვენ გარკვეულ ფარგლებში შეზღუდული ვართ მიღებული შედეგების პოპულაციაზე განზოგადებისათვის.

მეორე (ქულათა ნორმალური განაწილება) და მესამე (დისპერსიების ტოლობა ხშირად იწოდება როგორც *დისპერსიათა ერთგვაროვნება*) დაშვებების დარღვევებმა შეიძლება შეცვალოს I გვარის შეცდომის დაშვების რეალური ალბათობა ალფას მნიშვნელობით. მაგრამ t კრიტერიუმს ახასიათებს მდგრადობა ამ დაშვებების დარღვევის მიმართ. **მდგრადობა** ნიშნავს, რომ დაშვებების დარღვევა მცირე გავლენას ახდენს I გვარის შეცდომის დაშვების ალბათობაზე. ბრედლის (Bradley, 1980, 1984) მიერ ჩატარებული კვლევა ეწინააღმდეგება მდგრადობის ასეთ განმარტებას. იგი ამტკიცებს, რომ არ არსებობს პირობების არც ერთი სიმრავლე, რომლის დროსაც ეს დაშვებები შეიძლება დაირღვეს და ამ დროს t კრიტერიუმის მდგრადობა იყოს გარანტირებული. მაგრამ როცა ქულები არაა ნორმალურად განაწილებული და დარღვეულია დისპერსიების ტოლობის დაშვებები, ეს, სავარაუდოდ, მინიმალურ გავლენას მოახდენს პირველი გვარის შეცდომის დაშვების ალბათობაზე, თუ დაცულია შემდეგი პირობები:

მდგრადობა (Robustness) — ეს ტერმინი გამოიყენება იმის აღსანიშნავად, რომ სტატისტიკური კრიტერიუმის დაშვებების დარღვევას აქვს მცირე გავლენა პირველი გვარის შეცდომაზე.

- თითოეულ ჯგუფში ცდის პირების რაოდენობა იქნება ტოლი;
- ქულათა ორ განაწილებას დაახლოებით ერთი და იგივე ფორმა აქვს და განაწილებებს არა აქვს არც ძალიან წაწვეტებული და არც ძალიან გლუვი ფორმა;
- მნიშვნელოვნობის დონე იქნება 0.05 და არა 0.01.

მაგალითი №9-1

დიაზეპამის გავლენის დადგენა დროის შეფასებაზე $t_{\text{დამოუკიდებლის}}$ გამოყენებით

ამოცანა

$t_{\text{დამოუკიდებლის}}$ გამოთვლის საილუსტრაციოდ, როცა $\overline{X}$ და s ცნობილია, გამოვიყენებთ პრობლემას, რომლის გადაჭრაც გადაწყვიტა უნრუგ-ნეერვორტმა თავის კოლეგებთან ერთად, და რომელიც ეხებოდა დიაზეპამის გავლენას დროის შეფასების აღქმაზე. მათ ჰყავდათ ორი ჯგუფი – თითოეულში 12 ცდის პირი. პლაცებოს საკონტროლო ჯგუფის (A_1) მიერ შეფასებული საშუალო დრო იყო 19,8 წმ, როცა s_{A1}=7.6წმ-ს, ექსპერიმენტული ჯგუფის მიერ შეფასებული საშუალო დრო იყო 13.6 წმ, როცა s_{A2}= 4.8 წმ-ს. განსხვავდება თუ არა შეფასებული საშუალო დროები ერთმანეთისაგან მნიშვნელოვნობის 0.05 დონეზე? გამოიყენეთ ორმხრივი კრიტერიუმი.

საჭირო სტატისტიკა

$$t_{\text{დამოუკიდებული}} = \frac{\overline{X}_{A1} - \overline{X}_{A2}}{\sqrt{\left[\frac{(n_{A1}-1)s^2_{A1} + ((n_{A2}-1)s^2_{A2}}{n_{A1}+n_{A2}-2}\right]\left[\frac{1}{n_{A1}}+\frac{1}{n_{A2}}\right]}}.$$

დაშვებები:

1. ცდის პირები შემთხვევითად არიან შერჩეული და თითოეული ცდის პირი დამოუკიდებელია ნებისმიერი სხვა ცდის პირისაგან;
2. დროის შეფასების ქულები ნორმალურადაა პოპულაციაში განაწილებული;

3. დროის შეფასების ქულათა დისპერსიები ტოლია ორივე ჯგუფის პოპულაციებში:

სტატისტიკური ჰიპოთეზები: $H_0: \mu_{A1}=\mu_{A2}$;
$H_0: \mu_{A1}\neq\mu_{A2}$.

მნიშვნელოვნობის დონე: $\alpha=0.05$.

df t-სათვის: $(n_{A1}-1)+(n_{A2}-1)=(12-1)+(12-1)=22$, ან $N-2=24-2=22$.

t-ს კრიტიკული მნიშვნელობა: $t_{\text{კრიტ.კულ}}=2.074$ ცხრილიდან №a-2.

უარყოფის არეები: $t_{\text{რეალური}}$ მნიშვნელობა ტოლია ან ნაკლებია —2.074, ან ტოლია, ან მეტია +2.074.

გამოთვლა:

$$t=\frac{19.8-13.6}{\sqrt{\left[\frac{(12-1)(7.6)^2+(12-1)(4.8)^2}{12+12-2}\right]\left[\frac{1}{12}+\frac{1}{12}\right]}}=\frac{+6.2}{\sqrt{\left[\frac{888.8}{22}\right]\left[\frac{2}{12}\right]}}=\frac{+6.2}{2.597}=+2.387.$$

გადაწყვეტილება:
$t_{\text{რეალური}}$ ხვდება უარყოფის არეში, რომელიც ტოლია ან მეტია $t_{\text{კრიტ.კულ}}=+2.074$-ის. ჩვენ უნდა უარვყოთ H_0 და მივიღოთ H_1.

დასკვნა: ორი შერჩევის საშუალოები – 19.8 წმ და 13.6 წმ – მნიშვნელოვნად განსხვავდებიან 0,05 დონეზე. რადგან ჯგუფები ეკვივალენტურნი იყვნენ ექსპერიმენტულ ჩარევამდე, საშუალოთა შორის განსხვავება მიეწერება დამოუკიდებელი ცვლადის გავლენას. ცდის პირების მიერ შეფასებული საშუალო დრო დიაზეპამის მიღების პირობებში უფრო მოკლეა, ვიდრე ის დრო, რომელიც ცდის პირებმა შეაფასეს პლაცებო კონტროლის პირობებში.

მაგალითი №9-2

$t_{\text{დამოუკიდებლის}}$ გამოყენება ნედლი ქულებისათვის

ამოცანა

განვლილმა წლებმა ნათელყო, რომ მომავალი პროფესიისათვის საჭირო უნარების შესაძენად აუცილებელი იყო განათლების სისტემის გაუმჯობესება. ამის ერთ-ერთი გამოხმაურება იყო ზუსტ მეცნიერებებში კომპიუტერების გამოყენება ლაბორატორიული ექსპერიმენტების მოდელირებისათვის. ჩებანმა, ასკარმა და ოზკანმა (Geban, Askar, Ozkan, 1992) გამოიკვლიეს, განაპირობებს თუ არა ასეთი კომპიუტერულად მოდელირებული ექსპერიმენტები უფრო დიდ მიღწევებს ქიმიაში, ვიდრე საყოველთაოდ მიღებული მიდგომა, ლაბორატორიული ექსპერიმენტები, რომელშიც სტუდენტები მონაწილეობენ. დავუშვათ, თქვენ დაინტერესდით ამ კვლევით და გაიმეორეთ იგი 28 უმაღლესი სასწავლებლის სტუდენტ-ქიმიკოსზე. თქვენ შემთხვევითი წესით გადაანაწილეთ ეს სტუდენტები ორი ტოლი ზომის ჯგუფში – ჩვეულებრივი სწავლებისა (A_1) და კომპიუტერულად მოდელირებული სწავლების ჯგუფებში (A_2). ამ კურსის ბოლოს თქვენ ქიმიის ცოდნა მიღწევის ტესტით გაზომეთ, რომლის ქულები მერყეობს 0-დან 100-მდე. მიღებული იყო შემდეგი ქულები:

სწავლების მეთოდი

საყოველთაოდ მიღებული (A_1)	კომპიუტერულად მოდელირებული (A_2)
74	84
76	75
81	94
90	88
67	69
72	90
84	86
87	97
92	81
70	91
78	83
82	92
75	82
85	93

მნიშვნელოვნად განსხვავდება თუ არა მიღწევის ტესტის მოცემული ქულები ერთმანეთისაგან 0.05 დონეზე? გამოიყენეთ ორმხრივი კრიტერიუმი.

საჭირო სტატისტიკა: $t_{\text{დამოუკიდებელი}}$

დაშვებები:

1. ცდის პირები შემთხვევითად არიან შერჩეულნი და თითოეული ცდის პირი დამოუკიდებელია ნებისმიერი სხვა ცდის პირისაგან;
2. ქიმიაში მიღწევის ტესტის ქულები ნორმალურადაა პოპულაციაში განაწილებული;
3. ქიმიაში მიღწევის ქულათა დისპერსიები ტოლია ორივე პირობაში მყოფი ჯგუფის პოპულაციაში.

სტატისტიკური ჰიპოთეზები: $H_0: \mu_{A1}=\mu_{A2}$.

$H_0: \mu_{A1}\neq\mu_{A2}$.

მნიშვნელოვნობის დონე: $\alpha=0.05$.

df t-სათვის: $(n_{A1}-1)+(n_{A2}-1)=(14-1)+(14-1)=26$, ან $N-2=28-2=26$.

t-ს კრიტიკული მნიშვნელობა: $t_{\text{კრიტიკული}} = 2.056$ ცხრილიდან №a-2.

უარყოფის არეები: $t_{\text{რეალური}}$ მნიშვნელობა ტოლია ან ნაკლებია —2.056 ან ტოლია, ან მეტი +2.056.

გამოთვლა: თავდაპირველად უნდა ვიპოვოთ თითოეული ჯგუფის საშუალო და სტანდარტული გადახრა. საყოველთაოდ მიღებული სწავლების მეთოდის ჯგუფისათვის $\overline{X}_{A1}=79.5$ და $s_{A1}=7.59$ და კომპიუტერულად მოდელირებული სწავლების ჯგუფისათვის $\overline{X}_{A2}=86.07$ და $s_{A2}=7.74$. ჩავსვათ ეს მნიშვნელობები $t_{\text{რეალური}}$ გამოთვლით ფორმულაში და მივიღებთ:

$$t=\frac{79.8-86.07}{\sqrt{\left[\frac{(14-1)(7.59)^2+(14-1)(7.74)^2}{14+14-2}\right]\left[\frac{1}{14}+\frac{1}{14}\right]}}=\frac{-6.57}{\sqrt{\left[\frac{1527.708}{26}\right]\left[\frac{2}{14}\right]}}=\frac{-6.57}{2.899}=-2.266.$$

გადაწყვეტილება:
$t_{\text{რეალური}}$ ხვდება უარყოფის არეში, რომელიც ტოლია ან ნაკლებია $t_{\text{კრიტიკული}} = -2.056$-ის, უარვყოფთ H_0-ს და ვიღებთ H_1-ს

დასკვნა: ორი შერჩევის საშუალოები – 79.5 და 86.07 – მნიშვნელოვნად განსხვავდებიან 0,05 დონეზე. საშუალოთა შორის განსხვავება მიეწერება დამოუკიდებელი ცვლადის გავლენას. კომპიუტერულად მოდელირებული ექსპერიმენტები ქიმიაში განაპირობებენ უფრო მაღალ მიღწევებს, ვიდრე სწავლების ჩვეულებრივი მეთოდები.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა IX-3

1. განსაზღვრეთ: მიმართულების მქონე კრიტერიუმი, არამიმართულებითი კრიტერიუმი, ცალმხრივი უარყოფის არე, უარყოფის არე, $t_{\text{კრიტიკული}}$, $t_{\text{რეალური}}$, $t_{\text{დამოუკიდებელი}}$, ორმხრივი უარყოფის არე.
2. განსაზღვრეთ სტატისტიკური შემოწმების ეტაპები $t_{\text{დამოუკიდებლისათვის}}$.
3. დაწერეთ სტატისტიკური ჰიპოთეზები ორმხრივი $t_{\text{დამოუკიდებლისათვის}}$.
4. ექსპერიმენტის რომელ სიტუაციას შეესაბამება H_0?
5. ექსპერიმენტის რომელ სიტუაციას შეესაბამება H_1?
6. დავუშვათ, თქვენ გყავთ ორი ჯგუფი, რომელთა მოცულობებია n_{A1} და n_{A2}. შეასრულეთ შემდეგი სავარჯიშო შერჩევის თითოეული ჯგუფისათვის, რომელიც მოცემულია ცხრილში: (ა) იპოვეთ df t კრიტერიუმისათვის ორი შერჩევის საფუძველზე, (ბ) იპოვეთ $t_{\text{კრიტიკული}}$ ორმხრივი კრიტერიუმისათვის $\alpha=0.05$ დონეზე (თუ ცხრილში არ არის მოცემული df-ის ზუსტი მნიშვნელობა, მაშინ ისარგებლეთ ცხრილში მოცემული წინა დაბალი მნიშვნელობით), (გ) აღნიშნეთ, ხვდება თუ არა $t_{\text{რეალური}}$ უარყოფის არეში და (დ) მიუთითეთ თქვენი გადაწყვეტილებანი სტატისტიკური ჰიპოთეზების შესახებ.

შერჩევები	n_{A1}	n_{A2}	$t_{\text{რეალური}}$
1	10	10	2.341
2	8	12	1.763
3	15	15	2.12
4	16	14	3.479
5	35	35	2.912
6	19	16	2.007
7	65	64	2.002
8	75	75	2.193

7. განსაზღვრეთ დაშვებები, რომელიც საფუძვლად უდევს $t_{\text{დამოუკიდებლის}}$ გამოყენებას.
8. ა. t კრიტერიუმს ახასიათებს მდგრადობა. რას ნიშნავს ეს ტერმინი.
   ბ. რა პირობებში არის t კრიტერიუმი სავარაუდოდ მდგრადი?
9. ა. I და II ამოცანებისათვის უპასუხეთ შემდეგ კითხვებს. გამოიყენეთ ორმხრივი კრიტერიუმი და მნიშვნელოვნობის 0.05 დონე თითოეული პრობლემისათვის:
   ბ. რისი ტოლია $t_{\text{რეალურის}}$ მნიშვნელობა?
   გ. რისი ტოლია df t კრიტერიუმისათვის?
   დ. რისი ტოლია t კრიტერიუმის მნიშვნელობა?
   ე. რისი ტოლია უარყოფის არეები $t_{\text{რეალურისათვის}}$?
   ვ. ხვდება თუ არა $t_{\text{რეალური}}$ უარყოფის არეში?
   ზ. რა გადაწყვეტილებებს მიიღებთ სტატისტიკური ჰიპოთეზების შესახებ? უარყოფთ თუ ვერ უარყოფთ H_0 ჰიპოთეზას? მიიღებთ თუ არა H_1 ჰიპოთეზას?
   თ. გამოიტანთ დასკვნას იმის შესახებ, რომ შერჩევის საშუალოები ერთი და იგივეა, თუ განსხვავებული პოპულაციებიდანაა?
   ი. საშუალოებს შორის განსხვავება სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია?
   კ. ჯგუფები მნიშვნელოვნად განსხვავდებიან იმ დროის შეფასებაში, რომელსაც ისინი ლოდინში ატარებენ? თუ ასეა, როგორია ამ განსხვავების მიმართულება?

ამოცანა №1. აფასებთ თუ არა დროის შუალედს როგორც ხანგრძლივს, როცა ხართ რაიმე მოვლენის მოლოდინში? დავუშვათ, ამ კითხვაზე პასუხის გასაცემად თქვენ შემთხვევითი წესით გაანაწილეთ 36 ცდის პირი საკონტროლო და ექსპერიმენტულ ჯგუფებში, როცა $n_{A1} = n_{A2}$ ორივე ჯგუფის ცდის პირებს თქვენ ეუბნებით, რომ ჩაუტარებთ ექსპერიმენტს, რომელიც გაგრძელდება ძალიან ცოტა ხანი და მათ უნდა შეავსონ შფოთვის გასაზომი კითხვარი. საკონტროლო ჯგუფის ცდის პირებს ეუბნებით, რომ ასისტენტი მოვა რამდენიმე წუთში, ხოლო ექსპერიმენტული ჯგუფის ცდის პირებს ატყობინებთ, რომ ასისტენტი მცირე ხნით დაიგვიანებს. ორივე ჯგუფის შემთხვევაში ასისტენტი ბრუნდება 5 წუთში. როცა ასისტენტი ბრუნდება, ცდის პირებს სთხოვენ შეაფასონ, რამდენი ხანი მოუწიათ ლოდინი. დავუშვათ, თქვენ მიიღეთ შეფასებული დროების შემდეგი საშუალოები და სტანდარტული გადახრები (წუთებში) ორივე ჯგუფისათვის:

	ჯგუფი	
	საკონტროლო	ექსპერიმენტული
$\bar{X}$	6.9	8.9
s	1.57	1.71

ამოცანა №2. დავუშვათ, რომ თქვენ დაინტერებული ხართ იმავე საკითხით, რომელიც იყო განხილული ამოცანაში №1: აფასებთ თუ არა დროის შუალედს როგორც უფრო ხანგრძლივს, როცა რაიმე მოვლენის მოლოდინში ხართ? თქვენ კვლავ შემთხვევით გადაანაწილეთ ცდის პირები ორ ჯგუფში. თანაბარი რაოდენობის ნაცვლად თქვენ გადაანაწილეთ 13 ცდის პირი საკონტროლო ჯგუფში და 17 – ექსპერიმენტულში. სხვა მხრივ, ექსპერიმენტი ზემოთ აღწერილ ამოცანაში მოყვანილი ექსპერიმენტის იდენტური იყო. დავუშვათ, რომ თქვენ მიიღეთ შემდეგი საშუალო შეფასებები და სტანდარტული გადახრები (წუთებში) თქვენი ჯგუფებისათვის:

	ჯგუფი	
	საკონტროლო	ექსპერიმენტული
$\bar{X}$	6.6	7.8
s	1.8	1.92

სიმძლავრე და $t_{\text{დამოუკიდებელი}}$

სტატისტიკური კრიტერიუმის სიმძლავრე განსაზღვრული იყო მე-8 თავში როგორც H_0-ის უარყოფის ალბათობა, როცა H_0 არ არის სამართლიანი.

ვინაიდან H_0-ის უარყოფა ნიშნავს იმას, რომ ექსპერიმენტატორმა მიიღო H_1 და გადაწყვიტა, რომ დამოუკიდებელ ცვლადს გავლენა აქვს მის ექსპერიმენტზე, **სტატისტიკური კრიტერიუმის სიმძლავრე** არის იმის ალბათობა, რომ ექსპერიმენტში დამოუკიდებელი ცვლადის მოქმედება აღმოჩენილი იქნება, როცა ასეთი მოქმედება რეალურად არსებობს. ექსპერიმენტატორს ყოველთვის უნდა, რომ გაზარდოს სტატისტიკური კრიტერიუმის სიმძლავრე, რათა შეძლოს დამოუკიდებელი ცვლადის გავლენის შემჩნევა, როცა ეს გავლენა რეალურად არსებობს.

ნულოვანი ჰიპოთეზა არის უარყოფილი, როცა $t_{\text{რეალური}}$ ხვდება უარყოფის არეში და რაც უფრო მეტია $t_{\text{რეალური}}$, მით უფრო დიდია ალბათობა, რომ ის მოხვდება უარყოფის არეში. არსებობს რამდენიმე საშუალება, გავზარდოთ $t_{\text{რეალური}}$ მნიშვნელობა და ამრიგად $t_{\text{დამოუკიდებელი}}$ სიმძლავრე. ჩვენ შეგვიძლია გავიაზროთ ეს საშუალებები $t_{\text{დამოუკიდებელი}}$ ფორმულის განხილვით:

$$t_{\text{დამოუკიდებელი}} = \frac{\bar{X}_{A1} - \bar{X}_{A2}}{s_{\bar{X}A1 - \bar{X}A2}}.$$

ამ ფორმულიდან ჩანს, რომ არსებობს $t_{\text{რეალური}}$ გაზრდის ორი გზა: (1) გავზარდოთ განსხვავება $\bar{X}_{A1}$-სა და $\bar{X}_{A2}$-ს შორის და (2) შევამციროთ $s_{\bar{X}A1 - \bar{X}A2}$-ის მნიშვნელობა.

პირველი მიდგომა გულისხმობს დამოუკიდებელი ცვლადის გავლენის გაზრდას, ანუ ჩვენ გვჭირდება დამოუკიდებელი ცვლადის იმგვარი მანიპულაცია, რომ $\bar{X}_{A1}$-სა და $\bar{X}_{A2}$-ს შორის რაც შეიძლება დიდი განსხვავება მივიღოთ. ამ მიზეზით, ბიჰევიორისტი მეცნიერები ხშირად იყენებენ დამოუკიდებელი ცვლადის ძალიან განსხვავებულ დონეებს.

$s_{\bar{X}A1 - \bar{X}A2}$ მნიშვნელობის შესამცირებლად ჩვენ შეგვიძლია გავზარდოთ შერჩევის მოცულობა და შევამციროთ შერჩევის ქულების ცვალებადობა. $s_{\bar{X}A1 - \bar{X}A2}$ და შერჩევის მოცულობის კავშირის საილუსტრაციოდ დავუშვათ, რომ ორივე – s^2_{A1} და s^2_{A2}=36. გაითვალისწინოთ, აგრეთვე, რომ s^2 ეს მნიშვნელობები სამი შერჩევის მოცულობიდან ერთ-ერთს ეხება: $n_{A1}=n_{A2}=3$, $n_{A1}=n_{A2}=6$, $n_{A1}=n_{A2}=9$. ამის შემდეგ ჩავსვათ n_A მნიშვნელობები $s_{\bar{X}A1 - \bar{X}A2}$ ფორმულაში:

როცა $n_{A1}= n_{A2}=3$, მაშინ $s_{\bar{X}A1 - \bar{X}A2} = 4.9$;

$n_{A1}= n_{A2}=6$, მაშინ $s_{\bar{X}A1 - \bar{X}A2} = 3.5$;

$n_{A1}= n_{A2}=9$, მაშინ $s_{\bar{X}A1 - \bar{X}A2} = 2.8$.

აქედან გამომდინარე, ვხედავთ, რომ შერჩევის მოცულობის ზრდასთან ერთად, სხვაობის სტანდარტული შეცდომა მცირდება. ამრიგად, $\bar{X}_{A1}$ და $\bar{X}_{A2}$ შორის მოცემული სხვაობისათვის $t_{\text{რეალური}}$ მნიშვნელობა იზრდება შერჩევის მოცულობის ზრდასთან ერთად და $s_{\bar{X}A1 - \bar{X}A2}$ მცირდება. ხოლო, როცა $t_{\text{რეალური}}$ იზრდება, მაშინ იზრდება იმის ალბათობაც, რომ ის მოხვდება უარყოფის არეში და H_0 იქნება უარყოფილი და H_1 – მიღებული.

ზოგადად, ჩარევის ნებისმიერი გავლენის შესაფასებლად არა აქვს მნიშვნელობა იმას, რამდენად მცირეა ეს გავლენა, თუკი შერჩევის მოცულობა საკმაოდ დიდია. ამიტომ, მკვლევარს შეუძლია მინიმუმამდე დაიყვანოს მეორე გვარის შეცდომა შერჩევის მოცულობის ზრდით. მაგრამ, თუ გავითვალისწინებთ რეალობას, შერჩევის მოცულობის ზრდა ხშირად ძვირია და მოითხოვს დიდი დროის ხარჯვას. უფრო მეტიც, თუკი დამოუკიდებელი ცვლადის გავლენის დასადგენად საჭიროა თითოეულ ჯგუფში 1000-კაციანი შერჩევა, მაშინ ჩვენ შეგვიძლია ვივარაუდოთ, რომ ამ დამოუკიდებელ ცვლადს მინიმალური გავლენა ექნება ქცევაზე.

მეორე ნაბიჯი $s_{\bar{X}A1 - \bar{X}A2}$ შესამცირებლად არის თითოეული ჯგუფის ქულებს შორის ცვალებადობის შემცირება. თუ ქულები თითოეულ ჯგუფში ნაკლებად შეიცვლება, მაშინ s^2 შემცირდება თითოეული ჯგუფისათვის და ამის შედეგად $s_{\bar{X}A1 - \bar{X}A2}$, აგრეთვე, შემცირდება. $s_{\bar{X}A1 - \bar{X}A2}$-ის შემცირება გამოიწვევს $t_{\text{რეალურის}}$ გაზრდას და ამრიგად იმის ალბათობის გაზრდას, რომ $t_{\text{რეალური}}$ მოხვდება უარყოფის არეში. ასეთი კავშირების გამო ექსპერიმენტატორები ჩვეულებრივ კარგად აკონტროლებენ კვლევის ჩატარების პირობებს, რათა მინიმუმამდე დაიყვანონ ქულათა ცვალებადობა თითოეულ ჯგუფში.

ექსპერიმენტული პირობის ეფექტის სიძლიერის გაზომვა

ეფექტის სიძლიერე (Strength of effect) — დამოუკიდებელი ცვლადის სიძლიერე, გაზომილი გავლენის სტატისტიკის სიდიდით.

სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი განსხვავება გვიჩვენებს, რომ დამოუკიდებელ ცვლადს გავლენა აქვს ექსპერიმენტის დამოკიდებულ ცელადზე, მაგრამ ის არ გვიჩვენებს ამ ზეგავლენის სიძლიერეს ან სიდიდეს. არსებობს სტატისტიკები, რომლებიც შეიძლება გამოვიყენოთ დამოუკიდებელი ცვლადის ზეგავლენის სიძლიერის საზომად ექსპერიმენტის დასრულების შემდეგ. ამ სტატისტიკებს ხშირად მოიხსენიებენ როგორც **ეფექტის სიძლიერის საზომებს** ან **კავშირის სიძლიერის საზომებს**. სტატისტიკა, რომელსაც შემდეგში განვიხილავთ, იწოდება ეტა კვადრატად და ის წარმოდგენილია η^2 სახით, სადაც η არის ბერძნული ასო ეტა. ეტა კვადრატი გამოითვლება $t_{\text{რეალურის}}$ მნიშვნელობიდან და თავისუფლების ხარისხიდან t-სათვის შემდეგი ფორმულის საშუალებით:

$$\eta^2 = \frac{t^2_{\text{რეალური}}}{t^2_{\text{რეალური}} + df}.$$

თუ განვიხილავთ მაგალითს №9-2, სადაც საყოველთაოდ მიღებული და კომპიუტერულად მოდელირებული სწავლის პირობების განსხვავება იყო —2.266, როცა df=29, ეტა კვადრატი $t_{\text{რეალურისათვის}}$ ტოლია

$$\eta^2 = \frac{t^2_{\text{რეალური}}}{t^2_{\text{რეალური}} + df} = \frac{(-2.266)^2}{(-2.266)^2 + 26} = \frac{5.1348}{31.1348} = 0.16.$$

ეტა კვადრატი არის იმის საზომი, თუ რამდენად ამცირებს სუბიექტის მიერ მიღებული ქულების წინასწარმეტყველების შეცდომას დამოუკიდებელი ცვლადის იმ დონის ცოდნა, რომელიც ცდის პირს მიეწოდა. ამის საილუსტრაციოდ, დავუშვათ, რომ მაგალითში №9-2 გთხოვეს იწინასწარმეტყველოთ ცდის პირის მიერ მიღებული ქულა მიღწევის ტესტში, მაგრამ თქვენ არ იცოდით, სწავლების რომელი მეთოდი მიეწოდა მას. ამ მაგალითში თქვენი საუკეთესო წინასწარმეტყველება იქნებოდა სრული საშუალოს გამოყენება 28 ცდის პირისათვის, $\overline{X}$ G=82.79, როგორც ნაწინასწარმეტყველები ქულისა. რა თქმა უნდა, ეს წინასწარმეტყველება შეიცავს შეცდომას და საშუალო შეცდომა იქნება 28 ქულის სტანდარტული გადახრა სრული საშუალოს გარშემო. აქ ჩვენ გამოვიყენებთ უფრო S-ს, ვიდრე s-ს, რადგან η^2 არის სტატისტიკა, რომელიც აღწერს მხოლოდ შერჩევას. ის არ არის პოპულაციის მნიშვნელობის შეფასება. S მნიშვნელობა 28 ქულისათვის სრული საშუალოს გარშემო არის 8.09. ამ მნიშვნელობის კვადრატი [ე.ი. $(8.09)^2$] ტოლია 65.448-ის და 28-ქულიანი შერჩევის სრული დისპერსიაა.

ახლა დავუშვათ, რომ გთხოვენ იწინასწარმეტყველოთ ცდის პირის ქულა, მაგრამ თქვენ ამჯერად იცით სწავლების ის მეთოდი, რომელიც ცდის პირმა გაიარა. ამ შემთხვევაში საუკეთესო წინასწარმეტყველება იქნებოდა იმ ცდის პირების ქულების საშუალო, რომლებმაც ეს სწავლების მეთოდი გაიარეს – ან 79.5, ან 86.07. თქვენი წინასწარმეტყველება კვლავ შეიცავს შეცდომას, მაგრამ ახლა საშუალო შეცდომა იქნება იმ ჯგუფის სტანდარტული გადახრა, რომელშიც ეს ცდის პირი იმყოფება. ჩვენ კვლავ ვიყენებთ S-ს; ამრიგად, S_{A1}=7.32 და S_{A2}=7.46. თითოეული S-ის კვადრატში აყვანით მივიღებთ თითოეული ჯგუფის შერჩევის დისპერსიებს: S^2_{A1} =53.582 და S^2_{A2}=55.652. ამ ორი დისპერსიის საშუალო არის 54.617 [მაგ. (53.582+55.652)/2=109.234/2=54.6170]. ეს მნიშვნელობა არის შეცდომის საშუალო დისპერსია, როცა სწავლების ერთი მეთოდის საშუალო გამოყენებული იყო ცდის პირის ქულის წინასწარმეტყველებისათვის. განსხვავება სრული საშუალოს გამოყენებით ნაპოვნ დისპერსიასა (65.448) და იმ საშუალო დისპერსიას შორის, რომელიც გამოთელილი იყო ექსპერიმენტული პირობის საშუალოებიდან (ე.ი.54.617), არის 65.448-54.617=10.831. დისპერსიის ეს კლება სრული დისპერსიიდან, როცა ქულის წინასწარმეტყეელებისათვის გამოიყენება ექსპერიმენტული პირობების საშუალოები, არის 10.831. თუკი ამ სხვაობას გაეყოფთ სრულ დისპერსიაზე, მივიღებთ 10.831/65.448=0.165, ან თუკი დაეამრგვალებთ ასეულებამდე – 0.16-ს. სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ, როცა ვიცი დამოუკიდებელი ცვლადის დონე, რომელიც ცდის პირს მიეწოდა და ცდის პირის ქულის წინასწარმეტყველებისათვის სრული საშუალოს ნაცვლად ექსპერიმენტული ჯგუფის საშუალოს ვიყენებ, მაშინ წინასწარმეტყველების დისპერსია შემცირდება 0.16-ით ან 16%-ით. ეს მნიშვნელობა არის η^2. ამრიგად, η^2 გვიჩვენებს სრული დისპერსიის შემცირების პროპორციას დამოკიდებულ ცვლადში, როცა ვიცი დამოუკიდებელი ცვლადის დონე, რომელიც მიაწოდეს ცდის პირს. ამ მიზეზით, η^2 ხშირად არის განმარტებული, როგორც დამოკიდებელი ცვლადის დისპერსიის პროპორციის მაჩვენებელი, რომელიც შეიძლება აიხსნას დამოუკიდებელი ცვლადის მიერ.

η^2 მნიშვნელობა იცვლება 0-დან 1-მდე. ნულის ტოლი η^2 გვიჩვენებს, რომ დამოუკიდებელი ცვლადის ცოდნა არ ამცირებს დამოკიდებული ცვლადის

შეცდომის დისპერსიას. სრული საშუალოს წინასწარმეტყველება ისეთივე კარგი წინასწარმეტყველებაა ცდის პირის ქულისათვის, როგორც ჯგუფის საშუალოს წინასწარმეტყველება. არ არსებობს რაიმე დამოკიდებულება დამოუკიდებელი ცვლადის დონესა და დამოუკიდებული ცვლადის ქულას შორის. მეორე მხრივ, როცა η^2 1-ის ტოლია, ეს გვიჩვენებს, რომ დამოუკიდებელი ცვლადის დონის ცოდნა გვაძლევს ცდის პირის ქულის სრული წინასწარმეტყველების საშუალებას. ჯგუფის საშუალოს საშუალებით ცდის პირის ქულის წინასწარმეტყველებისას შეცდომა არ იქნება დაშვებული.

როცა პრაქტიკაში η^2 0.1-დან 0.15-მდეა, ითვლება, რომ ექსპერიმენტული პირობა ძლიერ გავლენას ახდენს. ასეთ ინტერპრეტაციას მხარს უჭერს ბიჰევიორისტი მეცნიერების გამოქვეყნებული კვლევებიც. მაგალითად, ჰაასმა, უახტერმა და სოლომონმა (Haas, Waechter and Solomon, 1982) გამოითვალეს η^2 სტატისტიკური მნიშვნელოვნობის 11044 შემოწმებაში, რომელიც მოხსენიებული იყო *ფსიქოლოგიური კონსულტაციის ჟურნალის* 1970 და 1979 წლების გამოცემებში. მათ აღმოაჩინეს, რომ η^2-ის მნიშვნელობის მედიანა იყო 0.083. ინტერკვარტილური დიაპაზონი η^2 მნიშვნელობისათვის იყო 0.043-დან 0.268-მდე. ეს შედეგი გვაძლევს ინფორმაციას ბიჰევიორისტულ მეცნიერებებში კავშირის ტიპურ სიძლიერეზე და, აგრეთვე, η^2 მნიშვნელობის შეფასების საფუძველს. *ამერიკის ფსიქოლოგიური ასოციაციის პუბლიკაციების სახელმძღვანელო (1994)* გვირჩევს, რომ დამოუკიდებელი ცვლადის გავლენის სიძლიერის საზომები, ისეთი, როგორიცაა ეტა კვადრატი, უნდა იყოს ჩართული ანგარიშის წარდგენისას სტატისტიკურ შემოწმებაში. ერთ-ერთი ასეთი ანგარიში აღწერილია მე-10 თავში.

მაგალითი №9-3

η^2 გამოთვლა ექსპერიმენტში

ამოცანა

მაგალითში №9-1, პლაცებო საკონტროლო და ექსპერიმენტული ჯგუფების მიერ დროის შეფასებებს შორის განსხვავების $t_{\text{რეალური}}$ იყო +2.387 df=22. რისი ტოლია დამოუკიდებელი ცვლადის გავლენის სიძლიერე მედიკამენტის მიღების პირობაში?

ამოხსნა: გავლენის სიძლიერე მოცემულია η^2-ით, სადაც

$$\eta^2 = \frac{t^2_{\text{რეალური}}}{t^2_{\text{რეალური}} + df}.$$

თუ $t_{\text{რეალური}}$ ნაცელად ჩავსვამთ რიცხვით მნიშვნელობებს და df-ს, მივიღებთ

$$\eta^2 = \frac{(2.387)^2}{(2.387)^2 + 22} = \frac{5.6978}{5.6978 + 22} = 0.21.$$

დასკვნა: η^2-ის მნიშვნელობა გვიჩვენებს, რომ მედიკამენტის პირობის ცოდნა 21%-ით ამცირებს ექსპერიმენტის სრულ დისპერსიას.

ნდობის ინტერვალების აგება ორი დამოუკიდებელი პოპულაციის საშუალოთა სხვაობისათვის t სტატისტიკის გამოყენებით

პოპულაციის საშუალოსათვის ნდობის ინტერვალი განსაზღვრული იყო როგორც ინტერვალი, რომელიც მოიცავს პოპულაციის საშუალოს ნდობის გარკვეული ხარისხით. ამ თავში ჩვენ დავინტერესდებით პოპულაციის საშუალოებს შორის სხვაობით. ამ შემთხვევაში ჩვენ დაგვჭირდება ნდობის ინტერვალი დამოუკიდებელი პოპულაციის საშუალოთა μ_{A1}-μ_{A2} სხვაობისათვის. მიდგომა, რომელსაც ჩვენ აქ

გამოვიყენებთ, მსგავსია იმისა, რომელიც გამოყენებული იყო მე-8 თავში. განსხვავება მხოლოდ ისაა, რომ $\overline{X}$-ის ნაცვლად უნდა გამოვიყენოთ $\overline{X}_{A1} - \overline{X}_{A2}$, ხოლო $s_{\overline{X}}$-ის ნაცვლად – $s_{\overline{X}A1\ -\ \overline{X}A2}$. შესაბამისად, **95% ნდობის ინტერვალი დამოუკიდებელი პოპულაციის საშუალოთა შორის სხვაობისათვის** მოცემულია ინტერვალით:

$$(\overline{X}_{A1} - \overline{X}_{A2}) - t_{0.5}(s_{\overline{X}A1-\overline{X}A2})\text{-დან } (\overline{X}_{A1} - \overline{X}_{A2}) + t_{0.5}(s_{\overline{X}A1-\overline{X}A2})\text{-მდე,}$$

სადაც

$\overline{X}_{A1} - \overline{X}_{A2}$ ტოლია რეალურ შერჩევის საშუალოთა შორის სხვაობისა;

$s_{\overline{X}A1\ -\ \overline{X}A2}$ – საშუალოთა შორის განსხვავების შეფასებული სტანდარტული შეცდომისა;

$t_{0.05}$ – $t_{\text{კრიტიკულის}}$ ორმხრივი მნიშვნელობისა მნიშვნელობის 0.05 დონეზე, როცა თავისუფლების ხარისხი ტოლია N-2.

ამ ფორმულით მოცემულ ინტერვალს აქვს 0.95 ალბათობა.

ანალოგიურად 99%-იანი ნდობის ინტერვალი დამოუკიდებელი პოპულაციების საშუალოებს შორის სხვაობისათვის მოცემულია შემდეგნაირად:

$$(\overline{X}_{A1} - \overline{X}_{A2}) - t_{0.1}(s_{\overline{X}A1-\overline{X}A2})\text{-დან } (\overline{X}_{A1} - \overline{X}_{A2}) + t_{0.1}(s_{\overline{X}A1-\overline{X}A2}),$$

სადაც $t_{0.01}$ არის $t_{\text{კრიტიკულის}}$ ორმხრივი მნიშვნელობა მნიშვნელოვნობის 0.01 დონეზე, როცა თავისუფლების ხარისხი ტოლია N-2-ის.

ამ ფორმულების გამოყენების საილუსტრაციოდ განვიხილოთ 95%-იანი ნდობის ინტერვალის გამოთვლა მაგალითისათვის №9-1, რომელშიც ერთმანეთს ადარებდნენ დროის შეფასებებს პლაცებო საკონტროლო და დიაზეპამის მიღების ჯგუფებს შორის. აქ $\overline{X}_{A1}$=19.8წმ და $\overline{X}_{A2}$=13.6წმ და $s_{\overline{X}A1\ -\ \overline{X}A2}$=2.597წმ. ამ მაგალითისათვის გვაქვს 22 თავისუფლების ხარისხი (იხ. მაგალითი №9-1). ამრიგად, t კრიტერიუმის ორმხრივი მნიშვნელობა 0.05 დონეზე არის 2.074. 95-პროცენტიანი ნდობის ინტერვალი μ_{A1}-μ_{A2} არის

(19.8-13.6)-(2.074)(2.597) დან (19.8-13.6)+(2.074)(2.579) წმ

ან, თუ ჩავატარებთ მათემატიკურ გამოთვლებს,

6.2–5.39 —დან 6.2+5.39 წმ-მდე,

რაც ტოლია

0.8 წმ-დან 11.6 წმ-მდე.

ალბათობა იმისა, რომ μ_1-μ_{A2} მნიშვნელობა მოთავსებულია 0.8-დან 11.6-მდე ინტერვალში – 0.95-ია. ჩვენ შეგვიძლია 95 პროცენტით ვიყოთ დარწმუნებული, რომ პლაცებო საკონტროლო და დიაზეპამის ჯგუფების მიერ დროის შეფასებების პოპულაციის საშუალოებს შორის სხვაობა არის 0.8-დან 11.6-მდე.

რას ამოწმებს t კრიტერიუმი სინამდვილეში?

t კრიტერიუმი გვაძლევს ინფორმაციას, რომელიც საჭიროა იმ გადაწყვეტილების მისაღებად, თუ რამდენადაა განმტკიცებული კვლევის ჰიპოთეზა ექსპერიმენტული მონაცემებით. ძალიან მნიშვნელოვანია იმის გაცნობიერება, რომ კვლევის ჰიპოთეზა არ მოწმდება პირდაპირი გზით t კრიტერიუმით. t კრიტერიუმი არის უბრალოდ პროცედურა სტატისტიკური ჰიპოთეზის – H_0:μ_1=μ_{A2}შესამოწმებლად. თუ არ გავითვალისწინებთ დამოუკიდებელ და დამოკიდებულ ცვლადებს, რომლებიც მონაწილეობს კვლევის ჰიპოთეზაში, ნულოვანი და ალტერნატიული ჰიპოთეზები ორმხრივი t კრიტერიუმისათვის არის ყოველთვის H_0:μ_1=μ და H_1:μ_1≠μ. მეორე მხრივ, კვლევის ჰიპოთეზა ექსპერიმენტში არის დებულება, რომელიც დამოუკიდებელ და დამოკიდებულ ცვლადებს შორის კავშირს წინასწარმეტყველებს. როგორც ზემოთ მოყვანილ მაგალითში დებულება: „მოსალოდნელია, რომ იმ ცდის პირების მიერ შეფასებული დრო, რომლებსაც მიეწოდათ დიაზეპამი, უფრო ნაკლები იყოს, ვიდრე პლაცებო საკონტროლო ჯგუფის მიერ შეფასებული დრო“ არის კვლევის ჰიპოთეზა.

სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი **t** რეალური არამიმართულებითი ალტერნატიული ჰიპოთეზისათვის (ე.ი. H_1:$\mu_1 \neq \mu$) არ წარმოადგენს აუცილებლად კვლევის ჰიპოთეზის მხარდაჭერას. მაგალითად, ექსპერიმენტული ჰიპოთეზის მხარდაჭერა იქნებოდა იმ შემთხვევაში, თუ $\overline{X}_{A1}$ – პლაცებო საკონტროლო ჯგუფის მიერ შეფასებული დროის საშუალო იქნებოდა $\overline{X}_{A2}$-ზე, ანუ ექსპერიმენტული ჯგუფის მიერ შეფასებულ საშუალოზე მნიშვნელოვნად მეტი. მაგრამ $\overline{X}_{A1}$ მნიშვნელოვნად ნაკლებია $\overline{X}_{A2}$-ზე, არ ეთანხმება კვლევის ამ ჰიპოთეზას. ამიტომ $\mathbf{t}_{\text{რეალური}}$ სტატისტიკური მნიშვნელოვნობის მიღების შემდეგ ჩვენ ყოველთვის უნდა შევამოწმოთ საშუალოთა შორის განსხვავების მიმართულება, რათა დავადგინოთ, ეთანხმება თუ არა ის კვლევის ჰიპოთეზას.

სტატისტიკური და მეცნიერული მნიშვნელოვნობის მიმოხილვა

მე-8 თავში ჩვენ მივუთითეთ, რომ სტატისტიკური ჰიპოთეზის ტესტირებაში სიტყვა მნიშვნელოვანი ნიშნავს მხოლოდ იმას, რომ ნულოვანი ჰიპოთეზა უარყოფილია. მაგრამ საშუალოთა შორის სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი განსხვავება ექსპერიმენტში არ არის აუცილებლად მეცნიერულად მნიშვნელოვანი. ექსპერიმენტის მეცნიერული მნიშვნელოვნობა განისაზღვრება მანამ, სანამ მონაცემები სტატისტიკურად დამუშავდება. კარგად გააზრებულ და დაგეგმილ ექსპერიმენტში მეცნიერულად მნიშვნელოვანი შეიძლება იყოს სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი ან სტატისტიკურად არამნიშვნელოვანი განსხვავება. მართლაც, თუ დამოუკიდებელსა და დამოკიდებულ ცვლადს შორის კონკრეტული კავშირი არის ნაწინასწარმეტყველები, მაშინ ამ კავშირის ემპირიულად პოვნის წარუმატებლობას შეიძლება ჰქონდეს მეცნიერული მნიშვნელობა. ცუდად დაგეგმილ ექსპერიმენტში კი, რომელშიც დამოუკიდებელი ცვლადის შერევა ხდება დამატებით ცვლადთან, ორი შერჩევის საშუალოებს შორის სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი განსხვავებაც კი არ შეიძლება ნათლად იყოს ახსნილი.

დისკუსია სტატისტიკური ჰიპოთეზების შემოწმების შესახებ

როგორც პირველ თავში აღვნიშნეთ, მონაცემთა სტატისტიკური ანალიზი არ იქნებოდა საჭირო, რომ არ ყოფილიყო პოპულაციის წევრებს შორის ცვალებადობა. მაგრამ ასეთი ცვალებადობა არის ცხოვრებისეული ფაქტი და იწვევს მონაცემთა სტატისტიკური ანალიზის საჭიროებას. სტატისტიკური ჰიპოთეზების შემოწმება იმისათვის განვითარდა, რათა დაეხმაროს მეცნიერებს გადაწყვეტილებების მიღებაში ცვალებადობის იმ სიტუაციაში, რომელიც ყოველთვის აღინიშნება მონაცემებში. თუმცა სტატისტიკური ჰიპოთეზების შემოწმება შეიძლება თქვენთვის კონცეფტუალურად რთული ჩანდეს, მისი გამოყენება მონაცემებისათვის მალე ხდება სტანდარტული და ადვილად შესასრულებელი. შესაძლოა მოგვეჩვენოს, რომ ეს პროცესი არ შეიცავს არავითარ წინააღმდეგობას, მაგრამ ეს ასე არ არის. პირიქით, გაცხოველებული დისკუსია მიმდინარეობს მისი გამოყენების დამცველებსა და მოწინააღმდეგეებს შორის. (Abelson, 1997; Cohen, 1994; Cortina and Dunlap, 1997; Frick, 1996; Hagen, 1997; Harris, 1997; Hunter, 1997; Wainer, 1999). სტატისტიკურ ჰიპოთეზებს სხვადასხვა კუთხიდან აკრიტიკებენ. ზოგიერთი ზედმეტად რთულია იმისათვის, რომ შესავალ ტექსტში განვიხილოთ. არსებითად, კრიტიკოსთა უმრავლესობა ყურადღებას ამახვილებს შემდეგ პუნქტებზე:

- სტატისტიკური ჰიპოთეზების შემოწმებისას ვამოწმებთ ნულოვან ჰიპოთეზას, რომლის თანახმადაც $\mathbf{H_0}$: $\mu_{A1}=\mu_{A2}$, თუმცა ნაკლებად მოსალოდნელია, რომ ნულოვანი ჰიპოთეზა ოდესმე იყოს ჭეშმარიტი;
- სტატისტიკური ჰიპოთეზების შემოწმება თავს გვახვევს დიქოტომიურ გადაწყვეტილებას: უარვყოთ ნულოვანი ჰიპოთეზა, ან ვერ უარვყოთ ის, რაც ეფუძნება ნებისმიერად შერჩეულ α-ს მნიშვნელობას, ჩვეულებრივ, 0.05-ს;
- II გვარის შეცდომის დაშვების ალბათობა არ შეიძლება ზუსტად განვსაზღვროთ არც ერთი კელევისათვის. ამრიგად, როცა ექსპერიმენტატორი $\mathbf{H_0}$-ს

ვერ უარყოფს, მან შეიძლება დაუშვას II გვარის შეცდომა. თუმცა ბიჰევიორისტი მეცნიერები ფიქრობენ, რომ II გვარის შეცდომის დაშვების ალბათობა ზოგადად უფრო ნაკლებად მნიშვნელოვანია, ვიდრე პირველი გვარის შეცდომის დაშვების ალბათობა. ეს არ ეხება ყველა კვლევით პრობლემას;

- სტატისტიკური ჰიპოთეზების შემოწმება შესაძლებლობას აძლევს მკვლევრებს, გულდასმით აღარ მოეკიდონ მათ მიერ მიღებულ მონაცემებს და გამოიყენონ კომპიუტერიზებული სტატისტიკური კრიტერიუმები, რომელიც მათ სრულყოფილად არც ესმით.

არ არსებობს მარტივი ან არაწინააღმდეგობრივი პასუხი ამ კრიტიკაზე. აბელსონმა (Abelson, 1997) მიუთითა, რომ მონაცემთა ანალიზი არ არის ზუსტი პროცესი, რადგან შეფასებას ადამიანები აკეთებენ. გადაწყვეტილების მიღების ყველა პროცესი, რომელიც ბიჰევიორისტულ მეცნიერებებში კვლევის შედეგებს ეხება, მიმდინარეობს გაზომვისა და შერჩევის შეცდომის ცვალებადობის ფონზე. სტატისტიკური კრიტერიუმების გამოყენების გარეშე ადამიანები ვერ ითვალისწინებენ მონაცემთა ცვალებადობას და სათანადოდ ვერ შეაფასებენ იმას, განსხვავდება თუ არა ორი საშუალო ერთმანეთისაგან საკმარისად, რათა ეს იყოს ჩარევის ეფექტის მანიშნებელი. შემდეგი თავის ორი ამოცანა – №10.2 და №10.3 ამის ნათელი დადასტურებაა. ცხრილში №10.13 მოცემული საშუალოთა შორის განსხვავებები ამოცანაში №10.2 ერთი შეხედვით დიდია, რამაც შეიძლება მიგვიყვანოს მცდარ გადაწყვეტილებამდე, რომ დამოუკიდებელ ცვლადს აქვს გავლენა. მაგრამ ამ ექსპერიმენტში მონაცემთა ცვალებადობის დიდი ოდენობა გვიჩვენებს, რომ საშუალოთა შორის განსხვავების ყველაზე შესატყვის ინტერპრეტაციას წარმოადგენს მისი განპირობებულობა შერჩევის შეცდომით და არა დამოუკიდებელი ცვლადის გავლენით. ამის საპირისპიროდ, №10.3 ამოცანის №10.14 ცხრილში წარმოდგენილ საშუალოთა მხოლოდ გარეგნული დაკვირვებით ჩანს, რომ ისინი არ განსხვავდებიან დიდად ერთმანეთისაგან, რამაც შესაძლოა დაგვარწმუნოს დამოუკიდებელი ცვლადის არაეფექტურობაში. მაგრამ ასეთი მარტივი გადახედვით შესაძლოა გამოგვრჩეს მონაცემებში შეცდომის მცირე ცვალებადობა. სტატისტიკური კრიტერიუმი კი ითვალისწინებს ამ ცვალებადობას და გვიჩვენებს, რომ ორი ჯგუფის საშუალოთა შორის განსხვავება საუკეთესოდ შეიძლება აიხსნას დამოუკიდებელი ცვლადის გავლენით. ეს არ არის შემთხვევით განსხვავება. ყურადღებით განიხილეთ ეს ამოცანა, როცა მას შემდეგ თავში შეხვდებით.

სტატისტიკურ ჰიპოთეზათა შემოწმების კრიტიკოსების საპასუხოდ ამერიკის ფსიქოლოგთა ასოციაციამ დაავალა სტატისტიკურ დასკვნათა შემსწავლელ სპეციალურ კომისიას, მოეწოდებინათ რეკომენდაციები კვლევაში სტატისტიკური ანალიზის გამოყენების შესახებ. ამ კომისიის მიერ შემოთავაზებული რამდენიმე რეკომენდაცია შესაძლებელია განვიხილოთ სტატისტიკური ანალიზის შესავალში (Wilkonson&the Task Force on Statistical Inference, 1999):

- მკვლევრებმა დანვრილებით უნდა აღწერონ თავიანთი მონაცემები შერჩევის მოცულობების, ცენტრალური ტენდენციისა და ცვალებადობის საზომების ჩათვლით;
- ნდობის ინტერვალებს უნდა ახლდეს ეფექტის სიძლიერის საზომი, როგორიცაა η^2;
- მკვლევრები კარგად უნდა აცნობიერებდნენ მონაცემთა ანალიზის რომელ პროგრამას გამოიყენებენ. შედეგების გადამოწმების მიზნით რეკომენდებულია მონაცემთა ანალიზის ორი განსხვავებული პროგრამის გამოყენება.

ამ რეკომენდაციების გათვალისწინებით დავუბრუნდეთ ამ თავში მოცემულ დისკუსიას სიმძლავრის შესახებ, რომელშიც წარმოდგენილი იყო რეკომენდაციები კვლევის სიმძლავრის გასაზრდელად და ამრიგად, II გვარის შეცდომის ალბათობის შესამცირებლად.

უეჭველია, რომ სტატისტიკური ჰიპოთეზების შემოწმებისადმი კითხვები და კრიტიკა მომავალშიც იქნება. შესაძლოა აგრეთვე სტატისტიკურ ჰიპოთეზათა შემოწმების გამოყენება შეცვლილი ფორმით კვლავაც გაგრძელდეს ბიჰევიორისტული მეცნიერებების კვლევებში, რადგან მისი უმკაცრესი კრიტიკოსებიც კი მიუთითებენ, რომ ამჟამად სტატისტიკური ჰიპოთეზების შემონმების ჩანაცვლება რაიმე სხვა ხერხით შეუძლებელია (Cohen, 1994).

t კრიტერიუმის შედეგების პრეზენტაცია

ამერიკის ფსიქოლოგიური ასოციაციის პუბლიკაციების სახელმძღვანელოს (1994) სტილისა და სტატისტიკურ დასკვნათა შემსწავლელი სპეციალური კომისიის (Wilkonson&the Task Force on Statistical Inference, 1999) რეკომენდაციების მიხედვით მაგალითის №9-1 შედეგები გამოსაცემ სამეცნიერო შრომაში შემდეგი სახით უნდა წარმოვადგინოთ:

> 0.05 მნიშვნელოვნობის ალფა დონისა და ორმხრივი კრიტერიუმისათვის პლაცებო საკონტროლო ჯგუფის მიერ შეფასებული დროის საშუალო (M=19.8წმ, SD=7.6წმ) მნიშვნელოვნად აღემატებოდა ექსპერიმენტული ჯგუფის მიერ შეფასებული დროის საშუალოს (M=13.6 წმ, SD =4.8 წმ), t(22)= +2.39, p< 0.05, η^2=0.21. ორი პოპულაციის საშუალოთა შორის განსხვავებისათვის 95-პროცენტიანი ნდობის ინტერვალი 0.8-დან 11.6 წმ-მდე შუალედის ტოლია.

ამ შედეგების პრეზენტაციისას:

α=0.05 — გვიჩვენებს ამ კრიტერიუმისათვის არჩეულ მნიშვნელოვნობის დონეს.

t(22) — განსაზღვრავს კრიტერიუმის სტატისტიკას, როგორც **t**-ს. ეს **t** არის $t_{\text{რეალური}}$, თუმცა ინდექსი „რეალური" შეიძლება არ ახლდეს. რადგან ამ მაგალითში აღწერილი იყო ორი ჯგუფი, ჩვენ ვიცით, რომ **t** განისაზღვრება, როგორც $t_{\text{დამოუკიდებელი}}$, თავისუფლების ხარისხი $t_{\text{რეალურისათვის}}$ ნაჩვენებია ფრჩხილებში. ამრიგად, შედეგების ანალიზისათვის გამოყენებული იყო 24 ცდის პირის მონაცემი (რადგან **df**=N-2);

=+2.39 — $t_{\text{რეალური}}$ მნიშვნელობა (არა $t_{\text{კრიტიკული}}$, რომელსაც №ა-2 ცხრილში ვპოულობთ);

p<0.05 — გვიჩვენებს შემდეგს:

ა) $t_{\text{რეალური}}$ ალბათობა H_0-ის ჭეშმარიტების პირობებში არის ნაკლები ან ტოლი 0.05-ის. ეს მნიშვნელობა არის $t_{\text{რეალური}}$ ალბათობა ან უფრო შორს მდებარე $t_{\text{რეალური}}$ მნიშვნელობის ალბათობა, როცა H_0 არის ჭეშმარიტი. არ არის აუცილებელი იმავე პროცედურების ნარმოება, რაც α-ს არჩევის დროს;

ბ) H_0: $\mu_{A1}=\mu_{A2}$ უარყოფილია;
H_0: $\mu_{A1}\neq\mu_{A2}$ მიღებულია;

გ) განსხვავება შერჩევის საშუალოებს შორის სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია;

დ) საშუალოთა შორის რეალურად მიღებული განსხვავების მიზეზი არის არა შერჩევის შეცდომა, არამედ სხვა რამ. რადგან ეს ექსპერიმენტი ჩატარდა კონტროლირებად პირობებში, ჩვენ ვასკვნით, რომ განსხვავება განპირობებული იყო ცდის პირების მიერ მედიკამენტის მიღების პირობით;

ე) თუ შედეგებში წარმოდგენილი იქნება **p**>0.05, მაშინ მეტობის ნიშანი აღნიშნავს იმას, რომ H_0 არ არის უარყოფილი და ორი შერჩევის საშუალო არ განსხვავდება მნიშვნელოვნად ერთმანეთისაგან მნიშვნელოვნობის 0.05 დონეზე. ამ შემთხვევაში ჩვენ დავასკვნით, რომ მედიკამენტის მიღების პირობა არ ახდენს გავლენას დროის შეფასებაზე;

η^2=0.21 — დისპერსიის წილი, რომელიც განპირობებულია დამოუკიდებელი ცვლადით;

95%-იანი ნდობის ინტერვალი=0.8-დან 11.6 წმ-მდე — ნდობის ეს ინტერვალი არის ორი პოპულაციის საშუალოთა შორის ხვაობისათვის. ამის ნაცვლად, შესაძლოა ნარმოდგენილი იყოს 95-პროცენტიანი ნდობის ინტერვალი თითოეული საშუალოსათვის. უფრო იშვიათად კი ავტორები ნდობის ინტერვალის ნაცვლად ნარმოადგენენ საშუალოს სტანდარტულ შეცდომას.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა IX-4

1. განსაზღვრეთ: ეფექტის ზომა, სიმძლავრე, კავშირის სიძლიერე, ეფექტის სიძლიერე.
2. ორი შერჩევისათვის მიღებული იყო ქულათა ორი სიმრავლე. პირველი სიმრავლისათვის s_{A1} = 6.3 და s_{A2}=7.6. მეორე სიმრაელისათვის s_{A1} = 11.7 და s_{A2} = 10.3.
   ა) ქულათა რომელ სიმრავლეს აქვს შეცდომის მეტი ცვალებადობა?
   ბ) თუკი H_1 ჭეშმარიტია, ქულათა რომელმა სიმრავლემ შეიძლება გამოიწვიოს სტატისტიკურ შემოწმებაში II გვარის შეცდომა?
   გ) ქულათა რომელი სიმრალე გამოიწვევს სტატისტიკური კრიტერიუმის უფრო მეტ სიმძლავრეს?
3. ორი შერჩევიდან რა მოცულობის შერჩევა გამოიწვევს t კრიტერიუმში $s\ \bar{X}_{A1} - \bar{X}_{A2}$ -ის უფრო მცირე სიდიდეს: n_{A1}= n_{A2}=12 თუ n_{A1}= n_{A2}=20? რატომ? რა მოცულობის შერჩევას მიეყავართ უფრო მეტი სიმძლავრის სტატისტიკური კრიტერიუმისაკენ?
4. იპოვეთ η^2 $t_{\text{კრიტიკული}}$ შემდეგი მნიშვნელობებისათვის. თითოეული t-ს თავისუფლების ხარისხი ფრჩხილებშია მოცემული. თითოეული $t_{\text{კრიტიკული}}$ სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია 0.05 დონეზე ორმხრივი კრიტერიუმისათვის.
   ა) t(8)=2.413
   ბ) t(14)=2.2.84
   გ) t(20)=2.174
   დ) t(29)=2.939
   ე) t(60)=2.306
5. ერთმანეთისაგან განასხვაეთ კვლევისა და სტატისტიკური ჰიპოთეზა.
6. ნიშნავს თუ არა სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი განხვავება იმას, რომ აუცილებლად მეცნიერულადაც მნიშვნელოვანი შედეგები იქნება მიღებული? ახსენით თქვენი პასუხი.
7. $t_{\text{დამოუკიდებელს}}$ გამოყენების შემდეგი ანგარიშები აღებულია გამოქვეყნებული ნაშრომებიდან. უპასუხეთ შემდეგ კითხვებს თითოეული ანგარიშისათვის.
   ა. დამოუკიდებელი ცვლადის რამდენი დონე იყო გამოყენებული ამ ექსპერიმენტში?
   ბ. რამდენი ცდის პირი მონაწილეობდა ამ ექსპერიმენტში?
   გ. რისი ტოლია შერჩევის საშუალო თითოეული ექსპერიმენტული პირობისათვის?
   დ. რისი ტოლია პოპულაციის სტანდარტული გადახრის შეფასების მნიშვნელობა ჩარევის თითოეული პირობისათვის?
   ე. რისი ტოლია $t_{\text{კრიტიკული}}$ მნიშვნელობა?
   ვ. რისი ტოლია $t_{\text{კრიტიკული}}$ მნიშვნელოვნობის 0.05 დონეზე ორმხრივი უარყოფის არისათვის?
   ზ. უარყოფთ თუ ვერ უარყოფთ H_0-ს ?
   თ. მიიღებთ თუ არა H_1-ს?
   ი. საშუალოთა შორის არსებული განსხვავება სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია თუ არამნიშვნელოვანი?
   კ. რას მიაწერთ საშუალოთა შორის რეალურად მიღებულ განსხვავებას?

ანგარიში №1. 0.05 ალფას და ორმხრივი კრიტერიუმისათვის t კრიტერიუმმა გვიჩვენა, რომ ცდის პირები სწორად ამჩნევენ დავალებათა უფრო დიდ პროცენტს, როცა უსმენენ ნაცნობ ლექსს (M=79.7, SD=8.57), ვიდრე მაშინ, როცა უსმენენ უცნობ ლექსს (M=73., SD=5.85), t(60)=3.6, p<0.01.

ანგარიში №2. 0.05 ალფასა და ორმხრივი კრიტერიუმისათვის t კრიტერიუმმა გვიჩვენა, რომ 5-წუთიანი ინტერვალის შემდეგ აღდგენილი სიტყვების რაოდენობა (M=22.78, SD=5.23) არ განსხვავდება 0.5-წუთიანი ინტერვალის შემდეგ აღდგენილი სიტყვების რაოდენობისაგან (M=24.33, SD=5.14), t(28)= -0.82, p>0.05

ცდის პირთა შიდა სქემა და t კრიტერიუმი დამოკიდებული ჯგუფებისათვის

ცდის პირთა შიდა სქემა (Within-subject design) — კვლევის სქემა, რომელშიც ცდის პირთა ერთი ჯგუფია და იზომება დამოუკიდებელი ცვლადის თითოეული დონის მიხედვით. ცდის პირთა შიდა სქემაში თითოეულ ცდის პირს მიეწოდება ექსპერიმენტის ორივე პირობა.

ჩვენი ინტერესი ამ საკითხისადმი მაშინ გაჩნდა, როცა ვიხილავდით ცდის პირთა შორის სქემას, რომელშიც დამოუკიდებელი ცვლადის თითოეული დონე მიეწოდებოდა განსხვავებული ჯგუფის ცდის პირებს. მეორე ტიპის კვლევის სქემა არის **ცდის პირთა შიდა სქემა**, რომელშიც ცდის პირთა ერთი ჯგუფი არის წარმოდგენილი და იგი იზომება დამოუკიდებელი ცვლადის თითოეული დონის მიხედვით. ამრიგად, ცდის პირთა შიდა სქემაში თითოეულ ცდის პირს მიეწოდება ექსპერიმენტის ორივე პირობა.

განვიხილოთ ერთფაქტორიანი ცდის პირთა შიდა სქემის შემდეგი მაგალითი. ადამიანები, რომლებიც სიგარეტის მოწევას თავს ანებებენ, ხშირად აღნიშნავენ, რომ იმატებენ წონაში. ამ ჰიპოთეზის შესამოწმებლად ბეკონამ და ვაზქეზმა (Becona &Vazquez, 1998) ერთმანეთს მწეველთა წონები შეადარეს იმ მომენტისათვის, როცა მათ დაიწყეს სიგარეტისათვის თავის დანებების პროგრამაში მონაწილეობა. 36 თვის შემდეგ მათ აღმოაჩინეს, რომ პროგრამის იმ მონაწილეებმა, რომლებმაც შეძლეს თავი დაენებებინათ სიგარეტისათვის, 2 კგ-ით მოიმატეს წონაში და ეს მატება სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი აღმოჩნდა. დავუშვათ, თქვენ გსურთ გაიმეოროთ ეს კვლევა 8 მწეველი ქალისაგან შემდგარ ჯგუფზე, რომელთა ასაკი მერყეობს 20-დან 24 წლამდე და რომლებიც 1 წლის განმავლობაში აღარ ეწეოდნენ სიგარეტს. თითოეული პიროვნება აწონეს ამ პროგრამის დაწყებისას (A_1) და მოწევისათვის თავის დანებებიდან 12 თვის შემდეგ (A_2); ამრიგად, გამოყენებული იყო ცდის პირთა შიდა სქემა. დავუშვათ, თქვენ დაადგინეთ, ინდივიდთა წონები პროგრამის დაწყების მომენტისათვის და 1 წლის შემდეგ, რაც ნაჩვენებია ცხრილში №9.2. სტატისტიკურად მნიშვნელოვნად განსხვავდება თუ არა ამ ორ პერიოდში გაზომილი წონები ერთმანეთისაგან? ამ კითხვაზე პასუხის გასაცემად და საშუალოთა შესადარებლად გამოვიყენოთ **t** კრიტერიუმი დამოკიდებული ქულებისათვის.

ცხრილი №9.2

20-24 წლის ქალების წონები (ფუნტებში) მოწევისათვის თავის დანებების პროგრამის დასაწყისში (A_1) და მოწევისათვის თავის დანებებიდან 1 წლის შემდეგ (A_2)

ცდის პირი	აწონეის მომენტი (A)	
	პროგრამაში შესვლისას *(A_1)*	მოწევისთვის თავის დანებებიდან 1 წლის შემდეგ *(A_2)*
1	122.4	127.9
2	117.1	119.4
3	127.8	127.1
4	123.2	126.5
5	112.5	114.6
6	118.7	125.3
7	121.4	119.8
8	131.7	134.2
$\bar{X}_A$	121.85	124.35
s_A	6.03	6.13

t კრიტერიუმი დამოკიდებული ქულებისათვის

ცდის პირთა შიდა სქემაში ხდება ერთი და იმავე ცდის პირების მახასიათებლების გაზომვა ორივე ექსპერიმენტულ პირობაში; ამრიგად, თითოეულ პირობაში მიღებული ქულები ერთმანეთთან დაკავშირებული იქნება. ფაქტორი, რომელიც მოქმედებს ცდის პირის ქულაზე ერთ პირობაში, იმოქმედებს ამ ცდის პირთა ქულაზე სხვა პირობაშიც. $t_{\text{დამოკიდებული}}$ არ არის შესატყვისი საზომი ამ სქემისათვის; აქ **ვიყენებთ t კრიტერიუმს დამოკიდებული ქულებისათვის**, რომელიც განისაზღვრება, როგორც

$$t_{\text{დამოკიდებული}} = \frac{\bar{X}_{A1} - \bar{X}_{A2}}{s_D},$$

სადაც s_D არის საშუალოს სტანდარტული შეცდომა თითოეულ $\overline{X}_{A1}$ და $\overline{X}_{A2}$ ქულათა შორის განსხვავებისათვის. s_D-ს გამოთვლითი ფორმულაა

$$s_D = \sqrt{\frac{\Sigma D^2 - (\Sigma D)^2 / N_{\text{წყვილები}}}{N_{\text{წყვილები}}(N_{\text{წყვილები}} - 1)}},$$

სადაც D ასახავს განსხვავებას ცდის პირის ორ ქულას შორის და $N_{\text{წყვილები}}$ არის ქულათა წყვილების რაოდენობა ან ზუსტად ცდის პირთა რაოდენობა.
ჩავსვათ ფორმულა s_D-სათვის $t_{\text{დამოკიდებული}}$ **გამოთვლით ფორმულაში,** მივიღებთ

$$t_{\text{დამოკიდებული}} = \frac{\overline{X}_{A1} - \overline{X}_{A2}}{\sqrt{\frac{\Sigma D^2 - (\Sigma D)^2 / N_{\text{წყვილები}}}{N_{\text{წყვილები}}(N_{\text{წყვილები}} - 1)}}}.$$

df არის ტოლი $N_{\text{წყვილები}}-1$-ის, რომელიც ასახავს ქულათა წყვილების იმ რაოდენობას, რომელიც თავისუფალია მისი ცვალებადობისას.

ამ ფორმულის გამოყენება ცხრილში №9.2 მოცემული ქულებისათვის ნაჩვენებია ცხრილში №9.3. გამოთვლებისათვის საჭირო საფუხურები შემდეგია:

1. იპოვეთ $\overline{X}_{A1}$ და $\overline{X}_{A2}$. მაგალითად, ეს მნიშვნელობები ტოლია 121.85 და 124.35 მილი/სთ, შესაბამისად;
2. იპოვეთ D-ს მნიშვნელობა. ამისათვის თითოეული ცდის პირის მიერ A_1 პირობაში მიღებულ ქულებს გამოაკელით ცდის პირთა მიერ A_2 პირობაში მიღებული ქულები. გაითვალისწინეთ სხვაობის ალგებრული ნიშნები. ეს ნაბიჯი ნაჩვენებია იმ სვეტში, რომელიც ცხრილში დასათაურებულია D ასოთი;

ცხრილი №9.3
ცხრილის №9.2 ქულების მიხედვით $t_{\text{დამოკიდებულის}}$ გამოთვლა

	ანონვის მომენტი (A)			
ცდის პირი	პროგრამაში შესვლისას (A_1)	მოწევისთვის თავის დანებებიდან 1 წლის შემდეგ (A_2)	D	D^2
1	122.4	127.9	-5.5	30.25
2	117.1	119.4	-2.3	5.29
3	127.8	127.1	+0.7	0.49
4	123.2	126.5	-3.3	10.89
5	112.5	114.6	-2.1	4.41
6	118.7	125.3	-6.6	43.56
7	121.4	119.8	+1.6	2.56
8	131.7	134.2	-2.5	6.25
$\overline{X}_A$	121.85	124.35	ΣD= -20	ΣD^2=103.7
s_A	6.03	6.13		

$$t_{\text{დამოკიდებული}} = \frac{\overline{X}_{A1} - \overline{X}_{A2}}{\sqrt{\frac{\Sigma D^2 - (\Sigma D)^2 / N_{\text{წყვილები}}}{N_{\text{წყვილები}}(N_{\text{წყვილები}} - 1)}}} = \frac{121.85 - 124.35}{\sqrt{\frac{103.7 - (-20)^2/8}{(8)(7)}}} = \frac{-2.5}{0.979} = -2.554,$$

როცა df არის 7.

3. აიყვანეთ D-ს თითოეული მნიშვნელობა კვადრატში, როგორც ნაჩვენებია D^2 სვეტში;
4. იპოვეთ ΣD (D სვეტის ჯამი; მაგალითად, –20) და ΣD^2 (D^2 სვეტის ჯამი; მაგალითად, 103.7);
5. განსაზღვრეთ $N_{წყვილები}$, მაგალითად, $N_{წყვილები}=8$
6. ჩასვით რიცხობრივი მნიშვნელობები $t_{დამოკიდებულის}$ გამოთვლით ფორმულაში;
7. იპოვეთ df, სადაც df= $N_{წყვილები}$ -1.

$t_{რეალური}$ ცხრილში №9.2 მოცემული ქულებისათვის არის -2.2554. $t_{რეალურს}$ გამოსათვლელი დანარჩენი პროცედურა $t_{დამოკიდებულს}$ იდენტურია. უნდა ავირჩიოთ α მნიშვნელობა, ვიპოვოთ $t_{კრიტიკულს}$ მნიშვნელობა ცხრილიდან №a-2 და უარყოფის არეები, რომლებიც მდებარეობენ t შერჩევით განაწილებაზე. თუ $t_{რეალურის}$ მნიშვნელობა ხვდება უარყოფის არეში, მაშინ

$$H_0: \mu_{A1}=\mu_{A2} \text{ უარყოფილია}$$

და

$$H_1: \mu_{A1}\neq\mu_{A2} \text{ მიღებულია.}$$

როცა df=7-ს და მნიშვნელოვნობის დონე კი 0.05-ს, $t_{კრიტიკული}$ ორმხრივი კრიტერიუმისათვის არის 2.365. უარყოფის არე შექმნილია $t_{რეალურის}$ მნიშვნელობიდან, რომელიც ნაკლებია ან ტოლი —2.365-ის, ან ტოლი ან მეტი, +2.365-ის. $t_{რეალური}$ —2.554 ნაკლებია —2.365-ზე; ამიტომ ის ხვდება უარყოფის არეში; H_0 უნდა უარვყოთ და H_1 მივიღოთ. შერჩევის საშუალოთა შორის სხვაობა სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია მნიშვნელოვნობის 0.05 დონეზე. პროგრამაში მონაწილე პირები უფრო მეტს იწონიდნენ მონევისთვის თავის დანებებიდან ერთი წლის შემდეგ, ვიდრე პროგრამის დაწყებამდე.

ამ $t_{დამოკიდებულისათვის}$ **ეტა კვადრატი** გამოითვლება შემდეგნაირად:

$$\eta^2 = \frac{t_{რეალური}}{t_{რეალური} + df}.$$

ჩავსვათ $t_{რეალურს}$ და df-ის რიცხობრივი მნიშვნელობები:

$$\eta^2 = \frac{(-2.554)^2}{(-2.554)^2 + 7} = 0.48.$$

ეს ეტა კვადრატი გვიჩვენებს, რომ წონის მომატების ცვალებადობის 48 პროცენტი განპირობებულია დროის ინტერვალით ამ ექსპერიმენტში.

ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი საკითხი ამ სქემის განხილვისას ისაა, რომ, თუმცა წონაში მატება 1 წლის შემდეგ სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი აღმოჩნდა, ჩვენ მაინც არ შეგვიძლია ვამტკიცოთ, რომ ეს გამოწვეული იყო სიგარეტის მოწევისთვის თავის დანებების პროგრამით. ადამიანები ხშირად იმატებენ წონაში წლების მატებასთან ერთად და შესაძლებელია ცდის პირებს ისედაც მოემატებინათ წონაში, თუკი ისინი არ მიატოვებდნენ მოწევას. იმაში დასარწმუნებლად, რომ წონის მატება მართლაც განპირობებული იყო სიგარეტისთვის თავის დანებებით, 1 წლის შემდეგ უნდა შევამოწმოთ მსგავსი ცდის პირებისაგან შემდგარი მეორე ჯგუფის წონები, რომლებმაც არ დაანებეს თავი მოწევას. ასეთი ჯგუფის ჩართვა ამ მაგალითში გაართულებდა განხილვას, მაგრამ ბეკონსა და ვაზქეზს ჰყავდათ ასეთი ჯგუფი და აღმოჩნდა, რომ მათი წონა სამწლიან პერიოდში მნიშვნელოვნად არ გაზრდილა.

ნდობის ინტერვალების აგება ორი დამოკიდებული პოპულაციის საშუალოთა შორის განსხვავებისათვის

95-პროცენტიანი ნდობის ინტერვალი ორი დამოკიდებული პოპულაციის საშუალოთა შორის განსხვავებისათვის მოცემულია შემდეგი ინტერვალით:

$$(\bar{X}_{A1} - \bar{X}_{A2}) - t_{0.05}(s_D) \quad \text{დან} \quad (\bar{X}_{A1} - \bar{X}_{A2}) + t_{0.05}(s_D) \text{-მდე,}$$

სადაც $\bar{X}_{A1} - \bar{X}_{A2}$ უდრის ორი რეალური შერჩევის საშუალოთა შორის განსხვავებას;

s_D – თითოეული $\bar{X}_{A1}$ და $\bar{X}_{A2}$ ქულათა შორის სხვაობის საშუალოს სტანდარტულ შეცდომას;

$t_{0.05}$ – $t_{\text{კრიტიკულის}}$ ორმხრივ მნიშვნელობას მნიშვნელოვნობის 0.05 დონეზე N-1 თავისუფლების ხარისხით.

ალბათობა იმისა, რომ μ_{A1}-μ_{A2} მნიშვნელობა ამ ინტერვალშია მოთავსებული, არის 0.95.

ამ მაგალითისათვის $\bar{X}_{A1}$=121.85 და $\bar{X}_{A2}$=124.35, $N_{\text{წყვილები}}$=8, s_D=0.979 (ცხრილიდან №9.3) და t(0.05) 7-ის ტოლი თავისუფლების ხარისხისათვის ტოლია 2.365-ის. შერჩევის საშუალოთა შორის უარყოფითი სხვაობის მიღების თავიდან ასაცილებლად ჩვენ $\bar{X}_{A1}$ -ს ვაკლებთ $\bar{X}_{A2}$ -ს. თუ ჩავსვამთ რიცხობრივ მნიშვნელობებს, 95-პროცენტიანი ნდობის ინტერვალი μ_{A1} და μ_{A2} შორის სხვაობისათვის იქნება:
(124.35-121.85)–(2.365)(0.979)-დან (124.35-121.85)+(2.365)(0.979)-მდე,
რომელიც ტოლია 0.18-დან 4.82 ფუნტამდე შუალედის. 95-პროცენტიანი ნდობის ინტერვალი პოპულაციის საშუალოებს შორის განსხვავებისათვის პროგრამის დაწყებისას გაზომილ წონასა და მონევისთვის თავის დანებებიდან 1 წლის შემდეგ გაზომილ წონას – 0.18-სა და 4.82 ფუნტს შორისაა მოთავსებული.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა IX–5

1. ახსენით განსხვავება ცდის პირთა შორის კვლევის სქემასა და ცდის პირთა შიდა კვლევის სქემას შორის.

2. სულ უფრო მეტი ადამიანი თვლის საკუთარ ავტომანქანას თავისი ოფისის ნაწილად და ტრანსპორტის მოძრაობის უსაფრთხოების მრავალი ექსპერტი მიიჩნევს, რომ ყურადღების გამფანტველი სტიმულების ზრდა იწვევს ავარიების რიცხვის ზრდას. დავუშვათ, გსურთ ემპირიულად გადაამოწმოთ ეს პრობლემა და 11 ადამიანს სთხოვეთ ეტარებინათ მანქანა ორ განსხვავებულ ხელოვნურად შექმნილ სიტუაციაში: საკონტროლო პირობაში, როცა არ იქნებოდა ყურადღების გამფანტველი სტიმულები და ექსპერიმენტულ პირობაში, როცა მძღოლი ისაუბრებდა მობილური ტელეფონით. იზომებოდა ცდის პირების რეაქციის დრო ხელოვნურად შექმნილ ავარიულ სიტუაციაზე, რომელიც მოითხოვდა დამუხრუჭებას. ვთქვათ, მიიღეთ რეაქციის შემდეგი დროები (მილიწამებში):

ცდის პირი	პირობა	
	საკონტროლო	ექსპერიმენტული
1	426	448
2	501	552
3	525	506
4	478	507
5	537	574
6	452	491
7	394	438
8	443	477
9	491	523
10	382	413
11	572	541

განსაზღვრეთ საშუალო და სტანდარტული გადახრა თითოეული პირობისათვის. შემდეგ გამოითვალეთ $t_{\text{დამოუკიდებელი}}$ ამ ქულებისათვის და უპასუხეთ შემდეგ კითხვებზე.

ა. ჩამოაყალიბეთ სტატისტიკური ჰიპოთეზა $t_{\text{დამოკიდებულისათვის}}$ ამ მონაცემების საფუძველზე.
ბ. რისი ტოლია $t_{\text{კრიტიკული}}$ მნიშვნელობა?
გ. რისი ტოლია df t კრიტერიუმისათვის?
დ. რისი ტოლია $t_{\text{კრიტიკული}}$ მნიშვნელობა?
ე. რისი ტოლია უარყოფის არეები $t_{\text{კრიტიკულისათვის}}$?
ვ. ხვდება თუ არა $t_{\text{კრიტიკული}}$ უარყოფის არეში?
ზ. რა გადაწყვეტილებებს მიიღებთ სტატისტიკური ჰიპოთეზების შესახებ? უარყოფთ თუ ვერ უარყოფთ H_0 ჰიპოთეზას? მიიღებთ თუ არა H_1 ჰიპოთეზას?
თ. გამოიტანთ დასკვნას იმის შესახებ, რომ შერჩევის საშუალოები ერთი და იმავე თუ განსხვავებული პოპულაციებიდანაა?
ი. საშუალოებს შორის განსხვავება სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია?
კ. მნიშვნელოვნად განსხვავდება პირობები რეაქციის დროის მიხედვით? თუ ასეა, როგორია ამ განსხვავების მიმართულება?
ლ. რისი ტოლია ეტა კვადრატი ამ კვლევაში?
მ. რისი ტოლია 95-პროცენტიანი ნდობის ინტერვალი პოპულაციის საშუალოთა შორის სხვაობისათვის?

შეჯამება

- ექსპერიმენტი მოითხოვს:
  - მეცნიერული კითხვის დასმას და კვლევის ჰიპოთეზის ფორმულირებას;
  - ცდის პირთა შერჩევას;
  - ეკვივალენტური ჯგუფების შერჩევას შემთხვევითი განაწილებით;
  - დამატებითი ცვლადების გაკონტროლებას;
  - დამოუკიდებელი ცვლადის მანიპულირებას;
  - დამოკიდებული ცვლადის გაზომვას.
- შეიძლება $t_{\text{დამოუკიდებული}}$ გამოყენებული იყოს იმის განსაზღვრისათვის, ექსპერიმენტში ორი შერჩევის საშუალოები მნიშვნელოვნად განსხვავდება თუ არა ერთმანეთისაგან?
- $t_{\text{დამოუკიდებლის}}$ ფორმულა არის:

$$t_{\text{დამოუკიდებელი}} = \frac{\overline{X}_{A1} - \overline{X}_{A2}}{s_{\overline{X}_{A1} - \overline{X}_{A2}}},$$

სადაც $s_{\overline{X}A1} - \overline{X}A2$ არის საშუალოთა შორის სხვაობის სტანდარტული შეცდომა.

- სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმება $t_{\text{დამოუკიდებლის}}$ გამოყენებით ყველა სტატისტიკური შემოწმებისათვის საერთო საფეხურებს იმეორებს;
- სტატისტიკური კრიტერიუმის სიმძლავრე არის H_0-ის უარყოფის ალბათობა, როცა H_0 არარის სამართლიანი;
- t კრიტერიუმის სიმძლავრეზე მოქმედ ფაქტორებს მიეკუთვნება დამოუკიდებელი ცვლადის გავლენის სიდიდე, ცვალებადობის სიდიდე დამოკიდებული ცვლადის გაზომვისას და შერჩევის მოცულობა;
- ეტა კვადრატი კავშირის სიძლიერის საზომია შერჩევაში, რომელიც $t_{\text{რეალურიდან}}$ გაიზომება და გამოითელება;
- ეტა კვადრატი გვიჩვენებს დამოკიდებული ცვლადის ცვალებადობის იმ წილს სრული ცვალებადობიდან, რომელიც დამოუკიდებელი ცვლადით აიხსნება;
- ორი დამოუკიდებელი პოპულაციის საშუალოთა შორის სხვაობის 95-პროცენტიანი ნდობის ინტერვალი მოცემულია ინტერვალით:

$(\overline{X}_{A1} - \overline{X}_{A2}) - t_{0.0}\ (s_{\overline{X}A1-\overline{X}A2})$-დან $(\overline{X}_{A1} - \overline{X}_{A2}) + t_{0.0}\ (s_{\overline{X}A1-\overline{X}A2})$-მდე;

- ცდის პირთა შიდა სქემაში ცდის პირთა ერთ ჯგუფს მიეწოდება თითოეული დამოუკიდებული ცვლადის ყველა დონე;

- $t_{\text{დამოკიდებული}}$ შეიძლება გამოყენებული იყოს, როცა გვაქვს დამოუკიდებული ცვლადის ორი დონე ერთფაქტორიან ცდის პირთა შიდა სქემაში;
- $t_{\text{დამოკიდებულის}}$ ფორმულა არის:

$$t_{\text{დამოუკიდებელი}} = \frac{\overline{X}_{A1} - \overline{X}_{A2}}{s_D},$$

სადაც s_D თითოეულ X_{A1} და X_{A2} ქულას შორის სხვაობის საშუალოს სტანდარტული შეცდომაა;

- ორი დამოკიდებული პოპულაციის საშუალოთა შორის სხვაობის 95-პროცენტიანი ნდობის ინტერვალი მოცემულია ინტერვალით:

$$(\overline{X}_{A1} - \overline{X}_{A2}) - t_{0.05}(s_{\overline{X}A1-\overline{X}A2}) \text{-დან } (\overline{X}_{A1} - \overline{X}_{A2}) + t_{0.05}(s_{\overline{X}A1-\overline{X}A2}) \text{-მდე.}$$

ძირითადი ტერმინები და სიმბოლოები

ცდის პირთა შორის სქემა
შემთხვევითი განსხვავება
ნდობის ინტერვალი ორი პოპულაციის საშუალოთა შორის განსხვავებისათვის
შერეული ექსპერიმენტი
ხელმისაწვდომი (შესაძლებლობის) შერჩევა
დამოკიდებული ცვლადი
მიმართულების მქონე კრიტერიუმი
ეკვივალენტური ჯგუფები
საშუალოთა შორის სხვაობის სტანდარტული შეცდომის შეფასება, ($s_{\overline{X}A1} - \overline{X}A2$)
ეტა კვადრატი (η^2)
ექსპერიმენტი
დამატებითი ცელადი
ფაქტორი
დამოუკიდებელი ცვლადი
დამოუკიდებელი ცვლადის დონე
95-პროცენტიანი ნდობის ინტერვალი დამოუკიდებელი პოპულაციების საშუალოებს შორის სხვაობისათვის
99-პროცენტიანი ნდობის ინტერვალი ორი დამოუკიდებელი პოპულაციების საშუალოებს შორის სხვაობისათვის
არამიმართულებითი კრიტერიუმი
ცდის პირთა შორის ერთფაქტორიანი სქემა
ერთმხრივი კრიტერიუმი
პლაცებო კონტროლი
სიმძლავრე
შემთხვევითი განაწილება
შემთხვევითი შერჩევა
მდგრადობა
s_D
$s^2_{\text{კომბინირებული}}$
საშუალოთა შორის განსხვავების შერჩევითი განაწილება
საშუალოთა შორის სხვაობის სტანდარტული შეცდომა
ეფექტის სიძლიერე
$t_{\text{კრიტიკული}}$
t კრიტერიუმი დამოკიდებული ქულებისათვის ($t_{\text{დამოუკიდებელი}}$)
t კრიტერიუმი ორი დამოუკიდებული ჯგუფისათვის ($t_{\text{დამოუკიდებული}}$)
$t_{\text{ტესტური}}$
ორმხრივი კრიტერიუმი
ცდის პირთა შიდა სქემა

კითხვები

1. დავუშვათ, გაინტერესებთ დაადგინოთ, აქვს თუ არა ხმაურს რაიმე გავლენა წნევაზე. თქვენ შემთხვევითად გაანაწილეთ 22 ინდივიდი საკონტროლო და ექსპერიმენტულ ჯგუფებში ($n_{A1}=n_{A2}$). უხმაურო ჯგუფის ცდის პირები (A_1) ისვენებდნენ კომფორტულ სავარძლებში წყნარ ოთახში 30 წუთის განმავლობაში. 30 წუთის შემდეგ მათ უზომავდნენ სისტოლური სისხლის წნევას (ანუ სისხლის წნევას გულის კუნთის შეკუმშვებს შორის). ხმაურიანი ჯგუფის (A_2) ცდის პირებიც სავარძლებში 30 წუთი ისხდნენ. ამ დროის განმავლობაში ისინი უსმენდნენ დიდი ქალაქის ტრანსპორტის ხმის ჩანაწერს პიკის საათებში. შემდეგ მათ უზომავდნენ სისხლის სისტოლურ წნევას. დავუშვათ, თქვენ მიიღეთ სისხლის წნევის შემდეგი მონაცემები ვეცხლისწყლის სვეტის მილიმეტრებში.

ჯგუფი	
უხმაურო	ხმაურიანი
106	141
117	136
124	124
129	139
115	121
131	119
121	147
115	128
128	115
136	134
127	140

ა. იპოვეთ თითოეული ჯგუფისათვის საშუალო და სტანდარტული გადახრა. შემდეგ გამოიყენეთ t კრიტერიუმი შემდეგ კითხვებზე პასუხის გასაცემად: მოქმედებს თუ არა ხმაური სისხლის სისტოლური წნევაზე? გამოიყენეთ ორმხრივი კრიტერიუმი და მნიშვნელოვნობის 0.05 დონე.

ბ. რისი ტოლია η^2-ის მნიშვნელობა ამ ექსპერიმენტში? დამოკიდებული ცელადის ცვალებადობის რა ნილი შეიძლება იყოს ახსნილი დამოუკიდებელი ცვლადის დონის ცოდნით?

გ. იპოვეთ 95-პროცენტიანი ნდობის ინტერვალი ორი პოპულაციის საშუალოთა შორის სხვაობისათვის.

დ. აღწერეთ თქვენი შედეგები ამ თავის ერთ-ერთი ნაწილში მოცემული მაგალითის შესაბამისად, რომელიც ეხებოდა t კრიტერიუმის შედეგების პრეზენტაციას.

2. დავუშვათ, რომ თქვენ მიიღეთ სისხლის წნევის მონაცემები, რომლებიც მოცემულია პირველი კითხვის გასწვრივ. მოქმედებს თუ არა სისტოლურ სისხლის წნევაზე ხმაური? გამოიყენეთ 0.05 მნიშვნელოვნობის დონე და ორმხრივი კრიტერიუმი.

ჯგუფი	
უხმაურო	ხმაურიანი
110	116
114	111
106	120
117	119
108	123
116	108
120	122
111	115
115	117
109	101
118	116

3. პედერსენმა (Pedersen, 1987) ივარაუდა, რომ არსებობს სქესთა შორის განსხვავებები კოლეჯის სტუდენტების პირად ცხოერებაში ჩაურევლობის მოთხოვნილების მიხედვით. ჰიპოთეზა შემონმებული იყო პირად ცხოერებაში ჩაურევლობის მოთხოვნილების საკლევი კითხვარის საშუალებით (Pedersen, 1979) კოლეჯის მდედრობითი და მამრობითი სქესის სტუდენტებზე. ამ კითხვარის ერთი ასპექტი ზომავს განმარტოების მიდრეკილებას. ამ სკალის ქულები შეიძლება იცვლებოდეს 6-დან (არასოდეს აქვს განმარტოების მოთხოვნილება) 30-მდე (ჩვეულებრივ სჭირდებათ განმარტოება). დავუშვათ, რომ მიღებული იყო შემდეგი ქულები 13 მამრობითი და 17 მდედრობითი სქესის ცდის პირისათვის.

სქესი	
მამრობითი(A_1)	მდედრობითი(A_2)
23	16
16	29
13	11
25	14
17	17
21	19
10	18
19	21
24	9
16	15
11	17
22	20
14	14
	24
	23
	25
	24

ა. იპოვეთ თითოეული ჯგუფის საშუალო და სტანდარტული გადახრა. გამოიყენეთ t კრიტერიუმი შემდეგ კითხვაზე პასუხის გასაცემად: განსხვავდებიან თუ არა ქალები და მამაკაცები განმარტოების მოთხოვნილებით? გამოიყენეთ ორმხრივი კრიტერიუმი და მნიშვნელოვნობის 0.05 დონე.

ბ. აღწერეთ თქვენი შედეგები ამ თავის ერთ-ერთ ქვეთავში მოცემული მაგალითის შესაბამისად, რომელიც ეხებოდა t კრიტერიუმის შედეგების პრეზენტაციას.

4. ფსიქოლოგები სწავლობენ ილუზიებს, რათა უკეთესად ახსნან, თუ როგორ აღიქვამთ სამყაროს. ერთ-ერთი მაგალითია მორინაგას გადახრილობის ილუზია, რომელიც ნაჩვენებია სურათზე №10.3. სურათზე გამოსახული ფიგურის ილუზორულობა ისაა, რომ მოცემული კუთხეების წვეროებს ერთ ვერტიკალურ ხაზზე მდებარედ არ აღვიქვამთ, თუმცა რეალურად ისინი ერთ ვერტიკალურ ხაზზე მდებარეობენ. ისე ჩანს, თითქოს შუა კუთხის წერტილი მდებარეობს სხვა ვერტიკალურ ხაზზე, ხოლო ზედა და ქვედა კუთხეების წერტილები – სხვაზე. დეიმ და კასპერჩიკმა (Day and Kasperczyk, 1984) ჩაატარეს კვლევა იმის დასადგენად, თუ რამდენად შეიძლება ამ ილუზიის განზოგადება. ამისათვის ისინი ცდის პირებს სთხოვდნენ გაესწორებინათ შუა კუთხე ისეთნაირად, რომ სამივე კუთხის წვერო ერთ ვერტიკალურ ხაზზე აღმოჩენილიყო. ამ გასწორების დროს დაშვებული შეცდომა იზომებოდა მილიმეტრებში (მმ). თუ ცდის პირი სამივე კუთხის წვეტებს სწორად განალაგებდა, მაშინ მისი შეცდომა იქნებოდა 0 მმ და ილუზიაც არ იქნებოდა. სხვა შემთხვევაში, თუ ცდის პირი შიგა კუთხეს ისე განალაგებდა, რომ ის გამოჩნდებოდა ერთ ვერტიკალურ ხაზზე მდებარედ, მაგრამ რეალურად ეს ასე არ იქნებოდა, ექსპერიმენტატორი ინიშნავდა შეცდომის სიდიდეს. დავუშვათ, ექსპერიმენტატორი დაინტერესდა იმით, თუ რა გავლენას მოახდენს ცდის პირების აღქმაზე ილუზიის ხასიათის შესახებ ინფორმაციის მიწოდება. ექსპერიმენტატორს პირველად მყავდა 12 ცდის პირი, რომლებმაც გაასწორეს კუთხის წერტილები და გაზომეს თითოეული მათგანის მიერ გასწორებისას დაშვებული შეცდომა. მას შემდეგ, რაც ცდის პირებმა გაასწორეს წერტილები, მათ აცნობდნენ ილუზიის ხასიათს და სთხოვდნენ თავიდან გაესწორებინათ ეს წერტილები. დავუშვათ, რომ შეცდომების ამ ორი გაზომვის (მილიმეტრებში) შედეგად თითოეული ცდის პირისათვის მიიღეს შემდეგი შედეგები:

ცდის პირები	ინსტრუქციის პირობა (A)	
	ინფორმაციის მიწოდებამდე (A_1)	ინფორმაციის მიწოდების შემდეგ (A_2)
1	1.3	1.4
2	2.1	2
3	2.5	2.7
4	1.9	2
5	3	3.4
6	2.5	2.8
7	1.8	1.6
8	2.4	2.5
9	3.1	3.3
10	3.4	3.4
11	2.5	2.3
12	2.9	2.8

ა. იპოვეთ საშუალო და სტანდარტული გადახრა თითოეული ჯგუფისათვის. შემდეგ გამოიყენეთ **t** კრიტერიუმი, რათა უპასუხოთ შემდეგ კითხვებს: ახდენს თუ არა გავლენას ილუზიის ხასიათის შესახებ ინფორმაციის მიწოდება აღქმული ილუზიის სიდიდეზე? გამოიყენეთ ორმხრივი კრიტერიუმი და მნიშვნელოვნობის 0.05 დონე.

ბ. აღწერეთ თქვენი შედეგები ამ თავის ერთ-ერთ ქვეთავში – „t კრიტერიუმის შედეგების პრეზენტაცია" – აღწერილი სტილის მიხედვით.

5. კონტროლის ლოკუსი ეხება პიროვნების აღქმას, თუ რამდენად აკონტროლებს ის იმ შემთხვევებს, რომლებიც მოქმედებენ მის ცხოვრებაზე. ის პიროვნება, ვისაც აქვს კონტროლის ექსტერნალური ლოკუსი, გარეშე მოვლენებს მიიჩნევს გადამწყვეტად. ხოლო პიროვნება ინტერნალური ლოკუსით აღიქვამს მოვლენებს, როგორც მისი ძლიერი კონტროლის ქვეშ მყოფს. ვიემ (Wiehe, 1986) იეარაუდა, რომ ბავშვები, რომლებიც თავიანთ მშობლებთან არ იზრდებოდნენ, ხასიათდებოდნენ უფრო მეტი ექსტერნალური კონტროლით, ვიდრე ბავშვები, რომლებიც იზრდებოდნენ თავიანთ ბიოლოგიურ მშობლებთან. ამ ჰიპოთეზის დასამტკიცებლად, ვიემ გამოყო მოზარდების ორი ჯგუფი ადგილობრივ სამშობიარო სახლში: 45 ორსული მოზარდი, ვინც არ იზრდებოდა თავის მშობლებთან და დაფეხმძიმდა, როცა მას ზრდიდნენ მამობილი და დედობილი, და 45 ორსული მოზარდი, რომელიც დაფეხმძიმდა თავის მშობლებთან ცხოვრების პერიოდში. თითოეულ მოზარდს მისცეს კონტროლის ლოკუსის გასაზომი სარეიტინგო სკალა. ვიეს ანგარიშში კონტროლის ლოკუსის სკალის საშუალო დედობილსა და მამობილთან აღზრდილი მოზარდების ჯგუფში იყო 15.76(s=4.65), ხოლო ბიოლოგიური მშობლების ჯგუფში იყო 12.27(s=5.74). ამ საზომით მაღალი ქულები გვიჩვენებს კონტროლის უფრო მაღალ ექსტერნალურ ლოკუსს.

ა. გამოიყენეთ t კრიტერიუმი ამ კითხვაზე პასუხის გასაცემად: ლოკუსის კონტროლი დაკავშირებულია მოზარდების მშობლების ტიპთან? გამოიყენეთ ორმხრივი კრიტერიუმი და მნიშვნელოვნობის 0.05 დონე.

ბ. რისი ტოლია η^2-ის მნიშვნელობა ამ ექსპერიმენტში? დამოკიდებული ცვლადის ცვალებადობის რა წილი შეიძლება იყოს ახსნილი დამოუკიდებელი ცვლადის დონის ცოდნით?

გ. იპოვეთ 95-პროცენტიანი ნდობის ინტერვალი ორი პოპულაციის საშუალოთა შორის სხვაობისათვის.

დ. აღწერეთ თქვენი შედეგები ამ თავის ერთ-ერთ ქვეთავში მოცემული მაგალითის შესაბამისად, რომელიც ეხებოდა t კრიტერიუმის შედეგების პრეზენტაციას.

6. ჰიუგი (1985) ადარებს კოლეჯში წესრიგის დამრღვევად ცნობილი სტუდენტების აკადემიური მოსწრების ქულებს იმ სტუდენტების აკადემიურ მოსწრებას, რომლებიც არ იყვნენ შენიშნული წესრიგის დარღვევაში. აკადემიური მოსწრების ქულის საშუალო წესრიგის დამრღვევი 1794 სტუდენტისათვის იყო 1.68 და s=0.34. 3606 სტუდენტისათვის კი, რომლებიც არ არღვევდნენ ნესრიგს, აკადემიური მოსწრების საშუალო იყო 2.09 და s=0.83.

ა. გამოიყენეთ t კრიტერიუმი, რათა უპასუხოთ ამ შეკითხვებს: მნიშვნელოვნად განსხვავდება თუ არა აკადემიური მოსწრების ქულები? გამოიყენეთ ორმხრივი კრიტერიუმი და მნიშვნელოვნობის 0.05 დონე.

ბ. რისი ტოლია η^2-ის მნიშვნელობა ამ ექსპერიმენტში? დამოკიდებული ცვლადის ცვალებადობის რა წილი შეიძლება იყოს ახსნილი დამოუკიდებელი ცვლადის დონის ცოდნით?

გ. იპოვეთ 95-პროცენტიანი ნდობის ინტერვალი ორი პოპულაციის საშუალოთა შორის სხვაობისათვის.

დ. აღწერეთ თქვენი შედეგები ამ თავის ერთ-ერთ ქვეთავში მოცემული მაგალითის შესაბამისად, რომელიც ეხებოდა t კრიტერიუმის შედეგების წარმოდგენას.

7. მრავალი სტუდენტი გამოცდის დროს განიცდის შფოთვას, რომელიც ძალიან უშლის ხელს მათ აკადემიურ მოსწრებას. კოლეჯის კონსულტანტმა ნამოაყენა ჰიპოთეზა, რომ დამამშვიდებელი მუსიკის მოსმენა გამოცდისას შეამცირებს ამ შფოთვას. ამ ჰიპოთეზის შესამოწმებლად თერაპევტმა აირჩია 34 სტუდენტი დამწყებ სტუდენტთა დიდი ჯგუფიდან, ვინც ხასიათდებოდა ძლიერი შფოთვით გამოცდის დროს. სტუდენტები შემთხვევითად იყვნენ გადანაწილებულნი საკონტროლო ან ექსპერიმენტულ ჯგუფში, სადაც თითოეულ ჯგუფში ცდის პირთა ტოლი რაოდენობა იყო წარმოდგენილი. გამოცდის წინ საკონტროლო ჯგუფის ცდის პირები ატარებდნენ ერთ საათს წყნარ დასასვენებელ ოთახში, სადაც ისინი კითხულობდნენ ჟურნალებს. ექსპერიმენტული ჯგუფის ცდის პირები კი ერთ საათს გამოცდის წინ უსმენდნენ დამამშვიდებელ მუსიკას. გამოცდის ქულის საშუალო საკონტროლო ჯგუფისათვის იყო 73.2(s_{A1}=8.4), ექსპერიმენტული ჯგუფისათვის კი 75.6(s_{A2}=8.7). გამოიყენეთ t კრიტერიუმი, რათა უპასუხოთ შემდეგ კითხვას: განსხვავდებიან თუ არა ჯგუფები მნიშვნელოვნად ერთმანეთისაგან?

ა. გამოიყენეთ ორხმრივი კრიტერიუმი და მნიშვნელოვნობის 0.05 დონე.

ბ. აღწერეთ შედეგები ამ თავის ერთ-ერთ ქვეთავში მოცემული მაგალითის შესაბამისად, რომელიც ეხებოდა t კრიტერიუმის შედეგების პრეზენტაციას.

8. ვინც ცდილობს სხვების დარწმუნებას, სურს, ნდობა მოიპოვოს. ერთ-ერთი ჰიპოთეზის თანახმად მოსაუბრეები, რომლებიც უშუალოდ იქცევიან, მიმართავენ თვალებით კონტაქტს, იღიმებიან და სიმპათიას გამოხატავენ აუდიტორიის მიმართ, აღიქმებიან როგორც უფრო სანდო, ვიდრე ისინი, ვინც არ მიმართავს ქცევის ასეთ ფორმებს. დავუშვათ, ამ ჰიპოთეზის ტესტირებისათვის ფსიქოლოგმა შექმნა 13 ცდის პირისაგან შემდგარი ორი ეკვივალენტური ჯგუფი და თითოეული ჯგუფი ისმენდა დამარწმუნებელ მოკლე საუბარს. იმ პირებისათვის, რომლებიც არ იმყოფებოდნენ უშუალო ქცევის ჯგუფში (A_1), საუბრისას მოსაუბრე არ იქცეოდა თავისუფლად. ხოლო უშუალო ქცევის ჯგუფში (A_2) მოსაუბრე მიმართავდა თვალებით კონტაქტს, იღიმებოდა და გამოხატავდა აუდიტორიის მიმართ სიმპათიას. საუბრის დასრულების შემდეგ ცდის პირები აფასებდნენ მოსაუბრეს სანდოობის სკალაზე, რომლის ქულებიც იცვლებოდა 1-დან (სრულიად არასანდო) 9-მდე (ძალიან სანდო). დავუშვათ, რომ მიიღეს შემდეგი ქულები:

უშუალობის პირობა (A)	
უშუალო ქცევის გარეშე (A_1)	უშუალო ქცევით (A_2)
4	7
5	6
3	9
4	8
6	8
7	7
7	6
4	4
3	5
5	8
6	7
3	6
5	8

ა. გამოიყენეთ t კრიტერიუმი, რათა პასუხი გასცეთ შემდეგ კითხვებს: მოახდინა თუ არა გავლენა სანდოობის შეფასებაზე მოსაუბრის უშუალობამ? გამოიყენეთ ორნაპირიანი კრიტერიუმი და 0.05 მნიშვნელოვნობის დონე.

ბ. რისი ტოლია η^2 ამ კვლევაში? დამოკიდებული ცვლადის დისპერსიის რა წილი შეიძლება მიეწეროს დამოუკიდებელი ცვლადის დონის ცოდნას?

გ. იპოვეთ 95%-იანი ნდობის ინტერვალი ორი პოპულაციის საშუალოებს შორის განსხვავებისათვის.

დ. აღწერეთ შედეგები ამ თავის ერთ-ერთ ქვეთავში მოცემული მაგალითის შესაბამისად, რომელიც ეხებოდა t კრიტერიუმის შედეგების პრეზენტაციას.

10

ერთფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზი ცდის პირთა შორის სქემისათვის

ერთფაქტორიანი მრავალდონიანი სქემის მაგალითი

ჯგუფებს შორის და ჯგუფშიდა ცვალებადობა

F სტატისტიკის მიღება
- მონაცემთა დაყოფა
- კვადრატების საშუალოს მიღება მონაცემთა დაყოფის საშუალებით
- F სტატისტიკის გამოთვლა

სტატისტიკური ჰიპოთეზების შემოწმება F-ით
- MS_A და MS შეცდომის მნიშვნელობაზე მოქმედი ფაქტორები
- F სტატისტიკით მიღებული სტატისტიკური გადაწყვეტილებანი
- დაშვებები ცდის პირთა შორის ერთფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზისათვის

F-ის სტატისტიკური მნიშვნელოვნობის ინტერპრეტაცია მრავალდონიან ექსპერიმენტში
- მრავალჯერადი შედარების კრიტერიუმები
- ტუკის ნამდვილად მნიშვნელოვანი სხვაობის (Tukey HSD) კრიტერიუმი საბოლოო შედარებებისათვის

ჩარევის ეფექტის სიძლიერის გაზომვა
- ეტა კვადრატის გამოთვლა დისპერსიული ანალიზისათვის

$t_{\text{დამოუკიდებელსა}}$ და F შორის დამოკიდებულება

დისპერსიული ანალიზის შედეგების პრეზენტაცია

t კრიტერიუმმა სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმებაში მრავალი მნიშვნელოვანი ცნება შემოიტანა ბიჰევიორისტული მეცნიერების კვლევებისათვის. თუმცა, t კრიტერიუმი მნიშვნელოვანი შეზღუდვებით ხასიათდება, ის შეიძლება საშუალოთა შესადარებლად გამოვიყენოთ მხოლოდ ორი ჯგუფისათვის. მაგრამ ბიჰევიორისტული მეცნიერების მრავალ ექსპერიმენტს მრავალდონიანი სქემა აქვს. **ერთფაქტორიანი მრავალდონიანი ექსპერიმენტი** (რომელსაც, აგრეთვე, უწოდებენ **ცალმხრივ მრავალდონიან სქემას**) არის ექსპერიმენტი ერთი დამოუკიდებელი ცვლადით და დამოუკიდებელი ცვლადის სამი ან მეტი დონით. ამ სქემებისათვის სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმების მიზნით გამოიყენება სტატისტიკური მეთოდი, ცნობილი როგორც **დისპერსიული ანალიზი** (რომლის აბრევიატურაა **ANOVA**).

ერთფაქტორიანი მრავალდონიანი სქემა (One-factor multilevel design) — ექსპერიმენტი ერთი დამოუკიდებელი ცვლადით და ამ დამოუკიდებელი ცვლადის სამი ან მეტი დონით.

დისპერსიული ანალიზი (Analysis of variance ANOVA) — სტატისტიკური კრიტერიუმი, რომელიც გამოიყენება მრავალდონიანი სქემების ანალიზისათვის.

დისპერსიული ანალიზი ყველაზე ფართოდ გავრცელებული სტატისტიკური კრიტერიუმია ფსიქოლოგიურ კვლევებში. ის შეიძლება გამოყენებული იყოს როგორც ცდის პირთა შორის, ისე ცდის პირთა შიდა სქემებისა და იმ სქემებისათვის, რომელშიც ორი ან მეტი დამოუკიდებელი ცვლადი იცვლება. ერთფაქტორიანი სქემისათვის დისპერსიული ანალიზი შეიძლება გამოყენებული იყოს $t_{\text{დამოუკიდებლის}}$ ნაცვლად, როცა დამოუკიდებელი ცვლადის მხოლოდ ორი დონის მანიპულირება ხდება. ამ თავში წარმოდგენილია დისპერსიული ანალიზი ცდის პირთა შორის ერთფაქტორიანი მრავალდონიანი სქემისათვის, რომელშიც ერთი დამოუკიდებელი ცვლადის მანიპულირება ხდება და ამ დამოუკიდებელი ცვლადის თითოეული დონე მიწოდებულია ცდის პირთა განსხვავებული ჯგუფისათვის. სხვა სქემებში მისი გამოყენება წარმოდგენილია მე-11 და მე-12 თავებში.

ერთფაქტორიანი მრავალდონიანი სქემის მაგალითი

სტიმულის რა ასპექტები განსაზღვრავს, რამდენად კარგად ვიმახსოვრებთ ჩვენ მას? კვლევის ერთი ჰიპოთეზის – დამუშავების ჰიპოთეზის მიხედვით, რაც უფრო სრულყოფილია მეხსიერებაში წარმოდგენილი სტიმულის ხატი, მით უფრო უკეთესად გვამახსოვრდება ის (Craik&Tulving, 1975). კვლევის მეორე ჰიპოთეზის – ძალისხმევის ჰიპოთეზის თანახმად, სტიმულები, რომელთაც უფრო მეტი ძალისხმევა დასჭირდათ გადამუშავებისა და დამახსოვრებისათვის, უფრო კარგად გვახსენდება, ვიდრე სტიმულები, რომელნიც ნაკლებ ძალისხმევას მოითხოვდნენ (Coulter, Coulter&Glover, 1984). დავუშვათ, ჩვენ შევქმენით ჩვეულებრივი საგნების სამი განსხვავებული ტიპის ნახატი: დეტალური, ესკიზი და დაუმთავრებელი ესკიზი. დამუშავების ჰიპოთეზის მიხედვით დეტალური ნახატები ყველაზე მეტ დამუშავებას მოითხოვენ მეხსიერებაში და ამრიგად, ყველაზე კარგად უნდა გვახსენდებოდეს, ხოლო ესკიზები და დაუსრულებელი ესკიზები უფრო ნაკლებ დამუშავებას მოითხოვენ მეხსიერებაში და ამიტომ უფრო ცუდად უნდა გვახსენდებოდეს. ძალისხმევის ჰიპოთეზა კი საპირისპირო წინასწარმეტყველებას აკეთებს. დაუსრულებელი ესკიზები მოითხოვენ ყველაზე მეტ ძალისხმევას გადამუშავებისა და დამახსოვრების პროცესში და ამიტომ უფრო კარგად გვახსენდება. დეტალური ნახატები კი მოითხოვენ ყველაზე ნაკლებ ძალისხმევას, აქედან გამომდინარე, ისინი ყველაზე ცუდად გვახსენდება.

იმის განსაზღვრისათვის, ვიზუალური სტიმულების დამახსოვრების რომელი ჰიპოთეზის წინასწარმეტყველებაა უკეთესი, დავუშვათ, რომ ჩვენ გამოვიყენეთ ცდის პირთა შორის ერთფაქტორიანი სქემა და განვახორციელეთ დამოუკიდებელი ცვლადის – ნახატის ტიპის მანიპულაცია სამ დონეზე: დაუსრულებელი ესკიზი(A_1), ესკიზი(A_2) და დეტალური ნახატები(A_3). ამ შემთხვევაში გავიმეოროთ მე-9 თავში განხილული პროცედურები, რომლებიც ეხებოდა ექსპერიმენტის სქემასა და ჩატარებას. შექმნილი იყო სამი ეკვივალენტური ჯგუფი, თითოეულში 5 ცდის პირი თანაბრად იყო გადანაწილებული. თითოეული ჯგუფის ცდის პირებს უჩვენეს ნახატები, რომლებზეც გამოსახული იყო 30 ჩვეულებრივი საგანი. ერთ ჯგუფს მიაწოდეს დეტალური ნახატი, მეორეს – ესკიზი, ხოლო მესამეს– დაუსრულებელი ესკიზი. თითოეული ნახატის 4 წმ-ის განმავლობაში დათვალიერების შემდეგ ცდის პირებს სთხოვეს ზეპირად გაეხსენებინათ რაც შეიძლება მეტი ნახატი. ცხრილში №10.1 ნაჩვენებია თითოეული პირის მიერ გახსენებული საგნების რაოდენობა, თითოეული ჯგუფის საშუალო და სტანდარტული გადახრა, ქულების სრული საშუალო. **სრული საშუალო**, რომელიც აღინიშნება $\bar{X}_G$-ით, არის 115 ქულის საშუალო

სრული საშუალო (Grand mean) — ყველა ქულის საშუალო ექსპერიმენტში.

ამ ექსპერიმენტში. მოქმედებს თუ არა გახსენებული ნახატების რაოდენობაზე ნახატის ტიპი? ამ კითხვაზე პასუხის გასაცემად გამოვიყენოთ ცდის პირთა შორის ერთფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზი.

ცხრილი №10.1

გახსენებული საგნების რაოდენობის ჰიპოთეტური ქულები როგორც ნახატის ტიპის ფუნქცია. თითოეული პირობისათვის გამოთვლილია საშუალო ($\overline{X}_{A_j}$) და სტანდარტული გადახრა (s_{A_j}). $\overline{X}_G$ არის 15 ქულის სრული საშუალო

	ნახატის ტიპი (ფაქტორი A)		
	დაუსრულებელი ესკიზი(A_1)	ესკიზი (A_2)	დეტალური (A_3)
	19	14	15
	13	13	10
	16	16	11
	17	12	12
	20	10	12
$\overline{X}_{A_j}$	17	13	12 $\overline{X}_G$=14
s_{A_j}	2.74	2.24	1.87

ჯგუფებს შორის და ჯგუფშიდა ცვალებადობა

ერთფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზი ექსპერიმენტულ მონაცემთა სრულ დისპერსიას ცდის პირთა შორის სქემისათვის ორ ნაწილად ყოფს, რომლებსაც ხშირად *წყაროებს* უწოდებენ: (1) დისპერსია, რომელიც იცვლება დამოუკიდებელი ცვლადის სისტემატურ ეფექტთან და ჯგუფების საშუალოებს შორის შერჩევის შეცდომასთან ერთად და (2) დისპერსია, რომელიც იცვლება მხოლოდ მონაცემების ჯგუფში და ცვალებადობით. მიუხედავად ამისა, დისპერსიულ ანალიზში დისპერსიას ეწოდება *კვადრატების საშუალო*. **კვადრატების საშუალო** (აბრევიატურა **MS**) არის დისპერსიის მეორე სახელწოდება და ის დისპერსიულ ანალიზში გამოიყენება.

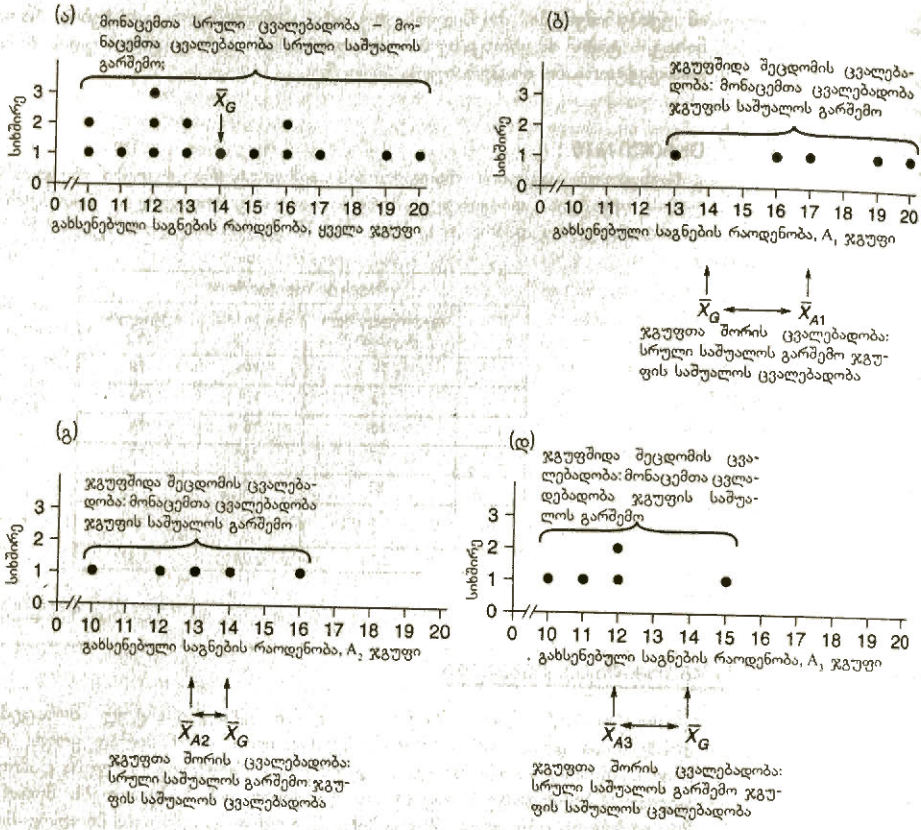
კვადრატების საშუალო (mean square) — დისპერსიის სახელწოდება, რომელიც გამოიყენება დისპერსიულ ანალიზში.

სურათი №10.1 გეეხმარება ამ დისპერსიების გააზრებაში. ამ სურათის ნაწილი(ა) გვიჩვენებს ყველა 15 ქულის სიხშირეთა განაწილებას ცხრილიდან №10.1. ამ ქულების სრული ცვალებადობა არის ქულათა დისპერსია სრული საშუალოს ანუ 14-ის გარშემო. ნაწილი (ბ), (გ) და (დ) წარმოგვიდგენს ქულათა სიხშირეთა განაწილებებს ჯგუფის შიგნით დაუმთავრებელი ესკიზისათვის, ესკიზისა და დეტალური ნახატისათვის. მიაქციეთ ყურადღება, რომ თუმცა ცდის პირები თითოეულ ჯგუფში ერთნაირ პირობებში იმყოფებოდნენ, ქულები ჯგუფის შიგნით ჯგუფის საშუალოს გარშემო იცვლება. ჯგუფშიდა ცვალებადობა მოცემულია ქულათა დისპერსიით მათი შესატყვისი ჯგუფის საშუალოს გარშემო. დისპერსიულ ანალიზში ამ ცვალებადობას ეწოდება **ჯგუფშიდა შეცდომის დისპერსია** ან, უბრალოდ, **შეცდომის დისპერსია** და $\mathbf{MS}_{\text{შეცდომის}}$ საშუალებით იზომება. ტერმინი *შეცდომა* გამოიყენება იმის აღსანიშნავად, რომ ჯგუფის შიგნით ყველა ქულა ერთმანეთის ტოლი არ არის, მაშინაც კი, როცა ჯგუფში ცდის პირს ერთი და იგივე პირობა მიეწოდება.

ჯგუფშიდა შეცდომის დისპერსია (Within-groups error variance) — მონაცემთა დისპერსია ჯგუფში, რომელიც ჯგუფის საშუალოს გარშემოა გამოთვლილი.

ჯგუფთა შორის ცვალებადობა აისახება ჯგუფების საშუალოების (ე.ი. $\overline{X}_{A1}$, $\overline{X}_{A2}$, და $\overline{X}_{A3}$) სრული საშუალოსაგან – $\overline{X}_G$-საგან გადახრაში. ჯგუფების საშუალოების ამ ცვალებადობას უწოდებენ **ჯგუფთა შორის დისპერსიას** და ის $\mathbf{MS}_A$-ს საშუალებით იზომება.

ჯგუფთა შორის დისპერსია (Between-groups variance) — დისპერსია, რომელიც გამოითვლება სრული საშუალოს გარშემო ჯგუფების საშუალოების ცვალებადობის გამოყენებით.



სურათი №10.1

(ა) 15 ქულის სიხშირეთა განაწილება ცხრილიდან №10.1. (ბ) დაუსრულებელი ესკიზის ჯგუფის(A_1) ქულების სიხშირეთა განაწილება. (გ) ესკიზის ჯგუფის (A_2) ქულების სიხშირეთა განაწილება. (დ) დეტალური ნახატის ჯგუფის (A_3) ქულების სიხშირეთა განაწილება

ჯგუფების საშუალოები ექსპერიმენტში ერთმანეთისაგან შეიძლება ორი მიზეზით განსხვავდებოდეს: (1) დამოუკიდებელი ცვლადის გავლენით და (2) შერჩევის შეცდომის გამო. ამრიგად, MS_A ასახავს სისტემატურ ცვალებადობას ჯგუფების საშუალოებს შორის, რომელიც გამოწვეულია დამოუკიდებელი ცვლადის გავლენითა და შერჩევის შეცდომის ცვალებადობით. ამრიგად, განხილულ ექსპერიმენტში ჯგუფების საშუალოები $\bar{X}_{A1}$, $\bar{X}_{A2}$, $\bar{X}_{A3}$ განსხვავდებიან ერთმანეთისაგან, თუკი ნახატის ტიპი გავლენას ახდენს მის გახსენებაზე, მაგრამ ისინი განსხვავდებიან ერთმანეთისაგან უბრალოდ შერჩევის შეცდომის გამოც.

სრული ცვალებადობა იყოფა ჯგუფთა შორის დისპერსიად და შეცდომის დისპერსიად კრიტერიუმის სტატისტიკის საშუალებით, რომელსაც რონალდ ა. ფიშერის პატივსაცემად **F**-ს უწოდებენ (1890-1962). ფიშერი ბრიტანელი სტატისტიკოსია, რომელმაც შეიმუშავა დისპერსიული ანალიზის ცნებები. **F** სტატისტიკა არის MS_A შეფარდება $MS_{შეცდომასთან}$ და გამოისახება როგორც **F**.

$$F = \frac{MS_A}{MS_{შეცდომა}}$$

F სტატისტიკის მრიცხველი არის MS_A, რომელიც ზომავს როგორც დამოუკიდებელი

ცვლადის გავლენას, ასევე ჯგუფების საშუალოებს შორის შერჩევის შეცდომას.

მნიშვნელი $MS_{შეცდომა}$ ზომავს მხოლოდ ჯგუფშიდა ქულების შეცდომის ცვალებადობას. თუ დამოუკიდებელ ცვლადს არა აქვს გავლენა, მაშინ ჯგუფების საშუალოებს შორის ცვალებადობა განპირობებული იქნება მხოლოდ შერჩევის შეცდომით. ამიტომ MS_A და $MS_{შეცდომა}$ თითქმის ტოლი იქნება და **F** გახდება 1.00-ის ტოლი. მაგრამ თუ დამოუკიდებელ ცვლადს აქვს გავლენა, ის გაზრდის განსხვავებას შერჩევის საშუალოებს შორის იმაზე მეტად, რაც მოსალოდნელი იქნებოდა მხოლოდ შერჩევის შეცდომის გამო. ამ შემთხვევაში, მრიცხველის ჯგუფთა შორის დისპერსია – MS_A მეტი იქნება, ვიდრე მნიშვნელის ჯგუფშიდა დისპერსია – $MS_{შეცდომა}$ და **F** შეფარდება იქნება ერთზე მეტი. ამრიგად, **F**-ის მნიშვნელობა იზრდება, როცა ჩარევა გავლენას ახდენს. შესაბამისად, **F** სტატისტიკა უზრუნველყოფს სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმების საფუძველს.

F სტატისტიკის მიღება

შემდეგ ქვეთავში ჩვენ განვიხილავთ დისპერსიებს, რომლებიც შედიან **F** შეფარდებაში, რათა უზრუნველვყოთ ANOVA კონცეპტუალური გააზრება. დისპერსიული ანალიზის შესრულება რეალურ მონაცემებზე რომ მოგესურვებინათ, გამოსათვლელად უფრო ადვილ ფორმულას გამოიყენებდით, რომელიც მოცემულია ამ თავის დამატებაში ან კომპიუტერული მონაცემების ანალიზის პროგრამაში. ეს გამოთვლითი ფორმულა ახალს არაფერს შეგმატებთ დისპერსიული ანალიზის გააზრებაში, მაგრამ გამოთელისათვის ადვილია.

F სტატისტიკა მოითხოვს მონაცემების ცვალებადობის ორ – MS_A და $MS_{შეცდომის}$ – გაზომვას. მეხუთე თავში ჩვენ განვსაზღვრეთ დისპერსია ანუ MS როგორც SS/n-1, სადაც SS ნიშნავს კვადრატების ჯამს. მნიშვნელი, n-1, შეესატყვისება თავისუფლების ხარისხს, რომელიც მონაწილეობს დისპერსიის შეფასების მიღებაში. ამრიგად, დისპერსიის ფორმულა, რომელიც უზრუნველყოფს პოპულაციის დისპერსიის ჩაუნაცვლებელ შეფასებას, არის **MS= SS/df.** MS_A და $MS_{შეცდომის}$ მისაღებად ჩვენ შესაბამისი მონაცემებიდან ვპოულობთ SS_A-ს და $SS_{შეცდომას}$ და შემდეგ კვადრატების თითოეულ ჯამს თავის df-ზე ვყოფთ. პირველი ნაბიჯი ანუ კვადრატების ჯამების მიღება იწყება მონაცემთა დაყოფით.

მონაცემთა დაყოფა

დისპერსიული ანალიზი ყოფს ექსპერიმენტის მონაცემთა სრულ ცვალებადობას ჯგუფებს შორის და ჯგუფშიდა დისპერსიებად ცდის პირთა მონაცემების მარტივი მოდელის პირობებში. თუმცა ზემოთ მოყვანილი მაგალითი დამოუკიდებელი ცვლადის მხოლოდ სამ დონეს მოიცავს, აქ მოყვანილი მოდელი გამოიყენება ნებისმიერი რაოდენობის დონეების ცდის პირთა შორის ერთფაქტორიანი სქემის დისპერსიული ანალიზისათვის.

ცხრილის №10.1 მონაცემები სიმბოლურადაა წარმოდგენილი ცხრილში №10.2. ეს სიმბოლოები მსგავსია იმ სიმბოლოებისა, რომელიც გამოიყენებოდა წინა პარაგრაფის მაგალითის განხილვისას. დამოუკიდებელი ცვლადი განისაზღვრება როგორც **A ფაქტორი** სამი დონით A_1, A_2 და A_3 ასო a ასახავს A ფაქტორის დონეების რაოდენობას. ცხრილებისათვის №10.1 და №10.2 a=3. ცდის პირების ქულები მოცემულია Xij-ის საშუალებით, სადაც ქვეშმიწერილი ინდექსი i წარმოადგენს ცდის პირის განმსაზღვრელ რიცხვს ჯგუფის შიგნით და ქვეშმიწერილი ინდექსი j წარმოადგენს ჯგუფის განმსაზღვრელ რიცხვს, A_1 A_2 და A_3. მაგალითად, X_{52} არის A_2 ჯგუფის მეხუთე ცდის პირი. ცხრილში №10.1 ამ ცდის პირის ქულა არის 10, ანუ X_{52}=10. როცა არ არის აუცილებელი განისაზღვროს კონკრეტული ცდის პირი, ij ინდექსს ვაშორებთ და ვიყენებთ უბრალოდ X-ს. შერჩევის საშუალოები დამოუკიდებელი ცვლადის თითოეული დონისათვის აღინიშნება უბრალოდ $\overline{X}_{A1}$, $\overline{X}_{A2}$ და $\overline{X}_{A3}$-ით ან, ზოგადად, $\overline{X}_A$-ით. სრული საშუალო აღინიშნება $\overline{X}_G$-ით. ქულათა რაოდენობა დამოუკიდებელი ცვლადის ერთ დონეზე აღინიშნება n_A-ით, ხოლო ქულათა სრული რაოდენობა ექსპერიმენტში წარმოდგენილია N-ით. ცხრილისათვის №10-1, n_{A1}=5, n_{A2}=5, n_{A3}=5 , N=15, $\overline{X}_{A1}$=17, $\overline{X}_{A2}$=13, $\overline{X}_{A3}$=12 და $\overline{X}_G$=14. თუმცა დისპერსიული

a — A ფაქტორის დონეების რაოდენობა

n_A — ქულათა რაოდენობა ერთფაქტორიანი სქემის ერთ დონეზე

ანალიზი არ მოითხოვს ქულათა ტოლ რაოდენობას თითოეულ პირობაში, ტოლი რაოდენობა უბრალოდ ამარტივებს საჭირო გამოთვლებს. ამ ქვეთავის ყველა მაგალითი იყენებს ქულათა ტოლ რაოდენობას თითოეულ პირობაში.

დისპერსიული ანალიზი იღებს ქულათა სრულ ცვალებადობას, ანუ სრულ რაოდენობას იმისა, რითაც ქულა (ანუ Xij) განსხვავდება ქულათა სრული საშუალოსაგან (ანუ $\overline{X}$ G) და ყოფს ამ სრულ სხვაობას ორ ნაწილად. ერთი ნაწილი – ჯგუფთა შორის დისპერსია (ე.ი. MS_A) – იცვლება დამოუკიდებელი ცვლადისა და შერჩევის შეცდომის გავლენით. მეორე ნაწილი, რომელიც ზომავს ინდივიდუალური ქულების ცვალებადობას მათი ჯგუფის საშუალოს გარშემო, ხდება ჯგუფში და შეცდომის დისპერსია (ე.ი. $MS_{შეცდომა}$). ეს მოდელი მასში ქულათა ასახვის მიზნით შეიძლება ასეთნაირად წარმოვიდგინოთ:

სრული ცვალებადობა

სრული ცვალებადობა თითოეული ცდის პირის ქულაში	=	A ფაქტორისა და შერჩევის შეცდომით განპირობებული ცვალებადობა	+	ჯგუფშიდა შეცდომით განპირობებული ცვალებადობა	10.1

ქულათა ტერმინებით ეს ტოლობა შეიძლება შემდეგნაირად იყოს დაწერილი:

(X- $\overline{X}$ G)	=	($\overline{X}_A$ - $\overline{X}$ G)	+	(X- $\overline{X}$ A)	10.2
ცდის პირის ქულის განსხვავება სრული საშუალოსაგან		ჯგუფის საშუალოს განსხვავება სრული საშუალოსაგან		ცდის პირის ქულის განსხვავება მისი ჯგუფის საშუალოსაგან	

შევამოწმოთ 10.2 ტოლობის თითოეული ნაწილი.

ცხრილი №10.2

ქულათა ასოითი აღნიშვნები ცხრილში №10.1 მოყვანილი ჰიპოთეტური ექსპერიმენტიდან დამოუკიდებელი ცვლადის სამი დონით, A ფაქტორით. A ფაქტორის თითოეული დონისათვის საშუალოები წარმოდგენილია $\overline{X}$ A და $\overline{X}$ G

A ფაქტორი			
A_1	A_2	A_3	
X_{11}	X_{12}	X_{13}	
X_{21}	X_{22}	X_{23}	
X_{31}	X_{32}	X_{33}	
X_{41}	X_{42}	X_{43}	
X_{51}	X_{52}	X_{53}	
$\overline{X}_{A1}$	$\overline{X}_{A2}$	$\overline{X}_{A3}$	$\overline{X}$ G

სრული ცვალებადობა

ქულის განსხვავება სრული საშუალოსაგან (ე.ი. X- $\overline{X}$ G) არის ამ ქულის სრული ცვალებადობა. როგორც 10.2 ტოლობა გვიჩვენებს, ამ ცვალებადობის ნაწილი განპირობებულია დამოუკიდებელი ცვლადის გავლენით და ნაწილი კი – შეცდომის ცვალებადობით.

დამოუკიდებელი ცვლადის გავლენითა და შერჩევის შეცდომით განპირობებული ცვალებადობა

განსხვავება ჯგუფის საშუალოსა და სრულ საშუალოს შორის (ე.ი. $\overline{X}_A$ - $\overline{X}$ G) იცვლება დამოუკიდებელი ცვლადის გავლენითა და შერჩევის შეცდომით. შესაბამისად, ის შევა MS_A-ის გამოთვლაში.

დამოუკიდებელი ცვლადის ეფექტი. დისპერსიული ანალიზი იყენებს განსხვავებას თითოეული ჯგუფის საშუალოსა და სრულ საშუალოს შორის, რათა გაიზომოს

დამოუკიდებელი ცელადის გავლენა. ეს განსხვავება იზრდება დამოუკიდებელი ცვლადის გავლენის მატებით. ამ საკითხის კარგად გააზრებაში რიცხვითი ილუსტრაცია დაგვეხმარება.

ცხრილი №10.3 წარმოადგენს ექსპერიმენტის სამ შესაძლო შედეგს, რომელიც მოიცავს მხოლოდ სამ ქულას თითოეული საკვლევი ჯგუფისათვის. ამ ცხრილის (ა) ნაწილში არ არის წარმოდგენილი ჩარევის ეფექტი. თითოეული ჯგუფის საშუალო სრული საშუალოს ტოლია. უფრო მეტიც, ორი $(\overline{X}_A - \overline{X}_G)$ სხვაობიდან თითოეული ნულის ტოლია. ჩარევის ეფექტი, +2 ემატება A_2 ქულებს ცხრილის (ბ) ნაწილში; ამრიგად, არც ერთი ჯგუფის საშუალო არ არის ტოლი სრული საშუალოსი. ჩარევის ეს ეფექტი, რომელიც +2-ის ტოლია $(\overline{X}_{A1} - \overline{X}_G)$, სხვაობისათვის წარმოდგენილია მნიშვნელობით –1 და $\overline{X}_{A2} - \overline{X}_G$ სხვაობისათვის კი მნიშვნელობით +1. ცხრილის (გ) ნაწილი წარმოადგენს ჩარევის ეფექტს +6 , რომელიც ემატება A_2-ის ქულებს. დისპერსიულ ანალიზში ეს ეფექტი იყოფა -3-ის ტოლ მნიშვნელობად $(\overline{X}_{A1} - \overline{X}_G)$ სხვაობისათვის და +3-ის ტოლ მნიშვნელობად $(\overline{X}_{A2} - \overline{X}_G)$ სხვაობისათვის. მიაქციეთ ყურადღება იმას, რომ ეს ნიმუში გვიჩვენებს, აქვს თუ არა ჩარევას ეფექტი და ეს თუ იწვევს ჯგუფის საშუალოების განსხვავებას ერთმანეთისაგან, ის შეიძლება აისახოს $(\overline{X}_A - \overline{X}_G)$ სხვაობის მნიშვნელობაში, რომელიც შეიძლება გამოთვლილი იყოს ექსპერიმენტში.

ცხრილი №10.3

ცხრილში ნაჩვენებია, რომ ექსპერიმენტში $\overline{X}_A - \overline{X}_G$ შეესატყვისება დამოუკიდებელი ცვლადის ეფექტს. ჩარევის საშუალოები წარმოდგენილია $\overline{X}_A$-ს საშუალებით და სრულ საშუალო ქულათა თითოეული სიმრავლისათვის $\overline{X}_G$–ით. თითოეული ექსპერიმენტული ჯგუფის საშუალო და სრული საშუალო ნაჩვენებია ქულათა თითოეული სიმრავლის ქვევით.

(ა) სვეტის ქულები; არ აღინიშნება ჩარევის ეფექტი.
(ბ) სვეტის ქულები; აღინიშნება ჩარევის ეფექტი +2 ტოლი.
(გ) სვეტის ქულები; აღინიშნება ჩარევის ეფექტი +6 ტოლი.

(ა)		(ბ)		(გ)	
A_1	A_2	A_1	A_2	A_1	A_2
11	12	11	14	11	18
12	13	12	15	12	19
13	11	13	13	13	17
$\overline{X}_A$ 12	12	12	14	12	18
$\overline{X}_G$ 12		13		15	
$\overline{X}_{A1} - \overline{X}_G = 0$		$\overline{X}_{A1} - \overline{X}_G = -1$		$\overline{X}_{A1} - \overline{X}_G = -3$	
$\overline{X}_{A2} - \overline{X}_G = 0$		$\overline{X}_{A2} - \overline{X}_G = +1$		$\overline{X}_{A2} - \overline{X}_G = +3$	

შერჩევის შეცდომა. გარდა ჩარევის ეფექტისა, ჯგუფების საშუალოები ერთმანეთისაგან განსხვავდებიან აგრეთვე შერჩევის შეცდომის გამო. მაშინაც კი, თუ დამოუკიდებელ ცვლადს არა აქვს გავლენა, მოსალოდნელია, რომ ჯგუფის საშუალო განსხვავებული იქნება სრული საშუალოსაგან მხოლოდ შერჩევის შეცდომის გამო. ამრიგად, დამოუკიდებელი ცვლადის ნებისმიერი ეფექტი ექსპერიმენტში წარმოიქმნება შერჩევის შეცდომის მოქმედების ფონზე.

ჯგუფშიდა შეცდომებით გამოწვეული ცვალებადობა

ინდივიდუალური ქულის განსხვავება ჩარევის საშუალოსაგან (ე.ი. $X - \overline{X}$ A) შედის $\mathbf{MS}_{\text{შეცდომის}}$ გამოთვლით ფორმულაში. ექსპერიმენტში ის მხოლოდ ჯგუფშიდა ცვალებადობით იცვლება. ფაქტობრივად, ეს განსხვავება, რომელიც მე-5

თავში იყო გამოყენებული, როგორც სტანდარტული გადახრისა და დისპერსიის მრიცხველი, ჯგუფშიდა ქულებს შორის ცვალებადობას ზომავს. ამ განსხვავების რიცხობრივი მნიშვნელობა არ იცვლება დამოუკიდებელი ცვლადის გამო. რადგან დამოუკიდებელი ცვლადის ნებისმიერი ეფექტი გულისხმობს თითოეული ცდის პირის ქულების ტოლი სიდიდით გაზრდას ან შემცირებას, ამიტომ ექსპერიმენტული ჯგუფის საშუალო ტოლი სიდიდით შეიცვლება. ამრიგად, $X - \overline{X}_A$ უცვლელი დარჩება დამოუკიდებელი ცვლადის ეფექტისაგან დამოუკიდებლად. მაგალითად, მეორე ცდის პირისათვის ცხრილში №10.3 A_2-ში ე.ი. ქულა, რომელიც წარმოდგენილია X_{22}=13 (ა) სვეტში) $X - \overline{X}_A$ განსხვავება რჩება (ა) +1 ცხრილის ყველა სვეტისათვის ჩარევის ეფექტის როგორც არსებობის, ასევე არარსებობის შემთხვევაში. ამრიგად, $X - \overline{X}_A$ მნიშვნელობა ასახავს მხოლოდ ქულათა შორის ცვალებადობას ჩარევის პირობაში.

კვადრატების საშუალოს მიღება მონაცემთა დაყოფის საშუალებით

მონაცემთა ნაწილებად დაყოფა, რომელიც ზომავს ჯგუფთა შორის და ჯგუფშიდა ცვალებადობას, ადგენს MS_A და $MS_{შეცდომის}$ მიღების საფუძველს, რაც საჭიროა **F** სტატისტიკის მისაღებად. გაიხსენეთ, რომ პოპულაციის დისპერსიის შეფასება გამოითვლება შემდეგი ფორმულის საშუალებით:

$$s^2 = \frac{\Sigma(X - \overline{X})^2}{n-1}.$$

მიაქციეთ ყურადღება, რომ თითოეული ტერმინი 10-2 ტოლობაში დისპერსიის მრიცხველს ჰგავს. თუ s^2-ის ნაცვლად MS-ს გამოვიყენებთ, ხოლო $\Sigma(X - \overline{X})^2$-ის ნაცვლად *კვადრატების ჯამს (SS)* და (n-1)-ს კი ჩავანაცვლებთ df-ით, ეს დისპერსია ასე გამოისახება

$$MS = \frac{SS}{df},$$

დისპერსიის ეს ფორმულა ამტკიცებს, რომ თუ 10-2 ტოლობაში წარმოდგენილ თითოეულ სხვაობას კვადრატში ავიყვანთ თითოეული ცდის პირისათვის და შემდეგ დავაჯამებთ ყველა ცდის პირისათვის, შედეგი იქნება სხვაობების კვადრატების ჯამი ანუ SS კვადრატების საშუალოს მრიცხველი. 10-2 ტოლობიდან სამი ასეთი SS ტერმინი შეიძლება იყოს მიღებული. ტერმინს $X - \overline{X}_G$-ს მივყავართ $SS_{სრული ჯამ.}$ რომელიც ასახავს ქულათა ჯამურ განსხვავებას სრული საშუალოსაგან. $\overline{X}_A - \overline{X}_G$ განსხვავებას მივყავართ SS_A ჯამ, რომელიც ჯგუფთაშორის ცვალებადობის საზომია, იმ ცვალებადობისა, რომელიც განპირობებულია დამოუკიდებელი ცვლადისა და შერჩევის შეცდომით. საბოლოოდ, $X - \overline{X}_A$-ს მივყავართ $SS_{შეცდომის ჯამ.}$ რომელიც არის ჯგუფშიდა შეცდომის ვარიაციის საზომი ექსპერიმენტში.

სამი კვადრატის ჯამი

განვიხილოთ, თუ როგორ შეიძლება გამოვიყენოთ 10-2 ტოლობა კვადრატების ჯამის საპოვნელად ცხრილის №10.1 A_1 ჯგუფის პირველი ცდის პირის ქულათა დაყოფით (ე.ი.X_{11}), რომელიც ტოლია 19-ის. ამ ქულისათვის ტოლობა 10-2 ხდება:

$$X_{11} - \overline{X}\,G = (\overline{X}_{A1} - \overline{X}\,G) + (X_{11} - \overline{X}_{A1}).$$

თუ ჩავსვამთ შესატყვის რიცხვით მნიშვნელობებს X_{11}, $\overline{X}_{A1}$ და $\overline{X}\,G$, მივიღებთ

$$19-14=(17-14)+(19-17),$$

$$(+5) = (+3) + (+2).$$

დაყოფა გვიჩვენებს, რომ ეს ქულა განსხვავდება სრული საშუალოსაგან (ე.ი. $X_{11} - \overline{X}\,G = +5$) განსაზღვრული სიდიდით და ეს განსხვავება მიღებულია იმ ჩარევის პირობის გამო, რომელშიც იმყოფება ცდის პირი (ასახულია $\overline{X}_{A1} - \overline{X}\,G =$

+3 ტოლობაში), აგრეთვე შეცდომის არასისტემატური გავლენისა და შემთხვევითი ფაქტორების გამო (ასახულია $X_{11} - \overline{X}_{A1} = +2$ ტოლობაში).

SS-ის მისაღებად თითოეული ცდის პირის ქულა ანალოგიურად არის დაყოფილი, რაც ნაჩვენებია ცხრილში №10.4 15 ქულისათვის, რომელიც აღებული იყო ცხრილიდან №10.1. ცხრილის №10.4 გარეგნულმა გადატვირთულობამ შეიძლება დაგაფრთხოთ, მაგრამ გამოთელები აქ მხოლოდ მიმატებას, გამოკლებას, გამრავლებას მოითხოვს და მონაცემები ნაბიჯ-ნაბიჯ მუშავდება. დაკვირვებით შეასრულეთ თითოეული ნაბიჯი.

ცხრილი №10.4

კვადრატების ჯამის მიღება ცდის პირთა შორის დისპერსიული ერთფაქტორიანი ანალიზისათვის. გამოყენებულია ქულები, რომლებიც მოცემულია ცხრილში №10.1

ნაბიჯი 1: ქულათა განაწილება 15 ცდის პირისათვის შემდეგი ტოლობის გამოყენებით						
		$X - \overline{X}_G$	=	$(\overline{X}_A - \overline{X}_G)$	+	$(\overline{X} - \overline{X}_{A1})$
ქულები $A_{1\text{-საათის}}$	X_{11}	19-14	=	(17-14)	+	(19-17)
	X_{21}	13-14	=	(17-14)	+	(13-17)
	X_{31}	16-14	=	(17-14)	+	(16-17)
	X_{41}	17-14	=	(17-14)	+	(17-17)
	X_{51}	20-14	=	(17-14)	+	(20-17)
ქულები $A_{2\text{-საათის}}$	X_{12}	14-14	=	(13-14)	+	(14-13)
	X_{22}	13-14	=	(13-14)	+	(13-13)
	X_{32}	16-14	=	(13-14)	+	(16-13)
	X_{42}	12-14	=	(13-14)	+	(12-13)
	X_{52}	10-14	=	(13-14)	+	(10-13)
ქულები $A_{3\text{-საათის}}$	X_{13}	15-14	=	(12-14)	+	(15-12)
	X_{23}	10-14	=	(12-14)	+	(10-12)
	X_{33}	11-14	=	(12-14)	+	(11-12)
	X_{43}	12-14	=	(12-14)	+	(12-12)
	X_{53}	12-14	=	(12-14)	+	(12-12)

ნაბიჯი 2: პირველ ნაბიჯში მოცემულ სხვაობათა პოვნა თითოეული ცდის პირისათვის რიცხვითი განსხვავებების მისაღებად						
		$X - \overline{X}_G$	=	$(\overline{X}_A - \overline{X}_G)$	+	$(X - \overline{X}_{A1})$
ქულები $A_{1\text{-საათის}}$	X_{11}	+5	=	+3	+	+2
	X_{21}	–1	=	+3	+	–4
	X_{31}	+2	=	+3	+	–1
	X_{41}	+3	=	+3	+	0
	X_{51}	+6	=	+3	+	+3
ქულები $A_{2\text{-საათის}}$	X_{12}	0	=	–1	+	+1
	X_{22}	–1	=	–1	+	0
	X_{32}	+2	=	–1	+	+3
	X_{42}	–2	=	–1	+	–1
	X_{52}	–4	=	–1	+	–3
ქულები $A_{3\text{-საათის}}$	X_{13}	+1	=	–2	+	+3
	X_{23}	–4	=	–2	+	–2
	X_{33}	–3	=	–2	+	–1
	X_{43}	–2	=	–2	+	0
	X_{53}	–2	=	–2	+	0

ცხრილი №10.4

გაგრძელება:

ნაბიჯი 3: თითოეული სხვაობის კვადრატი

		$(X-\overline{X}_G)^2$	$(\overline{X}_A-\overline{X}_G)^2$	$(X-\overline{X}_A)^2$
ქულები $A_{1\text{-საფეხურ}}$	X_{11}	25	9	4
	X_{21}	1	9	16
	X_{31}	4	9	1
	X_{41}	9	9	0
	X_{51}	36	9	9
ქულები $A_{2\text{-საფეხურ}}$	X_{12}	0	1	1
	X_{22}	1	1	0
	X_{32}	4	1	9
	X_{42}	4	1	1
	X_{52}	16	1	9
ქულები $A_{3\text{-საფეხურ}}$	X_{13}	1	4	9
	X_{23}	16	4	4
	X_{33}	9	4	1
	X_{43}	4	4	0
	X_{53}	4	4	0

ნაბიჯი 4. შეაჯამეთ ყველა ცდის პირის სხვაობების კვადრატების ჯამი თითოეული ნაწილისათვის

$$\sum_{j=1}^{a=3}\sum_{i=1}^{n_A=5}(X-\overline{X}_G)^2 = \sum_{j=1}^{a=3}\sum_{i=1}^{n_A=5}(\overline{X}_A-\overline{X}_G)^2 + \sum_{j=1}^{a=3}\sum_{i=1}^{n_A=5}(X-\overline{X}_A)^2$$

$$134 = 70 + 64$$

$$SS = SS_A + SS_{\text{შეცდომა}}$$

ნაბიჯი 1. 15 ცდის პირის ქულები ექსპერიმენტში დაყოფილია 10-2 ტოლობის მიხედვით.

ნაბიჯი 2. თითოეული ქულისათვის ნაპოვნია რიცხვითი სხვაობები.

ნაბიჯი 3. თითოეული დადებითი და უარყოფითი სხვაობა, რომელიც ნაპოვნია ნაბიჯში 2, კვადრატშია აყვანილი.

ნაბიჯი 4. თითოეული სვეტის სხვაობების კვადრატების მნიშვნელობები დაჯამებულია, სულ 15 ქულის ჯამი. შედეგი არის სამი კვადრატის ჯამის მიღება:

$$SS_{\text{სრული}} = 134;$$

$$SS_A = 70;$$

$$SS_{\text{შეცდომა}} = 64.$$

როგორც ნაჩვენებია მე-4 ნაბიჯში, $SS_{\text{სრული}}$ მათემატიკურად შემდეგი ფორმულითაა წარმოდგენილი:

$$\sum_{j=1}^{a=3}\sum_{i=1}^{n_A=5}(X-\overline{X}_G)^2.$$

ორმაგი ჯამის ნიშანი აღნიშნავს, რომ კვადრატებში აყვანილი სხვაობები [ე.ი. $(X-\overline{X}_G)^2$] უნდა შეჯამდეს თითოეული ექსპერიმენტული პირობის ყველა ცდის პირისა (პირველი ცდის პირიდან, i=1-დან, უკანასკნელ ცდის პირამდე, n_A-მდე, კონკრეტულ ჯგუფში) და ყველა ჯგუფისათვის(დამოუკიდებელი ცვლადის პირველი დონიდან, j=1-დან, უკანასკნელ დონემდე, a-მდე). ამ მაგალითში თითოეულ ჯგუფში არის 5 ქულა (n_A=5) და სამი ჯგუფი (a=3); ამრიგად, დაჯამების ზღვარია i=1-დან n_A=5-მდე

და j=1-დან a=3-მდე, ან

$$\sum_{j=1}^{3}\sum_{i=1}^{5}$$

რადგან ყოველთვის ყველა ცდის პირის და ყველა ჯგუფის შედეგებს ვაჯამებთ, ჩვეულებრივ, გამოიყენება ორმაგი ჯამის ნიშანი საზღერების გარეშე.

ანალოგიურად, SS_A-ის მისაღებად, ექსპერიმენტული ჯგუფის საშუალოსა და სრულ საშუალოს შორის სხვაობების კვადრატები ყველა ცდის პირისათვის ჯამდება ექსპერიმენტში. შესაბამისად,

$$SS_A = \sum\sum(\bar{X}_A - \bar{X}_G)^2.$$

საბოლოოდ, $SS_{შეცდომა}$ მიიღება თითოეული ცდის პირის ქულისა და მისი ჯგუფის საშუალოს სხვაობების კვადრატების შეჯამებით, ანუ

$$SS_{შეცდომა} = \sum\sum(X - \bar{X}_A)^2.$$

მნიშვნელოვანი კავშირი არსებობს კვადრატების ჯამებს შორის, რაც ნაჩვენებია ცხრილის №10.4 ქვედა ნაწილში.

$$SS_{სრული} = SS_A + SS_{შეცდომა} \qquad (10\text{-}3)$$

ამრიგად, ექსპერიმენტის ქულების სრული ცვალებადობა, $SS_{სრული}$ არის სისტემატური ცვალებადობის შედეგი, რომელიც ხდება განსხვავებულ ექსპერიმენტულ პირობებში მყოფ ჯგუფებს შორის, SS_A (ზოგჯერ აღინიშნება, როგორც $SS_{ჯგუფთაშორისი}$ ან $SS_{ჩარევის}$) და იმ შეცდომის ცვალებადობის შედეგი, რომელიც ხდება ჯგუფებს შიგნით, $SS_{შეცდომა}$ (ზოგჯერ აღინიშნება, როგორც $SS_{ჯგუფშიდა}$).

თავისუფლების ხარისხების პოვნა

საბოლოო ნაბიჯი MS_A და $MS_{შეცდომის}$ პოვნაში არის თითოეული SS-ის გაყოფა მის df-ზე.

გაიხსენეთ, რომ **თავისუფლების ხარისხი** ქულათა რაოდენობაა, რომელიც თავისუფალია ცვალებადობაში სტატისტიკის გამოთვლისას. ამ განმარტებიდან ადვილად შეიძლება განვსაზღვროთ თავისუფლების ხარისხი 10-3 ტოლობის კვადრატების თითოეული ჯამისათვის.

სრული თავისუფლების ხარისხი. იმისათვის, რომ ვიპოვოთ $SS_{სრული}$ უნდა იყოს ცნობილი სრული საშუალო $\bar{X}_G$. რადგან კვადრატების სრული ჯამი ეფუძნება ექსპერიმენტის თითოეული ქულის განსხვავებას სრული საშუალოსაგან (ე.ი. $X - \bar{X}_G$), თავისუფლების ხარისხი უნდა იყოს ერთით ნაკლები ქულათა სრულ რაოდენობაზე. მაგალითად, ცხრილში №10.1 სრული საშუალო 15 ქულისათვის 14-ია. $SS_{სრული}$ მისაღებად 14 უნდა გამოაკლდეს ამ 15 ქულიდან თითოეულს. ამ 15 სხვაობის ჯამი უნდა იყოს 0-ის ტოლი. ამრიგად, ნებისმიერი 14 ქულა 15-დან თავისუფალია თავისი ცვალებადობისას, მაგრამ მე-15 ქულა ხდება ფიქსირებული, თუ $\bar{X}_G$ ცნობილია. შესაბამისად, $SS_{სრულისათვის}$ df ტოლია 14-ის. საერთოდ, **სრული თაეისუფლების ხარისხი** ანუ $\mathbf{df}_{სრული}$ გასაანალიზებელ ქულათა რაოდენობაზე ერთით ნაკლები რიცხვის ტოლია. ის ასე ჩაიწერება:

$$\mathbf{df}_{სრული} = N\text{-}1,$$

სადაც N არის ქულათა სრული რაოდენობა ექსპერიმენტში.

თავისუფლების ხარისხი SS_A-სათვის. SS_A გამოითვლება ექსპერიმენტული ჯგუფების (მაგ. $\bar{X}_{A1}$, $\bar{X}_{A2}$ და $\bar{X}_{A3}$) საშუალოსა და სრულ საშუალოს შორის სხვაობებიდან. თუ სამი დამოუკიდებელი ცვლადის დონის მქონე კვლევის სქემისა და ქულათა ტოლი რაოდენობისათვის თითოეულ ექსპერიმენტულ ჯგუფში $\bar{X}_G$ ცნობილია, მაშინ

მხოლოდ ორი ჯგუფის საშუალო შეიძლება შეიცვალოს. მაგალითად, თუ ვიცი, რომ $\bar{X}_G$=14, $\bar{X}_{A1}$=17, და $\bar{X}_{A3}$=12, როგორც ცხრილში №10.1, მაშინ $\bar{X}_{A2}$ ცნობილია. ის უნდა იყოს 13-ის ტოლი. $\bar{X}_{A2}$-ის ნებისმიერი სხვა მნიშვნელობა არ იქნება $\bar{X}_G$=14-ის შესაბამისი. შესაბამისად, ამ მაგალითში SS_A-სათვის 2 df არსებობს.

საერთოდ, **df SS_A-სათვის** ან **df_A** დამოუკიდებელი ცვლადის დონეების რაოდენობაზე ერთით ნაკლები რიცხვის ტოლია, რაც შემდეგნაირად ჩაიწერება:

$$\mathbf{df\ SS_A\text{-სათეის} = df_A = a-1}$$

სადაც **a** არის A დამოუკიდებელი ცელადის დონეების რაოდენობა.

თავისუფლების ხარისხი $SS_{შეცდომისათვის}$. $SS_{შეცდომა}$ ეფუძნება თითოეული ჯგუფის საშუალოს, $\bar{X}_A$-სა და ექსპერიმენტული ჯგუფების შიგნით ყველა ცდის პირის ქულებს შორის სხვაობას. ამიტომ, დამოუკიდებელი ცვლადის თითოეული დონისათვის $\bar{X}_A$-ს განსაზღვრის შემდეგ, მხოლოდ n_A-1 ქულა არის თავისუფალი ცვალებადობაში ამ დონის შიგნით. თუ ცხრილში №10.1 $\bar{X}_A$ ცნობილია, ამ ხუთი ქულიდან მხოლოდ ოთხი არის თაეისუფალი თაეის ცვალებადობაში თითოეული ექსპერიმენტული პირობის A_1, A_2 და A_3-ის შიგნით. რადგან დამოუკიდებელი ცვლადის სამი დონე გვაქვს და 4 ქულა თავისუფალია ცვალებადობისას თითოეული დონის შიგნით, df $SS_{შეცდომისათვის}$ 12-ის ტოლია (4 df A_1-სათეის პლუს 4 df A_2.სათეის პლუს 4 df A_3.სათეის, რაც ტოლია 12-ის).

საერთოდ, სადაც a არის დამოუკიდებელი ცვლადის დონეების რაოდენობა და არსებობს n_A ქულა დამოუკიდებელი ცელადის თითოეულ დონეზე, **df $SS_{შეცდომისათვის}$** ან **$df_{შეცდომა}$=a(n_A-1)**. რადგან (a)(n) ქულათა სრული რაოდენობის (N) ტოლია, $df_{შეცდომა}$ შეიძლება აგრეთვე გამოისახოს, როგორც N-ს გამოკლებული a, ანუ

$$\mathbf{df\ SS_{შეცდომისათვის} = df_{შეცდომა} = N-a.}$$

თავისუფლების ხარისხის ადიტიურობა. თავისუფლების ხარისხი გარკვეული აზრით ადიტიურია, ისევე როგორც მისი შესატყვისი კვადრატების ჯამის მნიშვნელობები. ამრიგად,

$$\mathbf{df_{სრული} = df_A + df_{შეცდომა}} \qquad 10\text{-}4$$

ეს დამოკიდებულება შენარჩუნებულია მაგალითშიც, $df_{სრული}$=14 df_A=2, $df_{შეცდომა}$=12.

კვადრატების საშუალოს პოვნა SS და df საშუალებით

F სტატისტიკა არის ორი MS_A და $MS_{შეცდომის}$ კვადრატების საშუალოს შეფარდება. ორი საჭირო **MS** მნიშვნელობა მიღებულია **SS**-დან, რომელიც, თავის მხრივ, მიღებულია 10-3 ტოლობაში და df მნიშვნელობიდან, რომელიც დაკავშირებულია თითოეულ **SS**-თან. კონკრეტულად, კვადრატების საშუალო არის

$$\mathbf{MS_A} = \frac{SS_A}{df_A}$$

და

$$\mathbf{MS_{შეცდომა}} = \frac{SS_{შეცდომა}}{df_{შეცდომა}}.$$

თუმცა შესაძლებელია $MS_{სრულის}$ მიღება $SS_{სრულის}$ გაყოფით $df_{სრულზე}$. ეს მნიშვნელობა არ უზრუნველყოფს სასარგებლო ინფორმაციას დისპერსიულ ანალიზში და, ჩვეულებრივ, არ გამოითვლება. ცხრილის №10.1 ქულებისათვის ჩვენ ვიპოვეთ SS_A=70 და $SS_{შეცდომა}$=64 (იხ. ცხრილი №10.4), აგრეთვე, df_A 2 და $df_{შეცდომა}$=12, ამიტომ,

$$\mathbf{MS_A} = \frac{SS_A}{df_A} = \frac{70}{2} = 35$$

და

$$MS_{\text{შეცდომა}} = \frac{SS_{\text{შეცდომა}}}{df_{\text{შეცდომა}}} = \frac{64}{12} = 5.333$$

F სტატისტიკის გამოთვლა

ამ თავის დასაწყისში **F** სტატისტიკა განსაზღვრული იყო, როგორც

$$F = \frac{MS_A}{MS_{\text{შეცდომა}}}$$

ცხრილში №10.1 მოცემული ქულებისათვის: MS_A=35 და $MS_{\text{შეცდომა}}$=5.333, ამრიგად,

$$F_{\text{რეალური}} = \frac{35}{5.333} = 6.563$$

ან

$$F_{\text{რეალური}} = 6.56,$$

სადაც $F_{\text{რეალური}}$ გამოყენებულია **F**-ის იმ მნიშვნელობის აღსანიშნავად, რომელიც რეალურად არის მიღებული გაანალიზებული ქულებიდან. მიაქციეთ ყურადღება, რომ MS_A და $MS_{\text{შეცდომა}}$ ეფუძნება კვადრატების ჯამის მნიშვნელობებს, რომელიც ყოველთვის უნდა იყოს დადებითი, **F** აგრეთვე უნდა იყოს დადებითი. **F**-ის უარყოფითი მნიშვნელობა გვიჩვენებს, რომ გამოთვლებში შეცდომაა დაშვებული.

დისპერსიული ანალიზის რიცხვითი მნიშვნელობა ხშირად წარმოდგენილია ცხრილის სახით, რომელიც განსაზღვრავს ცვალებადობის წყაროებს; **SS**, **df** და **MS** მნიშვნელობებს და $F_{\text{რეალური}}$ მნიშვნელობას. ცხრილი №10.5 გვიჩვენებს, თუ როგორ არის ორგანიზებული ასეთი სისტემატიზებული ცხრილი იმ რიცხვითი მნიშვნელობების გამოყენებით, რომელიც მიღებულია ცხრილის №10.1 მონაცემებიდან. **F**-ის მნიშვნელობა ორი ასეულითაა გადაწეული სისტემატიზებულ ცხრილში, აგრეთვე **SS** და **MS** მნიშვნელობებიც გადაწეულია ორი ან მეტი ასეულით, რაც საჭიროა დამრგვალების შეცდომის მინიმუმამდე მიყვანისათვის. ცხრილი №10.6 აჯამებს **SS**, **df** და **MS**-ისათვის განმარტებით ფორმულას.

F სტატისტიკის მიღება და მისი მნიშვნელობის გამოთვლა ხშირად ინვევს მნიშვნელოვან კამათს. უფრო ხშირად პრაქტიკაში მისი მნიშვნელობა გამოითვლება კომპიუტერული პროგრამით ან გამოთვლითი ფორმულით. ჩვენი მიზანი არ არის გამოთვლა გავამარტივოთ, არამედ უნდა ვუჩვენოთ, როგორ გამოიყვანება **F** სტატისტიკა ქულათა ერთობლიობიდან. ჩვენ განვიხილავთ, როგორ უნდა ავხსნათ და როგორ უნდა გამოვიყენოთ ეს ინფორმაცია მომავალში.

ცხრილი №10.5
დისპერსიული ანალიზის რიცხვითი შეჯამება ცხრილში №10.1 მოცემული ქულებისათვის

წყარო	SS	df	MS	F*
ნახატის ტიპი (A)	70	2	35	6.56
შეცდომა	64	12	5.333	
სულ	134	14		

*p< 0.05
* **F**-ის სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი განსხვავება, რომელიც ნაჩვენებია შესაბამისი ალბათობის დონით სათანადო ცხრილში, ე.ი., *p< 0.05

ცხრილი №10.6

ცდის პირთა შორის ერთფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზის განმარტებითი ფორმულის შეჯამება

წყარო	SS	df	MS	F
ფაქტორი A	$\sum\sum(\overline{X}_A - \overline{X}_G)^2$	a-1	SS_A / df_A	$MS_A / MS_{შეცდომა}$
შეცდომა	$\sum\sum(\overline{X} - \overline{X}_A)^2$	N-a	$SS_{შეცდომა} / df_{შეცდომა}$	
სულ	$\sum\sum(\overline{X} - \overline{X}_G)^2$	N-1	არ გამოითვლება	
a= A ფაქტორის დონეების რაოდენობა, N= ქულათა სრულ რაოდენობას.				

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა X-1

1. განსაზღვრეთ: a, ჯგუფთაშორისი დისპერსია, df_A, $df_{შეცდომა}$, $df_{სრული}$, F ფაქტორი A, MS_A, $MS_{შეცდომა}$, N, n_A, ერთფაქტორიანი მრავალდონიანი სქემა, SS_A, $SS_{შეცდომა}$, $SS_{სრული}$, ჯგუფშიდა დისპერსია, $X - \overline{X}_G$, $X_A - \overline{X}_G$, $X - \overline{X}_A$.
2. როგორია t კრიტერიუმის შეზღუდულობა ექსპერიმენტული მონაცემების ანალიზისათვის?
3. რომელი კრიტერიუმის სტატისტიკა გამოიყენება დისპერსიული ანალიზის დროს?
4. დაწერეთ F სტატისტიკის ფორმულა.
5. რომელ ორ ნყაროდ ყოფს ერთფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზი ქულათა სრულ ცვალებადობას ექსპერიმენტში?
6. ექსპერიმენტატორი იყენებს ცდის პირთა შორის ერთფაქტორიან ექსპერიმენტს A A ფაქტორის ოთხი დონისათვის: A_1 A_2 A_3 და A_4 აქ იყო 11 განსხვავებული ცდის პირი თითოეულ დონეზე. რისი ტოლი იქნება a, n_{A1} და N მნიშვნელობები?
7. დაწერეთ სრული ტოლობა ქულათა დაყოფისათვის, რომელიც მიღებულია ცდის პირთა შორის ერთფაქტორიან ექსპერიმენტში.
8. ახსენით, რატომ იცვლება $\overline{X}_A - \overline{X}_G$ მნიშვნელობა დამოუკიდებელი ცვლადის ეფექტთან ერთად ექსპერიმენტში.
9. ახსენით, რატომ იცვლება $X - \overline{X}_A$ მნიშვნელობა შეცდომის ცვალებადობასთან ერთად ექსპერიმენტში.
10. დაასრულეთ შემდეგი ტოლობები ცდის პირთა შორის ერთფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზისათვის.
    ა. $\sum\sum(X - \overline{X}_G)^2$ =
    ბ. $SS_{სრული}$ =
    გ. df_A =
    დ. $df_{შეცდომა}$ =
    ე. MS_A =
    ვ. $MS_{შეცდომა}$ =
    ზ. F=
11. რისი ტოლია $SS_{სრული}$ მნიშვნელობა, თუ SS_A=50 და $SS_{შეცდომა}$=100?
12. რისი ტოლია SS_A მნიშვნელობა, თუ $SS_{სრული}$=75 და $SS_{შეცდომა}$=50?
13. რისი ტოლია $df_{სრული}$, თუ df_A=4 და $df_{შეცდომა}$=75?
14. რისი ტოლია MS_A, თუ SS_A=100 და df_A=4?
15. რისი ტოლია $MS_{შეცდომა}$, თუ $SS_{შეცდომა}$=760 და $df_{შეცდომა}$=76?
16. ბიჰევიორისტი მეცნიერები იყენებენ ცდის პირთა შორის ერთფაქტორიან A სქემას A

ფაქტორის ოთხი დონით. თითოეულ დონეზე არის 11 ცდის პირი. რისი ტოლია df_A $df_{შეცდომა}$, $df_{სრული}$?

17. ჩაატარეთ ექსპერიმენტი დამოუკიდებელი ცელადის ორი დონით, სამი ცდის პირით თითოეულ ჯგუფში და მიიღეთ შემდეგი ქულები:

A ფაქტორი	
A_1	A_2
30	34
32	36
28	32

დაყავით ეს ქულები ცხრილში №10.4 ნაჩვენები მიდგომის შესაბამისად. იპოვეთ $SS_{სრული}$, SS_A, $SS_{შეცდომა}$ და df თითოეული SS-სათვის. შემდეგ დაასრულეთ შემაჯამებელი ცხრილის ანალიზი.

18. ჩაატარეთ ექსპერიმენტი დამოუკიდებელი ცვლადის სამი დონით, სამი ცდის პირით თითოეულ ჯგუფში და მიიღეთ შემდეგი ქულები:

A ფაქტორი		
A_1	A_2	A_3
30	34	37
32	36	35
28	32	33

დაყავით ეს ქულები ცხრილში №10.4 ნაჩვენები მიდგომის შესაბამისად. იპოვეთ $SS_{სრული}$, SS_A, $SS_{შეცდომა}$ და df თითოეული SS-სათვის. შემდეგ დაასრულეთ შემაჯამებელი რიცხვითი ცხრილის ანალიზი.

19. შემდეგი ორი ცხრილი არის დაუსრულებელი შემაჯამებელი ცხრილი ცდის პირთა შორის ერთფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზისათვის. დავუშვათ, ცდის პირთა რაოდენობა დამოუკიდებელი ცვლადის თითოეულ დონეზე ტოლია. შეავსეთ გამოტოვებული მნიშვნელობები თითოეული ცხრილში SS და df შორის კავშირის გამოყენებით, რომელიც მოცემულია 10-3 და 10-4 ტოლობებში და ცხრილში №10.6 წარმოდგენილ ფორმულაში. შემდეგ უპასუხეთ ამ შეკითხვებს თითოეული ცხრილისათვის.
   ა. დამოუკიდებელი ცვლადის რამდენი დონე უნდა იყოს გამოყენებული?
   ბ. რამდენი ცდის პირის მონაცემი უნდა იყოს გაზომილი თითოეულ ექსპერიმენტულ ჯგუფში?
   გ. რამდენი ცდის პირი მონაწილეობს კვლევაში?

ცხრილი №1

წყარო	SS	df	MS	F
ფაქტორი A	50	1	–	–
შეცდომა	260	26	–	
სულ	–	–		

ცხრილი №2

წყარო	SS	df	MS	F
ფაქტორი A	–	3	6	–
შეცდომა	–	76	–	
სულ	170	79		

სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმება F-ით

$F_{რეალური}$ მნიშვნელობა გვაძლევს შესაძლებლობას გადავწყვიტოთ მნიშვნელოვნად განსხვავდება თუ არა ექსპერიმენტული პირობების საშუალოები ერთმანეთისაგან. იმის გასაგებად, როგორ ხდება ამ დასკვნის გამოტანა, აუცილებელია მოკლედ მიმოვიხილოთ ის ფაქტორები, რომლებიც გავლენას ახდენენ MS_A და $MS_{შეცდომაზე}$ და კავშირზე MS_A და $MS_{შეცდომას}$ შორის.

MS_A და $MS_{შეცდომის}$ მნიშვნელობაზე მოქმედი ფაქტორები

MS_A

MS_A-ს მნიშვნელობა მოცემულია ფორმულით

$$MS_A = \frac{SS_A}{df_A},$$

სადაც

$$SS_A = \sum\sum(\bar{X}_A - \bar{X}_G)^2.$$

როგორც ქულის დაყოფის შესახებ განხილვაშია ნაჩვენები, ნებისმიერ ექსპერიმენტში, ჯგუფის საშუალოსა და სრულ საშუალოს შორის სხვაობის ხარისხსა და ამრიგად SS_A-ს მნიშვნელობაზე ცვალებადობის ორი წყარო მოქმედებს: (1) დამოუკიდებელი ცვლადის გავლენა და (2) შერჩევის შეცდომა. აქედან MS_A აგრეთვე, იცვლება დამოუკიდებელი ცვლადის გავლენით და შერჩევის შეცდომით. რადგან MS_A იზრდება დამოუკიდებელი ცვლადის გავლენის ზრდასთან ერთად, ის გამოიყენება როგორც სისტემატური დისპერსიის საზომი, რომელიც დამოუკიდებელი ცვლადის მიერაა შექმნილი.

$MS_{შეცდომა}$

$MS_{შეცდომა}$ მიღებულია შემდეგი ფორმულიდან

$$\frac{\Sigma\Sigma(X - \bar{X}_A)^2}{df_{შეცდომა}}$$

და ზომავს მხოლოდ ჯგუფშიდა შეცდომის ცვალებადობას ექსპერიმენტში. ის არ არის დამოუკიდებელი ცვლადის გავლენის ქვეშ. როგორც უფრო ადრე იყო აღნიშნული, ეს იმის გამო ხდება, რომ ქულებში ნებისმიერ სისტემატურ ცვლილებას თან ახლავს ჩარევის ეფექტით განპირობებული ჯგუფის საშუალოს შესატყვისი ზრდა ან კლება. ამრიგად, ეს განსხვავება ცდის პირის ქულასა და ჯგუფის საშუალოს შორის – $(X - \bar{X}_A)$ არ იცვლება ჩარევის ეფექტით. ამიტომ, $MS_{შეცდომა}$ ზომავს ექსპერიმენტში მხოლოდ ჯგუფშიდა შეცდომის ცვალებადობას ქულებში. ფაქტორები, რომლებიც მოქმედებენ თითოეულ კვადრატების საშუალოზე, შეჯამებულია ცხრილში №10.7.

ცხრილი №10.7

ფაქტორები, რომლების მოქმედებენ MS_A და $MS_{შეცდომაზე}$ ექსპერიმენტში.

კვადრატების საშუალო	განიცდის გავლენას შემდეგი მიზეზებით
MS_A	დამოუკიდებელი ცვლადის გავლენა შერჩევის შეცდომა
$MS_{შეცდომა}$	ჯგუფშიდა შეცდომის ცვალებადობა

MS_A და $MS_{შეცდომის}$ კავშირი

ჩაუნაცვლებელი შეფასებები. ორივე – MS_A და $MS_{შეცდომები}$ პოპულაციის ქულათა დისპერსიის σ^2-ის ჩაუნაცვლებელი შეფასებებია. ისინი ჩაუნაცვლებელია, რადგან თითოეული **MS**-ის მისაღებად კვადრატების ჯამი იყოფა თავისუფლების ხარისხებზე და არა ქულათა რეალურ რაოდენობაზე, როგორც ეს ხდება დისპერსიის გამოთვლისას. როგორც ჩაუნაცვლებელი შეფასება, **MS** არ უნდა იყოს სისტემატურად მცირე და არც მეტი σ^2-ზე, როცა მხოლოდ შეცდომის ცვალებადობაა პასუხისმგებელი მონაცემთა ცვალებადობაზე, რომლის საფუძველზეც ხდება შეფასება.

დამოუკიდებელი შეფასებები. MS_A და $MS_{შეცდომები}$ არის, აგრეთვე, პოპულაციის დისპერსიის დამოუკიდებელი შეფასებები. **დამოუკიდებელი შეფასება** ნიშნავს, რომ ნებისმიერი საშუალოს კვადრატის მნიშვნელობა შეიძლება შეიცვალოს ისეთნაირად, რომ მასზე არ იმოქმედებს მეორეს მნიშვნელობა. ეს საკითხი წარმოდგენილი იყო იმ

განხილვაში, რომელიც ეხებოდა **SS** მნიშვნელობაზე მოქმედ ფაქტორებს. $\mathbf{MS}_A$ და $\mathbf{MS}_{შეცდომების}$ ამ მახასიათებლებს მიეყავართ **F** მნიშვნელობის შემდეგ მოსალოდნელ შედეგებამდე.

- *F-ის მოსალოდნელი მნიშვნელობა, როცა დამოუკიდებელ ცვლადს არა აქვს გავლენა:* თუ დამოუკიდებელ ცვლადს არა აქვს გავლენა, მაშინ ექსპერიმენტში მხოლოდ შეცდომის ცვალებადობაა მოსალოდნელი. ამ დროს $\mathbf{MS}_A$ და $\mathbf{MS}_{შეცდომა}$ შეაფასებენ მხოლოდ შეცდომის ცვალებადობას და ამრიგად, იქნება თითქმის ტოლი. შესაბამისად, **F**-ის მნიშვნელობა იქნება თითქმის 1-ის ტოლი.

- *F-ის მოსალოდნელი მნიშვნელობა, როცა დამოუკიდებელ ცვლადს აქვს გავლენა:* როცა დამოუკიდებელ ცვლადს აქვს გავლენა, მაშინ $\mathbf{MS}_A$ შეესატყვისება სისტემატურ ცვალებადობას, რომელშიც წვლილი შეაქვს როგორც დამოუკიდებელ ცვლადს, ისე შერჩევის შეცდომას. შედეგად, $\mathbf{MS}_A$ უფრო დიდი იქნება, ვიდრე $\mathbf{MS}_{შეცდომა}$ და $\mathbf{F}_{რეალური}$ 1-ზე მეტი იქნება. ეს დამოკიდებულება სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმებაში F-ის გამოყენების საშუალებას გვაძლევს.

F სტატისტიკით მიღებული სტატისტიკური გადაწყვეტილებები

F-ის სტატისტიკურ შემოწმებას მოსდევს ჩვენთვის ცნობილი შემდეგი ნაბიჯები:

- ნულოვანი ჰიპოთეზის, H_0-ისა და ალტერნატიული ჰიპოთეზის H_1-ის ფორმულირება;
- H_0-ის ჭეშმარიტების დაშვების პირობით **F** შერჩევითი განაწილების მიღება. ეს განაწილება მოცემულია ცხრილში №ა-3;
- მნიშვნელოვნობის დონის არჩევა;
- F კრიტიკული მნიშვნელობის ($\mathbf{F}_{კრიტიკული}$) დადგენა F-ის შერჩევითი განაწილებიდან, რომელიც მოცემულია ცხრილში №ა-3;
- უარყოფის არეები განლაგებულია F-ის შერჩევით განაწილებაზე;
- F შეფარდება, რომელიც განისაზღვრება როგორც $F_{რეალური}$, გამოთვლილია შერჩევის მონაცემებიდან;
- H_0-ის უარყოფის თუ მიღების გადაწყვეტილება კეთდება იმის საფუძველზე, ხვდება თუ არა $F_{რეალური}$ უარყოფის არეში.

სტატისტიკური ჰიპოთეზები

ნულოვანი ჰიპოთეზა. ექსპერიმენტისათვის დამოუკიდებელი ცვლადის სამი დონით – ნულოვანი ჰიპოთეზის დისპერსიული ანალიზით შემოწმება ნიშნავს იმას, რომ იმ პოპულაციებს, რომლებიდანაც იყო აღებული სამი შერჩევა, აქვს ერთი და იგივე საშუალოები და იწერება შემდეგნაირად:

$$\mathbf{H_0}: \mu_{A1}=\mu_{A2}=\mu_{A3}.$$

ეს ნულოვანი ჰიპოთეზა წარმოადგენს სიტუაციას, რომელიც იმ შემთხვევაში ჩნდება, თუ დამოუკიდებელ ცვლადს არა აქვს გაელენა. თუ H_0 ჭეშმარიტია ექსპერიმენტში მაშინ ჯგუფების საშულოებს შორის ნებისმიერი განსხვავება მხოლოდ შერჩევის შეცდომითაა განპირობებული.

პოპულაციის საშუალოების რაოდენობა, რომელიც განსაზღვრულია ნულოვან ჰიპოთეზაში, ყოველთვის შეესატყვისება დამოუკიდებელი ცვლადის დონეების რაოდენობას. თუ ექსპერიმენტი მოიცავს დამოუკიდებელი ცვლადის 5 დონეს, მაშინ შემდეგნაირად იწერება:

$$H_0: \mu_{A1}=\mu_{A2}=\mu_{A3}=\mu_{A4}=\mu_{A5}.$$

ალტერნატიული ჰიპოთეზა. ალტერნატიული ჰიპოთეზა H_1 არის

$\mathbf{H_1}$: ყველა μ_A არ არის ერთმანეთის ტოლი,

პოპულაციის საშუალოების იმ რაოდენობის მიუხედავად, რომელიც ჩართულია ნულოვან ჰიპოთეზაში. ალტერნატიული ჰიპოთეზა აყალიბებს ისეთ სიტუაციას, რომელიც მაშინ წარმოიქმნება, როცა დამოუკიდებელ ცვლადს აქვს გავლენა.

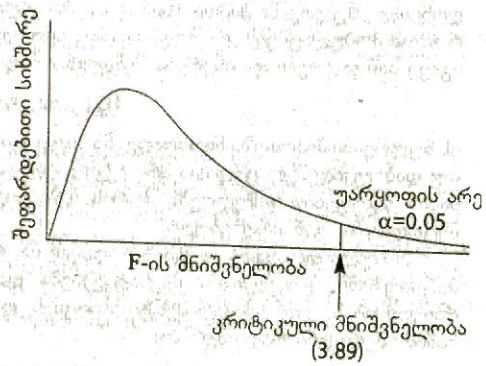
F შერჩევითი განაწილება

H_0-ის უარყოფის თუ მიღების გადაწყვეტილება დამოკიდებულია იმაზე, თუ რამდენად იშვიათი ან ნაკლებად მოსალოდნელი იქნება $F_{რეალური}$ მნიშვნელობა, თუ H_0 არის ჭეშმარიტი. სტატისტიკის შერჩევითი განაწილება გვაწვდის სტატისტიკის მნიშვნელობის ალბათობას, როცა H_0 ჭეშმარიტია. ამრიგად, $F_{რეალური}$ გარკვეული მნიშვნელობის მიღების ალბათობა, როცა H_0 ჭეშმარიტია, განსაზღვრულია **F** სტატისტიკის შერჩევითი განაწილებით, მაგრამ არა მხოლოდ **F**-ის შერჩევითი განაწილებით. თავად ეს განაწილება დამოკიდებულია დამოუკიდებელი ცვლადის დონეების რაოდენობასა და ქულათა რაოდენობაზე თითოეულ ექსპერიმენტულ ჯგუფში. კერძოდ, **F** შერჩევითი განაწილება იცვლება თავისუფლების ხარისხის ცვლილებასთან ერთად **F** სტატისტიკის მრიცხველისა (ე.ი. df_A) და მნიშვნელისათვის (ე.ი. $df_{შეცდომა}$).

როგორც ნიმუში, **F** შერჩევითი განაწილება მაგალითის სახით მოყვანილ ექსპერიმენტში 2 df-ის ტოლი მრიცხველითა (ე.ი. 2 df $df_{A\text{-სათვის}}$) და 12-ის ტოლი თავისუფლების ხარისხის მნიშვნელით (ე.ი. 12 df $df_{შეცდომისათვის}$) ნაჩვენებია სურათზე №10.2. ეს განაწილება დადებითად ასიმეტრიულია და მისი უმცირესი მნიშვნელობა ნულია; **F** იქნება ნულის ტოლი, თუ შერჩევის საშუალოები ერთმანეთის ტოლი იქნება და MS_A მნიშვნელობა – ნულის ტოლი. **F**-ის ყველაზე მოსალოდნელი მნიშვნელობა დაახლოებით 1-ია, თუ H_0 ჭეშმარიტია, მაშინ MS_A უნდა იყოს დაახლოებით $MS_{შეცდომის}$ ტოლი. არ არსებობს ზედა ზღვარი იმ მნიშვნელობებისათვის, რომელსაც **F**-მა შეუძლია მიაღწიოს. **F**-მა შეიძლება მიაღწიოს ნებისმიერ მნიშვნელობას 0-ს და დადებით უსასრულობას შორის. რადგან **F** მნიშვნელობის მიღების ალბათობა 0-სა და დადებით უსასრულობას შორის 1-ის ტოლია, განაწილების ქვეშ მდებარე არეც ერთის ტოლია.

მნიშვნელოვნობის დონის არჩევა

მნიშვნელოვნობის დონე არის ალბათობის მნიშვნელობა, რომელიც იძლევა ნულოვანი ჰიპოთეზის უარყოფის პირობას სტატისტიკურ კრიტერიუმში. როგორც განვიხილეთ, მნიშვნელოვნობის დონედ ბიჰევიორისტული მეცნიერების კვლევაში, ჩვეულებრივ, აღებულია ან α=0.05, ან α=0.01. უარყოფის არის მდებარეობა 0.05 მნიშვნელოვნობის დონისათვის ნაჩვენებია სურათზე №10.2.



სურათი №10.2
შერჩევითი თეორიული განაწილება 2 და 12 თავისუფლების ხარისხისათვის. ნაჩვენებია უარყოფის არე α=0.05-სათვის. $F_{კრიტიკული}$ ცხრილი №a-3-დან არის 3.89

უარყოფის არის მდებარეობის განსაზღვრა F-ისათვის

უარყოფის არე წარმოადგენს F-ის ისეთ მნიშვნელობებს, რომელთა ალბათობა ტოლია ან ნაკლებია α-ზე, თუ H_0 ჭეშმარიტია. ამრიგად, უარყოფის არე განსაზღვრავს $F_{\text{რეალურის}}$ ისეთ მნიშვნელობებს, რომლებიც აკმაყოფილებენ H_0-ის უარყოფის პირობას. უარყოფის არე $F_{\text{რეალურისათვის}}$ ყოველთვის F შერჩევითი განაწილების მარჯვენა კუდშია, როგორც სურათზეა №10.2 ნაჩვენები. შეგვიძლია ვნახოთ, რატომ არის უარყოფის არე განლაგებული აქ, თუ გავიხსენებთ, რომ $F_{\text{რეალური}}$ მნიშვნელობა დამოუკიდებელი ცვლადის გავლენით იცვლება.

თუ დამოუკიდებელ ცვლადს არა აქვს გავლენა და, აქედან გამომდინარე, H_0 ჭეშმარიტია, მაშინ მოსალოდნელია, რომ MS_A და $MS_{\text{შეცდომა}}$ თითქმის ერთმანეთის ტოლი იქნება; ამის შედეგად, $F_{\text{რეალური}}$ თითქმის ერთის ტოლი უნდა იყოს. თუ დამოუკიდებელ ცვლადს აქვს გაელენა და ამიტომ H_0 არ არის ჭეშმარიტი, მაშინ MS_A იქნება $MS_{\text{შეცდომაზე}}$ მეტი და $F_{\text{რეალური}}$ გახდება ერთზე მეტი. იმისათვის, რომ უარვყოთ ნულოვანი ჰიპოთეზა, $F_{\text{რეალური}}$ უნდა იყოს საკმარისად მეტი ერთზე, ასე რომ, ასეთი $F_{\text{რეალურის}}$ ალბათობა ნულოვანი ჰიპოთეზის ჭეშმარიტების პირობებში არჩეულ ალფა დონეზე ტოლი ან ნაკლები იქნება. ამიტომ F-ის უარყოფის არე ყოველთვის მდებარეობს F-ის უფრო დიდ მნიშვნელობებს შორის შერჩევის განაწილების მარჯვენა ნაპირზე.

F-ის კრიტიკული მნიშვნელობები, რომლებიც (აღინიშნება, როგორც $F_{\text{კრიტიკული}}$) განსაზღვრავენ უარყოფის არის ქვედა საზღვრებს α=0.05-სა და 0.01-სათვის წარმოდგენილია ცხრილ №ა-3-ის დანართში. ცხრილი №ა-3ა ნაწილი 0.05 მნიშვნელოვნობის დონისათვის წარმოდგენილია ცხრილში №10.8. ამ ცხრილში F შეფარდების მრიცხველის თავისუფლების ხარისხები (ე.ი. df_A) მოცემულია ცხრილის ზედა სტრიქონში. მნიშვნელის თავისუფლების ხარისხები (ე.ი. $df_{\text{შეცდომა}}$) კი მოცემულია ცხრილის მარცხენა სვეტში.

ცხრილი №10.8

$F_{\text{კრიტიკული}}$ მნიშვნელობები α=0.05-ისათვის

მნიშვნელის თავისუფლების ხარისხი	მრიცხველის თავისუფლების ხარისხი				
	1	2	3	4	5
1	161.4	199.5	215.7	224.6	230.2
2	18.51	19	19.16	19.25	19.3
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48
10	4.96	4.1	3.71	3.48	3.33
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.2
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11

ეს ცხრილი არის მხოლოდ მთლიანი ცხრილის ნაწილი, რომელიც წარმოდგენილია დანართში, ცხრილში № A ა-3.

თუ $F_{\text{რეალური}}$ არ ხვდება უარყოფის არეში, მაშინ H_0-ს ვერ უარვყოფთ და ვერ მივიღებთ H_1-ს. შერჩევის საშუალოებს შორის განსხვავებები არ არის სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი და უბრალოდ არამნიშვნელოვანია.

$F_{\text{კრიტიკული}}$ მნიშვნელობის საპოვნელად ზემოთ ხსენებული მაგალითისათვის, რომლის მრიცხველის თავისუფლების ხარისხი 2-ია, მნიშვნელის კი – 12, უნდა ვიპოვოთ სვეტი, რომლის თავისუფლების ხარისხი 2-ია და შემდეგ ვპოულობთ სტრიქონს 12 df-ისათვის. ეს სვეტი და სტრიქონი გადაიკვეთება 3.88-ის ტოლ

მნიშვნელობასთან (ცხრილში გამუქებულია). ეს მნიშვნელობა არის $F_{კრიტიკული}$ და განსაზღვრავს უარყოფის არეს $F_{რეალურისთვის}$ თავისუფლების ხარისხებით 2 და 12, როგორც ეს ნაჩვენებია სურათზე №10.2. $F_{კრიტიკულის}$ ნებისმიერი მნიშვნელობა 2 და 12 თავისუფლების ხარისხით და მნიშვნელობით, რომელიც 3.88-ის ტოლია ან მეტია, უარყოფის არეში მდებარეობს. **F**-ის მნიშვნელობები, რომლებიც 3.88-ის ტოლი ან მეტია, ხდება 100 ექსპერიმენტიდან 5-ჯერ ან უფრო ნაკლებჯერ, როცა H_0 ჭეშმარიტია.

გადაწყვეტილებები სტატისტიკური ჰიპოთეზების შესახებ

$F_{რეალური}$ მნიშვნელობები უზრუნველყოფს სტატისტიკური ჰიპოთეზების შესახებ გადაწყვეტილებების გამოტანის საფუძველს. თუ $F_{რეალური}$ ხვდება უარყოფის არეში, მაშინ H_0 იქნება უარყოფილი და თუ H_0 იქნება უარყოფილი, მაშინ H_1 უნდა იყოს მიღებული. შერჩევის საშუალოებს შორის სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი განსხვავებაა.

სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი განსხვავება. სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი განსხვავების ილუსტრაციისათვის განვიხილოთ ზემოთ მოყვანილი ექსპერიმენტის მაგალითი, რომელიც ნახატების აღდგენას ეხებოდა. ამ ექსპერიმენტში ხდებოდა სამი ტიპის ნახატის მანიპულირება იმისათვის, რომ დაგვედგინა, მოქმედებს თუ არა ნახატის ტიპი მასში მოცემული ელემენტების გახსენებაზე. ქვემოთ მოცემულია გახსენებული ელემენტების რაოდენობის საშუალო როგორც ნახატის ტიპის ფუნქცია.

	ნახატის ტიპი (A)		
	დაუსრულებელი ესკიზი (A_1)	ესკიზი (A_2)	დეტალური (A_3)
$\overline{X}_A$	17	13	12

ცხრილში №10.1 მოცემულ ქულათა დისპერსიული ანალიზის შედეგად მიღებულია $F_{რეალური}$ (2.12)=6.56 (იხ.ცხრილი №10.5). როცა df ტოლია 2-ის და 12-ის, $F_{კრიტიკული}$ 0.05 დონეზე არის 3.88. $F_{რეალური}$ არის მეტი $F_{კრიტიკულზე}$ და ამრიგად უარყოფის არეში ხვდება. შესაბამისად, ნულოვანი ჰიპოთეზა უნდა უარვყოთ

$$H_0: \mu_{A1}=\mu_{A2}=\mu_{A3}$$

და მივიღოთ ალტერნატიული

H_1: ყველა μ_A არ არის ერთმანეთის ტოლი.

დავასკვნით, რომ სამი შერჩევის საშუალო არ არის ერთი და იმავე პოპულაციიდან. დამოუკიდებელი ცვლადი მოქმედებს გახსენებული ელემენტების რაოდენობაზე. მიაქციეთ ყურადღება, რომ არსებობს მრავალი სხვადასხვა გზა იმისათვის, რომ ჰიპოთეზა **ყველა H_1: μ_A არ არის ერთმანეთის ტოლი,** იყოს ჭეშმარიტი. ალტერნატიული ჰიპოთეზა, მაგალითად, ჭეშმარიტი იქნება, თუ μ_{A1} იქნება მეტი μ_{A2}-ზე ან μ_{A3}-ზე, μ_{A2} და μ_{A3} იქნებიან ტოლები, ან თუ μ_{A1} იქნება მეტი μ_{A2}-ზე და μ_{A2} კი მეტი μ_{A3}-ზე. რომელი დამოკიდებულება გვაჩვენებს საშუალოთა შორის მიმართულებას ამ შემთხვევაში? მხოლოდ დისპერსიული ანალიზი ვერ გაგვცემს ამ კითხვაზე პასუხს გარკვევით H_0-ის უარყოფისათვის, როცა ექსპერიმენტში არსებობს სამი ან მეტი ექსპერიმენტული ჯგუფი. უბრალოდ, ის გვაძლევს საშუალებას დავასკვნათ, რომ არსებობს სულ ცოტა ერთი სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი განსხვავება საშუალოთა შორის (საშუალოთა შორის კონკრეტული მნიშვნელოვანი განსხვავებების საპოვნელად აუცილებელია გამოვიყენოთ მრავალჯერადი შედარების კრიტერიუმი). ამ კრიტერიუმს მოგვიანებით განვიხილავთ ამ თავის შემდგომ ქვეთავში. გადაწყვეტილებები მიღების პროცედურა და შესატყვისი დასკვნები სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი განსხვავებისათვის შეჯამებულია ცხრილის №10.9 მარცხენა სვეტში.

არამნიშვნელოვანი განსხვავება. თუ ვერ უარვყოფთ H_0-ს და ვერ მიეიღებთ

H_1-ს, მაშინ ჩვენ არ გვექნება იმის მტკიცების საშუალება, რომ ნულოვანი ჰიპოთეზა არ არის ჭეშმარიტი. ასეთი ექსპერიმენტის მნიშვნელობა ისაა, რომ დამოუკიდებელ ცვლადს არა აქვს გავლენა. საშუალოებს შორის ნებისმიერი რაოდენობრივი განსხვავება მიეწერება შერჩევის შეცდომას. ეს გადაწყვეტილებები და დასკვნები შეჯამებულია ცხრილის №10.9 მარჯვენა სეტში.

ცხრილი №10.9

ცდის პირთა შორის ერთფაქტორიანი სქემის დისპერსიული ანალიზის გამოყენებით სტატისტიკური ჰიპოთეზების შემოწმების შესახებ გადაწყვეტილებებისა და დასკვნების შეჯამება. გამოყენებული იყო 0.05 მნიშვნელოვნობის დონე

თუ $F_{\text{დაკვირვებული}}$ ხვდება უარყოფის არეში α=0.05-ისათვის, მაშინ:	თუ $F_{\text{დაკვირვებული}}$ არ ხვდება უარყოფის არეში, როცა α=0.05, მაშინ:
$F_{\text{დაკვირვებული}}$ მიღების ალბათობა ნაკლებია ან ტოლი 0.05, ან $p \le 0.05$.	$F_{\text{დაკვირვებული}}$ მიღების ალბათობა მეტია ან ტოლი 0.05, ან $p > 0.05$
H_0 უარყოფილია.	H_0 არ არის უარყოფილი
H_1 მიღებულია. შერჩევის ყველა საშუალო არ არის აღებული ერთი და იმავე პოპულაციიდან.	H_1 არ არის მიღებული
სულ ცოტა, ერთი განსხვავება მაინც არის საშუალოებს შორის სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი 0.05 დონეზე.	არ არის სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი განსხვავებანი შერჩევის საშუალოებს შორის 0.05 დონეზე.
მიიღება გადაწყვეტილება იმის შესახებ, რომ შერჩევის შეცდომისა გარდა შერჩევის საშუალოებს შორის განსხვავება შეიძლება განპირობებული იყოს სხვა მიზეზითაც. კარგად ჩატარებულ ექსპერიმენტში განსხვავება მიეწერება დამოუკიდებელ ცვლადს.	მიიღება გადაწყვეტილება იმის შესახებ, რომ შერჩევის შეცდომა ყველაზე დამაჯერებლად ხსნის განსხვავებას შერჩევის საშუალოებს შორის. არ არსებობს დამამტკიცებელი საბუთი, რომ დამოუკიდებელი ცვლადი ახდენს გავლენას.
თუ დამოუკიდებელ ცვლადს სამი ან მეტი დონე აქვს, საჭიროა მრავალჯერადი შედარების კრიტერიუმები.	არ არის საჭირო მრავალჯერადი შედარების კრიტერიუმები.

დაშვებები ცდის პირთა შორის ერთფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზისათვის

t კრიტერიუმის ანალოგიურად, ცდის პირთა შორის დისპერსიული ანალიზი ეფუძნება სამ დაშვებას ექსპერიმენტში მიღებულ მონაცემთა შესახებ:

1. მონაცემები შერჩევაში შემთხვევითადაა მიღებული პოპულაციის მონაცემებიდან და თითოეული მონაცემი დამოუკიდებელია ნებისმიერი სხვა მონაცემისაგან.
2. მონაცემები პოპულაციის შერჩევაში ნორმალურადაა განაწილებული.
3. ქულათა დისპერსიები პოპულაციებში ტოლია: $\sigma^2_{A1} = \sigma^2_{A2}$.

ეს დაშვებები მნიშვნელოვანია, რადგან **F** შერჩევითი განაწილება და ამიტომ $F_{\text{კრიტიკული}}$ მნიშვნელობები, რომელიც მოცემულია ცხრილში №a-3, იმ პოპულაციებიდანაა თავმოყრილი, რომლებიც აკმაყოფილებენ ამ დაშვებებს. იმისათვის, რომ ცდის პირთა შორის დისპერსიული ანალიზი გამოვიყენოთ, თითოეული მონაცემი ექსპერიმენტში უნდა იყოს დამოუკიდებელი ნებისმიერი სხვა მონაცემისაგან. ამის შედეგად, ყოველ ცდის პირს შეიძლება მიეწოდოს დამოუკიდებელი ცვლადის მხოლოდ ერთი დონე და ყოველმა ცდის პირმა შეიძლება მიიღოს მონაწილეობა ექსპერიმენტში მხოლოდ ერთი მონაცემით. თუ ცდის პირს მიეწოდება დამოუკიდებელი ცელადის ერთზე მეტი დონე ექსპერიმენტში და ორი ან მეტი მონაცემი იქნება გაანალიზებული თითოეული ცდის პირისათვის, მაშინ ცდის პირთა შიდა დისპერსიული ანალიზი უნდა გამოვიყენოთ. ეს დისპერსიული ანალიზი განხილულია მე-12 თავში.

ზოგიერთმა ექსპერიმენტმა შეიძლება ვერ დააკმაყოფილოს მეორე და მესამე მოთხოვნა. მეორე (მონაცემთა ნორმალური განაწილება) და მესამე (დისპერსიათა ტოლობა) დაშვების დარღვევამ შეიძლება შეცვალოს $F_{\text{კრიტიკული}}$ მნიშვნელობის მიღების ალბათობა და ამრიგად იმოქმედოს პირველი გვარის შეცდომის დაშვების ალბათობაზე. როგორც მოსალოდნელია, ამ დებულებების დარღვევებს მინიმალური

გავლენა ექნებათ პირველი გვარის შეცდომის დაშვების ალბათობაზე, როცა შემდეგი პირობები იქნება დაკმაყოფილებული:

- თითოეულ ჯგუფში ცდის პირების რაოდენობა ერთი და იგივეა;
- მონაცემთა განაწილების ფორმა თითოეული ჯგუფისათვის თითქმის ერთი და იგივეა და განაწილებები არც ძალიან წაწვეტებულია და არც ძალიან გაშლილი;
- მნიშვნელოვნობის დონედ მიღებულია 0.05.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა X-2

1. განსაზღვრეთ: $F_{კრიტიკული}$, $F_{რეალური}$, უარყოფის არე.
2. რა ფაქტორები მოქმედებენ MS_A-ის მნიშვნელობაზე ექსპერიმენტში?
3. განმარტეთ, რატომ იზრდება MS_A-ის მნიშვნელობა, თუკი დამოუკიდებელ ცელადს აქვს გავლენა ექსპერიმენტში?
4. რა ფაქტორები მოქმედებენ $MS_{შეცდომის}$ მნიშვნელობაზე ექსპერიმენტში?
5. ახსენით, რატომ არ იცვლება $MS_{შეცდომის}$ მნიშვნელობა, თუ დამოუკიდებელ ცელადს გავლენა აქვს ექსპერიმენტში?
6. $F_{რეალურის}$ რა მნიშვნელობებია მოსალოდნელი, თუ დამოუკიდებელ ცელადს არა აქვს გავლენა ექსპერიმენტში?
7. რა მოუვა $F_{რეალურის}$ მნიშვნელობას, თუ დამოუკიდებელ ცელადს ექნება გავლენა ექსპერიმენტში?
8. დაწერეთ სტატისტიკური ჰიპოთეზები **F** კრიტერიუმისათვის:
   ა. ორი დამოუკიდებელი ჯგუფისათვის;
   ბ. ოთხი დამოუკიდებელი ჯგუფისათვის;
   გ. ექვსი დამოუკიდებელი ჯგუფისათვის.
9. რომელ სიტუაციას შეესაბამება ექსპერიმენტში დისპერსიული ანალიზის H_0?
10. რომელ სიტუაციას შეესაბამება ექსპერიმენტში დისპერსიული ანალიზის H_1?
11. რისი ტოლია **F** მნიშვნელობის ქვედა ზღვარი, თუ H_0 ჭეშმარიტია?
12. რისი ტოლია **F** მნიშვნელობის ზედა ზღვარი, თუ H_0 ჭეშმარიტია?
13. სავარჯიშოში მოცემულია df_A, $df_{შეცდომისა}$ და $F_{რეალური}$ ცდის პირთა შორის რამდენიმე ერთფაქტორიანი ჰიპოთეტური ექსპერიმენტისათვის. მნიშვნელობათა თითოეული სიმრავლისათვის მიიღეთ $F_{კრიტიკული}$ მნიშვნელობა 0.05 მნიშვნელოვნობის დონისათვის ცხრილიდან №ა-3ა. შემდეგ აღნიშნეთ, ხვდება თუ არა $F_{რეალური}$ უარყოფის არეში და რა გადაწყვეტილებას მიიღებდით H_0-ისა და H_1-ის მიმართებაში. თუ არ არის მოცემული ზუსტი df ცხრილში $df_{შეცდომისათვის}$, მაშინ გამოიყენეთ მისი მომდევნო მნიშვნელობა.

ექსპერიმენტი	df_A	$df_{შეცდომა}$	$F_{რეალური}$
1	1	10	5.12
2	2	24	3.29
3	1	24	4.26
4	2	90	3.24
5	2	12	3.94
6	2	15	3.6
7	4	45	1.93
8	3	20	1.46
9	6	63	2.3
10	4	95	2.13

14. ჩამოთვალეთ დაშვებები, რომლებიც საფუძვლად უდევს ცდის პირთა შორის ერთფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზის გამოყენებას.
15. რა პირობებში ექნება პოპულაციის მონაცემების ნორმალური განაწილებიდან გადახრას მინიმალური გავლენა პირველი გვარის შეცდომაზე ცდის პირთა შორის ერთფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზისათვის?

F-ის სტატისტიკური მნიშვნელოვნების ინტერპრეტაცია მრავალდონიან ექსპერიმენტში

მრავალჯერადი შედარების კრიტერიუმები

ადრე აღვნიშნეთ, რომ როცა ექსპერიმენტში გამოიყენება დამოუკიდებელი ცელადის სამი და მეტი დონე, H_0-ის უარყოფისას ვასკვნით, რომ არსებობს სულ ცოტა ერთი სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი განსხვავება საშუალოებს შორის. მაგრამ ანალიზი არ განსაზღვრავს, კონკრეტულად რომელი საშუალოები განსხვავდებიან ერთმანეთისაგან. იმის გადასაწყვეტად, საშუალოთა რომელი წყვილები განსხვავდებიან ერთმანეთისაგან მნიშვნელოვნად, უნდა გამოვიყენოთ მრავალჯერადი შედარების კრიტერიუმები. **მრავალჯერადი შედარების კრიტერიუმები** სტატისტიკური კრიტერიუმებია, რომლებიც გამოიყენება წყვილთაშორის შედარებებში იმის დასადგენად, რომელი საშუალოები განსხვავდება მნიშვნელოვნად ერთმანეთისაგან ერთფაქტორიან მრავალდონიან სქემაში.

მრავალჯერადი შედარების კრიტერიუმები (Multiple comparison tests) — სტატისტიკური კრიტერიუმები, რომლებიც გამოიყენება წყვილთაშორის შედარებებში იმის დასადგენად, თუ რომელი საშულოები განსხვავდება მნიშვნელოვნად ერთმანეთისაგან ერთფაქტორიან მრავალდონიან სქემაში.

როცა მოცემული გვაქვს სამი შერჩევის საშუალო ექსპერიმენტიდან, რომელიც ეხებოდა ნახატის ტიპის გავლენას დეტალების გახსენებაზე, შეგვიძლია გავაკეთოთ სამი შედარება ორ საშუალოს შორის:

$\overline{X}_{A1}$ შევადაროთ $\overline{X}_{A2}$,

$\overline{X}_{A1}$ შევადაროთ $\overline{X}_{A3}$,

$\overline{X}_{A2}$ შევადაროთ $\overline{X}_{A3}$.

რადგან შედარებებიდან თითოეული მოიცავს ორ საშუალოს, მათ **წყვილთაშორის შედარებებს** უწოდებენ. მას შემდეგ, რაც სტატისტიკურ შემოწმებას ამ სამი წყვილის შედარებით შევასრულებთ, შეგვეძლება დავადგინოთ, თუ საშუალოთა რომელი წყვილები განსხვავდებიან ერთმანეთისაგან მნიშვნელოვნად.

წყვილთაშორის შედარებები (Pairwise comparisons) — სტატისტიკური შედარებები, რომლებიც ერთმანეთს ადარებენ ორ საშუალოს.

ამ წყვილთა შედარებების განხორციელების ერთ-ერთი გზა იქნებოდა $t_{დამოუკიდებლის}$ გამოყენება სამი **t** კრიტერიუმის დასადგენად – თითო **t** კრიტერიუმისა თითოეული შედარებისათვის. ამ სამი შემოწმების შედეგიდან ჩვენ შეგვიძლია განვსაზღვროთ, რომელი საშუალოები განსხვავდებიან ერთმანეთისაგან მნიშვნელოვნად. ეს საკითხი არ არის ასე ადვილად გადასაწყვეტი შედარებებში პირველი გვარის შეცდომის დაშვების ალბათობის გამო. გავიხსენოთ, რომ პირველი გვარის შეცდომა ხდება მაშინ, როცა H_0 არის რეალურად ჭეშმარიტი, მაგრამ უარყოფილია სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმებისას. პირველი გვარის შეცდომის დაშვების ალბათობის დაბალი დონის შესანარჩუნებლად მკვლევრები, ჩვეულებრივ, ადგენენ 0.05 ან 0.01 მნიშვნელოვნობის დონეებს. მთლიანი დისპერსიული ანალიზისათვის განხილულ მაგალითში (რომელიც მოხსენიებულია ცხრილში №10.5) პირველი გვარის შეცდომის ალბათობა α-ს ან 0.05-ის ტოლია. მაგრამ, როცა მრავალჯერად შედარებებს ვატარებთ, მკვლევარი ატარებს მრავალ სტატისტიკურ შემოწმებას, რომელთა რაოდენობა დამოკიდებულია შედარებების რაოდენობაზე. აღნიშნულ ექსპერიმენტში განვიხილოთ, მაგალითად, $t_{დამოუკიდებლის}$ გამოთვლა თითოეული წყვილთა შორის შედარებისათვის. თითოეული **t** კრიტერიუმისათვის პირველი გვარის შეცდომის ალბათობა არის α-ს ტოლი. აქედან გამომდინარე, სულ ცოტა, ერთი პირველი გვარის შეცდომის დაშვების ალბათობა სამ შედარებას შორის დაახლოებით 0.14-ია, რაც მიუღებლად მაღალი მნიშვნელობაა. **შეცდომის ხარისხი ექსპერიმენტში** შესრულებულ შედარებებში სულ ცოტა ერთი პირველი გვარის შეცდომის დაშვების ალბათობა მაინცაა. შეცდომის ხარისხი ექსპერიმენტში ძალიან სწრაფად იზრდება შედარებების რიცხვის ზრდასთან ერთად. მაგალითად, განვიხილოთ **t** კრიტერიუმის გამოყენება 5 წყვილთაშორისი შედარებისათვის – α=0.05 თითოეული შედარებისათვის. თუ H_0 არის ჭეშმარიტი, მაშინ სულ ცოტა ერთი პირველი გვარის შეცდომის ალბათობა 5 შედარებაში 0.23-ის ტოლია. შეცდომის ეს ხარისხი მკვლევართა უმეტესობისათვის აშკარად ძალიან მაღალია. შეცდომის ხარისხის გასაკონტროლებლად მრავალჯერადი შედარებებისათვის შექმნილია **t** კრიტერიუმის ალტერნატივა. საბოლოო შედარებებისათვის ჩვენ განვიხილავთ ერთ კონკრეტულ კრიტერიუმს მრავალჯერადი შედარებების ერთი ტიპისათვის.

შეცდომის ხარისხი ექსპერიმენტში (Error rate in an experiment) არის სულ ცოტა ერთი პირველი გვარის შეცდომის დაშვების ალბათობა მაინც სტატისტიკურ შედარებებში, რომელიც ჩატარებულია ექსპერიმენტში.

საბოლოო შედარებები (Post hoc comparisons) — სტატისტიკური კრიტერიუმები, რომლებიც ასრულებენ ყველა შესაძლო წყვილთა შედარებებს მას შემდეგ, რაც სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი $F_{\text{რეალური}}$ დადასტურდება სრული დისპერსიული ანალიზისათვის.

საბოლოო შედარებები ახორციელებენ ყველა შესაძლო წყვილთა შედარებებს მას შემდეგ, რაც სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი $F_{\text{რეალური}}$ დადასტურდება სრული დისპერსიული ანალიზისათვის. ტერმინი *Post hoc (საბოლოო შედარება)* ლათინური ტერმინია და ნიშნავს *ამის შემდეგ* ან *ამ ფაქტის შემდეგ*. მისი გამოყენება აქ ნიშნავს, რომ შედარება შესრულდება მას შემდეგ, რაც დადასტურდება, რომ $F_{\text{რეალური}}$ სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია. თუ სრული დისპერსიული ანალიზის $F_{\text{რეალური}}$ არამნიშვნელოვანია და H_0 არ არის უარყოფილი, მონაცემთა შემდგომ ანალიზს აზრი არა აქვს და საბოლოო შედარებები არ ჩატარდება. სხვადასხვა მიზნებისათვის შედარების მრავალი კრიტერიუმი არსებობს. ამჯერად განვიხილავთ მხოლოდ ტუკის (Tukey) HSD კრიტერიუმს.

ტუკის ნამდვილად მნიშვნელოვანი სხვაობის (Tukey HSD) კრიტერიუმი საბოლოო შედარებებისათვის

კრიტიკული განსხვავება (CD Critical difference) — არის ორ საშუალოს შორის რაოდენობრივი განსხვავება, რომელიც სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია.

ტუკის ნამდვილად მნიშვნელოვანი სხვაობის კრიტერიუმი (Tukey HSD – *honestly significant difference*) უზრუნველყოფს **კრიტიკულ სხვაობას** (აბრევიატურა **CD**). იგი წარმოადგენს მინიმალურ სხვაობას ორი ჩარევის საშუალოს შორის, რომელიც სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია არჩეულ α დონეზე. რეალურად მიღებული განსხვავების აბსოლუტური მნიშვნელობა საშუალოების წყვილთაშორის შედარებებში ტუკის **CD**-ითაა შედარებული. თუ საშუალოთა შორის რეალურად მიღებული სხვაობის აბსოლუტური მნიშვნელობა CD-ს ტოლი ან მეტია, მაშინ შერჩევის საშუალოები მნიშვნელოვნად განსხვავდება და განიხილება როგორც სხვადასხვა პოპულაციების წარმომადგენლები.

CD ტუკის ნამდვილად მნიშვნელოვანი სხვაობის კრიტერიუმი მოიძებნება შემდეგი ფორმულიდან

$$CD = q\sqrt{\frac{MS_{\text{შეცდომა}}}{n_A}},$$

სადაც

- q *სტუდენტი ზებული რანგობრივი სტატისტიკის* რიცხვითი მნიშვნელობაა, რომელიც დამოკიდებულია (1) არჩეულ α დონეზე, (2) დამოუკიდებელი ცვლადის დონეების რაოდენობაზე და (3) df-ზე $MS_{\text{შეცდომისათვის}}$ დისპერსიულ ანალიზში. q-ს მნიშვნელობები მოცემულია ცხრილში №a-4, როცა α=0.01 და α=0.05 დამოუკიდებელი ცვლადის 10-ზე მეტი დონისათვის;
- $MS_{\text{შეცდომა}}$ შეცდომის აღმნიშვნელი ტერმინია, რომელიც აღებულია სრული დისპერსიული ანალიზიდან;
- n_A მონაცემთა რაოდენობაა თითოეულ ექსპერიმენტულ პირობაში. იმისათვის, რომ გამოვიყენოთ ეს ფორმულა, n_A მნიშვნელობები ტოლი უნდა იყოს თითოეული ექსპერიმენტული პირობისათვის.

ტუკის კრიტიკული სხვაობის მიღება

განვიხილოთ ტუკის ნამდეილად მნიშვნელოვანი CD სხეაობის მიღება იმ მაგალითში მოყვანილი ქულების მიხედვით, რომელიც მოცემულია ცხრილში №10.1, და იმ ქულების დისპერსიული ანალიზის მიხედვით, რომელიც შეჯამებულია ცხრილში №10.5. $F_{\text{რეალური}}$, 6.56 სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია 0.05 დონეზე; ამრიგად, უნდა უარვყოთ $H_0 \mu_{A1}=\mu_{A2}=\mu_{A3}$ და მივიღოთ H_1 ყველა μ_A არ არის ერთმანეთის ტოლი. სრული დისპერსიული ანალიზი გვიჩვენებს, რომ არსებობს სულ ცოტა ერთი მნიშვნელოვანი განსხვავება იმ სამ საშუალოს შორის, რომლებსაც ერთმანეთს ადარებენ. იმისათვის, რომ ვიპოვოთ კონკრეტულად რომელი საშუალოები განსხვავდება ერთმანეთისაგან, უნდა გამოვითვალოთ ტუკის ნამდვილად მნიშვნელოვანი კრიტიკული სხვაობა (HSD CD).

დისპერსიული ანალიზიდან, რომელიც შეჯამებულია ცხრილში №10.5, $MS_{შეცდომა}$=5.333. მონაცემთა რაოდენობა თითოეულ ექსპერიმენტულ ჯგუფში 5-ია. ამრიგად, n_A=5. q-ს მნიშვნელობა მიღებულია ცხრილიდან №a-4. ეს ცხრილი მოითხოვს (1) დამოუკიდებელი ცვლადის, რაოდენობის, a-ს, ცოდნას (ამ მაგალითში a=3) და (2) $df_{შეცდომის}$ ცოდნას დისპერსიული ანალიზიდან (ამ შემთხვევაში, 12). 0.05 დონეზე, a=3 და 12 $df_{შეცდომისათვის}$, q=3.77. ჩაესვათ ეს მნიშვნელობები ფორმულაში CD-სათვის და მივიღებთ:

$$CD = q\sqrt{\frac{MS_{შეცდომა}}{n_A}} = 3.77\sqrt{\frac{5.333}{5}} = 3.9.$$

ტუკის კრიტიკული სხვაობის ინტერპრეტაცია

ტუკის კრიტერიუმისათვის ამ მაგალითში CD=3.9-ს. ცხრილში №10.1 განსხვავების აბსოლუტური მნიშვნელობა (როცა + ან – ნიშანი არ მიიღება მხედველობაში) ორ ექსპერიმენტულ საშუალოს შორის, რომელიც 3.9-ის ტოლია ან მეტი, სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია 0.05 დონეზე. სამი წყვილთაშორისი შედარება, თითოეული შედარების აბსოლუტური მნიშვნელობა, სტატისტიკური ჰიპოთეზა და გადაწყვეტილება თითოეული ჰიპოთეზისათვის ნაჩვენებია ცხრილში №10.10.

მიაქციეთ ყურადღება, რომ ორი წყვილთაშორისი შედარება არის მეტი 3.9-ზე აბსოლუტური მნიშვნელობით: $\overline{X}_{A1}$-სა და $\overline{X}_{A2}$-ს შორის (17-13=4) და $\overline{X}_{A1}$-სა და $\overline{X}_{A3}$-ს შორის (17-12=5). თითოეული ეს შედარება ავლენს სტატისტიკურად მნიშვნელოვან განსხვავებას შესადარებელ საშუალოებს შორის. $\overline{X}_{A2}$-სა და $\overline{X}_{A3}$-ს შორის შედარების აბსოლუტური მნიშვნელობა (13-12=1) ნაკლებია 3.9-ზე. ამრიგად, განსხვავება ესკიზსა და დეტალურ ნახატს შორის არამნიშვნელოვანია. აქედან გამომდინარე, ტუკის კრიტერიუმს მივყავართ დასკვნამდე, რომ დაუსრულებელი ესკიზის გახსენება($\overline{X}_{A1}$)_მნიშვნელოვნად უფრო კარგია, ვიდრე ესკიზის ($\overline{X}_{A2}$) ან დეტალური ნახატის ($\overline{X}_{A3}$)_. მაგრამ ესკიზის ($\overline{X}_{A2}$) გახსენება არ განსხვავდება დეტალური ნახატისაგან ($\overline{X}_{A3}$).

ეს შედეგი მეხსიერებაში ინფორმაციის გადამუშავების ძალისხმევის ჰიპოთეზის დადასტურებაა, რომელიც წარმოდგენილი იყო ამ თავის დასაწყისში. დაუსრულებელი ესკიზები, რომლებიც ყველაზე მეტ ძალისხმევას მოითხოვენ გადამუშავების პროცესში, ყველაზე კარგად გაახსენდებათ. ეს შედეგი არ ადასტურებს გადამუშავების ჰიპოთეზას, რომლის მიხედვითაც დეტალური ნახატი გაახსენდებოდათ.

ცხრილი №10.10

ტუკის HSD კრიტიკული სხვაობის გამოყენება წყვილთაშორის შედარებებისას განხილულ ექსპერიმენტში

შედარებები	შედარების აბსოლუტური მნიშვნელობა	სტატისტიკური ჰიპოთეზები	გადაწყვეტილება
$\overline{X}_{A1}$ და $\overline{X}_{A2}$ შორის (17-13)	4	H_0:$\mu_{A1}=\mu_{A2}$ H_0:$\mu_{A1}\neq\mu_{A2}$	უარყოფილია მიღებულია
$\overline{X}_{A1}$ და $\overline{X}_{A3}$ შორის (17-12)	5	H_0:$\mu_{A1}=\mu_{A3}$ H_0:$\mu_{A1}\neq\mu_{A3}$	უარყოფილია მიღებულია
$\overline{X}_{A2}$ და $\overline{X}_{A3}$ შორის (13-12)	1	H_0:$\mu_{A2}=\mu_{A3}$ H_0:$\mu_{A2}\neq\mu_{A3}$	ვერ უარვყოფთ არ არის მიღებული

A_1 დაუსრულებელი ესკიზია, A_2 – ესკიზი, A_3 – დეტალური ნახატი.

ორი შემთხვევა, როცა საბოლოო შედარების კრიტერიუმი არ არის აუცილებელი

არსებობს ორი მაგალითი, როცა ერთფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზის გამოყენებისას საბოლოო კრიტერიუმი არ არის საჭირო:

პირველი, როცა $F_{რეალური}$ დისპერსიული ანალიზისათვის არამნიშვნელოვანია.

არამნიშვნელოვანი $F_{\text{რეალური}}$ გვიჩვენებს, რომ ანალიზში არ არსებობს მნიშვნელოვანი განსხვავებები საშუალოთა შორის არც ერთი წყვილისათვის. ამიტომ არ არის საჭირო საბოლოო შედარება ამ განსხვავებების დასადგენად;

მეორე, როცა არსებობს დამოუკიდებელი ცვლადის მხოლოდ ორი დონე. თუ $F_{\text{რეალური}}$ არის მნიშვნელოვანი ამ ანალიზისათვის, მაშინ $H_0: \mu_{A1}=\mu_{A2}$ არის უარყოფილია და **ყველა** μ_A **არ არის ერთმანეთის ტოლი** მიღებულია. აშკარაა, რომ ერთადერთი საშუალოები, რომლებიც ერთმანეთისაგან განსხვავდებიან, $\bar{X}_{A1}$ და $\bar{X}_{A2}$-ია, ამრიგად, ამ შემთხვევაში არ არის საჭირო ამ საშუალოების შემდგომი შემოწმება.

ჩარევის ეფექტის სიძლიერის გაზომვა

t კრიტერიუმის ანალოგიურად, დისპერსიული ანალიზი გვიჩვენებს, აქვს თუ არა დამოუკიდებელ ცვლადს გავლენა დამოკიდებულ ცვლადზე ექსპერიმენტში, მაგრამ ის არ გვიჩვენებს გაელენის სიდიდეს. $F_{\text{რეალური}}$ სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი განსხვავებისას გაელენის სიძლიერის საზომად შეიძლება კლავაც იყოს გამოყენებული η^2.

ეტა კვადრატის გამოთვლა დისპერსიული ანალიზისათვის

ცდის პირთა შორის ერთფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზისათვის η^2 შეიძლება მიღებული იყოს ორი ალტერნატიული ფორმულიდან. თუ კვადრატების ჯამების მნიშვნელობები ცნობილია, η^2 მოცემული იქნება შემდეგი სახით:

$$\eta^2 = \frac{SS_A}{SS_{\text{სრული}}}.$$

როცა დისპერსიული ანალიზისათვის $F_{\text{რეალური}}$ და df ცნობილია, η^2 შეიძლება მიღებული იყოს შემდეგი ფორმულიდან:

$$\eta^2 = \frac{(df_A)(F_{\text{რეალური}})}{(df_A)(F_{\text{რეალური}}) + \text{df}_{\text{შეცდომა}}}.$$

η^2 გამოთვლის მაგალითი ცდის პირთა შორის ერთფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზისათვის

η^2 შეიძლება გამოვითვალოთ ნიმუშის სახით მოყვანილი ამოცანისათვის ან SS მნიშვნელობიდან, ან დისპერსიული ანალიზის $F_{\text{რეალური}}$ და df მნიშვნელობებიდან, რომელიც შეჯამებულია ცხრილში №10.5.

η^2 SS მნიშვნელობიდან

$$\eta^2 = \frac{SS_A}{SS_{\text{სრული}}} = \frac{70}{134} = 0.52;$$

η^2 $F_{\text{რეალური}}$ და df მნიშვნელობებიდან

$$\eta^2 = \frac{(df_A)(F_{\text{რეალური}})}{(df_A)(F_{\text{რეალური}}) + \text{df}_{\text{შეცდომა}}} = \frac{(2)(6.56)}{(2)(6.56)+12} = \frac{13.12}{25.12} = 0.52.$$

ეს η^2 გვიჩვენებს, რომ მონაცემთა სრულ დისპერსიაში ხდება 52-პროცენტიანი კლება, როცა დამოუკიდებელი ცვლადის დონეების საშუალოები გამოიყენება ქულათა წინასწარმეტყველებისათვის სრული საშუალოს, როგორც პროგნოზირებული ქულის, მიხედვით. ეს დამოუკიდებელი ცვლადი ახსნის გახსენებული ქულების დისპერსიის დიდ ნაწილს.

$t_{დამოუკიდებელსა}$ და F შორის დამოკიდებულება

$t_{დამოუკიდებელსა}$ და ცდის პირთა შორის ერთფაქტორიან დისპერსიულ ანალიზს მივყავართ იმავე სტატისტიკური გადაწყვეტილებებისაკენ, როცა გასაანალიზებელია ექსპერიმენტული მონაცემები დამოუკიდებელი ცვლადის ორი დონით. თუ უარვყოფთ H_0-ს ორმხრივი შედარებისათვის 0.05 დონეზე, მაშინ უნდა უარვყოთ, აგრეთვე, H_0 დისპერსიული ანალიზისათვის, რომელიც იმავე მონაცემებითაა შესრულებული. ამის მიზეზი ისაა, რომ $t^2=F$ ან $t=\sqrt{F}$ ეს დამოკიდებულება, აგრეთვე, შენარჩუნებულია ცხრილში მოცემული t-სა და F კრიტიკული მნიშვნელობებისათვის, როცა ხდება ორი შერჩევის საშუალოების ანალიზი ერთი და იმავე მნიშვნელოვნობის დონეზე. მაგალითად, α=0.05-ისათვის, $F_{კრიტიკულის}$ 1, 8 df 5.32-ია. $t_{კრიტიკულის}$ მნიშვნელობა 8 df და α=0.05 ორმხრივ კრიტერიუმში არის 2.306 და ის 5.32-ის კვადრატული ფესვის ტოლია. ამრიგად, $(2.306)^2=5.32$ და $t^2=F$. t-სა და F-ს შორის ამ დამოკიდებულების გამო, ორივე კრიტერიუმი შეიძლება იყოს გამოყენებული ორი დამოუკიდებელი შერჩევის საშუალოების შედარებისათვის. კრიტერიუმები უზრუნველყოფენ იდენტურ შედეგებს და არც ერთს არ შეიძლება მივანიჭოთ უპირატესობა. დისპერსიული ანალიზის უპირატესობა მაშინ ჩანს, როცა სამ ან მეტ ექსპერიმენტულ პირობას ვადარებთ ერთმანეთს.

ამოცანა №10-1

ცდის პირთა შორის ერთფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზის გამოყენება ტუკის HSD კრიტერიუმით

ამოცანა

განწყობილებაზე დამოკიდებული მეხსიერების ფენომენი ნიშნავს, რომ გახსენება უმჯობესდება, როცა სუბიექტს მასალის გახსენებისას იგივე განწყობილება აქვს, რაც მისი შესწავლის დროს (Bower, 1981). დავუშვათ, რომ განწყობილებაზე დამოკიდებული მეხსიერების ფენომენის შესწავლისას თქვენ შექმენით ხუთი ეკვივალენტური ჯგუფი, თითოეულში 10-10 ცდის პირით. თითოეულ ჯგუფს თქვენ უმუშავებთ განწყობილებას განსხვავებული ემოციების გამომხატველი დებულებების წაკითხვის საშუალებით, რომლებიც ქმნიან ან მხიარულ, ან სევდიან, ან ნეიტრალურ განწყობილებას. მას შემდეგ, რაც განწყობილება გაჩნდება, ცდის პირები 15 ჩვეულებრივი არსებითი სახელის სიას სწავლობენ. 24 საათის შემდეგ ცდის პირები ბრუნდებიან, თქვენ კვლავ უმუშავებთ განწყობილებას და სთხოვთ გაიხსენონ ადრე ნასწავლი არსებითი სახელების სია. გახსენების ამ სერიაში განწყობილება იგივე ან განსხვავებული უნდა იყოს იმ განწყობილებისაგან, რომლის პირობებშიც ხდებოდა სწავლა. განწყობილება, რომელიც შექმნილი იყო სწავლის დროს და გახსენების დროს 5 ჯგუფისათვის მოცემულია შემდეგ ცხრილში:

	ჯგუფის განწყობილება				
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
სწავლის დროს შექმნილი განწყობილება	მხიარული	სევდიანი	ნეიტრალური	მხიარული	სევდიანი
გახსენების დროს შექმნილი განწყობილება	მხიარული	სევდიანი	ნეიტრალური	სევდიანი	მხიარული

განწყობილებაზე დამოკიდებული მეხსიერების თეორია წინასწარმეტყველებს, რომ ჯგუფები, რომელთაც აქვთ სწავლისა და გახსენების კონგრუენტული მდგომარეობა (ე.ი. ჯგუფები A_1, A_2, A_3), უნდა იხსენებდნენ უფრო მეტ არსებით სახელს, ვიდრე ჯგუფები, რომელთაც ჰქონდათ განსხვავებული განწყობილებები სწავლისა და გახსენების დროს (ე.ი. ჯგუფები A_4 და A_5). დავუშვათ, რომ თქვენ მიერ მიღებული შედეგები – გახსენებული პუნქტების რაოდენობა – ნაჩვენებია ცხრილში №10.11. რომელი ჯგუფის საშუალოები განსხვავდებიან მნიშვნელოვნად ერთმანეთისაგან 0.05 დონეზე?

ამოხსნა

გამოყენებულია ცდის პირთა შორის ერთფაქტორიანი სქემა დამოუკიდებელი ცვლადის, განწყობილების ჯგუფის 5 დონით. მონაცემთა ანალიზში პირველი ნაბიჯი არის მონაცემების ცდის პირთა შორის ერთფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზის ჩატარება. თუ $F_{\text{რეალური}}$ სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია, მაშინ შესაძლებელია გამოვიყენოთ ტუკის ნამდვილად მნიშვნელოვანი სხვაობის კრიტერიუმი იმისათვის, რათა დავადგინოთ სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი წყვილთაშორისი განსხვავებები ექსპერიმენტულ საშუალოებს შორის.

საჭირო სტატისტიკა: $F = MS_A / MS_{\text{შეცდომა}}$

ცხრილი №10.11

სნორად გახსენებული არსებითი სახელების რაოდენობა როგორც განწყობილების ჯგუფის ფუნქცია

	განწყობილების ჯგუფი				
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
	8	14	9	5	6
	12	13	12	9	9
	12	6	7	6	8
	7	9	7	8	8
	10	12	11	4	5
	9	10	6	6	4
	13	8	10	10	5
	8	7	8	3	7
	14	11	13	7	7
	11	9	10	3	3
$\overline{X}_A$	10.4	9.9	9.3	6.1	6.2
s_A	2.37	2.6	2.31	2.42	1.93

დაშვებები:

1. ცდის პირები ნამდვილად შემთხვევითად არიან შერჩეული;
2. გახსენებული ქულები ნორმალურადაა პოპულაციაში განაწილებული;
3. ობიექტების გახსენების დისპერსიები პოპულაციებში ერთმანეთის ტოლია.

სტატისტიკური ჰიპოთეზები:

$$H_0: \mu_{A1}=\mu_{A2}=\mu_{A3}=\mu_{A4}=\mu_{A5}.$$

H_1: ყველა μ_A არ არის ერთმანეთის ტოლი.

მნიშვნელოვნობის დონე: $\alpha=0.05$

df:

$$df_A = a-1=5-1=4$$

$$df_{\text{შეცდომა}} = N-a=50-5=45$$

$$df_{\text{სრული}} = N-1=50-1=49$$

F კრიტიკული მნიშვნელობები: $F_{\text{კრიტიკული}}(4.45)=2.61$. 45 df მნიშვნელობა მრიცხველისათვის არ არის ნარმოდგენილი ცხრილში №a-3a. მაშინ უნდა გამოვიყენოთ df-ის მომდევნო დაბალი მნიშვნელობა – 40, რომელიც მოცემულია ცხრილში $df_{\text{შეცდომისათვის}}$.

უარყოფის არე: $F_{\text{რეალური}}$ მნიშვნელობა ტოლია ან მეტი 2.61-ზე.

გამოთვლა: დისპერსიული ანალიზი შეიძლება გამოითვალოს თავის დამატებაში გამოყენებული გამოთვლითი ფორმულით ან კომპიუტერული პროგრამით. ამ თავის დამატების ფორმულა გამოყენებული იყო დისპერსიული ანალიზის შემაჯამებელი შემდეგი ცხრილის მისაღებად.

წყარო	SS	df	MS	F
განწყობილების ჯგუფი(A)	171.88	4	42.97	7.86*
შეცდომა	245.9	45	5.464	
სულ	417.78	49		

*$p<0.05$

გადაწყვეტილება: რადგან $F_{\text{რეალური}}=7.86$ ხვდება უარყოფის არეში, უნდა უარვყოთ H_0: $\mu_{A1}=\mu_{A2}=\mu_{A3}=\mu_{A4}=\mu_{A5}$ და მივიღოთ H_1: ყველა μ_A არ არის ერთმანეთის ტოლი. H_0-ის უარყოფა გვიჩვენებს, რომ არსებობს სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი ერთი განსხვავება მაინც შერჩევის საშუალოებს შორის. სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი წყვილთაშორისი განსხვავებების დასადგენად უნდა გამოვიყენოთ ტუკის ნამდვილად მნიშვნელოვანი სხვაობის კრიტერიუმი.

ტუკის კრიტერიუმი: რიცხვითი მნიშვნელობები, რომელიც საჭიროა ამ კრიტერიუმისათვის:

- q მიღებულია ცხრილიდან №ა-4. გვაქვს დამოუკიდებელი ცვლადის 5 დონე და დისპერსიული ანალიზის შემაჯამებელ ცხრილში მოცემულია, რომ df $MS_{\text{შეცდომისათვის}}$ ტოლია 45-ის. რადგან ცხრილში №ა-4 არ არის მოცემული 45 df, უნდა გამოვიყენოთ 40 df ცხრილში მოცემული მომდევნო დაბალი df $MS_{\text{შეცდომისათვის.}}$ ამრიგად, q=4.04 მნიშვნელოვნობის 0.05 დონისათვის.
- დისპერსიული ანალიზიდან მიღებული $MS_{\text{შეცდომა}}$ 5.464-ია.
- n_A, ქულების რაოდენობა თითოეული შესადარებელი საშუალოსათვის არის 10.

ჩავსვათ ეს რიცხვითი მნიშვნელობები ფორმულაში:

$$CD = q\sqrt{\frac{MS_{\text{შეცდომა}}}{n_A}} = 4.04\sqrt{\frac{5.464}{10}} = 3\text{სიტყვა}.$$

განსხვავება ორ საშუალოს შორის თავისი აბსოლუტური მნიშვნელობით ტოლია ან მეტი 3 სიტყვაზე სტატისტიკურად სარწმუნო მნიშვნელოვნობის 0.05 დონით. წყვილთაშორისი შედარებები და მათი აბსოლუტური მნიშვნელობები, შემოწმებული სტატისტიკური ჰიპოთეზები და გადაწყვეტილებები, რომელიც მიიღება სტატისტიკური ჰიპოთეზების შესახებ თითოეული შედარებისათვის, მოცემულია ცხრილში №10.12.

შედარებების აბსოლუტური მნიშვნელობები $\bar{X}_{A1}$-სა და $\bar{X}_{A4}$-ს შორის; $\bar{X}_{A1}$-სა და $\bar{X}_{A5}$-ს შორის; $\bar{X}_{A2}$-სა და $\bar{X}_{A4}$-ს შორის, $\bar{X}_{A2}$-სა და $\bar{X}_{A5}$-ს შორის, $\bar{X}_{A3}$-სა და $\bar{X}_{A4}$-ს, $\bar{X}_{A3}$-სა და $\bar{X}_{A5}$-ს შორის აღემატება CD-ს, რომელიც 3 სიტყვის ტოლია. თითოეული განსხვავება სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია. დარჩენილი შედარებების აბსოლუტური მნიშვნელობები $\bar{X}_{A1}$-სა და $\bar{X}_{A2}$-ს შორის, $\bar{X}_{A1}$-სა და $\bar{X}_{A3}$-ს შორის, $\bar{X}_{A2}$-სა და $\bar{X}_{A3}$-ს შორის, $\bar{X}_{A4}$-სა და $\bar{X}_{A5}$-ს შორის კრიტიკულ სხვაობაზე ნაკლებია. ეს შედარებები არამნიშვნელოვანია და შერჩევის საშუალოებს შორის მიღებული განსხვავებები საუკეთესოდ აიხსნება შერჩევის შეცდომით.

ცხრილი №10.12

ტუკის ნამდვილად მნიშვნელოვანი სხვაობის კრიტიკული სხვაობის გამოყენება წყვილთაშორისი შედარებებისათვის განწყობილების 5 ჯგუფისათვის

შედარებები	შედარების აბსოლუტური მნიშვნელობა	სტატისტიკური ჰიპოთეზები	გადაწყვეტილება
$\overline{X}_{A1}$ და $\overline{X}_{A2}$ შორის (10.4-9.9)	0.5	$H_0 \mu_{A1}=\mu_{A2}$ $H_0 \mu_{A1}\neq\mu_{A2}$	ვერ უარვყოფთ არ არის მიღებული
$\overline{X}_{A1}$ და $\overline{X}_{A3}$ შორის (10.4-9.3)	1.1	$H_0 \mu_{A1}=\mu_{A3}$ $H_0 \mu_{A1}\neq\mu_{A3}$	ვერ უარვყოფთ არ არის მიღებული
$\overline{X}_{A1}$ და $\overline{X}_{A4}$ შორის (10.4-6.1)	4.3	$H_0 \mu_{A1}=\mu_{A4}$ $H_0 \mu_{A1}\neq\mu_{A4}$	უარყოფილია მიღებულია
$\overline{X}_{A1}$ და $\overline{X}_{A5}$ შორის(10.4-6.2)	4.2	$H_0 \mu_{A1}=\mu_{A5}$ $H_0 \mu_{A1}\neq\mu_{A5}$	უარყოფილია მიღებულია
$\overline{X}_{A2}$ და $\overline{X}_{A3}$ შორის(9.9-9.3)	0.6	$H_0 \mu_{A2}=\mu_{A3}$ $H_0 \mu_{A2}\neq\mu_{A3}$	ვერ უარვყოფთ არ არის მიღებული
$\overline{X}_{A2}$ და $\overline{X}_{A4}$ შორის (9.9-6.1)	3.8	$H_0 \mu_{A2}=\mu_{A4}$ $H_0 \mu_{A2}\neq\mu_{A4}$	უარყოფილია მიღებულია
$\overline{X}_{A2}$ და $\overline{X}_{A5}$ შორის (9.9-6.2)	3.7	$H_0 \mu_{A2}=\mu_{A5}$ $H_0 \mu_{A2}\neq\mu_{A5}$	უარყოფილია მიღებულია
$\overline{X}_{A3}$ და $\overline{X}_{A4}$ შორის (9.3-6.1)	3.2	$H_0 \mu_{A3}=\mu_{A4}$ $H_0 \mu_{A3}\neq\mu_{A4}$	უარყოფილია მიღებულია
$\overline{X}_{A3}$ და $\overline{X}_{A5}$ შორის(9.3-6.2)	3.1	$H_0 \mu_{A3}=\mu_{A5}$ $H_0 \mu_{A3}\neq\mu_{A5}$	უარყოფილია მიღებულია
$\overline{X}_{A4}$ და $\overline{X}_{A5}$ შორის (6.1-6.2)	0.1	$H_0 \mu_{A4}=\mu_{A5}$ $H_0 \mu_{A4}\neq\mu_{A5}$	ვერ უარვყოფთ არ არის მიღებული

A_1= მხიარული / მხიარული ჯგუფი, $A A_2$= სევდიანი/სევდიანი ჯგუფი , A_3=ნეიტრალური / ნეიტრალური ჯგუფი, A_4 =მხიარული/ სევდიანი ჯგუფი, და A_5 =სევდიანი/ მხიარული ჯგუფი.

ეფექტის ძალა: η^2=171.88/417.78=0.41.

დასკვნა: ტუკის კრიტერიუმს მივყავართ დასკვნამდე, რომ განწყობილების ჯგუფები, რომლებსაც ჰქონდათ დასწავლისა და გახსენების კონგრუენტული პირობები (ე.ი. მხიარული / მხიარული ჯგუფი, $A A_2$= სევდიანი/სევდიანი ჯგუფი, A_3 =ნეიტრალური / ნეიტრალური ჯგუფი) გახსენების მხრივ ერთმანეთისაგან მნიშვნელოვნად არ განსხვავდებიან, თუმცა თითოეულ ამ ჯგუფში ცდის პირები გაცილებით მეტ სიტყვას იხსენებენ, ვიდრე რომელიმე არაკონგრუენტული განწყობილების ჯგუფში (მხიარული/სევდიანი, და სევდიანი/ მხიარული ჯგუფები). გარდა ამისა, მხიარული/ სევდიანი და სევდიანი/მხიარული ჯგუფები ერთმანეთისაგან მნიშვნელოვნად არ განსხვავდებოდნენ. შესაბამისად, დადგენილი კაეშირი პოპულაციის საშუალოებს შორის არის

$$H_0: \mu_{A1}=\mu_{A2}=\mu_{A3} > (\mu_{A4}==\mu_{A5}).$$

η^2 გვიჩვენებს, რომ განწყობილების ჯგუფის ცოდნა წინასწარმეტყველების სრულ დისპერსიას 41 პროცენტით ამცირებს.

მაგალითი №10-2

ცდის პირთა შორის ერთფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზის გამოყენება: არამნიშვნელოვანი $F_{\text{რეალური}}$

ამოცანა

მოქმედებს თუ არა ალკოჰოლის მიღება პიროვნების გახსნილობის ხარისხზე სოციალური გავლენის ეფექტების მიმართ? გუსტაფსონმა (Gustafson, 1987) ივარაუდა, რომ მოქმედებს. ამ ჰიპოთეზის შესამოწმებლად, მან ცდის პირებს შესაფასებლად მისცა სხვადასხვა სიგრძის მონაკვეთები, რომელთა სიგრძე იცვლებოდა 5-დან 100 სანტიმეტრამდე. ცდის პირებს წერილობით ატყობინებდნენ თავიანთ შედეგებს და სთხოვდნენ მეორედ შეეფასებინათ იმავე მონაკვეთის სიგრძეები. თითოეული ცდის პირი აფასებდა 75 მონაკვეთის სიგრძეს. 75-დან 60 შეფასების შემთხვევაში მათ უწერდნენ, რომ პირველი შეფასება არ იყო სწორი. ითვლებოდა იმ შესწორებათა რაოდენობა, რომელსაც თითოეული ცდის პირი აკეთებდა, როცა მეორეჯერ აფასებდა მონაკვეთებს. ექსპერიმენტში ცდის პირთა სამი ჯგუფი იყო გამოყენებული. საკონტროლო ჯგუფს ასმევდნენ ფორთოხლის წვენს ექსპერიმენტის დაწყებიდან 15 წუთით ადრე. მეორე ჯგუფი იყო პლაცებო საკონტროლო ჯგუფი, რომელიც ელოდებოდა, რომ ალკოჰოლს მიიღებდა. ამ ჯგუფის ცდის პირებს, აგრეთვე, ანდებდნენ ფორთოხლის წვენს სიგრძეთა შეფასებამდე, მაგრამ მათ არწმუნებდნენ, რომ სასმელი შეიცავს ალკოჰოლს. მესამე ჯგუფის ცდის პირებს მიეწოდათ დავალების დაწყებამდე 15 წუთით ადრე ფორთოხლის წვენში გახსნილი 0.8 მილილიტრი ალკოჰოლი სხეულის ერთ კილოგრამ წონაზე. გუსტაფსონმა ივარაუდა, რომ ცდის პირები ალკოჰოლისა და პლაცებო ჯგუფებში უფრო ადვილად დაექვემდებარებიან წერილობით მინოდებულ უკუკავშირს და ამიტომ თავიანთ მეორე შეფასებებს უფრო ხშირად შეცვლიან, ვიდრე საკონტროლო ჯგუფის ცდის პირები. დაეუშვათ, შეფასებების რაოდენობა იცვლება ჯგუფის თითოეული 13 ცდის პირისათვის, რომელთა მონაცემები მოცემულია ცხრილში №10.13. ცვლის თუ არა ალკოჰოლი შეფასებების რაოდენობას?

ამოხსნა: გამოყენებულია ცდის პირთა შორის ერთფაქტორიანი სქემა დამოუკიდებელი ცვლადის სამი დონით, ჩარევის ჯგუფით. ცდის პირთა შორის ერთფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზი ამ მონაცემების დამუშავების შესატყვისი სტატისტიკური კრიტერიუმია. გამოვიყენოთ 0.05 მნიშვნელოვნობის დონე.

საჭირო სტატისტიკა: $F = MS_A / MS_{\text{შეცდომა}}$

დაშვებები:

1. ცდის პირები ნამდვილად შემთხვევითად არიან შერჩეულები;
2. მონაკვეთის სიგრძეთა შეფასებებში დაშვებული ცვლილებები ნორმალურად არის პოპულაციაში განაწილებული;
3. მონაკვეთის სიგრძეთა შეფასებებში დაშვებული ცვლილებების დისპერსიები ტოლია შერჩეულ პოპულაციებში.

სტატისტიკური ჰიპოთეზები:

H_0: $\mu_{A1} = \mu_{A2} = \mu_{A3}$.

H_1: ყველა μ_A არ არის ერთმანეთის ტოლი.

მნიშვნელოვნობის დონე: $\alpha = 0.05$.

df:

$df_A = a - 1 = 3 - 1 = 2$

$df_{\text{შეცდომა}} = N - a = 39 - 3 = 36$

$df_{\text{სრული}} = N - 1 = 39 - 1 = 38$

F-ის კრიტიკული მნიშვნელობები: $F_{\text{კრიტიკული}}(2.36) = 3.32$. $F_{\text{კრიტიკულის}}$ მნიშვნელობა 2, 36 df-სათვის არ არის წარმოდგენილი ცხრილში №а-3а. მაშინ უნდა გამოვიყენოთ F

კრიტიკული 2 30 df-ისათვის.

უარყოფის არე: $F_{\text{რეალური}}$ მნიშვნელობა ტოლია ან მეტია 3.32-ის.

გამოთვლა: დისპერსიული ანალიზი შეიძლება გამოთვლილი იყოს იმ გამოთვლითი ფორმულის გამოყენებით, რომელიც მოცემულია თავის დამატებაში. ამ ანალიზის შეჯამება შემდეგი სახითაა მოცემული:

წყარო	SS	df	MS	F
განწყობილების ჯგუფი(A)	389.898	2	194.949	2.24
შეცდომა	3137.846	36	87.162	
სულ	3527.744	38		

გადაწყვეტილება: $F_{\text{რეალური}}$=2.24 $F_{\text{კრიტიკული}}$=3.32-ზე ნაკლებია და არ ხვდება უარყოფის არეში; ამრიგად, H_0-ს ვერ უარვყოფთ და H_1 მიღებული არ იქნება.

ცხრილი №10.13

შეცვლილი შეფასებების რაოდენობა როგორც ჩარევის ჯგუფის ფუნქცია

	ჩარევის ჯგუფი(A)		
	საკონტროლო (A_1)	პლაცებო (A_2)	ალკოჰოლი (A_3)
	18	17	31
	2	19	27
	11	26	16
	3	4	24
	26	18	41
	18	23	17
	9	31	12
	54	35	32
	17	11	16
	21	8	19
	14	29	35
	19	25	26
	33	38	17
$\overline{X}_A$	16.54	21.85	24.08
s_A	8.83	10.29	8.81

დასკვნა: რეალური განსხვავებები საშუალოებს შორის არამნიშვნელოვანია; შერჩევის საშუალოები 16.5, 21.8 და 24.1 მიეკუთვნება ერთი და იმავე პოპულაციის შერჩევებს. არ არსებობს დამოუკიდებელი ცვლადის გაელენის მტკიცების საფუძველი. ცდის პირები, რომელთაც მიაწოდეს ალკოჰოლური სასმელი, მონაკვეთების სიგრძის თავიანთ შეფასებებს არ ცვლიან უფრო ხშირად, ვიდრე ცდის პირები, რომელთაც მიაწოდეს პლაცებო და ფორთოხლის წვენი. მიღებული განსხვავება შერჩევის საშუალოებს შორის გამოწვეულია მხოლოდ შერჩევის შეცდომით. ვინაიდან $F_{\text{რეალური}}$ იყო არამნიშვნელოვანი, არ არის მრავალჯერადი შედარების კრიტერიუმების ან კავშირის სიძლიერის გაზომვის საჭიროება.

ამ მაგალითის შედეგები გვიჩვენებს სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმების აუცილებლობას, რათა განისაზღვროს, განსხვავდება თუ არა ჯგუფების საშუალოები უფრო მეტად, ვიდრე მხოლოდ შემთხვევითობის გამო იქნებოდა. მხოლოდ დათვალიერებით ჩანს, რომ საშუალოები მნიშვნელოვნად განსხვავდებიან ერთმანეთისაგან. მაგრამ ჯგუფებში ქულათა შორის განსხვავებაც დიდია, რაც იწვევს შეცდომის ცვალებადობის მნიშვნელოვნად გაზრდას. ეს გამოიხატება სტანდარტული გადახრების შედარებით დიდ მნიშვნელობებში. როცა შეცდომის

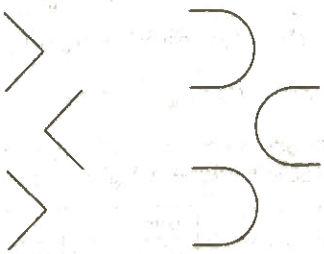
ცვალებადობის მნიშვნელობა დიდია, მაშინ ჩვენ შეიძლება ველოდეთ დიდ განსხვავებას ჯგუფის საშუალოებს შორის, რაც განპირობებული იქნება უბრალოდ შერჩევის შეცდომით, როგორც ზემოთ განხილულ მაგალითში.

ამოცანა №10-3

ცდის პირთა შორის ერთფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზი დამოუკიდებელი ცვლადის ორი დონით

ამოცანა

განვიხილოთ მე-9 თავის მე-4 კითხვა, რომელშიც გავეცანით მორინაგას გადახრილობის ილუზიას. ის ნაჩვენებია (ა) სვეტში სურათზე №10.3. როგორც ნაჩვენები იყო მე-4 კითხვაში, ფიგურა წარმოადგენს ილუზიას, რადგან მისი კუთხეების წვეროები ერთ ვერტიკალურ ხაზზე განლაგებულად არ აღიქმება. შენარჩუნდება თუ არა ილუზია, თუ ფიგურა რკალური იქნება, ისე როგორც ნაჩვენებია სურათზე №10.3(ბ)? ამ კითხვაზე პასუხის გასაცემად, დავუშვათ, რომ ფსიქოლოგებმა შექმნეს ორი ეკვივალენტური ჯგუფი - თითოეულში 10 ცდის პირი. ცდის პირებს A_1 ჯგუფიდან უჩვენებდნენ კუთხეებიან ფიგურებს და A_2 ჯგუფიდან – ნახევარრკალოვან ფიგურებს, როგორც ნაჩვენებია სურათზე №10.3. დამოკიდებულ ცვლადს წარმოადგენდა სტიმულების აღქმის დროს დაშვებული შეცდომები. ის გაზომეს ორივე ჯგუფისათვის და დავუშვათ, მიიღეს ცხრილში №10.14 მოცემული შეცდომის ქულები. დამოკიდებულია თუ არა აღქმული შეცდომის სიდიდე ფიგურის ტიპზე?



სურათი №10.3
მორინაგას გადახრილობის ილუზია:
(ა) ფიგურა უჩვენეს A_1 ჯგუფს;
(ბ) ფიგურა უჩვენეს A_2 ჯგუფს.

ცხრილი №10.14
პერცეპტული შეცდომა (მილიმეტრებში) როგორც აღქმული ფიგურის ფუნქცია

ფიგურის ტიპი (A)	
კუთხოვანი	წრიული
2	1.6
1.8	1.7
2	1.8
2.1	1.6
2.2	1.5
1.8	1.8
1.9	1.7
1.8	1.8
1.9	1.7
1.7	1.6
1.92	1.68
0.15	0.10

$\overline{X}_A$
s_A

ამოხსნა: იმის საპოვნელად, მნიშვნელოვნად განსხვავდებიან თუ არა საშუალოები, ჩვენ გამოვიყენებთ ცდის პირთა შორის ერთფაქტორიან დისპერსიულ ანალიზს (რადგან მხოლოდ ორი ჯგუფი მონაწილეობდა, $t_{\text{დამოუკიდებელი}}$ აგრეთვე, შესატყვისი სტატისტიკური კრიტერიუმია). გამოვიყენოთ 0.05 მნიშვნელოვნობის დონე.

საჭირო სტატისტიკა: $F= MS_A / MS_{\text{შეცდომა}}$

დაშვებები:

1. ცდის პირები ნამდვილად შემთხვევითად არიან შერჩეულები;
2. ილუზიის აღქმისას დაშვებული შეცდომები ნორმალურად არის პოპულაციაში განაწილებული;
3. შერჩეულ პოპულაციებში აღქმის შეცდომების ქულების დისპერსიები ტოლია.

სტატისტიკური ჰიპოთეზები:

$H_0: \mu_{A1}=\mu_{A2}$

H_1: ყველა μ_A არ არის ერთმანეთის ტოლი.

მნიშვნელოვნობის დონე: $\alpha=0.05$

df:

$df_A=a-1=2-1=1$

$df_{\text{შეცდომა}}= N-a=20-2=18$

$df_{\text{სრული}}= N-1=20-1=19$

F-ის კრიტიკული მნიშვნელობები: $F_{\text{კრიტიკული}}(1.18)=4.41$.

უარყოფის არე: $F_{\text{რეალური}}$ მნიშვნელობა ტოლია ან მეტია 4.41-ზე

გამოთვლა: გამოიყენეთ გამოთვლითი ფორმულა, რომელიც მოცემულია ამ თავის დამატებაში. ანალიზი შეჯამებული სახით მოცემულია:

წყარო	SS	df	MS	F
განწყობილების ჯგუფი(A)	0.288	1	0.288	16.62
შეცდომა	0.312	18	0.01733	
სრული	0.6	19		

გადაწყვეტილება: $F_{\text{რეალური}}$ ხვდება უარყოფის არეში; ამრიგად, H_0 უნდა უარვყოთ და H_1 მივიღოთ.

ეფექტის ძალა: $\eta^2=0.288/0.6=0.48$

დასკვნა: საშუალოები 1.92მმ და 1.68 მმ მნიშვნელოვნად განსხვავდებიან ერთმანეთისაგან 0.05 მნიშვნელოვნობის დონეზე. 1.92 მმ-ის ტოლი საშუალო მნიშვნელოვნად აღემატება საშუალოს, რომელიც ტოლია 1.68 მმ-ის. რადგან ორი ჯგუფი იყო ეკვივალენტური, სანამ დამოუკიდებელი ცვლადი შემოვიდოდა და დამატებითი ცვლადებიც იყო გაკონტროლებული, ჯგუფებს შორის რეალურად მიღებული განსხვავება მიენერებოდა დამოუკიდებელი ცვლადის გავლენას. ცდის პირები უფრო დიდ ილუზიას ხედავენ კუთხოვანი სტიმულების აღქმისას, ვიდრე წრიული სტიმულების აღქმისას. ტუკის ნამდვილად მნიშვნელოვანი სხვაობის კრიტერიუმი არ არის საჭირო, რადგან საშუალოს მხოლოდ ორი მნიშვნელობაა შედარებული. $\eta^2=0.48$ გვიჩვენებს დამოუკიდებელი ცვლადის დიდ გავლენას, რაც ხსნის დამოკიდებული ცვლადის დისპერსიის 48%-ს. თუ $t_{\text{დამოუკიდებელს}}$ გამოვიყენებთ დისპერსიული ანალიზის ნაცვლად, $t_{\text{რეალური}}(18)=4.077$. $t_{\text{დამოუკიდებელის}}$ ეს მნიშვნელობა $F_{\text{რეალურიდან}}$ კვადრატული ფესვის ტოლია (1.18)=16.62. ეს **t** სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია 0.05 დონეზე და იმავე დასკვნამდე მივყავართ, რასაც დისპერსიულ ანალიზს. ეს შედეგი, აგრეთვე, გვიჩვენებს სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმების მნიშვნელობას მონაცემთა ანალიზისას. ერთი შეხედვით, ჯგუფის საშუალოები

ერთმანეთისაგან მნიშვნელოვნად არ განსხვავდება, მაგრამ ყურადღება მიაქციეთ იმას, რომ ჯგუფის შიგნით ცდის პირებს შორის ცვალებადობაც შედარებით მცირეა. ჯგუფშიდა შეცდომის მცირე ცვალებადობისას, ჯგუფებს შორის მცირე განსხვავებაც კი შეიძლება სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი იყოს.

დისპერსიული ანალიზის შედეგების პრეზენტაცია

ამერიკის ფსიქოლოგიური ასოციაციის პუბლიკაციების სახელმძღვანელოს (1994) სტილი მოითხოვს დისპერსიული ანალიზის შედეგების პრეზენტაციისას მოცემული იყოს ჯგუფების საშუალოები, სტანდარტული გადახრები, არჩეული ალფას მნიშვნელობა, **F**-ის რეალურად მიღებული მნიშვნელობა და მისი თავისუფლების ხარისხი, $MS_{\text{შეცდომა}}$ და რეალურად მიღებული **F**-ის ალბათობა, თუ H_0 ჭეშმარიტია. ქვემოთ მოცემულია შედეგების პრეზენტაციის ეს სტილი ერთ-ერთ მაგალითზე, რომელიც ეხებოდა ნახატის ტიპის გაელენას გახსენებული დეტალების რაოდენობაზე. დისპერსიული ანალიზი ამ ამოცანისათვის წარმოდგენილია ცხრილში №10.5. თუმცა, ჩვენ ვიყენებთ შემაჯამებელ ცხრილს დისპერსიული ანალიზისათვის, ასეთი ცხრილი არ შეიძლება მოთავსებული იყოს ჟურნალის სტატიაში ბეჭდვის მაღალი ფასის გამო. თუ შემაჯამებელი ცხრილი არ არის მოცემული, დისპერსიული ანალიზი ტექსტში შეჯამებულია ისე, როგორც ქვემოთ არის ნაჩვენები.

> სწორად გახსენებული დეტალების საშუალო რაოდენობა იყო 17 დაუსრულებელი ესკიზისათვის(SD=2.74), 13 – ესკიზისათვის(SD=2.24) და 12 – დეტალური ნახატისათვის(SD=1.87). ალფა ტოლია 0.05-სას ცდის პირთა შორის ერთფაქტორიანმა დისპერსიულმა ანალიზმა გვიჩვენა, ნახატის ტიპის მნიშვნელოვანი გავლენა: **F**(2.12)=6.56, MSE=5.333, p<0.05. საბოლოო შედარებამ ტუკის ნამდვილად მნიშვნელოვანი სხვაობის კრიტერიუმის გამოყენებით(CD=3.9, α=0.05) გვიჩვენა, რომ მნიშვნელოვნად მეტი იყო გახსენებული ობიექტების რაოდენობა დაუსრულებელ ნახატში, ვიდრე ესკიზში ან დეტალურ ნახატში, მაგრამ არ არსებობდა მნიშვნელოვანი განსხვავება გახსენებული ობიექტების რაოდენობის თვალსაზრისით ესკიზსა და დეტალურ ნახატში. ეტა კვადრატი ამ ქულებისათვის 0.52 იყო.

ამ შედეგების პრეზენტაციისას:

α=0.05 გვიჩვენებს ამ კრიტერიუმისათვის არჩეულ მნიშვნელოვნობის დონეს.

F(2, 12) განსაზღვრავს ტესტის სტატისტიკას როგორც F-ს. ამიტომ მონაცემთა ანალიზისათვის გამოყენებულია დისპერსიული ანალიზი. ეს F არის $F_{\text{რეალური}}$, თუმცა ინდექსი (ქვეშმინაწერი) „რეალური" შეიძლება არ ახლდეს. $F_{\text{რეალური}}$ df მრიცხველისა (ე.ი. 2) და მნიშვნელისათვის (ე.ი. 12) ნაჩვენებია ფრჩხილებში. ამ df-იდან თქვენ შეგიძლიათ განსაზღვროთ ექსპერიმენტში მონაწილე ჯგუფებისა და ცდის პირების რაოდენობა შემდეგნაირად: df მრიცხველისათვის ტოლია a-1-ის. ამ მოხსნებაში df_A=2, ამრიგად, a=3. df მნიშვნელისათვის ტოლია df $_{\text{შეცდომისა}}$, რომელიც ტოლია N-a. ამ მაგალითში $df_{\text{შეცდომა}}$= 12 და a=3; ამიტომ 12=N-3 და ცდის პირების სრული რაოდენობა ექსპერიმენტში ტოლია 15-ის.

=6.56 გვაძლევს $F_{\text{რეალური}}$ მნიშვნელობას (არა $F_{\text{კრიტიკული}}$, რომელსაც ვპოულობთ ცხრილში №a-3). თუ $F_{\text{რეალური}}$ მეტია 1-ზე, ეს შეიძლება წარმოდგენილი იყოს მარტივად, როგორც F>1.

p<0.05 გვიჩვენებს შემდეგს:

ა) $F_{\text{რეალური}}$ ალბათობა H_0 ჭეშმარიტების პირობებში არის ნაკლები ან ტოლი 0.05. ეს მნიშვნელობა არის $F_{\text{რეალური}}$ ალბათობა ან უფრო ექსტრემალური $F_{\text{რეალური}}$ მნიშვნელობის ალბათობა, როცა H_0 არის ჭეშმარიტი;

ბ) H_0: $\mu_{A1}=\mu_{A2}=\mu_{A3}$ უარყოფილია.
H_1: ყველა μ_A არ არის ერთმანეთის ტოლი მიღებულია;

გ) სულ ცოტა, ერთი განსხვავება მაინც არსებობს ჯგუფების

საშუალოებს შორის, რომელიც სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია.

დ) საშუალოთა შორის რეალურად მიღებული განსხვავება განპირობებულია არა შერჩევის შეცდომით, არამედ სხვა მიზეზით.

ე) თუ $p>0.05$ იქნება შედეგებში წარმოდგენილი, მაშინ მეტობის ნიშანი აღნიშნავს იმას, რომ H_0 არ არის უარყოფილი და ორი შერჩევის საშუალო ერთმანეთისაგან მნიშვნელოვნად არ განსხვავდება მნიშვნელოვნობის 0.05 დონეზე. ამ შემთხვევაში დავასკვნით, რომ ნახატის ტიპი არ ახდენს გავლენას გახსენებული დეტალების რაოდენობაზე.

MSE=5.333 გვაძლევს $MS_{შეცდომის}$ მნიშვნელობას $F_{რეალურისათვის}$. ეს მნიშვნელობა არის მონაცემებში ჯგუფშიდა შეცდომის ცვალებადობის საზომი.

CD=3.9 გვაძლევს კრიტიკულ განსხვავებას წყვილთაშორის შედარებებში ტუკის ნამდვილად მნიშვნელოვანი სხვაობის კრიტერიუმის გამოყენებით. ამ შემთხვევაში სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი წყვილთაშორისი შედარებებია აღწერილი.

ეტა კვადრატი =0.52 η^2 მნიშვნელობა გვიჩვენებს, რომ ამ ექსპერიმენტში გახსენებული მასალის ქულების დისპერსიის 52 პროცენტი აიხსნება ნახატის ტიპით. ზოგჯერ გამოიყენება კავშირის სიძლიერის საზომი, ω^2 (რომეგა კვადრატი). ω^2-ის მნიშვნელობა იქნება ოდნავ მცირე, ვიდრე η^2.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა X-3

1. პარაგრაფში *შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა IX-3*, პირველი ამოცანის მე-9 კითხვა იყო ექსპერიმენტი, რომელიც ზომავდა მოლოდინის გავლენას დროის შუალედის შეფასებაზე. გაიხსენეთ, რომ საკონტროლო ჯგუფის ცდის პირებს არ მოუწიათ ლოდინი ექსპერიმენტის დაწყებამდე, მაშინ როცა ექსპერიმენტული ჯგუფის ცდის პირებს უთხრეს, რომ ექსპერიმენტატორის ასისტენტი დაიგვიანებდა. მიუხედავად ამისა, შუალედი ორივე ჯგუფისათვის 5 წუთი იყო. მას შემდეგ, რაც იწყებოდა ექსპერიმენტი, ცდის პირებს სთხოვდნენ შეეფასებინათ დროის შუალედის ხანგრძლივობა. დავუშვათ, თქვენ გაიმეორეთ ეს ექსპერიმენტი 22 ცდის პირზე და მიიღეთ 5-წუთიანი შუალედის შემდეგი შეფასებები (წუთებში):

ჯგუფი	
საკონტროლო	ექსპერიმენტული
6	8
7	9
9	11
7	10
6	9
8	8
5	7
9	6
6	10
8	10
7	9

იპოვეთ საშუალო და სტანდარტული გადახრა თითოეული ჯგუფისათვის, შემდეგ გამოითვალეთ დისპერსიული ანალიზი და უპასუხეთ შემდეგ კითხვებს:

ა. ჩამოაყალიბეთ სტატისტიკური ჰიპოთეზები **F** კრიტერიუმისათვის ამ მონაცემებზე დაყრდნობით.

ბ. რისი ტოლია $F_{რეალური}$ მნიშვნელობა?

გ. რისი ტოლია $df\ F_{რეალურისათვის}$?

დ. რისი ტოლია $F_{\text{კრიტიკული}}$ 0.05 დონეზე?
ე. რისი ტოლია უარყოფის არე $F_{\text{რაციონალური}}$?
ვ. ხვდება თუ არა $F_{\text{რაციონ.}}$ უარყოფის არეში?
ზ. რა გადაწყვეტილებებს მიიღებთ სტატისტიკური ჰიპოთეზების შესახებ? უარყოფთ თუ ვერ უარყოფთ H_0-ს? მიიღებთ თუ არ მიიღებთ H_1-ს?
თ. ჯგუფის საშუალოები ერთი და იმავე თუ განსხვავებული პოპულაციებიდანაა?
ი. არის თუ არა საშუალოთა შორის განსხვავება სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი?
კ. განსხვავდებიან თუ არა ჯგუფები იმ დროის შეფასებების მიხედვით, რომელსაც ისინი ლოდინში ატარებდნენ? თუ განსხვავდებიან, რა მიმართულებით განსხვავდებიან?
ლ. საჭიროა თუ არა მრავალჯერადი შედარების კრიტერიუმები ამ ექსპერიმენტში? ახსენით თქვენი პასუხი.
მ. რისი ტოლია η^2 ამ ექსპერიმენტში?
ნ. ამ ექსპერიმენტში რამდენად კარგად ხსნის დამოუკიდებელი ცვლადი დისპერსიას?

2. სადეჰმა, რავივმა და გრუბერმა (Sadeh, Raviv, Gruber, 2000) იკვლიეს ძილის თავისებურებები მე-2, მე-4 და მე-6-კლასელ ბავშვებში. დავუშვათ, რომ თქვენც იკვლიეთ ეს საკითხი მეორე, მეოთხე და მეექვსეკლასელი გოგონების ჯგუფებისათვის. თითოეულ ჯგუფში იყო 14 მაეშვი. ძილის პერიოდი განისაზღვრებოდა, როგორც დროის რაოდენობა დაძინებიდან დილით გაღვიძებამდე. თქვენ აღმოაჩინეთ ძილის შემდეგი პერიოდები წუთებში:

კლასი		
მე-2	მე-4	მე-6
580	497	525
525	515	506
562	543	475
590	478	493
575	567	537
603	532	532
594	517	480
521	510	501
536	534	472
612	556	463
514	511	521
544	523	517
573	572	477
592	574	515

იპოვეთ თითოეული ჯგუფისათვის საშუალო და სტანდარტული გადახრა, შემდეგ გამოითვალეთ დისპერსიული ანალიზი ამ ქულების გამოყენებით და უპასუხეთ შემდეგ კითხვებს:

ა. ჩამოაყალიბეთ სტატისტიკური ჰიპოთეზები **F** კრიტერიუმისათვის ამ მონაცემებზე დაყრდნობით.
ბ. რისი ტოლია $F_{\text{რაციონ.}}$ მნიშვნელობა?
გ. რისი ტოლია df $F_{\text{რაციონალური}}$?
დ. რისი ტოლია $F_{\text{კრიტიკული}}$ 0.05 დონეზე?
ე. რისი ტოლია უარყოფის არე $F_{\text{რაციონალური}}$?
ვ. ხვდება თუ არა $F_{\text{რაციონ.}}$ უარყოფის არეში?
ზ. რა გადაწყვეტილებებს მიიღებთ სტატისტიკური ჰიპოთეზების შესახებ? უარყოფთ თუ ვერ უარყოფთ H_0-ს? მიიღებთ თუ არ მიიღებთ H_1-ს?
თ. რა შეგიძლია დაასკვნათ ამ ქულების საფუძველზე სრული დისპერსიული ანალიზიდან?
ი. საჭიროა თუ არა მრავალჯერადი შედარების კრიტერიუმები ამ ექსპერიმენტში? დაასაბუთეთ თქვენი პასუხი.

კ. რისი ტოლია ტუკის CD მნიშვნელობა?
ლ. რომელი წყვილთაშორის განსხვავება არის სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი?
მ. აღწერეთ, როგორ განსხვავდებიან ჯგუფები ძილის პერიოდში?
ნ. რისი ტოლია η^2 ამ ექსპერიმენტში?
ო. ამ ექსპერიმენტში რამდენად კარგად ხსნის დამოუკიდებელი ცვლადი დისპერსიას?

3. შემდეგი საავარჯიშოები წარმოადგენს ცდის პირთა შორის ერთფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზის შედეგების პრეზენტაციის ნიმუშს. უპასუხეთ შემდეგ შეკითხვებს თითოეული ანგარიშისათვის.

ა. დამოუკიდებელი ცელადის რამდენი დონე იყო გამოყენებული ამ ექსპერიმენტში?
ბ. რამდენი ცდის პირი მონაწილეობდა ამ ექსპერიმენტში?
გ. რისი ტოლია $F_{\text{ფაქტორის}}$ მნიშვნელობა?
დ. რისი ტოლია $F_{\text{კრიტიკულის}}$ მნიშვნელობა მნიშვნელოვნობის 0.05 დონეზე?
ე. უარყოფთ თუ ვერ უარყოფთ H_0-ს?
ვ. მიიღებთ თუ არ მიიღებთ H_1-ს?
ზ. არსებობს თუ არა, სულ ცოტა, ერთი სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი განსხვავება საშუალოთა შორის?
თ. თუ არსებობს, რომელი საშუალოები განსხვავდებიან მნიშვნელოვნად ერთმანეთისაგან?

3.1. ნაცნობი ლექსის მოსმენისას შემჩნეული ინტონაციების საშუალო რაოდენობა არის 79.9, ხოლო უცნობი ლექსის მოსმენისას შემჩნეულისა – 73. ალფა ტოლია 0.05-სათვის ცდისპირთა შორის ერთფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზი გვიჩვენებს, რომ საშუალოები მნიშვნელოვნად განსხვავდებიან ერთმანეთისაგან, $F(1.6)=14.15$, $MSE=5.74$, $p<0.01$

3.2. როცა ალფა 0.05-ის ტოლია, არ არის აღმოჩენილი განსხვავება გახსენებული სიტყვების, როგორც მეხსიერებაში შენახვის ინტერვალის ფუნქციის რაოდენობაში, $F(3,36)=1.13$ $MSE=14.342$, $p>0.05$.

3.3 ბეჭდვის შეცდომების საშუალო რაოდენობა 18.5 იყო იმ ჯგუფისათვის, რომელიც უსმენდა კლასიკურ მუსიკას, 29.9 – რომელიც უსმენდა მძიმე როკს და 17.5 – რომელიც საერთოდ არ უსმენდა მუსიკას – საკონტროლო ჯგუფისათვის. ალფა ტოლია 0.05-ისა ცდის პირთა შორის ერთფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზი გვიჩვენებს მუსიკის ტიპის მნიშვნელოვან გავლენას, $F(2.36)=33.94$, $MSE=18.261$, $p<0.001$. საბოლოო შედარებები ტუკის ნამდვილად მნიშვნელოვანი სხვაობის კრიტერიუმის გამოყენებით გვიჩვენებს მნიშვნელოვნად უფრო მეტ ბეჭდვით შეცდომებს მძიმე როკის მუსიკის პირობებში, ვიდრე მუსიკის გარეშე ბეჭდვის ან კლასიკური მუსიკის მოსმენის შემთხვევაში. მუსიკის გარეშე ბეჭდვისა და კლასიკური მუსიკის მოსმენის პირობები ერთმანეთისაგან მნიშვნელოვნად არ განსხვავდება.

შეჯამება

- ერთფაქტორიანი მრავალდონიანი სქემა არის ექსპერიმენტი ერთი დამოუკიდებელი ცვლადით და ამ დამოუკიდებელი ცვლადის სამი ან მეტი დონით.
- ცდის პირთა შორის ერთფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზი გამოყენებულია ერთი ფაქტორის მრავალდონიანი სქემის მონაცემთა გასაანალიზებლად.
- **F** სტატისტიკა მოცემულია $F= MS_A / MS_{\text{შეცდომის}}$ სახით.
- MS არის დისპერსია და ის ნაპოვნია – SS/df.
- MS_A იცვლება დამოუკიდებელი ცვლადისა და შერჩევის შეცდომის გავლენით.
- $MS_{\text{შეცდომა}}$ იცვლება ჯგუფშიდა შეცდომის ცვალებადობით.
- თუ დამოკიდებელ ცვლადს არა აქვს გავლენა, მაშინ MS_A და $MS_{\text{შეცდომა}}$ აფასებს მხოლოდ შეცდომის ცვალებადობას მონაცემებში, და **F** უნდა იყოს დაახლოებით 1-ის ტოლი.
- როცა დამოუკიდებელ ცვლადს აქვს გავლენა, მაშინ MS_A მნიშვნელობა

იზრდება, მაგრამ $MS_{შეცდომის}$ მნიშვნელობაზე ეს არ ახდენს გავლენას. F-ის მნიშვნელობა ხდება 1-ზე მეტი.

- F სტატისტიკის გამოყენებას სტატისტიკურ კრიტერიუმში მოჰყვება სტატისტიკური ჰიპოთეზების ფორმულირების ჩვეულებრივი ნაბიჯები, მნიშვნელოვნობის დონის დადგენა, უარყოფის არეების განსაზღვრა, $F_{რეალური}$ გამოთვლა და გადაწყვეტილებები, რომლებიც სტატისტიკურ ჰიპოთეზებს ეხება.
- სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი $F_{რეალური}$ როცა დამოუკიდებელი ცვლადის სამი ან მეტი დონის მანიპულირება ხდება, მოითხოვს მრავალჯერადი შედარების კრიტერიუმს, რათა დისპერსიული ანალიზი გაგრძელდეს.
- სრული დისპერსიული ანალიზისათვის $F_{რეალურის}$ სტატისტიკური მნიშვნელოვნობის დადასტურების შემდეგ მრავალჯერადი შედარების კრიტერიუმები გამოიყენება იმის დასადგენად, თუ რომელი საშუალოები განსხვავდებიან მნიშვნელოვნად ერთმანეთისაგან ერთფაქტორიან მრავალდონიან სქემაში.
- ტუკის კრიტერიუმი გამოიყენება საშუალოთა სიმრავლის ყველა შესაძლო წყვილთა შედარებისათვის საბოლოო შედარებებში. ტუკის კრიტერიუმი პირველი გვარის შეცდომის დაშვების ალბათობას ინარჩუნებს α-ს ტოლად ან მასზე ნაკლებად ყველა წყვილთაშორის შედარებაში.
- η2 შეიძლება გამოვიყენოთ ჩარევის ეფექტის საზომად.

ძირითადი ტერმინები და სიმბოლოები

a
დისპერსიული ანალიზი (ANOVA)
ჯგუფთა შორის დისპერსია (MS_A)
კრიტიკული განსხვავება (CD)
df SS_A-სათვის (df_A)
df $SS_{შეცდომ.}$-ისათვის ($df_{შეცდომა}$)
გავლენის ხარისხი ექსპერიმენტში
ეტა კვადრატი (η^2)
$F_{კრიტიკული}$
$F_{რეალური}$
A ფაქტორი
სრული საშუალო (X_G)
საშუალოს კვადრატი (MS)
მრავალჯერადი შედარების კრიტერიუმები
N
n_A
ერთფაქტორიანი მრავალდონიანი სქემა
წყვილთაშორისი შედარება
საბოლოო შედარება
q
SS_A
$SS_{შეცდომა}$
$SS_{სრული}$
სრული თავისუფლების ხარისხი ($df_{სრული}$)
ტუკის HSD კრიტერიუმი
ჯგუფშიდა შეცდომის დისპერსია ($MS_{შეცდომა}$)

$X - \overline{X}_A$

$X - \overline{X}_G$

$\overline{X}_A - \overline{X}_G$

თავის დანართი: ცდის პირთა შორის ერთფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზის გამოთვლა სპეციალური გამოთვლითი ფორმულის საშუალებით

დისპერსიული ანალიზის გამოთვლითი ფორმულა ეფუძნება ქულათა ჯამს ექსპერიმენტულ ჯგუფში (და არა ჯგუფის საშუალოს) და ქულათა სრულ ჯამს ექსპერიმენტში (და არა სრულ საშუალოს). თუ გავიხსენებთ იმ აღნიშვნებს, რომელთაც ცხრილში №10.2 გავეცანით, ექსპერიმენტი დამოუკიდებელი ცვლადის A-ს სამი დონითა და 5 ცდის პირით თითოეულ დონეზე შეიძლება შემდეგნაირად იყოს ნარმოდგენილი:

A ფაქტორი		
A_1	A_2	A_3
X_{11}	X_{12}	X_{13}
X_{21}	X_{22}	X_{23}
X_{31}	X_{32}	X_{33}
X_{41}	X_{42}	X_{43}
X_{51}	X_{52}	X_{53}
T_{A1}	T_{A2}	T_{A3} G(სრული ჯამი)

სადაც Xij ცდის პირთა ქულებია;
T_A – ქულათა ჯამი დამოუკიდებელი ცელადის დონისათვის;
G – ქულათა სრული ჯამი;
n_A – ქულათა რაოდენობა დამოუკიდებელი ცელადის დონეზე;
a – დამოუკიდებელი ცვლადის დონეების რაოდენობა;
N – ქულათა სრული რაოდენობა.

ამ ტერმინების გამოყენებით სამი რიცხვითი მნიშვნელობა დგინდება:

[1] $= \sum\sum X_i^2$ ყველა ქულათა კვადრატების ჯამი;

[2] $= \frac{\sum T_A^2}{n_A}$ თითოეული ჯგუფის ქულათა ჯამის კვადრატების ჯამი, გაყოფილი ჯგუფში ქულათა რაოდენობაზე;

[3] $= \frac{G^2}{N}$ სრული ჯამის კვადრატი, გაყოფილი ქულათა სრულ რაოდენობაზე.

ამ რიცხვითი მნიშვნელობების გამოყენებით მიღებული დისპერსიული ანალიზი შემდეგნაირად გამოიყურება:

წყარო	SS	df	MS	F
ფაქტორი (A)	[2] – [3]	a-1	$\frac{SS_A}{df_A}$	$\frac{MS_A}{MS_{შეცდომა}}$
შეცდომა	[1] – [2]	N–a	$\frac{SS_{შეცდომა}}{df_{შეცდომა}}$	
სულ	[1] – [3]	N-1	არ გამოითვლება	

ამ გამოთვლების ილუსტრაციისათვის გამოვიყენებთ ცხრილში №10.1 მაგალითის სახით მოცემულ ქულებს, რომლის დისპერსიული ანალიზი შეჯამებულია ცხრილში №10.5.

	ფაქტორი A		
	A_1	A_2	A_3
	19	14	15
	13	13	10
	16	16	11
	17	12	12
	20	10	12
T_A	85	65	60
G=85+65+60=210			
n_A=5, a=3, და N=15			

რიცხვითი გამოთვლების შედეგად მიიღება შემდეგი მნიშვნელობები:

[1] = $19^2 + \ldots + 20^2 + 14^2 + \ldots + 10^2 + 15^2 + \ldots + 12^2 = 3074$;

$$[2] = \frac{85^2 + 65^2 + 60^2}{5} = \frac{15.05}{5} = 3010;$$

$$[3] = \frac{210^2}{15} = \frac{44.1}{15} = 2940,$$

მაშინ

SS_A= [2]-[3]=3010-2940=70;

df_A= a-1=3-1=2;

$$MS_A = \frac{70}{2} = 35;$$

$$SS_{შეცდომა} = [1]-[2]=3074-3010=64;$$

$$df_{შეცდომა} = N-a=15-3=12;$$

$$MS_{შეცდომა} = \frac{64}{12} = 5.333$$

$$SS_{სრული} = [1] - [3] = 3074 - 2940 = 134;$$

$$df_{სრული} = N-1=15-1=14;$$

$$F_{რეალური} = \frac{MS_A}{MS_{შეცდომა}} = \frac{35}{5.333} = 6.56.$$

დისპერსიული ანალიზის შეჯამება შემდეგნაირად ხდება:

წყარო	SS	df	MS	F
ფაქტორი (A)	70	2	35	6.56*
შეცდომა	64	12	5.333	
სულ	134	14		
*p< 0.05				

ამ გამოთვლითი მიდგომით მიღებული მნიშვნელობები ცხრილში №10.5 ასახული იმ მნიშვნელობების იდენტურია, რომლებიც მიღებულია დისპერსიული ანალიზის განმარტებითი ფორმულის საშუალებით.

კითხვები

1. თანამედროვე საზოგადოებაში მუსიკა ყველგან ისმის და ფსიქოლოგები სწავლობენ მის გავლენას ადამიანის მიერ სხვადასხვა ამოცანის შესრულებაზე. მაგალითად, დავუშვათ, ექსპერიმენტატორმა შექმნა 8 ცდის პირისაგან შემდგარი სამი ეკვივალენტური ჯგუფი და თითოეულ პიროვნებას სთხოვა წაეკითხათ გაზეთის მოკლე სტატიის კორექტურა. A_1 ჯგუფის წევრები ამ ამოცანას მუსიკის თანხლების გარეშე ასრულებდნენ, A_2 ჯგუფის ცდის პირები ირჩევდნენ ძველ პოპულარულ მელოდიას, ხოლო A_3 ჯგუფის ცდის პირები ასრულებდნენ ამოცანას მძიმე როკის თანხლებით. დამოკიდებული ცვლადი იყო აღმოჩენილი შეცდომების რაოდენობა 50 შესაძლებლიდან. დავუშვათ, შემდეგი ქულები იყო მიღებული:

ჩარევის ჯგუფი

მუსიკის გარეშე A_1	ძველი პოპულარული მელოდია A_2	მძიმე როკი A_3
40	34	26
41	39	24
39	38	19
36	40	23
35	34	18
32	35	21
31	29	23
34	36	29

ა. თითოეული ჯგუფისათვის იპოვეთ საშუალო და სტანდარტული გადახრა. შემდეგ გააანალიზეთ ქულები ცდის პირთა შორის ერთფაქტორიანი ანალიზის საფუძველზე და უპასუხეთ შემდეგ კითხვას: ახდენს თუ არა მუსიკა გავლენას ცდის პირის მიერ აღმოჩენილ შეცდომებზე? გამოიყენეთ 0.05 მნიშვნელოვნობის დონე. თუ საჭიროა,

გამოიყენეთ ტუკის კრიტერიუმი მრავალჯერადი არჩევანისათვის.

ბ. რისი ტოლია η^2 ამ ექსპერიმენტში? რა ხარისხით შეიძლება ვიწინასწარმეტყველოთ დამოკიდებული ცვლადი, თუ გავითვალისწინეთ, რომ ვიცით დამოუკიდებელი ცვლადის დონე?

გ. ამ ექსპერიმენტის შედეგები იმ სახით აღწერეთ, როგორიც ნაჩვენებია ქვეთავში *დისპერსიული ანალიზის შედეგების პრეზენტაცია*

2. სკოლის მასწავლებელი მრავალმხრივი ნიჭით უნდა ხასიათდებოდეს, მათ შორის ნიჭით, რომ გამოუმუშავოს ბავშვებს სხვადასხვა ფიზიკური უნარი, რომელიც საჭიროა სპორტის გარკვეული სახეობებისა და სხვა აქტივობებისათვის. იმისათვის, რომ განესაზღვროთ, თუ რამდენად კარგად შეუძლიათ დაეუფლონ მასწავლებლები ამ ხერხებს ვიდეოფილმებიდან, მორისონმა და რივმა (Morrison and Reeve, 1986) შექმნეს 3 ეკვივალენტური ჯგუფი და უჩვენეს ვიდეოჩანაწერები.

პირველი ჯგუფი საკონტროლო იყო და ფირს არ უყურებდა. მეორე ჯგუფმა ნახა ფირი, სადაც ფეხბურთელები ასრულებდნენ დარტყმებს, და მესამე ჯგუფმა – ფირი სროლის, დაჭერის, დარტყმის უნარებზე. ამის შემდეგ ცდის პირებს უჩვენებდნენ მეორე ვიდეოფირს, რომელშიც დემონსტრირებული იყო სროლის, დაჭერისა და დარტყმის უნარები და სთხოვდნენ განესაზღვრათ, თუ რომელი იყო ამ მოქმედებებიდან სწორად შესრულებული. დავუშვათ, თითოეულ სასწავლო პირობებში 9 ცდის პირისაგან შემდეგი ქულები მიიღეს:

ინსტრუქციის პირობა		
ვიდეოფირის გარეშე (A_1)	ვიდეოფირი ფეხბურთის ჩვენებით (A_2)	ვიდეოფირი სროლის და დაჭერის დემონსტრირებით (A_3)
50	53	61
46	48	58
39	37	49
52	49	56
44	46	45
51	48	66
41	37	58
36	41	64
48	40	57

ა. იპოვეთ საშუალო და სტანდარტული გადახრა თითოეული ჯგუფისათვის, შემდეგ გააანალიზეთ ქულები ცდის პირთა შორის ერთფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზით, რათა უპასუხოთ შემდეგ კითხვებს: შეიძლება ინსტრუქციის პირობამ მოახდინოს გავლენა ცდის პირის უნარზე სწორად შეაფასოს სროლის, დაჭერისა და დარტყმის მოქმედებების შესრულება? გამოიყენეთ 0.05 მნიშვნელოვნობის დონე. თუ საჭიროა, გამოიყენეთ მრავალჯერადი შედარების ტუკის ნამდვილად მნიშვნელოვანი სხვაობის კრიტერიუმი.

ბ. რისი ტოლია η^2 ამ ექსპერიმენტში? დამოკიდებული ცვლადის დისპერსიის რა წილი შეიძლება აიხსნას დამოუკიდებელი ცვლადის დონის ცოდნით?

გ. აღნერეთ ამ ექსპერიმენტის შედეგები ამ თავის ერთ-ერთ ქვეთავში – „დისპერსიული ანალიზის შედეგების პრეზენტაცია“ – აღწერილი სტილის მიხედვით.

3. მეცხრე თავის *ჰიპოთეზების* ამოცანა №1 ეხებოდა ხმაურის ფიზიოლოგიურ გავლენას. აღწერილ ექსპერიმენტში ცდის პირები ისხდნენ წყნარ ოთახში 30 წუთის განმავლობაში, ან ისხდნენ ოთახში და უსმენდნენ ტრანსპორტის ხმაურს პიკის საათში 30 წუთის განმავლობაში. 30 წუთის გასვლის შემდეგ ცდის პირებს გაუზომეს სისტოლური სისხლის წნევა და მიიღეს შემდეგი მონაცემები(მილიმეტრებში):

ჯგუფი	
უხმაურო	ხმაურიანი
106	141
117	136
124	124
129	139
115	121
131	119
121	147
115	128
128	115
136	134
127	140

ა. იპოვეთ საშუალო და სტანდარტული გადახრა თითოეული ჯგუფისათვის, შემდეგ გააანალიზეთ ქულები ცდის პირთა შორის ერთფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზით, რათა უპასუხოთ, მოქმედებს თუ არა ხმაური სისტოლურ სისხლის ნნევაზე? გამოიყენეთ 0.05 მნიშვნელოვნობის დონე.

ბ. შეადარეთ $F_{\text{ჩვენი}}$ მნიშვნელობა $t_{\text{ჩვენი}}$ მნიშვნელობას, რომელიც მიღებული იყო მეცხრე თავში მოცემულ კითხვებში (ამოცანა №1). მიიღეთ თუ არა მოსალოდნელი კავშირი t-სა და F შორის?

4. ექსპერიმენტატორმა გამოიყენა ცდის პირთა შორის ერთფაქტორიანი სქემა დამოუკიდებელი ცელადის 6 დონით – A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 და A_6 და 7 ცდის პირით თითოეულ დონეზე.

ა. რისი ტოლია a, n_A, და N მნიშვნელობები ამ ექსპერიმენტში?

ბ. რისი ტოლია df_A, $df_{\text{შეცდომა}}$ და $df_{\text{ჩვენი}}$ მნიშვნელობები ამ ექსპერიმენტის დისპერსიული ანალიზისათვის?

5. შემდეგი ცხრილი არის დისპერსიული ანალიზის დაუსრულებელი ცხრილი. დავუშვათ, ცდის პირთა ტოლი რაოდენობაა დამოუკიდებელი ცელადის თითოეულ დონეზე. SS, df და MS შორის არსებული კავშირების გამოყენებით შეავსეთ თითოეული ცხრილის ცარიელი უჯრები საჭირო მნიშვნელობებით.

ა. დამოუკიდებელი ცელადის რამდენი დონის მანიპულირება ხდება?

ბ. რამდენი ცდის პირი იყო შემოწმებული თითოეულ პირობაში?

გ. რისი ტოლია ცდის პირთა სრული რაოდენობა ამ ექსპერიმენტში?

დ. არის თუ არა $F_{\text{ჩვენი}}$ მნიშვნელობა სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი 0.05 დონეზე?

ე. რა გადაწყვეტილებას იღებთ H_0-სა და H_1-ისათვის თითოეული ანალიზის შემთხვევაში?

ცხრილი №1

წყარო	SS	df	MS	F
ფაქტორი (A)	50	2	–	–
შეცდომა	270	27	–	
სულ	–	–		

ცხრილი №2

წყარო	SS	df	MS	F
ფაქტორი (A)	60	–	12	–
შეცდომა	–	72	–	
სულ	276	77		

ცხრილი №3

წყარო	SS	df	MS	F
ფაქტორი (A)	–	–	–	3
შეცდომა	320	–	5	
სულ	365	67		

6. არის თუ არა H_0-ის უარყოფა და H_1-ის მიღება აუცილებელი დისპერსიულ ანალიზში, რათა უზრუნველყოთ კვლევის ჰიპოთეზის მხარდაჭერა? ახსენით თქვენი პასუხი.

7. თქვენ გამოითვალეთ $t_{დამოუკიდებელი}$ ორ ჯგუფზე და $t_{რელური}(18)=2.000$. თუ ქულებს გააანალიზებთ, დისპერსიული ანალიზის $F_{რელური}$ რა მნიშვნელობა იქნება ნაპოვნი? აღნიშნეთ df $F_{რელურისათვის}$.

8. თქვენ შეასრულეთ დისპერსიული ანალიზი ორ დამოუკიდებელ ჯგუფზე და $F_{რელურზე}(1, 22)=9$. თუ მონაცემებს გააანალიზებდით $t_{დამოუკიდებელი}$, $t_{რელური}$, რა მნიშვნელობას იპოვიდით? აღნიშნეთ df $t_{რელურისათვის}$.

9. ახსენით, რატომ არ შეუძლია სტატისტიკურ კრიტერიუმს დაადგინოს ორი ჯგუფის ერთმანეთისაგან მნიშვნელოვნად განსხვავების მიზეზი?

10. ფსიქოლოგი დაინტერესებული იყო 4 პირობის ერთმანეთთან შედარებით მოწევისათვის თავის დანებების პროგრამაში. მან შექმნა 4 ჯგუფი 17 ცდის პირისათვის, თითოეული შემთხვევითი წესით იყო განაწილებული და შეუქმნა თითოეულ ჯგუფს განსხვავებული მკურნალობის პირობა. დამოუკიდებული ცვლადი იზომებოდა სიგარეტების მოწეულთა შორის დროის საშუალოთი მკურნალობიდან 5 კვირის შემდეგ. მკურნალობის ჯგუფები და საშუალო დრო სიგარეტების მოწევას შორის(წუთებში) მოცემულია ცხრილში №1, ხოლო დისპერსიული ანალიზი ამ მონაცემებისათვის წარმოდგენილია ცხრილში №2.

ცხრილი №1

ჩარევის პირობები და საშუალო დრო სიგარეტების მოწევას შორის (წუთებში)

	ჩარევის პირობა	საშუალო დრო
A_1	საკონტროლო ჯგუფი, არ არის ჩარევა	24
A_2	ქცევის მოდიფიკაცია	38
A_3	სიგარეტის მწეველთა ანონიმური კლუბები	34
A_4	სიგარეტის მოწევის ჩვევის საწინააღმდეგო სალეჭი რეზინა	28

ცხრილი №2

დისპერსიული ანალიზის შემაჯამებელი ცხრილი №1 სიგარეტის მოწევებს შორის საშუალო დროისათვის

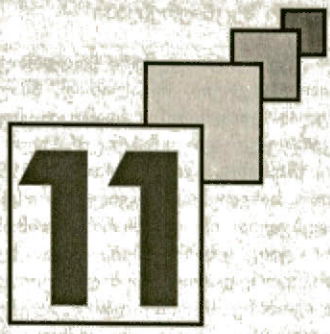
წყარო	SS	df	MS	F
ფაქტორი (A)	1972	3	657.333	21.64*
შეცდომა	1944	64	30.375	
სულ	3916	67		

*$p < 0.01$

ტუკის ნამდვილად მნიშვნელოვანი სხვაობის შედეგად გამოთვლილი CD=5 წუთი 0.05 მნიშვნელოვნობის დონეზე.

ა. რისი ტოლია ჩარევის პირობების გავლენა დროის იმ რაოდენობაზე, რომელიც არსებობს სიგარეტის მოწევათა შორის?

ბ. აღწერეთ ამ ექსპერიმენტის შედეგები ამ თავის ერთ-ერთ ქვეთავში – „დისპერსიული ანალიზის შედეგების პრეზენტაცია“ – აღწერილი სტილის მიხედვით.



ცდის პირთა შორის ორფაქტორიანი სქემა და დისპერსიული ანალიზი

ცდის პირთა შორის 2 X 2 სქემის მაგალითი

ფაქტორული ანალიზის შედეგად მიღებული ინფორმაცია
- უჯრედის საშუალოები
- მთავარი ეფექტის საშუალოები
- დამოუკიდებელი ცვლადების ურთიერთქმედება

ცდის პირთა შორის ორფაქტორიანი სქემის დისპერსიული ანალიზი
- მონაცემთა დაყოფა
- დაყოფილი მონაცემებიდან გადახრების კვადრატების საშუალოს მიღება
- F სტატისტიკის გამოთვლა

სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმება ცდის პირთა შორის ორფაქტორიან დისპერსიულ ანალიზში
- ფაქტორები, რომლებიც გავლენას ახდენენ გადახრების კვადრატების საშუალოებზე დისპერსიულ ფაქტორულ ანალიზში
- F სტატისტიკაზე დამყარებული სტატისტიკური გადაწყვეტილებების მიღება
- ცდის პირთა შორის ორფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზის დაშვებები

დისპერსიის 2 X 2 ფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზის ახსნა
- დამოუკიდებელი ცელადის მარტივი ეფექტი
- შეჯამება: დისპერსიული ანალიზის ახსნა სანიმუშო ექსპერიმენტში
- ჩარევის ეფექტის სიძლიერის გაზომვა დისპერსიულ ფაქტორულ ანალიზში

დისპერსიული ფაქტორული ანალიზის შედეგების პრეზენტაცია

მრავალი ქცევა ორი ან მეტი ერთდროულად მოქმედი დამოუკიდებელი ცვლადის მიერ განისაზღვრება. მაგალითად, ხმაურის (დამოუკიდებელი ცვლადი) გავლენა წაკითხულის გააზრებაზე (დამოკიდებული ცვლადი) განსხვავდება პიროვნების ინტროვერტული და ექსტრავერტული ტიპებისათვის (მეორე დამოუკიდებელი ცვლადი) (Standing, Lynn, & Moxness, 1990). ან, თუ სხვა მაგალითს განვიხილავთ, არსებითი სახელების წყვილების (დამოკიდებული ცვლადი) დამახსოვრება დამოკიდებულია იმ ადამიანის წარმოსახვის უნარზე (ერთი დამოუკიდებელი ცვლადი), ვინც იმახსოვრებს სიას, სურათების ტიპებზე, რომელიც მიეწოდა ადამიანს (მეორე დამოუკიდებელი ცვლადი), და დამახსოვრების დროის ინტერვალის ხანგრძლივობაზე (მესამე დამოუკიდებელი ცვლადი) (O'Brien & Wolford, 1982). ერთფაქტორიანი სქემა არ იძლევა შესაძლებლობას, ერთდროულად მოხდეს ერთზე მეტი დამოუკიდებელი ცვლადით მანიპულირება; ამიტომ, იმისათვის, რომ შეისწავლონ ორი ან მეტი დამოუკიდებელი ცვლადის კომბინაციის გავლენა, გამოიყენება ფაქტორული ანალიზი.

ფაქტორული სქემა – კვლევის ისეთი სქემა, რომელშიც ერთდროულად იცვლება ორი ან მეტი დამოუკიდებელი ცვლადი.

ფაქტორული სქემა არის კვლევის ისეთი სქემა, რომელშიც ერთდროულად იცვლება ორი ან მეტი დამოუკიდებელი ცვლადი. ყველაზე მარტივ ფაქტორულ სქემაში ცვალებადობს ორი დამოუკიდებელი ცვლადი და თითოეულ დამოუკიდებელ ცვლადს ორი მნიშვნელობის (დონის) მიღება შეუძლია. ამ სქემას ხშირად 2x2 ("ორი ორზე") სქემას უწოდებენ. პირველი '2' აღნიშნავს, რომ არსებობს პირველი დამოუკიდებელი ცვლადის (რომელიც განისაზღვრება, როგორც *A* ფაქტორი) ორი მნიშვნელობა (ორი დონე), ხოლო მეორე '2' აღნიშნავს მეორე დამოუკიდებელი ცვლადის (რომელიც განისაზღვრება, როგორც *B* ფაქტორი) მნიშვნელობების (დონეების) რაოდენობას. 2x2x2 სქემა წარმოადგენს სამფაქტორიან სქემას, სადაც ფაქტორებია *A*, *B* და *C*, და თითოეული მათგანი ორ მნიშვნელობას (დონეს) იღებს. არსებობს ფაქტორული ანალიზის მრავალი შესაძლო ვარიანტი, როგორიცაა 2x4 სქემა (*A* ფაქტორის ორი დონე, *B* ფაქტორის 4 დონე), 3x3x2 სქემა (*A* და *B* ფაქტორების ორი დონე, *C* ფაქტორის ორი დონე) და 2x2x2x2 სქემა (ოთხი ფაქტორი, *A*, *B*, *C* და *D*, თითოეულს აქვს ორი დონე). ფაქტორული ანალიზი ასევე შესაძლებელია იყოს სრულად ცდის პირებს შორის, სრულად ცდის პირებს შიგნით ან ამ ორის კომბინაცია, რაც შედეგად შერეულ სქემას გვაძლევს. ამ თავში ჩვენ განვიხილავთ მხოლოდ ცდის პირებს შორის ორფაქტორიან სქემას (რომელსაც ასევე უწოდებენ *ორმხრივ* სქემას).

ცდის პირებს შორის 2x2 სქემა მოსახერხებელია ფაქტორული სქემების სტატისტიკური მონაცემების ანალიზის წარდგენისათვის. ცხრილი № 11.1 წარმოგვიდგენს ორ დამოუკიდებელ ცვლადს ან ფაქტორს, რომლებიც აღნიშნულია, როგორც *A* და *B*. მათგან თითოეული იღებს ორ მნიშვნელობას (დონეს): ფაქტორი *A* იღებს A_1 და A_2 მნიშვნელობებს და ფაქტორი B – B_1 და B_2 მნიშვნელობებს. ზოგადად, არსებობს *A* ფაქტორის *a* მნიშვნელობა და *B* ფაქტორის *b* მნიშვნელობა. ამ მაგალითში *a*=2 და *b*=2. ორი დამოუკიდებელი ცვლადის კომბინაცია ცხრილში ქმნის ოთხ პირობას, რომლებსაც უჯრედებს უწოდებენ. თითოეული **უჯრედი ანუ პირობა** არის კომბინაცია, რომელიც იქმნება თითოეული დამოუკიდებელი ცვლადის ერთი მნიშვნელობით, მაგალითად, A_1B_1, A_1B_2, A_2B_1 და A_2B_2 უჯრედები. ჩვეულებრივ, თითოეულ უჯრედში შემთხვევითად ნაწილდება ცდის პირების ტოლი რაოდენობა. ამდენად, თუ ცდის პირებს შორის 2x2 სქემაში გამოყენებულია 20 ცდის პირი და თითოეულ უჯრედში იქნება ხუთი ცდის პირი, ყოველი ცდის პირი მხოლოდ ერთ უჯრედში ხვდება.

უჯრედი ან პირობა – ფაქტორულ ექსპერიმენტში თითოეული დამოუკიდებელი ცვლადის ერთი დონისაგან წარმოქმნილი კომბინაცია.

ცხრილი № 11.1

ცდის პირებს შორის 2x2 სქემის გეგმა. A ფაქტორის დონეების კომბინაცია B ფაქტორის დონეებთან ქმნის პირობას ანუ უჯრედს.

		ფაქტორი *A*	
		A_1	A_2
ფაქტორი *B*	B_1	A_1B_1 პირობა (A_1B_1 უჯრედი)	A_2B_1 პირობა (A_2B_1 უჯრედი)
	B_2	A_1B_2 პირობა (A_1B_2 უჯრედი)	A_2B_2 პირობა (A_2B_2 უჯრედი)

ცდის პირებს შორის 2 X 2 სქემის მაგალითი

ზოგადად ადამიანებს არ უყვართ სხვა ადამიანებისთვის ცუდი სიახლეების შეტყობინება. ამ ფენომენს *MUM* ეფექტს უწოდებენ. მის ასახსნელად შემოთავაზებული იყო რამდენიმე ჰიპოთეზა. პიროვნული დისკომფორტის ჰიპოთეზის მიხედვით, ცუდი სიახლის მომტანი პიროვნულ დისკომფორტს გრძნობს ამ სიახლის შეტყობინებისას და თავს არიდებს ამ დისკომფორტს იმით, რომ არ ყვება მას. მეორე ჰიპოთეზა — თვითპრეზენტაციის ჰიპოთეზა — ამტკიცებს, რომ ინდივიდები არ გრძნობენ დისკომფორტს ცუდი სიახლის შეტყობინებისას. პირიქით, ფიქრობენ, რომ ცუდი სიახლის შეტყობინების შეუსრულებლობა ნარმოადგენს პუბლიკაზე გათვლილ მცდელობას, შეინარჩუნონ დადებითი სოციალური იმიჯი. ბოლოს და ბოლოს, ვის სურს, ცუდი სიახლეების მიმტანად იყოს ცნობილი? ამ ჰიპოთეზების შესამოწმებლად ბონდმა და ანდერსონმა (Bond & Anderson, 1987) გამოიყენეს ცდის პირებს შორის 2x2 სქემა. ორი დამოუკიდებელი ცვლადი იყო ცდის პირის არსებობა იმ ადამიანის მხედველობის არეში, ვისთვისაც უნდა ეამბნათ ცუდი ამბები (ცდის პირის ყოფნა მხედველობის არეში, ფაქტორი *A*) და ახალი ამბების ტიპი (სიახლის ტიპი, ფაქტორი *B*). თითოეული დამოუკიდებელი ცვლადი იღებდა ორ მნიშვნელობას. ცდის პირის მხედველობის არეში ყოფნის მხრივ, იგი ან არ იმყოფებოდა (მნიშვნელობა A_1), ან იმყოფებოდა (მნიშვნელობა A_2) იმ პირის მხედველობის არეში, ვისთვისაც უნდა ემცნოთ ახალი ამბები. სიახლის ტიპი იყო ან კარგი (მნიშვნელობა B_1), ან ცუდი (მნიშვნელობა B_2). ექსპერიმენტის პროცედურა შემდეგი იყო: ცდის პირს უნდა ჩაეტარებინა მრავლობითი პასუხის მქონე ინტელექტის ტესტი სხვა პირისათვის, რომელიც ექსპერიმენტატორის თანაშემწე იყო, მაგრამ ცდის პირმა არ იცოდა ამის შესახებ. ცდის პირი და თანაშემწე იმყოფებოდნენ სხვადასხვა ოთახებში, რომელთა შორის ცალმხრივი შუშა იყო ჩამონტაჟებული. იმ პირობაში, რომელშიც ცდის პირი არ ჩანდა (მნიშვნელობა A_1), მას ეუბნებოდნენ, რომ თანაშემწეს არ შეეძლო მისი დანახვა შუშაში. ხოლო იმ პირობაში, რომელშიც ცდის პირი ჩანდა (მნიშვნელობა A_2), მას ეუბნებოდნენ, რომ თანაშემწეს შეეძლო მისი დანახვა შუშაში. სიახლის ტიპის ცვლა ხდებოდა თანაშემწის მიერ ტესტის წარმატებული თუ წარუმატებელი შესრულებით. კარგი სიახლის დროს (მნიშვნელობა B_1), ცდის პირი თანაშემწეს აწვდიდა ინფორმაციას, რომ მისი შედეგი ტესტის შედეგების საუკეთესო 20 პროცენტში ხვდებოდა. ცუდი სიახლის პირობაში (მნიშვნელობა B_1), ცდის პირი თანაშემწეს აწვდიდა ინფორმაციას, რომ მისი შედეგი ტესტის შედეგების ყველაზე დაბალ 20 პროცენტში ხვდებოდა. დამოკიდებული ცვლადი იყო ცდის პირის მერყეობის პერიოდი (ლატენტური დრო) ტესტის შედეგის შეტყობინებისას. ეს პერიოდი წარმოადგენდა დროს ტესტის დასრულებიდან იმ მომენტამდე, როდესაც ცდის პირი ატყობინებდა თანაშემწეს თავის შედეგს.

MUM ეფექტის შესახებ არსებული ორი ჰიპოთეზა ექსპერიმენტის განსხვავებულ შედეგებს წინასწარმეტყველებდა. თუ *MUM* ეფექტს საფუძვლად უდევს ცდის პირების პიროვნული დისკომფორტი, მაშინ ცუდი სიახლის შეტყობინებას უფრო დიდი დრო დასჭირდებოდა, ვიდრე კარგი სიახლისა, იმისდა მიუხედავად, არის თუ არა ცდის პირი თანაშემწის მხედველობის არეში. სხვა სიტყვებით, კარგი (მნიშვნელობა B_1) და ცუდი (მნიშვნელობა B_2) სიახლეების პირობებს შორის განსხვავება არ უნდა იყოს დამოკიდებული იმაზე, ხედავს თუ არა თანაშემწე ცდის პირს. მეორე მხრივ, თუ *MUM* ეფექტი უბრალოდ პუბლიკაზე გათვლილი ქმედებაა, მაშინ ლატენტური დრო ცუდი სიახლის მინოდებისას დამოკიდებული უნდა იყოს იმაზე, ხედავს თუ არა თანაშემწე ცდის პირს. ეს ნიშნავს, რომ უნდა მოხდეს დამოუკიდებელი ცვლადების ურთიერთქმედება. როდესაც ხდება კარგი სიახლის შეტყობინება, არ უნდა იყოს განსხვავება ლატენტურ დროში იმ პირობის მიუხედავად, ხედავს თუ არა თანაშემწე ცდის პირს. ხოლო როდესაც ცუდი სიახლის შეტყობინება ხდება, ლატენტური დრო იმ პირობაში, როდესაც ცდის პირი არ იმყოფება მხედველობის არეში, მნიშვნელოვნად მაღალი უნდა იყოს, ვიდრე ლატენტური დრო იმ პირობაში, როდესაც ცდის პირი იმყოფება მხედველობის არეში. შესაბამისად, როდესაც ცდის პირი არ იმყოფება მხედველობის არეში, არ უნდა იყოს განსხვავება ლატენტურ დროში კარგი და ცუდი სიახლეების შეტყობინებისას. ხოლო როდესაც ცდის პირი იმყოფება მხედველობის არეში, ცუდი ამბების შეტყობინების ლატენტური დრო უფრო დიდი უნდა იყოს, ვიდრე კარგი ამბებისა.

დავუშვათ, ხუთი მამრობითი სქესის ცდის პირი შემთხვევითად გადანაწილდა თითოეულ უჯრედში და მივიღეთ ლატენტური დროის მონაცემები (წამებში), რომლებიც წარმოდგენილია ცხრილში № 11.2. იმ შემთხვევაში, თუ შედეგები საერთოდ რომელიმე წინასწარმეტყველებას შეესაბამება, რომელ ჰიპოთეზას მიეკუთვნება ეს წინასწარმეტყველება - პიროვნული დისკომფორტის თუ პუბლიკაზე გათვლილი ქმედების ჰიპოთეზას?

ცხრილი № 11.2

პასუხის ჰიპოთეტური ლატენტური დრო (წამებში) როგორც ცდის პირის მხედველობის არეში ყოფნისა და სიახლის ტიპის ფუნქცია 20 ცდის პირისათვის სანიმუშო ცდის პირთა შორის 2x2 ექსპერიმენტში.

		ცდის პირის მხედველობის არეში ყოფნის პირობა (ფაქტორი A)	
		არ ჩანს (A_1)	ჩანს (A_1)
სიახლის ტიპი (ფაქტორი B)	კარგი (B_1)	97.0	70.0
		90.0	87.0
		80.0	81.0
		107.0	95.0
		80.0	90.0
	ცუდი (B_2)	68.0	114.0
		87.0	96.0
		92.0	127.0
		80.0	110.0
		84.0	115.0

ფაქტორული ანალიზის შედეგად მიღებული ინფორმაცია

ცხრილის № 11.2 მონაცემები (ქულები) სქემატურადაა წარმოდგენილი ცხრილში № 11.3. ცდის პირის მონაცემი აღნიშნულია X_{ijk}, სადაც ქვედა ინდექსები მიგვანიშნებენ შემდეგ ინფორმაციაზე:

i – უჯრედში ცდის პირის ნომერი

j – A ცვლადის დონე

k – B ცვლადის დონე

ცხრილი № 11.3

ცდის პირებს შორის 2x2 სქემაში მონაცემთა სქემატური განაწილება, სადაც თითოეულ დამოუკიდებელ ცვლადს ორი დონე აქვს და ყოველ უჯრედში ხუთი ცდის პირია.

		ფაქტორი A	
		A_1	A_2
ფაქტორი B	B_1	X_{111}	X_{121}
		X_{211}	X_{221}
		X_{311}	X_{321}
		X_{411}	X_{421}
		X_{511}	X_{521}
	B_2	X_{112}	X_{122}
		X_{212}	X_{222}
		X_{312}	X_{322}
		X_{412}	X_{422}
		X_{512}	X_{522}

მაგალითად, X_{311} მესამე ცდის პირის მონაცემია A_1B_1 პირობაში (80.0 წამი ცხრილში № 11.2), X_{421} – მეოთხე ცდის პირის მონაცემი A_1B_1 პირობაში (95.0 წამი), X_{211} – მეორე ცდის პირის მონაცემი A_1B_1 პირობაში (87 წამი), X_{522} კი – მეხუთე ცდის პირის მონაცემი A_2B_2 პირობაში (115 წამი) და ა.შ. როდესაც არ არის აუცილებელი კონკრეტული ცდის პირის აღნიშვნა, ჩვენ გამოვტოვებთ *ijk* ინდექსებს და უბრალოდ ვიყენებთ *X*-ს. თითოეული უჯრედისათვის არსებობს n_{AB} ცდის პირების რაოდენობა, ხოლო N არის ცდის პირების სრული რაოდენობა ექსპერიმენტში. ჩვენს მაგალითში n_{AB} = 5 და N = 20. მონაცემების ანალიზის დროს პირველი ნაბიჯია ცენტრალური ტენდენციის საზომის შერჩევის საშუალოს გამოთვლა. ცხრილში № 11.4 ნაჩვენებია უჯრედისა და მთავარი ეფექტის საშუალოები, რომელთა გამოთვლაც შესაძლებელია მაგალითის მონაცემებიდან.

ცხრილი № 11.4

უჯრედისა და მთავარი ეფექტის საშუალოები ცდის პირებს შორის 2x2 სქემაში

ა. უჯრედის საშუალო

		ფაქტორი *A*	
		A_1	A_2
ფაქტორი *B*	B_1	$\bar{X}_{A1B1}$	$\bar{X}_{A2B1}$
	B_2	$\bar{X}_{A1B2}$	$\bar{X}_{A2B2}$

(ბ) მთავარი ეფექტის საშუალო *A* ფაქტორისათვის, $\bar{X}_{A1}$ და $\bar{X}_{A2}$

		ფაქტორი *A*	
		A_1	A_2
ფაქტორი *B*	B_1	↓	↓
	B_1	$\bar{X}_{A1}$	$\bar{X}_{A2}$

ყურადღება არ უნდა მივაქციოთ ქულების კლასიფიკაციას *B* ფაქტორის მიხედვით, რათა მივიღოთ მთავარი ეფექტის საშუალო *A* ფაქტორისათვის. განსხვავება X_{A1}-სა და X_{A2}-ს შორის არის *A* ფაქტორის მთავარი ეფექტი.

(გ) მთავარი ეფექტის საშუალო *B* ფაქტორისათვის, $\bar{X}_{B1}$ და $\bar{X}_{B2}$

		ფაქტორი *A*	
		A_1	A_2
ფაქტორი *B*	B_1	→	$\bar{X}_{B1}$
	B_2	→	$\bar{X}_{B2}$

ყურადღება არ უნდა მივაქციოთ ქულების კლასიფიკაციას *A* ფაქტორის მიხედვით, რათა მივიღოთ მთავარი ეფექტის საშუალო *B* ფაქტორისათვის. განსხვავება X_{B1}-სა და X_{B2}-ს შორის არის *B* ფაქტორის მთავარი ეფექტი.

უჯრედის საშუალოები

უჯრედის საშუალო – უჯრედში n_{AB} ქულების საშუალო ფაქტორულ სქემაში.

უჯრედის საშუალო, რომელიც სიმბოლურად აღინიშნება $\bar{X}_{A1B1}$, $\bar{X}_{A1B2}$ $\bar{X}_{A2B1}$ და $\bar{X}_{A2B2}$ ან, ზოგადად, როგორც $\bar{X}_{AB}$, წარმოადგენს უჯრედში n_{AB} ქულების საშუალოს (იხილეთ ცხრილი № 11.4ა). უჯრედის საშუალო აღნიშნავს ცდის პირების ტიპურ შესრულებას ამ პირობაში. უჯრედების საშუალოების რიცხვითი მნიშვნელობები ცხრილისათვის № 11.2 წარმოდგენილია ცხრილში № 11.5, სტანდარტული გადახრები კი – ფრჩხილებში. ფაქტორულ სქემაში სტანდარტული გადახრა, როგორც ნესი, გამოითვლება მხოლოდ უჯრედის საშუალოსათვის.

ცხრილი № 11.5

უჯრედისა და მთავარი ეფექტის საშუალოები ქულებისათვის ცხრილიდან № 11.2. რიცხვითი მნიშვნელობები არის პასუხის ლატენტური დრო წამებში. უჯრედის საშუალოს სტანდარტული გადახრები მოცემულია ფრჩხილებში

	ცდის პირის ყოფნა მხედველობის არეში (ფაქტორი *A*)		
	არ ჩანს (A_1)	ჩანს (A_2)	მთავარი ეფექტის საშუალო სიახლის ტიპისათვის ($\overline{X}_B$)
კარგი (B_1)	90.8 (11.56)	84.6 (9.61)	87.7
სიახლის ტიპი (ფაქტორი *B*)			
ცუდი (B_2)	82.2 (9.07)	112.4 (11.15)	97.3
მთავარი ეფექტის საშუალო ცდის პირის ყოფნისათვის მხედველობის არეში ($\overline{X}_A$)	86.5	98.5	სრული საშუალო 92.5

მთავარი ეფექტის საშუალოები

მთავარი ეფექტის საშუალო – ფაქტორულ ანალიზში დამოუკიდებელი ცვლადის ერთი დონისათვის ყველა ცდის პირის საშუალო, მეორე დამოუკიდებელი ცვლადის დონეების მიხედვით კლასიფიკაციის იგნორირებით.

მთავარი ეფექტის საშუალო აღნიშნავს ყველა ცდის პირის ტიპურ შესრულებას დამოუკიდებელი ცვლადის ერთი დონისათვის, მეორე დამოუკიდებელი ცვლადის დონეების მიხედვით კლასიფიკაციის იგნორირებით. ამდენად, არსებობს მთავარი ეფექტის საშუალოების ორი ერთობლიობა — ერთი *A* ფაქტორისათვის, ხოლო მეორე — *B* ფაქტორისათვის.

A ფაქტორი

A ფაქტორის მთავარი ეფექტი – განსხვავება $\overline{X}_{A1}$-სა და $\overline{X}_{A2}$-ს შორის, გამოხატული $\overline{X}_{A1} - \overline{X}_{A2}$-ით.

მთავარი ეფექტის საშუალო *A* ფაქტორისათვის აღინიშნება $\overline{X}_{A1}$-ითა და $\overline{X}_{A2}$-ით. ეს საშუალოები, რომელთაც ხანდახან **სვეტების საშუალოებს** უწოდებენ, მიიღება ყველა ცდის პირისათვის როგორც A_1, ასევე A_2 დონეების შესაბამისად, იმისდა მიუხედავად, თუ რა მნიშვნელობები მიიღეს მათ *B* ფაქტორის მიხედვით. *B* ფაქტორის დონეების მიხედვით მონაცემების იგნორირება, რათა მიღებულ იქნეს *A* ფაქტორის მთავარი ეფექტის საშუალო, ნაჩვენებია ცხრილში № 11.4ბ. მაგალითად, მთავარი ეფექტის საშუალო *A* ფაქტორისათვის, რომელიც არის ცდის პირის ყოფნა მხედველობის არეში ცხრილში № 11.2, დამყარებულია იმ ცდის პირების 10 მონაცემზე, რომლებიც ან იმყოფებიან, ან არ იმყოფებიან ექსპერიმენტატორის თანაშემწის მხედველობის არეში. სიახლის ტიპი (ფაქტორი *B*) იგნორირებულია, როდესაც ვითვლით *A* ფაქტორის მთავარი ეფექტის საშუალოს. $\overline{X}_{A1}$-ისა და $\overline{X}_{A2}$-ს რიცხვითი მნიშვნელობები წარმოდგენილია ცხრილში № 11.5. ***A* ფაქტორის მთავარი ეფექტი** არის განსხვავება $\overline{X}_{A1}$-სა და $\overline{X}_{A2}$-ს შორის. თუ *A* ფაქტორს აქვს გავლენა დამოკიდებულ ცვლადზე, მაშინ $\overline{X}_{A1}$ და $\overline{X}_{A2}$ განსხვავებული იქნებიან ერთმანეთისაგან და $\overline{X}_{A1} - \overline{X}_{A2}$ მნიშვნელობა უფრო დიდი გახდება.

B ფაქტორი

B ფაქტორის მთავარი ეფექტი – განსხვავება $\overline{X}_{B1}$-სა და $\overline{X}_{B2}$-ს შორის, გამოხატული $\overline{X}_{B1} - \overline{X}_{B2}$-ით.

იმავე ლოგიკით გამოითვლება *B* ფაქტორისათვის **მთავარი ეფექტის** საშუალო. **მთავარი ეფექტის** საშუალო *B* ფაქტორისათვის (რომელსაც ხანდახან უწოდებენ **სტრიქონების საშუალოს**) აღინიშნება $\overline{X}_{B1}$-ითა და $\overline{X}_{B2}$-ით და მიიღება *A* ფაქტორის მონაცემების იგნორირებით, როგორც ეს ნაჩვენებია ცხრილში № 11.4გ. *B* ფაქტორის (ჩვენს მაგალითში – სიახლის ტიპის) მთავარი ეფექტის საშუალოს გამოთვლისათვის ხდება ცდის პირების კატეგორიზაციის იგნორირება იმის მიხედვით, იმყოფებიან თუ არა ისინი მხედველობის არეში (*A* ფაქტორი). $\overline{X}_{B1}$-ისა და $\overline{X}_{B2}$-ს რიცხვითი მნიშვნელობები ასევე წარმოდგენილია 11.5 ცხრილში. ***B* ფაქტორის მთავარი ეფექტი** არის სხეაობა $\overline{X}_{B1}$-სა და $\overline{X}_{B2}$-ს შორის. თუ *B* ფაქტორს აქვს გაელენა დამოკიდებულ ცვლადზე, მაშინ $\overline{X}_{B1}$ და $\overline{X}_{B2}$ განსხვავებული იქნებიან ერთმანეთისაგან და $\overline{X}_{B1} - \overline{X}_{B2}$ მნიშვნელობა უფრო დიდი გახდება.

სრული საშუალო

სრული საშუალო, რომელიც აღინიშნება $\overline{X}_G$-ით, არის ცხრილის ყველა მონაცემის საშუალო. ცხრილის № 11.2 მონაცემებისათვის სრული საშუალო — 92.5 წამი — არის ყველა 20 ქულის საშუალო. ჩვეულებრივ, სრული საშუალო არ არის ხოლმე წარმოდგენილი აღწერით სტატისტიკაში, მაგრამ ამ თავში საჭიროა მისი განხილვა, რათა მოეახდინოთ დისპერსიული ანალიზი ამ სქემისათვის.

დამოუკიდებელი ცვლადების ურთიერთქმედება

ურთიერთქმედება – სიტუაცია ფაქტორულ სქემაში, როდესაც ერთი დამოუკიდებელი ცვლადის ეფექტი დამოკიდებულია მასთან კომბინაციაში მყოფი მეორე დამოუკიდებელი ცვლადის მნიშვნელობაზე.

ფაქტორულ სქემაში **ურთიერთქმედება** ხდება, როდესაც ერთი დამოუკიდებელი ცვლადი (მაგ., ფაქტორი *A*) დამოკიდებულია მეორე დამოუკიდებელი ცვლადის მნიშვნელობაზე (მაგ., ან B_1 ან B_2), ცვლადისა, რომელთანაც არის კომბინაციაში. მაგალითად, თუ ურთიერთქმედება ხდება 2x2 სქემაში, მაშინ *A* ფაქტორის ეფექტი – განსხვავება ქცევაში A_1 და A_2 პირობებს შორის – დამოკიდებულია *B* ფაქტორის მნიშვნელობაზე. ამის მსგავსად, თუ ხდება ურთიერთქმედება, *B* ფაქტორის ეფექტი – განსხვავება ქცევაში B_1 და B_2 პირობებს შორის – დამოკიდებულია *A* ფაქტორის მნიშვნელობაზე. ურთიერთქმედება ხშირად აღინიშნება *AxB*, რაც იკითხება ასე: "*A*-სა და *B*-ს ურთიერთქმედება".

პუბლიკაზე გათვლილი ქცევის ჰიპოთეზის წინასწარმეტყველების მიხედვით, ჩვენს სანიმუშო ექსპერიმენტში ურთიერთქმედება უნდა მომხდარიყო. ამ ჰიპოთეზამ ივარაუდა, რომ კარგი სიახლის ტიპისათვის არ იქნებოდა განსხვავება პასუხის ლატენტურ დროში მხედველობის არეში ყოფნისა და არყოფნის პირობების მიხედვით (ანუ არ იქნებოდა განსხვავება A_1B_1 და A_2B_1 უჯრედების საშუალოებს შორის). ხოლო ცუდი სიახლის ტიპისათვის ჰიპოთეზამ იწინასწარმეტყველა მნიშვნელოვნად ხანგრძლივი ლატენტური დრო მხედველობის არეში ყოფნის პირობისათვის (A_1B_2 უჯრედის საშუალო) მხედველობის არეში არყოფნის პირობასთან (A_2B_2 უჯრედის საშუალო) შედარებით. მიაქციეთ ყურადღება, რომ ურთიერთქმედების არსებობა გამოითვლება უჯრედების საშუალოებს შორის განსხვავებების შედარებით, და არა მთავარი ეფექტების საშუალოების განსხვავებების შედარებით.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა XI-1

1. განსაზღვრეთ: უჯრედი, უჯრედის საშუალო, სვეტის საშუალო, ფაქტორი, ფაქტორული სქემა, სრული საშუალო, ურთიერთქმედება, დამოუკიდებელი ცვლადის მნიშვნელობა (დონე), *A* ფაქტორის მთავარი ეფექტი, *B* ფაქტორის მთავარი ეფექტი, მთავარი ეფექტის საშუალო, სტრიქონის საშუალო, პირობა, X_{AB}, X_A, X_B, X_G.

2. შემდეგი ფაქტორული სქემებიდან თითოეულისათვის განსაზღვრეთ, რამდენი დამოუკიდებელი ცვლადი ცვალებადობს და მიუთითეთ დონეების რაოდენობა თითოეული ფაქტორისათვის. შემდეგ, იმ დაშვებით, რომ გვაქვს ცდის პირებს შორის სქემა, მიუთითეთ, რამდენი ცდის პირი იქნება საჭირო, თუ ყოველ პირობაში მონაწილეობა

10 ცდის პირმა უნდა მიიღოს.
სქემის ტიპი: (ა) 3x3, (ბ) 3x2, (გ) 2x3, (დ) 6x2, (ე) 4x4, (ვ) 2x2x2, (ზ) 2x4x3, (თ) 3x3x2.

3. გამოთვალეთ უჯრედების საშუალოები, მთავარი ეფექტის საშუალოები და სრული საშუალო ქვემოთ მოყვანილი თითოეული ცხრილის მონაცემებისათვის:

ცხრილი 1

		ფაქტორი A	
		A_1	A_2
ფაქტორი B	B_1	10	17
		13	23
		8	17
		17	21
		12	19
		20	24
	B_2	19	27
		13	21
		10	16
		20	19
		22	30
		17	24

ცხრილი 2

		ფაქტორი A	
		A_1	A_2
ფაქტორი B	B_1	23	41
		13	22
		28	27
		11	32
		19	26
		20	24
		18	39
	B_2	29	28
		33	31
		18	26
		29	34
		36	39
		47	44
		27	35

ცდის პირთა შორის ორფაქტორიანი სქემის დისპერსიული ანალიზი

ფაქტორული სქემის სტატისტიკური ანალიზი მოიცავს ჰიპოთეზების შემოწმებას, რათა განისაზღვროს, მნიშვნელოვნად განსხვავდება თუ არა მთავარი ეფექტის საშუალოები თითოეული დამოუკიდებელი ცვლადისათვის და დადგინდეს, სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია თუ არა დამოუკიდებელ ცვლადებს შორის ურთიერთქმედება. ეს მოწმდება კვლავ დისპერსიული ანალიზის მეშვეობით, რომელიც მონაცემების სრულ ცვალებადობას დაყოფს ცვალებადობის ისეთ წყაროებად, რომლებიც ერთმანეთისაგან დამოუკიდებელია. ცდის პირებს შორის ერთფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზი (რომელიც მე-10 თავში განვიხილეთ) სრულ ცვალებადობას ორ დამოუკიდებელ წყაროდ ყოფს: ერთი დამოუკიდებელი ცვლადის (ანუ A ფაქტორის) ეფექტის გამო ხდება, და მეორე კი – ჯგუფებს შიგნით ცვალებადობის გამო. ცდის პირებს შორის ორფაქტორიან სქემაში ქულების სრული ცვალებადობა იყოფა ჯგუფებს შორის სამ წყაროდ და ჯგუფებს შიგნით ერთ წყაროდ. ჯგუფებს შორის ცვალებადობის წყაროები შემდეგია:

- ცვალებადობა A ფაქტორის ეფექტის გამო;
- ცვალებადობა B ფაქტორის ეფექტის გამო;
- ცვალებადობა A და B ფაქტორებს შორის ურთიერთქმედების გამო, რომელიც სიმბოლურად აღინიშნება AxB.

ჯგუფებს შიგნით ცვალებადობის წყარო არის უჯრედებს შიგნით შემთხვევითი ცვალებადობა.

შემდეგ დისპერსიული ანალიზი იყენებს ამ დანაწილებას, რათა წარმოქმნას კვადრატების ოთხი საშუალო:

MS_A, რომელიც იცვლება A ფაქტორის ეფექტთან ერთად;
MS_B, რომელიც იცვლება B ფაქტორის ეფექტთან ერთად;
MS_{AxB}, რომელიც იცვლება A და B ფაქტორების ურთიერთქმედებასთან ერთად;
$MS_{შეცდომა}$, რომელიც იცვლება უჯრედებს შიგნით მონაცემების ცვალებადობასთან ერთად.

ამ ეტაპის შემდეგ გამოითვლება სამი F სტატისტიკა, ორი – თითოეული დამოუკიდებელი ცვლადისათვის და ერთი — ურთიერთქმედებისათვის. ეს შემდეგი გზით ხდება:

ცვალებადობის წყარო	F სტატისტიკა
ფაქტორი A	$MS_A / MS_{შეცდომა}$
ფაქტორი B	$MS_B / MS_{შეცდომა}$
ურთიერთქმედება AxB	$MS_{AxB} / MS_{შეცდომა}$

ამ სამი F სტატისტიკიდან თითოეული გამოიყენება სტატისტიკური ჰიპოთეზების შემოწმებისათვის, რათა დადგენილ იქნეს, სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია თუ არა ცვალებადობის ის წყარო, რომელსაც შეესაბამება F სტატისტიკა.

დისპერსიული ფაქტორული ანალიზის კონცეპტუალური გააზრებისათვის შემდეგ ქვეთავში განვიხილავთ, როგორ მიიღება გადახრების კვადრატების საშუალო, რომელიც შედის ამ F სტატისტიკებში. თუმცა, თუ თქვენ დაგჭირდებოდათ დისპერსიული ფაქტორული ანალიზის ჩატარება მონაცემთა რეალურ ბაზაზე, თქვენ გამოიყენებდით, გამოთვლის თვალსაზრისით, უფრო ადვილ ფორმულებს იმ გამოსათელელი ფორმულებიდან, რომლებიც მოყვანილია ამ თავის დამატებაში, ან მიმართავდით მონაცემთა ანალიზის კომპიუტერულ პროგრამას.

მონაცემთა დაყოფა

დისპერსიულ ანალიზში სამი F სტატისტიკისათვის გადახრების კვადრატების საშუალოები გამოითვლება ექსპერიმენტში მონაცემების სრული ცვალებადობის ისეთ ნაწილებად დაყოფით, რომლებიც იცვლება A ფაქტორთან (ჯგუფებს შორის), B ფაქტორთან (ჯგუფებს შორის), AxB ურთიერთქმედებასთან (ჯგუფებს შორის) და შემთხვევით ცვალებადობასთან (ჯგუფებს შიგნით) ერთად. ქულის ნარდგენის ეს მოდელი ცდის პირებს შორის ორფაქტორიან სქემაში შეიძლება შემდეგნაირად გამოისახოს:

სრული ცვალებადობა ცდის პირის მონაცემებში	=	ცვალებადობა A ფაქტორის ეფექტის გამო პლუს შერჩევის შეცდომა	+	ცვალებადობა A ფაქტორის ეფექტის გამო პლუს შერჩევის შეცდომა	+	ცვალებადობა A და B ფაქტორების ურთიერთქმედების გამო პლუს შერჩევის შეცდომა	+	ცვალებადობა უჯრედებს შიგნით შეცდომის გამო	(11.1)

მონაცემების ტერმინებით ეს განტოლება შეიძლება ჩაიწეროს შემდეგნაირად:

$$(X - \overline{X}_G) = (\overline{X}_A - \overline{X}_G) + (\overline{X}_B - \overline{X}_G) + (\overline{X}_{AB} - \overline{X}_A - \overline{X}_B + \overline{X}_G) + (X - \overline{X}_{AB}). \qquad (11.2)$$

ცდის პირის ქულის განსხვავება სრული საშუალოსაგან	A ფაქტორის მთავარი ეფექტის საშუალოს განსხვავება სრული საშუალოსაგან	B ფაქტორის მთავარი ეფექტის საშუალოს განსხვავება სრული საშუალოსაგან	ურთიერთქმედება: უჯრედის საშუალოს განსხვავება სრული საშუალოსაგან მას შემდეგ, რაც A და B ფაქტორების მთავარი ეფექტები გაუქმებულია	ცდის პირის ქულის განსხვავება მისი უჯრედის საშუალოსაგან

ჩვენ განვიხილავთ 11.2 განტოლების თითოეულ ნაწილს.

სრული ცვალებადობა

მე-10 თავში წარმოდგენილი დისპერსიის ერთფაქტორიანი ანალიზის მსგავსად, მონაცემის განსხვავება სრული საშუალოსაგან (ანუ $X - \overline{X}_G$) წარმოადგენს ამ ქულის სრულ ცვალებადობას. როგორც 11.2 განტოლება გვიჩვენებს, ამ ცვალებადობის ნაწილი ხდება თითოეული დამოუკიდებელი ცვლადის ეფექტისა და დამოუკიდებელი ცვლადების ურთიერთქმედების გამო, ნაწილი კი — შემთხვევითი ცვალებადობის გამო.

ცვალებადობა *A* ფაქტორის ეფექტისა და შერჩევის შეცდომის გამო

A ფაქტორის მთავარი ეფექტის საშუალოსა და სრულ საშუალოს შორის განსხვავება (ანუ $\overline{X}_A - \overline{X}_G$) იცვლება *A* ფაქტორის ეფექტსა და *A* ფაქტორის მთავარი ეფექტის საშუალოებს შორის შერჩევის შეცდომასთან ერთად. მისი გამოყენება ორფაქტორიან სქემაში ცდის პირებს შორის ერთფაქტორიან სქემაში მისი გამოყენების იდენტურია, რათა გაიზომოს დამოუკიდებელი ცვლადის გავლენა. მოსალოდნელია, რომ *A* ფაქტორის ნებისმიერი ეფექტი ყველა ცდის პირზე თანაბრად მოახდენს გავლენას ამ ფაქტორის ყველა დონეზე. ამდენად, *A* ფაქტორის ეფექტი ცვლის მთავარი ეფექტის საშუალოების მნიშვნელობას *A* ფაქტორისათვის. ეს მთავარი ეფექტის საშუალოები შემდეგ განსხვავებული იქნება სრული საშუალოსაგან. აქედან გამომდინარე, განსხვავება $\overline{X}_A - \overline{X}_G$ ასახავს *A* ფაქტორის ნებისმიერ ეფექტს (პირობის ეფექტს *A* ფაქტორისათვის 11.1 განტოლებაში). ნებისმიერი პირობის ეფექტის გარდა, მთავარი ეფექტის საშუალოები *A* ფაქტორისათვის ასევე განსხვავებული იქნებიან ერთმანეთისაგან შერჩევის შეცდომის გამო. ამიტომ, $\overline{X}_A - \overline{X}_G$ სხვაობის მნიშვნელობა ასახავს როგორც A ფაქტორის პირობის ეფექტს, ასევე შერჩევის შეცდომას, რომელიც გავლენას ახდენს $\overline{X}_A$-ს მნიშვნელობებზე. შესაბამისად, ის მონაწილეობს MS_A-ს გამოთვლაში.

ცვალებადობა *B* ფაქტორის ეფექტისა და შერჩევის შეცდომის გამო

B ფაქტორის მთავარი ეფექტის საშუალოსა და სრულ საშუალოს შორის განსხვავება (ანუ $\overline{X}_B - \overline{X}_G$) იცვლება *B* ფაქტორის ეფექტსა და *B* ფაქტორის მთავარი ეფექტის საშუალოებს შორის შერჩევის შეცდომასთან ერთად. ისევე, როგორც A ფაქტორის შემთხვევაში, მოსალოდნელია, რომ B ფაქტორის ნებისმიერი ეფექტი გავლენას მოახდენს ყველა ინდივიდზე ამ ფაქტორის ყველა დონეზე და, ამდენად, შეცვლის მთავარი ეფექტის საშუალო მნიშვნელობას *B* ფაქტორისათვის, რომელიც განსხვავებული გახდება სრული საშუალოსაგან. ამიტომ, განსხვავება $\overline{X}_B - \overline{X}_G$ ასახავს *B* ფაქტორის ნებისმიერ ეფექტს (პირობის ეფექტს *B* ფაქტორისათვის 11.1 განტოლებაში). გარდა ამისა, მთავარი ეფექტის საშუალოები *B* ფაქტორისათვის ასევე განსხვავებული იქნებიან ერთმანეთისაგან შერჩევის შეცდომის გამო. ამიტომ, $\overline{X}_B - \overline{X}_G$ განსხვავება ასახავს როგორც *B* ფაქტორის პირობის ეფექტს, ასევე შერჩევის შეცდომას, რომელიც გავლენას ახდენს $\overline{X}_B$-ს მნიშვნელობებზე და, შესაბამისად, მონაწილეობს MS_B-ს გამოთვლაში.

ცვალებადობა *A* და *B* ფაქტორების ურთიერთქმედების გამო

A და *B* ფაქტორების ურთიერთქმედება არის სრული საშუალოსაგან უჯრედების საშუალოების დარჩენილი განსხვავება მას შემდეგ, რაც თითოეული დამოუკიდებელი ცვლადის ეფექტი გაუქმებულია. სიმბოლურად ეს დებულება შეიძლება შემდეგნაირად წარმოვადგინოთ:

$$A \times B = (\overline{X}_{AB} - \overline{X}_G) - (\overline{X}_A - \overline{X}_G) - (\overline{X}_B - \overline{X}_G)$$

ურთიერთქმედება *A*-სა და *B*-ს შორის	=	უჯრედის საშუალოს განსხვავება სრული საშუალოსაგან	-	*A* ფაქტორის მთავარი ეფექტი	-	*B* ფაქტორის მთავარი ეფექტი

განტოლება გვიჩვენებს, რომ ურთიერთქმედება არის უჯრედების საშუალოების ცვალებადობა მას შემდეგ, რაც თითოეული დამოუკიდებელი ცელადის მთავარი ეფექტი გაუქმებულია. უჯრედების საშუალოების ეს დარჩენილი ცვალებადობა ხდება დამოუკიდებელ ცელადებს შორის ურთიერთქმედებისა და უჯრედების საშუალოებს შორის ნებისმიერი შერჩევის შეცდომის გამო.

განტოლებაში მოყვანილი გამოკლების ჩატარების შედეგად ვიღებთ ურთიერთქმედების გამარტივებულ გამოსახულებას:

$$\overline{X}_{AB} - \overline{X}_A - \overline{X}_B + \overline{X}_G$$

ურთიერთქმედება ამ სახით არის წარმოდგენილი 11.2 განტოლებაში. განტოლების ეს ნაწილი მონაწილეობს $MS_{A \times B}$-ის გამოთვლაში.

ცვალებადობა უჯრედებს შიგნით შეცდომის გამო

მონაცემის განსხვავება მისი უჯრედის საშუალოსაგან (ანუ $X - \overline{X}_{AB}$) ასახავს მხოლოდ ექსპერიმენტში უჯრედებს შიგნით შემთხვევით ცვალებადობას. ამით გამოწვეული შეცდომა არის ის, რაც რჩება მონაცემის მიღმა მას შემდეგ, რაც ორივე ფაქტორის მთავარი ეფექტი და მათი ურთიერთქმედება გათვალისწინებულ იქნა. როგორც დისპერსიული ერთფაქტორიანი ანალიზის დროს, შეცდომა ასახავს პიროვნების მონაცემის უნიკალურობას ინდივიდების ჯგუფში, რომელთაგანაც ყველა ერთსა და იმავე პირობაში იყო. ის მონაწილეობს $MS_{\text{შეცდომის}}$ გამოთვლაში.

დაყოფილი მონაცემებიდან გადახრების კვადრატების საშუალოს მიღება

როგორც განვიხილეთ მე-10 თავში, დაყოფის განტოლება გვაძლევს საფუძველს, მივიღოთ *SS* და *df*, რომლებიც ქმნიან კვადრატების საშუალოს *F* შეფარდებისათვის. პირველი ნაბიჯია *SS*-ის მიღება ცდის პირების მონაცემებიდან.

კვადრატების ჯამების მიღება

მე-10 თავში განხილული მიდგომის მსგავსად, კვადრატების ჯამები (*SS*) მიიღება თითოეული ქულის დაყოფით 11.2 განტოლების მიხედვით. ამ დაყოფის ილუსტრაციისათვის ჩვენ გამოვიყენებთ პირველი ცდის პირის მონაცემს პირობაში "არ არის მხედველობის არეში/კარგი სიახლე" (ანუ X_{111}) 11.2 ცხრილიდან, რომელიც არის 97.0. ამ მონაცემისათვის 11.2 განტოლება იქნება.

$$(X_{111} - \overline{X}_G) = (\overline{X}_{A1} - \overline{X}_G) + (\overline{X}_{B1} - \overline{X}_G) + (\overline{X}_{A1B1} - \overline{X}_{A1} - \overline{X}_{B1} + \overline{X}_G) + (X_{111} - \overline{X}_{A1B1}).$$

რიცხვითი მნიშვნელობების ჩასმით ვიღებთ

$$97.0 - 92.5 = (86.5 - 92.5) + (87.7 - 92.5) + (90.8 - 86.5 - 87.7 + 92.5) + (97.0 - 90.8)$$

ანუ მივიღებთ

$$+4.5 = (-6.0) + (-4.8) + (+9.1) + (+6.2).$$

ეს დაყოფა გვაჩვენებს, რომ აღნიშნული მონაცემი განსხვავდება სრული საშუალოსაგან, რადგანაც ადგილი აქვს *A* ფაქტორის სისტემატურ ეფექტს (აღნიშნულია $\overline{X}_{A1} - X_G = -6.0$), *B* ფაქტორის სისტემატურ ეფექტს (აღნიშნულია $\overline{X}_{B1} - X_G = -4.8$), *A* და *B* ფაქტორების ურთიერთქმედებას (აღნიშნულია $X_{A1B1} - X_{A1} - X_{B1} + X_G = 9.1$) და უჯრედებს შიგნით შემთხვევითი ცვალებადობის არასისტემატურ გავლენებს (აღნიშნულია $X_{111} - \overline{X}_{A1B1} = +6.2$). ცხრილის № 11.2 ყველა სხვა მონაცემის მსგავსი დაყოფა ნაჩვენებია ცხრილის № 11.6 პირველ ნაბიჯში. ცხრილის დანარჩენ ნაბიჯებში ამ დაყოფილი მონაცემებიდან გამოთვლილია საშუალოების ჯამები. ყურადღებით მისდიეთ თითოეულს ამ ნაბიჯებიდან.

ნაბიჯი 1. ექსპერიმენტში მონაწილე ყველა 20 ცდის პირის მონაცემი დაყოფილია 11.2 განტოლების მიხედვით.

ნაბიჯი 2. თითოეული მონაცემისათვის მიღებულია რიცხვითი სხვაობები.

ნაბიჯი 3. მე-2 ნაბიჯში მიღებული ყოველი დადებითი და უარყოფითი სხვაობა აყვანილია კვადრატში.

ნაბიჯი 4. ექსპერიმენტის ყველა მონაცემის კვადრატში აყვანილი სხვაობების მნიშვნელობები დაჯამებულია. ეს დაჯამება მიიღწევა ოცივე მნიშვნელობის მიმატებით თითოეულ სვეტში. შედეგად ვიღებთ კვადრატების ხუთ ჯამს:

$$SS_{\text{სრული}} = 4567.000;$$

$$SS_{A} = 720.000;$$

$$SS_{B} = 460.800;$$

$$SS_{AxB} = 1656.200;$$

$$SS_{\text{შეცდომა}} = 1730.000.$$

$SS_{\text{სრული}}$ მისი კომპონენტების ჯამია, ამიტომ

$$SS_{\text{სრული}} = SS_{A} + SS_{B} + SS_{AxB} + SS_{\text{შეცდომა}}. \qquad (11.3)$$

ცხრილი № 11.6

კვადრატების ჯამის მიღება ორფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზისათვის ცხრილის № 11.2 მონაცემებზე დაყრდნობით

ნაბიჯი 1: 20 ცდის პირის ქულების დაყოფა შემდეგი განტოლების გამოყენებით:

$$(X - \overline{X}_{G}) = (\overline{X}_{A} - \overline{X}_{G}) + (\overline{X}_{B} - \overline{X}_{G}) + (\overline{X}_{AB} - \overline{X}_{A} - \overline{X}_{B} + \overline{X}_{G}) + (X - \overline{X}_{AB})$$

	97.0 - 92.5 = (86.5 - 92.5) + (87.7 - 92.5) + (90.8 - 86.5 - 87.7 + 92.5) + (97.0 - 90.8)
	90.0 - 92.5 = (86.5 - 92.5) + (87.7 - 92.5) + (90.8 - 86.5 - 87.7 + 92.5) + (90.0 - 90.8)
მონაცემები	80.0 - 92.5 = (86.5 - 92.5) + (87.7 - 92.5) + (90.8 - 86.5 - 87.7 + 92.5) + (80.0 - 90.8)
A_1B_1-ში	107.0 - 92.5 =(86.5 - 92.5) + (87.7 - 92.5) + (90.8 - 86.5 - 87.7 + 92.5) + (107.0 - 90.8)
	80.0 - 92.5 = (86.5 - 92.5) + (87.7 - 92.5) + (90.8 - 86.5 - 87.7 + 92.5) + (80.0 - 90.8)
	70.0 - 92.5 = (98.5 - 92.5) + (87.7 - 92.5) + (84.6 - 98.5 - 87.7 + 92.5) + (70.0 - 84.6)
	87.0 - 92.5 = (98.5 - 92.5) + (87.7 - 92.5) + (84.6 - 98.5 - 87.7 + 92.5) + (87.0 - 84.6)
მონაცემები	81.0 - 92.5 = (98.5 - 92.5) + (87.7 - 92.5) + (84.6 - 98.5 - 87.7 + 92.5) + (81.0 - 84.6)
A_2B_1-ში	95.0 - 92.5 = (98.5 - 92.5) + (87.7 - 92.5) + (84.6 - 98.5 - 87.7 + 92.5) + (95.0 - 84.6)
	90.0 - 92.5 = (98.5 - 92.5) + (87.7 - 92.5) + (84.6 - 98.5 - 87.7 + 92.5) + (90.0 - 84.6)
	68.0 - 92.5 = (86.5 - 92.5) + (97.3 - 92.5) + (82.2 - 86.5 — 97.3 + 92.5) + (68.0 - 82.2)
	87.0 - 92.5 = (86.5 - 92.5) + (97.3 - 92.5) + (82.2 - 86.5 — 97.3 + 92.5) + (87.0 - 82.2)
მონაცემები	92.0 - 92.5 = (86.5 - 92.5) + (97.3 - 92.5) + (82.2 - 86.5 — 97.3 + 92.5) + (92.0 - 82.2)
A_1B_2-ში	80.0 - 92.5 = (86.5 - 92.5) + (97.3 - 92.5) + (82.2 - 86.5 — 97.3 + 92.5) + (80.0 - 82.2)
	84.0 - 92.5 = (86.5 - 92.5) + (97.3 - 92.5) + (82.2 - 86.5 — 97.3 + 92.5) + (84.0 - 82.2)
	114.0 - 92.5 = (98.5 - 92.5) + (97.3 - 92.5) + (112.4 - 98.5 - 97.3 + 92.5) + (114.0 -112.4)
	96.0 - 92.5 = (98.5 - 92.5) + (97.3 - 92.5) + (112.4 - 98.5 - 97.3 + 92.5) + (96.0 - 112.4)
მონაცემები	127.0 - 92.5 = (98.5 - 92.5) + (97.3 - 92.5) + (112.4 - 98.5 - 97.3 + 92.5) + (127.0 -112.4)
A_2B_2-ში	110.0 - 92.5 = (98.5 - 92.5) + (97.3 - 92.5) + (112.4 - 98.5 - 97.3 + 92.5) + (110.0 -112.4)
	115.0 - 92.5 = (98.5 - 92.5) + (97.3 - 92.5) + (112.4 - 98.5 - 97.3 + 92.5) + (115.0 -112.4)

ცხრილი № 11.6 (გაგრძელება)

ნაბიჯი 2: ჩავატაროთ პირველ ნაბიჯში მითითებული გამოკლება, რათა მივიღოთ რიცხვითი სხვაობები თითოეული ცდის პირისათვის.

	+ 4.5	=	- 6.0	+	- 4.8	+	+ 9.1	+	+ 6.2
	- 2.5	=	- 6.0	+	- 4.8	+	+ 9.1	+	- 0.8
მონაცემები	- 12.5	=	- 6.0	+	- 4.8	+	+ 9.1	+	- 10.8
A_1B_1-ში	+14.5	=	- 6.0	+	- 4.8	+	+ 9.1	+	+ 16.2
	- 12.5	=	- 6.0	+	- 4.8	+	+ 9.1	+	- 10.8
	- 22.5	=	+ 6.0	+	- 4.8	+	- 9.1	+	- 14.6
	- 5.5	=	+ 6.0	+	- 4.8	+	- 9.1	+	+ 2.4
მონაცემები	- 11.5	=	+ 6.0	+	- 4.8	+	- 9.1	+	- 3.6
A_2B_1-ში	+ 2.5	=	+ 6.0	+	- 4.8	+	- 9.1	+	+ 10.4
	- 2.5	=	+ 6.0	+	- 4.8	+	- 9.1	+	+ 5.4
	- 24.5	=	– 6.0	+	+ 4.8	+	- 9.1	+	- 14.2
	- 5.5	=	– 6.0	+	+ 4.8	+	- 9.1	+	+ 4.8
მონაცემები	- 0.5	=	– 6.0	+	+ 4.8	+	- 9.1	+	+ 9.8
A_1B_2-ში	- 12.5	=	– 6.0	+	+ 4.8	+	- 9.1	+	- 2.2
	- 8.5	=	– 6.0	+	+ 4.8	+	- 9.1	+	+ 1.8
	+ 21.5	=	+ 6.0	+	+ 4.8	+	+ 9.1	+	+ 1.6
	+ 3.5	=	+ 6.0	+	+ 4.8	+	+ 9.1	+	- 16.4
მონაცემები	+ 34.5	=	+ 6.0	+	+ 4.8	+	+ 9.1	+	+ 14.6
A_2B_2-ში	+ 17.5	=	+ 6.0	+	+ 4.8	+	+ 9.1	+	- 2.4
	+ 22.5	=	+ 6.0	+	+ 4.8	+	+ 9.1	+	+ 2.6

ნაბიჯი 3: კვადრატში აიყვანეთ თითოეული სხვაობა:

	$(X - \overline{X}_G)^2$	$(\overline{X}_A - \overline{X}_G)^2$	$(\overline{X}_B - \overline{X}_G)^2$	$(\overline{X}_{AB} - \overline{X}_A - \overline{X}_B + \overline{X}_G)^2$	$(X - \overline{X}_{AB})^2$
	20.25	36.0	23.04	82.81	38.44
	6.25	36.0	23.04	82.81	0.64
მონაცემები	156..25	36.0	23.04	82.81	116.64
A_1B_1-ში	210.25	36.0	23.04	82.81	262.44
	156..25	36.0	23.04	82.81	116.64
	506.25	36.0	23.04	82.81	213.16
	30.25	36.0	23.04	82.81	5.76
მონაცემები	132.25	36.0	23.04	82.81	12.96
A_2B_1-ში	6.25	36.0	23.04	82.81	108.16
	6.25	36.0	23.04	82.81	29.16
	600.25	36.0	23.04	82.81	201.64
	30.25	36.0	23.04	82.81	23.04
მონაცემები	0.25	36.0	23.04	82.81	96.04
A_1B_2-ში	156..25	36.0	23.04	82.81	4.84
	72.25	36.0	23.04	82.81	3.24
	462.25	36.0	23.04	82.81	2.56
	12.25	36.0	23.04	82.81	268.96
მონაცემები	1190..25	36.0	23.04	82.81	213.16
A_2B_2-ში	306.25	36.0	23.04	82.81	5.76
	506.25	36.0	23.04	82.81	6.76

ნაბიჯი 4: დაანგარიშეთ კვადრატში აყვანილი სხვაობები თითოეული დაყოფისათვის ყველა ცდის პირის მიხედვით.

4567.000	=720.000	+460.800	+1656.200	+1730.000
$SS_{\text{სრული}}$	SS_A	SS_B	$SS_{A\times B}$	$SS_{\text{შეცდომა}}$

ეს განტოლება გვაჩვენებს, რომ ექსპერიმენტში მონაცემების სრული ცვალებადობა ($SS_{სრული}$) **იმ ცვალებადობის შედეგია, რომელიც ოთხი დამოუკიდებელი წყაროს გამო ხდება:** *A* ფაქტორი, *B* ფაქტორი, *A* და *B* ფაქტორების ურთიერთქმედება და უჯრედებს შიგნით შეცდომა.

თავისუფლების ხარისხის გამოთვლა

კვადრატების საშუალო (*MS*) მიიღება თითოეული *SS*-ის გაყოფით თავის თავისუფლების ხარისხზე. გაიხსენეთ, რომ თავისუფლების ხარისხები განისაზღვრება, როგორც მონაცემების (ქულების) რაოდენობა, რომელიც თავისუფლად იცვლება სტატისტიკის გამოთვლისას. გამოვიყენოთ ეს განსაზღვრება 11.3 განტოლებაში თითოეული *SS*-ისათვის *df*-ის გამოსათვლელად.

თავისუფლების სრული ხარისხი. $SS_{სრული}$ გამოსათვლელად უნდა ვიცოდეთ სრული საშუალო $\overline{X}_G$. რადგანაც კვადრატების სრული ჯამი დამოკიდებულია ექსპერიმენტში ყოველი მონაცემის სხვაობაზე სრული საშუალოსაგან (ანუ $X - \overline{X}_G$), ამდენად მონაცემების სრულ რაოდენობაზე ერთით ნაკლებს შეუძლია თავისუფალი ცვლილება $SS_{სრული}$ გამოთვლისას. ამიტომ

$$\text{თავისუფლების სრული ხარისხი} = df_{სრული} = N - 1,$$

სადაც N არის ექსპერიმენტში მონაცემთა სრული რაოდენობა. როდესაც N = 20, $df_{სრული} = 20 - 1 = 19$.

თავისუფლების ხარისხი SS_A-ისათვის. SS_A გამოითვლება $\overline{X}_G$ —საგან *A* ფაქტორის მთავარი ეფექტის საშუალოების გამოკლებით (ანუ ჩვენს მაგალითში $\overline{X}_{A1}$ და $\overline{X}_{A2}$). ფაქტორულ სქემაში, სადაც *A* ფაქტორს ორი დონე აქვს, თუ ვიცით $\overline{X}_G$, მაშინ *A* ფაქტორის მთავარი ეფექტის მხოლოდ ერთ საშუალოს შეუძლია თავისუფლად ცვლილება. ზოგადად, *df* SS_A-ისათვის (df_A) უდრის ერთით ნაკლებს, ვიდრე *A* ფაქტორის დონეები, ანუ

$$\text{თავისუფლების ხარისხი } SS_A\text{-ისათვის} = df_A = a - 1,$$

სადაც *a* არის *A* დამოუკიდებელი ცვლადის დონეების რაოდენობა. ჩვენს მაგალითში, როდესაც $a = 2$, $df_A = 2 - 1 = 1$.

თავისუფლების ხარისხი SS_B-ისათვის. SS_B გამოითვლება $\overline{X}_G$-საგან *B* ფაქტორის მთავარი ეფექტის საშუალოების გამოკლებით (ანუ ჩვენს მაგალითში $\overline{X}_{B1}$ და $\overline{X}_{B2}$). ფაქტორულ სქემაში, სადაც *B* ფაქტორს ორი დონე აქვს, თუ ვიცით $\overline{X}_G$, მაშინ *B* ფაქტორის მთავარი ეფექტის მხოლოდ ერთ საშუალოს შეუძლია თავისუფლად ცვლილება. ზოგადად, *df* SS_B-ისათვის (df_B) უდრის ერთით ნაკლებს, ვიდრე *B* ფაქტორის დონეები, ანუ

$$\text{თავისუფლების ხარისხი } SS_B\text{-ისათეის} = df_B = b - 1,$$

სადაც *b* არის *B* დამოუკიდებელი ცვლადის დონეების რაოდენობა. ჩვენს მაგალითში b = 2, ამიტომ $df_B = 2 - 1 = 1$.

თავისუფლების ხარისხი SS_{AxB}-ისათვის. SS_{AxB} გამოითვლება თითოეული უჯრედის საშუალოსაგან შესაბამისი მთავარი ეფექტის საშუალოების გამოკლებით. 2x2 სქემისათვის, თუ ცნობილია თითოეული მთავარი ეფექტის საშუალო, მაშინ მხოლოდ ერთი უჯრედის საშუალოს შეუძლია თავისუფალი ცვლილება. როდესაც ვიცით ერთი უჯრედის საშუალო და *A* და *B* ფაქტორების მთავარი ეფექტების საშუალოები, შეგვიძლია ვიპოვოთ დანარჩენი სამი უჯრედის საშუალოები. ზოგადად,

$$\text{თავისუფლების ხარისხი } SS_{AxB}\text{-ისათვის} = df_{AxB} = (a - 1)(b - 1)$$

2x2 სქემაში $a = 2$ და $b = 2$, ამიტომ

$$df_{AxB} = (2 - 1)(2 — 1) = 1.$$

თავისუფლების ხარისხი $SS_{\text{შეცდომისათვის}}$. $SS_{\text{შეცდომა}}$ გამოითვლება ყოველი $\overline{X}_{AB}$-ის გამოკლებით უჯრედის ყველა მონაცემისგან, ექსპერიმენტის ყველა უჯრედისათვის. ამდენად, ყოველი პირობისათვის, მას შემდეგ, რაც ნაპოვნია $\overline{X}_{AB}$, მხოლოდ n_{AB} — 1 მონაცემებს შეუძლიათ თავისუფალი ცვალებადობა ამ უჯრედში. მაგალითად, ცხრილში № 11.2 ხუთი მონაცემიდან მხოლოდ ოთხს შეუძლია თავისუფალი ცვალებადობა თითოეულ უჯრედში, თუ ცნობილია თითეული $\overline{X}_{AB}$. რადგანაც არსებობს ოთხი უჯრედი და თითოეულში თავისუფალი ცვლილება ოთხ ქულას შეუძლია, $SS_{\text{შეცდომისათვის}}$ არსებობს 16 *df*. ზოგადად, როდესაც *a* არის *A* ფაქტორის დონეების რაოდენობა, *b* — *B* ფაქტორის დონეების რაოდენობა, ხოლო n_{AB} – ქულების რაოდენობა თითოეული უჯრედის შიგნით,

$$\text{თავისუფლების ხარისხი } SS_{\text{შეცდომისათვის}} = df_{\text{შეცდომა}} = ab\,(n_{AB} - 1).$$

თავისუფლების ხარისხის ადიტიურობა. ფაქტორულ ანალიზში თავისუფლების ხარისხები იმაეე გზით ჯამდება, როგორც ერთფაქტორიან დისპერსიულ ანალიზში. ამდენად,

$$df_{\text{სრული}} = df_A + df_B + df_{AxB} + df_{\text{შეცდომა}} \qquad (11.4)$$

ეს დამოკიდებულება სრულდება ჩვენს მაგალითშიც, რადგან $df_{\text{სრული}}$ =19, df_A =1, df_B =1, df_{AxB} =1, $df_{\text{შეცდომა}}$ =16.

MS-ის მიღება *SS*-ის და *df*-ის საშუალებით.

11.3 განტოლებაში თითოეული *SS*-ის გაყოფა მის შესაბამის *df*-ზე წარმოქმნის კვადრატების ოთხ საშუალოს, რომლებიც საჭიროა ცდის პირებს შორის ორფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზისათვის:

$$MS_A = \frac{SS_A}{df_A};$$

$$MS_B = \frac{SS_B}{df_B};$$

$$MS_{AxB} = \frac{SS_{AxB}}{df_{AxB}};$$

$$MS_{\text{შეცდომა}} = \frac{SS_{\text{შეცდომა}}}{df_{\text{შეცდომა}}}.$$

ჩვენ არ ვანგარიშობთ $MS_{\text{სრული}}$, რადგანაც ის არ გამოიყენება ამ ანალიზში რომელიმე *F* შეფარდების მისაღებად.

ცხრილის № 11.2 მონაცემებისათვის SS_A=720.000, SS_B=460.800, SS_{AxB}=1656.200 და $SS_{\text{შეცდომა}}$=1730.000. უფრო მეტიც, df_A=1, df_B=1, df_{AxB}=1 და $df_{\text{შეცდომა}}$=16. შესაბამისად,

$$MS_A = \frac{720.000}{1} = 720.000;$$

$$MS_B = \frac{460.800}{1} = 460.800;$$

$$MS_{AxB} = \frac{1656.200}{1} = 1656.200;$$

$$MS_{\text{შეცდომა}} = \frac{1730.000}{16} = 108.125.$$

F სტატისტიკის გამოთვლა

F შეფარდება იქმნება კვადრატების ორი საშუალოს შეფარდებით: ერთი *MS* იცვლება დამოუკიდებელი ცვლადის ეფექტსა და ასევე შერჩევის შეცდომასთან ერთად, მეორე *MS* კი – ექსპერიმენტში მხოლოდ შეცდომის ცვალებადობასთან ერთად. ორფაქტორიან ცდის პირებს შორის დისპერსიულ ანალიზში MS_A იცვლება *A* ფაქტორთან ერთად, MS_B — *B* ფაქტორთან ერთად, MS_{AxB} — *A* და *B* ფაქტორების ურთიერთქმედებასთან ერთად, $MS_{შეცდომა}$ კი — მხოლოდ უჯრედებს შიგნით შემთხვევით ცვალებადობასთან ერთად. ასე რომ, ვიღებთ სამი სახის *F* სტატისტიკას. მათგან თითოეული ასახავს ცვალებადობის ერთ სისტემატურ წყაროს ექსპერიმენტში:

ცვალებადობის წყარო	*F*
ფაქტორი *A*	$\frac{MS_A}{MS_{შეცდომა}}$
ფაქტორი *B*	$\frac{MS_B}{MS_{შეცდომა}}$
A და *B* ურთიერთქმედება	$\frac{MS_{AxB}}{MS_{შეცდომა}}$

გადახრების კვადრატების საშუალოების რიცხვითი მნიშვნელობების ჩასმით ვიღებთ შემდეგ *F* სტატისტიკებს:

ცვალებადობის წყარო	*F*
ფაქტორი *A*	$\frac{720.000}{108.125} = 6.66$
ფაქტორი *B*	$\frac{460.800}{108.125} = 4.26$
A და *B* ურთიერთქმედება	$\frac{1656.200}{108.125} = 15.32$

მოკლედ განვიხილოთ, თუ როგორ გამოვიყენოთ და როგორი ახსნა მივცეთ თითოეულ *F*-ს.

ცხრილში № 11.7 მოყვანილია ცვალებადობის წყაროები ცდის პირებს შორის ორფაქტორიან დისპერსიულ ანალიზში და ფორმულები თითოეული *SS*-ისთვის, *df*-ისთვის, *MS*-ისთვის და *F* სტატისტიკისათვის. ცხრილის № 11.2 მონაცემების დისპერსიული ანალიზის შეჯამების შედეგები მოცემულია ცხრილში № 11.8.

ცხრილი № 11.7
ცდის პირებს შორის ორფაქტორიანი დისპერსიულ ანალიზში გამოყენებული განმარტებითი ფორმულების შეჯამება.

წყარო	*SS*	*df*	*MS*	*F*
A ფაქტორი	SS_A	*A*.1	$\frac{SS_A}{df_A}$	$\frac{MS_A}{MS_{შეცდომა}}$
B ფაქტორი	SS_B	*b*-1	$\frac{SS_B}{df_B}$	$\frac{MS_B}{MS_{შეცდომა}}$
A და *B* ურთიერთქმედება	SS_{AXB}	(*a*-1)(*b*-1)	$\frac{SS_{AxB}}{df_{AxB}}$	$\frac{MS_{AxB}}{MS_{შეცდომა}}$
შეცდომა	$SS_{შეცდომა}$	$ab(n_{AB}-1)$	$\frac{SS_{შეცდომა}}{df_{შეცდომა}}$	
სულ	$SS_{მთლიანი}$	N-1	არ გამოითვლება	

*a A ფაქტორის დონეების რაოდენობაა; *b* – *B* ფაქტორის დონეების რაოდენობა; n_{AB} – ქულების რაოდენობა თითოეულ უჯრედში; N – ქულების სრული რაოდენობა.

ცხრილი № 11.8
ცხრილის № 11.2 ჰიპოთეტური ქულების დისპერსიული ანალიზის გამოთვლის შედეგები.

წყარო	*SS*	*df*	*MS*	*F*
სუბიექტის ყოფნა მხედველობის არეში (*A*)	720.000	1	720.000	6.66*
სიახლის ტიპი (*B*)	460.800	1	460.800	4.26
A x *B*	1656.200	1	1656.200	15.32**
შეცდომა	1730.000	16	1656.200	
სულ	4567.000	19		

* $p < .05$
** $p < .01$

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა XI-2

1. განსაზღვრეთ მონაცემების (ქულების) ცვალებადობის წყაროები ცდის პირებს შორის ორფაქტორიან სქემაში.
2. დანერეთ განტოლება, რომლის მიხედვითაც ხდება ქულების დაყოფა დისპერსიის ორფაქტორიან ცდის პირებს შორის ანალიზში.
3. ახსენით, რატომ იცვლება $\overline{X}_A - \overline{X}_G$ მნიშვნელობა *A* ფაქტორის ეფექტთან ერთად ფაქტორულ ექსპერიმენტში.
4. ახსენით, რატომ იცვლება $\overline{X}_B - \overline{X}_G$ მნიშვნელობა *B* ფაქტორის ეფექტთან ერთად ფაქტორულ ექსპერიმენტში.
5. ახსენით, რატომ იცვლება $\overline{X}_{AB} - \overline{X}_A - \overline{X}_B + \overline{X}_G$ მნიშვნელობა *A* და *B* ფაქტორებს შორის ურთიერთქმედების ეფექტთან ერთად ფაქტორულ ექსპერიმენტში.

6. ახსენით, რატომ იცვლება $X - \overline{X}_{AB}$ მნიშვნელობა მხოლოდ უჯრედებს შიგნით შემთხვევით ცვალებადობასთან ერთად ფაქტორულ ექსპერიმენტში.

7. დაასრულეთ შემდეგი ტოლობები ცდის პირებს შორის ორფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზისათვის:
   ა. $df_A =$
   ბ. $df_B =$
   გ. $df_{AxB} =$
   დ. $df_{შეცდომა} =$
   ე. $df_{სრული} =$
   ვ. $MS_A =$
   ზ. $MS_B =$
   თ. $MS_{AxB} =$
   ი. $MS_{შეცდომა} =$

8. რას უდრის $SS_{სრულის}$ მნიშვნელობა, თუ SS_A =40.00, SS_B =70.00, SS_{AxB} =30.00 და $SS_{შეცდომა}$ =100.00?

9. რას უდრის SS_A-ის მნიშვნელობა, თუ $SS_{სრული}$ = 224.00, SS_B =14.00, SS_{AxB} =64.00 და $SS_{შეცდომა}$ =101.00?

10. რას უდრის SS_{AxB}-ის მნიშვნელობა, თუ $SS_{სრული}$ = 302.00, SS_A =75.00, SS_B =19.00 და $SS_{შეცდომა}$ =153.00?

11. რას უდრის $SS_{შეცდომის}$ მნიშვნელობა, თუ $SS_{სრული}$ = 98.00, SS_A =14.00, SS_B =7.00 და SS_{AxB} =17.00?

12. იპოვეთ df_A, df_B, df_{AxB}, $df_{შეცდომა}$ და $df_{სრული}$ 2x3 ცდის პირებს შორის დისპერსიული ანალიზისათვის, სადაც თითოეულ უჯრედში ექვსი ცდის პირია.

13. იპოვეთ df_A, df_B, df_{AxB}, $df_{შეცდომა}$ და $df_{სრული}$ 3x2 ცდის პირებს შორის დისპერსიული ანალიზისათვის, სადაც თითოეულ პირობაში 13 ქულაა.

14. რას უდრის $df_{სრული}$ მნიშვნელობა, თუ df_A=3, df_B=1, df_{AxB}=3 და $df_{შეცდომა}$ = 72?

15. გამოთვალეთ გადახრების კვადრატების საშუალოების რიცხვითი მნიშვნელობები შემდეგი SS-ისა და df-ისათვის: SS_A =14.00, SS_B =26.00, SS_{AxB} =44.00, $SS_{შეცდომა}$ = 480.00, df_A=1, df_B=2, df_{AxB}=2 და $df_{შეცდომა}$ = 60.

16. დავუშვათ, თქვენ ჩაატარეთ 2x2 ფაქტორული ექსპერიმენტი, სადაც თითოეულ უჯრედში სამი ცდის პირია და მიიღეთ შემდეგი ქულები:

		ფაქტორი A	
		A_1	A_2
ფაქტორი B	B_1	30	34
		32	36
		28	32
	B_2	28	38
		30	34
		26	36

   ა. დაყავით ეს ქულები ცხრილში № 11.6 ნაჩვენები მიდგომის მიხედვით. გამოთვალეთ $SS_{სრული}$, SS_A, SS_B, SS_{AxB}, $SS_{შეცდომა}$ და შესაბამისი თავისუფლების ხარისხები ყოველი დაყოფისათვის. შემდეგ შექმენით რიცხვითი შეჯამების ცხრილი MS-ისა და F-ის მნიშვნელობებით.

   ბ. რატომ არის SS_B ნულის ტოლი ამ მაგალითში?

17. ცხრილები № 1 და № 2 ცდის პირებს შორის ორფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზის დაუსრულებელი ცხრილებია. დაუშვით, რომ თითოეულ უჯრედში ქულების ტოლი

რაოდენობებია. თითოეულ ცხრილში შეავსეთ SS-ისა და df-ის გამოტოვებული მნიშვნელობები ცხრილებში № 11.3 და 11.4 მოცემული კაუშირის გამოყენებით. შემდეგ თითოეული ცხრილისათვის უპასუხეთ შემდეგ კითხვებს:

ა. *A* ფაქტორის რამდენი დონე იყო გამოყენებული?

ბ. *B* ფაქტორის რამდენი დონე იყო გამოყენებული?

გ. რამდენი ცდის პირი გაიზომა თითოეულ უჯრედში?

დ. რამდენი ცდის პირი მონაწილეობდა კელევაში?

ცხრილი № 1

წყარო	*SS*	*df*	*MS*	*F*
A ფაქტორი	–	2	16.00	–
B ფაქტორი	24.00	1	–	3.00
A x B	–	–	12.00	–
შეცდომა	–	–	–	
სულ	560.00	65		

ცხრილი № 2

წყარო	*SS*	*df*	*MS*	*F*
A ფაქტორი	–	2	–	4.50
B ფაქტორი	24.00	4	–	1.50
A x B	160.00	–	–	5.00
შეცდომა	–	–	4.00	
სულ	–	224		

სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმება ცდის პირთა შორის ორფაქტორიან დისპერსიულ ანალიზში

იმისათვის, რომ გავიგოთ, როგორ ხდება სტატისტიკური ჰიპოთეზების შემოწმება *F* სტატისტიკის გამოყენებით, რომელიც მიიღება დისპერსიული ფაქტორული ანალიზის შედეგად, უნდა ვიცოდეთ, რა ახდენს გავლენას MS_A-ზე, MS_B-ზე, MS_{AxB}-სა და $MS_{შეცდომაზე}$.

ფაქტორები, რომლებიც გავლენას ახდენენ გადახრების კვადრატების საშუალოებზე დისპერსიულ ფაქტორულ ანალიზში

ფაქტორულ ანალიზში ყოველ *MS*-ზე გავლენას ახდენს ცვალებადობის განსხვავებული წყაროები. თუ დამოკიდებულ ცვლადზე არც ერთ დამოუკიდებელ ცვლადს არ აქვს გაელენა და ასევე არ არსებობს ურთიერთქმედება დამოუკიდებელ ცვლადებს შორის, მაშინ ყოველი *MS* ასახავს მხოლოდ შემთხვევით ცვალებადობას. ასეთ პირობებში ოთხივე კვადრატების საშუალო დაახლოებით ერთი და იმავე მნიშვნელობის უნდა იყოს და აჩვენებდეს მხოლოდ შერჩეის შეცდომის გავლენას. მაგრამ, თუ რომელიმე ან ორივე დამოუკიდებელ ცვლადს აქვს მთავარი ეფექტი, ან თუ ისინი ურთიერთქმედებენ, მაშინ ეფექტი ზრდის შესაბამისი *MS*-ის მნიშვნელობას. მაგალითად, თუ A ფაქტორი ქმნის მთავარ ეფექტს, მაშინ MS_A გაიზრდება $MS_{შეცდომასთან}$ შედარებით, მაგრამ ეს მთავარი ეფექტი არ მოახდენს გავლენას MS_B-ზე, MS_{AxB}-ზე და $MS_{შეცდომაზე}$. მსგავსი სიტუაცია იქნება, თუ B ფაქტორს აქვს მთავარი ეფექტი. თუ B ფაქტორი ქმნის მთავარ ეფექტს, მაშინ MS_B გაიზრდება $MS_{შეცდომა}$-სთან შედარებით, მაგრამ ეს მთავარი ეფექტი არ მოახდენს გავლენას MS_A-ზე, MS_{AxB}-სა და $MS_{შეცდომაზე}$. თუ დამოუკიდებელი ცვლადები ურთიერთქმედებაშია,

მაშინ იზრდება MS_{AxB}, მაგრამ MS_A-ზე, MS_B-ზე და $MS_{შეცდომაზე}$ გავლენას არ ახდენს. $MS_{შეცდომაზე}$ გავლენას არ ახდენს არც მთავარი ეფექტები და არც დამოუკიდებელი ცვლადების ურთიერთქმედება. ის ასახავს მხოლოდ უჯრედებს შიგნით შემთხვევით ცვალებადობას ექსპერიმენტში. ამდენად, თითოეული MS-ის მნიშვნელობა დამოუკიდებელია სხვა კვადრატების საშუალოების მნიშვნელობებისაგან.

კვადრატების ოთხი საშუალო და ცვალებადობის წყაროები, რომლებიც მათზე ახდენენ გავლენას, შეიძლება შემდეგნაირად შეჯამდეს:

კვადრატების საშუალო	მასზე გავლენას ახდენს:
MS_A	*A* ფაქტორის გამო არსებული სისტემატური ცვალებადობა შერჩევის შეცდომა
MS_B	*B* ფაქტორის გამო არსებული სისტემატური ცვალებადობა შერჩეის შეცდომა
MS_{AxB}	*A* და *B* ფაქტორების ინტერაქციის გამო არსებული სისტემატური ცვალებადობა შერჩევის შეცდომა
$MS_{შეცდომა}$	უჯრედებს შიგნით შემთხვევით ცვალებადობა

იმისათვის, რომ ყველაფერი ზემოთ თქმული დავუკავშიროთ სამ F შეფარდებას ცხრილიდან № 11.8, მიაქციეთ ყურადღება, რომ ყოველი F შეფარდება იყენებს $MS_{შეცდომას}$, როგორც მნიშვნელს და დამოუკიდებელი ცვლადის ან ურთიერთქმედების შესაბამის *MS*-ს, როგორც მრიცხველს. თუ კონკრეტული *F* შეფარდების გამოთვლაში *MS*-ზე გავლენის მქონე დამოუკიდებელ ცვლადს არა აქვს ეფექტი, მაშინ ეს *F* შეფარდება დაახლოებით 1-ს უნდა უდრიდეს, რადგანაც როგორც მრიცხველის, ასევე მნიშვნელის *MS* ზომავს მხოლოდ შემთხვევით ცვალებადობას ექსპერიმენტში. მაგრამ თუ დამოუკიდებელ ცვლადს აქვს ეფექტი, მაშინ *MS*-ის მნიშვნელობა ამ ცვლადისათვის იზრდება და *F*-ის მნიშვნელობა ამ ფაქტორისათვის 1.0-ზე მეტი ხდება. ეს დასაბუთება მე-10 თავში დისპერსიული ერთფაქტორიანი ანალიზისათვის მოყვანილი დასაბუთების იდენტურია.

F სტატისტიკაზე დამყარებული სტატისტიკური გადაწყვეტილებების მიღება

ახლა, როდესაც ვიცით, თუ როგორ ახდენს გავლენას ფაქტორები *F* შეფარდების თითოეულ მნიშვნელობაზე, ჩვენ მზად ვართ, თითოეული გამოვიყენოთ *F* ჰიპოთეზების შემოწმებისას. საჭირო ნაბიჯები იგივეა, რაც მე-10 თავში.

ა. თითეული *F* შეფარდებისათვის ყალიბდება ნულოვანი ჰიპოთეზა, H_0, და ალტერნატიული ჰიპოთეზა – H_1;

ბ. იმ დაშვებით, რომ H_0 სწორია, *F*-ის თითეული მნიშვნელობისათვის გამოითვლება *F*-ის შერჩევითი განაწილება. ეს განაწილება მოცემულია ცხრილში № A.3;

გ. შეირჩევა მნიშვნელოვნობის დონე;

დ. *F*-ის კრიტიკული დონე, რომელიც აღინიშნება $F_{კრიტიკული}$, თითოეული *F* შეფარდებისათვის *F*-ის შერჩევითი განაწილებიდან გამოითვლება, რომელიც მოცემულია ცხრილში № A.3;

ე. *F*-ის შერჩევით განაწილებაში თითოეული *F*-ისათვის გამოიყოფა უარყოფის არე;

ვ. შერჩეის მონაცემებიდან გამოითვლება სამი *F*-ის სამი მნიშვნელობა, რომლებიც აღინიშნება, როგორც $F_{რეალური}$;

ზ. გადაწყვეტილება იმის თაობაზე, უარვყოთ თუ არა H_0 თითოეული $F_{რეალურისათვის}$, მიიღება იმაზე დაყრდნობით, ხვდება თუ არა $F_{რეალური}$ უარყოფის არეში.

სტატისტიკური ჰიპოთეზები

ცდის პირებს შორის ორფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზით მოწმდება სამი განსხვავებული ნულოვანი ჰიპოთეზა, თითო ყოველი $F_{ფაქტორისათვის}$. 2x2 ფაქტორულ დისპერსიულ ანალიზში ნულოვანი (H_0) და ალტერნატიული (H_1) ჰიპოთეზები ყოველი F-ისათვის შემდეგია:

F სტატისტიკა	სტატისტიკური ჰიპოთეზები
A ფაქტორისათვის	H_0: $\mu_{A1} = \mu_{A2}$
	H_1: μ_A-ები არ არის ტოლი
B ფაქტორისათვის	H_0: $\mu_{B1} = \mu_{B2}$
	H_1: μ_B-ები არ არის ტოლი
A x B	H_0: $(\mu_{AB} - \mu_A - \mu_B + \mu_G) = 0$
	H_1: ყველა $(\mu_{AB} - \mu_A - \mu_B + \mu_G)$ არ უდრის 0-ს

მთავარი ეფექტები. A და B ფაქტორების მთავარი ეფექტების ნულოვანი და ალტერნატიული ჰიპოთეზები ფორმით იდენტურია ერთფაქტორიანი ანალიზის სტატისტიკური ჰიპოთეზებისა. დამოუკიდებელი ცვლადის მთავარი ეფექტის შემთხვევაში დისპერსიული ფაქტორული ანალიზი მონაცემებს განიხილავს ისე, თითქოს ისინი მიღებულია ერთფაქტორიანი სქემიდან, როგორც ნაჩვენებია ცხრილში № 11.4. პოპულაციის საშუალოების რაოდენობა, რომელიც განისაზღვრება H_0-ში, როგორც A, ასევე B ფაქტორისათვის შეესაბამება ექსპერიმენტში ამ ფაქტორის დონეების რაოდენობას. მაგალითად, თუ ექსპერიმენტი მოიცავს A ფაქტორის სამ დონეს, მაშინ H_0 A ფაქტორისათვის ასე გამოისახება:

$$H_0: \mu_{A1} = \mu_{A2} = \mu_{A3}$$

ხოლო H_1 კი ასე:

H_1: ყველა μ_A-ები არ არის ერთმანეთის ტოლი.

ნულოვანი ჰიპოთეზა თითოეული ფაქტორისათვის არის სიტუაცია, რომელიც არსებობს, თუ დამოუკიდებელ ცვლადს არ აქვს ეფექტი. თუ ნულოვანი ჰიპოთეზა სწორია, მაშინ ნებისმიერი აღმოჩენილი განსხვავება მთავარი ეფექტების შესაბამის საშუალოებს შორის მხოლოდ შერჩევის შეცდომის გამოა.

ალტერნატიული ჰიპოთეზა ამტკიცებს, რომ პოპულაციის საშუალოები არ არის ერთმანეთის ტოლი. ეს სიტუაცია არსებობს მაშინ, თუ დამოუკიდებელ ცვლადს აქვს ეფექტი.

ურთიერთქმედება. ურთიერთქმედების ნულოვანი ჰიპოთეზა ამტკიცებს, რომ თუ პოპულაციაში ურთიერთქმედება არ ხდება, უჯრედების საშუალოების, μ_{AB}, განსხვავება სრული საშუალოსაგან, μ_G, ნულის ტოლი იქნება მას შემდეგ, რაც მას გამოვაკლებთ თითოეული დამოუკიდებელი ცვლადის მთავარ ეფექტს (ანუ $(\mu_A - \mu_G)$ და $(\mu_B - \mu_G)$). სხვა სიტყვებით, ეს H_0 ამტკიცებს, რომ თუ დამოუკიდებელ ცვლადებს შორის ურთიერთქმედება არ არსებობს, დამოუკიდებელი ცვლადების მთავარი ეფექტებიდან შესაძლებელია ზუსტად ვიწინასწარმეტყველოთ თითოეული უჯრედის საშუალოს მნიშვნელობა. ალტერნატიული ჰიპოთეზა ამტკიცებს, რომ ეს ასე არ არის და შეუძლებელია უჯრედების საშუალოების ცვალებადობის წინასწარმეტყველება მხოლოდ მთავარი ეფექტებიდან.

F-ის მნიშვნელობაზე დამყარებული გადაწყვეტილებების მიღება

ჰიპოთეზების სამივე ტიპის შესახებ გადაწყვეტილებების მიღება $F_{ფაქტორის}$ მნიშვნელობებზე დაყრდნობით მსგავსია იმ პროცესისა, რომელიც მიმდინარეობს ერთფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზის დროს. α-ს მნიშვნელობა, რომელიც

განსაზღვრავს უარყოფის არეს, არჩეულია ანალიზის ჩატარებამდე. H_0 ჰიპოთეზის პირობებში F -ის შერჩევითი განაწილება განისაზღვრება სამივე F შეფარდებისათვის და უარყოფის არე არსებობს სამივე შერჩევის განაწილებაში. ეს ნაბიჯი მოითხოვს $F_{კრიტიკულის}$ სამი მნიშვნელობის მოძებნას შესაბამისი მრიცხველი და მნიშვნელი *df*-ებით A.3a ან b ცხრილში, იმის მიხედვით, თუ რა არის არჩეული α-ს მნიშვნელობა. შემდეგ, თითოეული $F_{რეალურისათვის}$, თუ $F_{რეალური}$ უდრის ან მეტია, ვიდრე მისი შესაბამისი $F_{კრიტიკულის}$ მნიშვნელობა, H_0 ამ $F_{რეალურისათვის}$ უარყოფილია და მიღებულია H_1. $F_{რეალურის}$ ამ მნიშვნელობაში შემავალ საშუალოებს შორის სხვაობა სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია. თუ $F_{რეალური}$ ნაკლებია, ვიდრე მისი შესაბამისი $F_{კრიტიკულის}$ მნიშვნელობა, მაშინ გადაწყვეტილება ისაა, რომ ცვალებადობის ამ წყაროსათვის ვერ უარვყოფთ H_0-ს და ვერ მივიღებთ H_1-ს. $F_{რეალურის}$ ამ მნიშვნელობაში შემავალ საშუალოებს შორის განსხვავება არ არის სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი. ორფაქტორიან დისპერსიულ ანალიზში თითოეული $F_{რეალურისათვის}$ არსებული გადაწყვეტილებების ორი ჯგუფი შეჯამებულია ცხრილში № 11.9. გადაწყვეტილების მიღების ილუსტრაციას მოვახდენთ ცხრილში № 11.2 სანიმუშო მონაცემების დისპერსიული ანალიზის მეშვეობით, რაც შეჯამებულია ცხრილში № 11.8. ამ ცხრილში თითოეულ $F_{რეალურს}$ აქვს 1 *df* მრიცხველად და 16 *df* მნიშვნელად. ამიტომ თითოეულ $F_{რეალურს}$ აქვს $F_{კრიტიკულის}$ ერთი და იგივე მნიშვნელობა და, შესაბამისად, ერთი და იგივე უარყოფის არე. ეს მიმართება აუცილებელი არ არის ასეთი ფაქტორული ანალიზის ყველა შემთხვევაში. თითოეული დამოუკიდებელი ცვლადის დონეების რაოდენობის მიხედვით, შესაძლებელია, რომ თითოეულ $F_{რეალურს}$ მრიცხველად ჰქონდეს განსხვავებული *df* და, შესაბამისად, განსხვავებული უარყოფის არე.

ცხრილი № 11.9

დისპერსიის ორფაქტორიან ანალიზში სტატისტიკური გადაწყვეტილებების შეჯამება

***F* შეფარდება:**	**$F_{რეალურის}$ მნიშვნელობა**	**სტატისტიკური გადაწყვეტილება**	
A ფაქტორისათვის	$F_{კრიტიკულზე}$ ნაკლები	ვერ უარვყოფთ H_0-ს ვერ ვიღებთ H_1-ს	*A* ფაქტორის მთავარი ეფექტი არ არის მნიშვნელოვანი.
	$F_{კრიტიკულის}$ ტოლი ან მასზე მეტი	უარვყოფთ H_0-ს ვიღებთ H_1-ს	*A* ფაქტორის მთავარი ეფექტი სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია.
B ფაქტორისათვის	$F_{კრიტიკულზე}$ ნაკლები	ვერ უარვყოფთ H_0-ს ვერ ვიღებთ H_1-ს	*B* ფაქტორის მთავარი ეფექტი არ არის მნიშვნელოვანი.
	$F_{კრიტიკულის}$ ტოლი ან მასზე მეტი	უარვყოფთ H_0-ს ვიღებთ H_1-ს	*B* ფაქტორის მთავარი ეფექტი სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია.
A x B	$F_{კრიტიკულზე}$ ნაკლები	ვერ უარვყოფთ H_0-ს ვერ ვიღებთ H_1-ს	*A* და *B* ფაქტორების ურთიერთქმედება არ არის მნიშვნელოვანი.
	$F_{კრიტიკულის}$ ტოლი ან მასზე მეტი	უარვყოფთ H_0-ს ვიღებთ H_1-ს	*A* და *B* ფაქტორების ურთიერთქმედება სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია.

როდესაც α=.05, $F_{კრიტიკული}$ 1,16 *df*-ით არის 4.49 (აღებულია ცხრილიდან № A.3a). აქედან გამომდინარე, ცხრილში № 11.8 თითოეული $F_{რეალურისათვის}$ უარყოფის არე შედგება $F_{რეალურის}$ მნიშვნელობებისაგან, რომლებიც უდრის ან მეტია 4.49-ზე. დისპერსიის ამ ანალიზიდან შემდეგ გადაწყვეტილებებს ვიღებთ:

წყარო:	$F_{\text{ფაქტ}}$	ხვდება უარყოფის არეში	სტატისტიკური გადაწყვეტილება	
A ფაქტორისათვის	6.66	კი	უარვყოფთ H_0-ს ვიღებთ H_1-ს	*A* ფაქტორის მთავარი ეფექტი სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია.
B ფაქტორისათვის	4.26	არა	ვერ უარვყოფთ H_0-ს ვერ ვიღებთ H_1-ს	*B* ფაქტორის მთავარი ეფექტი არ არის მნიშვნელოვანი.
A x B	15.32	კი	უარვყოფთ H_0-ს ვიღებთ H_1-ს	*A* და *B* ფაქტორების ურთიერთქმედება სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია.

ცდის პირთა შორის ორფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზის დაშვებები

ცდის პირთა შორის დისპერსიული ფაქტორული ანალიზი დამყარებულია იმავე სამ დაშვებაზე ექსპერიმენტში მიღებული მონაცემების (ქულების) შესახებ, რაც ცდის პირთა შორის ერთფაქტორიან ანალიზში:

1. მონაცემები თითოეულ შერჩევაში შემთხვევითად არის აღებული პოპულაციის მონაცემებიდან და თითოეული ქულა დამოუკიდებელია ყველა სხვა ქულისაგან;
2. იმ პოპულაციაში, საიდანაც არის აღებული შერჩევა, მონაცემები ნორმალურადაა განაწილებული;
3. მონაცემების დისპერსიები პოპულაციებში ტოლია.

როგორც აღვნიშნეთ, ერთფაქტორიან ანალიზთან დაკავშირებით, თუ გვსურს, გამოვიყენოთ ცდის პირთა შორის დისპერსიული ანალიზი, უნდა შესრულდეს პირველი დაშვება მონაცემების დამოუკიდებლობის შესახებ. თითეულ ცდის პირს მხოლოდ ერთი ქულის მოცემა შეუძლია ექსპერიმენტში. თუმცა, არ არის აუცილებელი, ექსპერიმენტის მონაცემებში შესრულდეს მეორე და მესამე დაშვებები. მოსალოდნელია, რომ ნორმალურიდან გადახრა და დისპერსიების ტოლობის დაშვების დარღვევა მინიმალურ გავლენას მოახდენს I გვარის შეცდომის დაშვების ალბათობაზე, თუ სრულდება შემდეგი პირობები:

1. ცდის პირების რაოდენობა ყოველ უჯრედში ტოლია;
2. თითოეულ პირობაში ქულების განაწილების ფორმა დაახლოებით ერთნაირია და განაწილებები არც ძალიან წამახვილებულია, არც ძალიან ბრტყელი;
3. მნიშვნელოვნობის დონე არის .05.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა XI.-3

1. განსაზღვრეთ ფაქტორები, რომლებსაც გავლენა აქვს ყოველ *MS*-ზე ცდის პირთა შორის დისპერსიულ ფაქტორულ ანალიზში.
2. ახსენით, თუ რატომ იზრდება MS_A-ის მნიშვნელობა, თუ *A* ფაქტორს აქვს ეფექტი ფაქტორულ ექსპერიმენტში.
3. ახსენით, თუ რატომ იზრდება MS_B-ის მნიშვნელობა, თუ *B* ფაქტორს აქვს ეფექტი ფაქტორულ ექსპერიმენტში.

4. ახსენით, თუ რატომ იზრდება $MS_{\text{ცდა}}$-ის მნიშვნელობა, თუ A და B ფაქტორები ურთიერთქმედებენ ფაქტორულ ექსპერიმენტში.

5. ახსენით, თუ რატომ არ აქვს გაელენა $MS_{\text{შეცდომის}}$ მნიშვნელობაზე არც A და B ფაქტორებს, არც მათ ურთიერთქმედებას ფაქტორულ ექსპერიმენტში.

6. რა არის მოსალოდნელი, რომ დაემართოს $F_{\text{რეალური}}$ მნიშვნელობას A ფაქტორისათვის, თუ A ფაქტორს აქვს ეფექტი ექსპერიმენტში?

7. რა არის მოსალოდნელი, რომ დაემართოს $F_{\text{რეალურ.}}$ მნიშვნელობას AxB-სათვის, თუ დამოუკიდებელი ცვლადები ურთიერთქმედებენ ექსპერიმენტში?

8. განსაზღვრეთ სტატისტიკური შემოწმების ნაბიჯები დისპერსიულ ფაქტორულ ანალიზში.

9. დაწერეთ სტატისტიკური ჰიპოთეზები თითოეულისათვის:
   ა. 2x4 ცდის პირთა შორის დისპერსიული ანალიზი;
   ბ. 3x2 ცდის პირთა შორის დისპერსიული ანალიზი;
   გ. 3x3 ცდის პირთა შორის დისპერსიული ანალიზი.

10. ამ სავარჯიშოში მოცემულია რამდენიმე ცდის პირთა შორის ორფაქტორიანი სქემის-დისპერსიული ანალიზის შეჯამების ცხრილები. თითოეული $F_{\text{რეალურისთვის}}$ იპოვეთ $F_{\text{კრიტიკული}}$ 0.5 მნიშვნელოვნობის დონისათვის ცხრილიდან № A.3a და მიუთითეთ, ხვდება თუ არა $F_{\text{რეალური}}$ უარყოფის არეში. შემდეგ დააფიქსირეთ თქვენი გადაწყვეტილება H_0-თან და H_1-თან დაკავშირებით. თუ $df_{\text{შეცდომისათვის}}$ ცხრილში არ არის მოცემული ზუსტი df, გამოიყენეთ ცხრილში ქვემოთ მითითებული მომდევნო მნიშვნელობა.

ცხრილი 1

წყარო	df	$F_{\text{რეალური}}$
A ფაქტორი	1	4.63
B ფაქტორი	3	2.11
$A \times B$	3	3.97
შეცდომა	56	
სულ	63	

ცხრილი 2

წყარო	df	$F_{\text{რეალური}}$
A ფაქტორი	3	1.42
B ფაქტორი	2	3.51
$A \times B$	6	2.37
შეცდომა	144	
სულ	155	

ცხრილი 3

წყარო	df	$F_{\text{რეალური}}$
A ფაქტორი	2	4.12
B ფაქტორი	4	2.83
$A \times B$	8	1.87
შეცდომა	150	
სულ	164	

2 X 2 ფაქტორული დისპერსიული ანალიზის ინტერპრეტაცია

ფაქტორული სქემის შედეგების ახსნის შესახებ დისკუსიას დავიწყებთ იმ ნაბიჯებით, რომლებიც საჭიროა სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი ურთიერთქმედების ახსნისათვის. შემდეგ კი ავხსნით სტატისტიკურად მნიშვნელოვან მთავარ ეფექტებს.

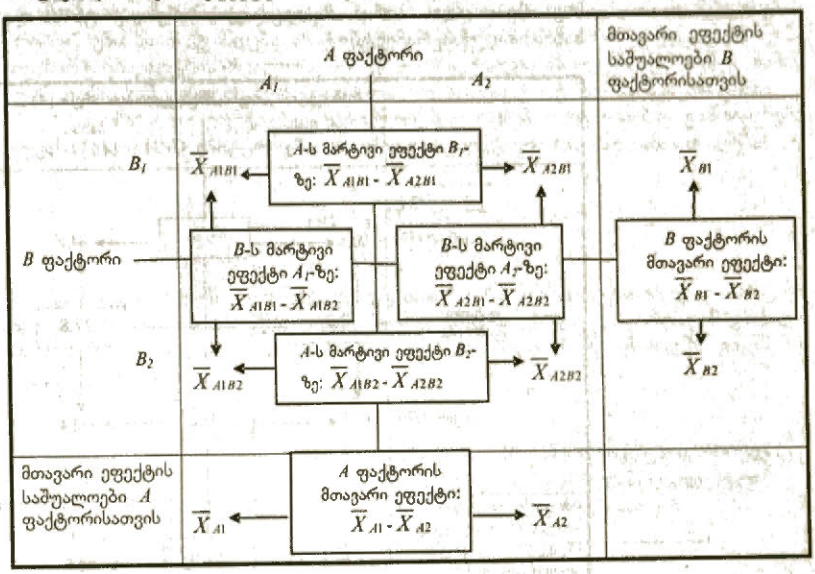
დამოუკიდებელი ცვლადის მარტივი ეფექტი

დამოუკიდებელი ცვლადის მარტივი ეფექტი – ფაქტორულ სქემაში ერთი დამოუკიდებელი ცვლადის ეფექტი მეორე დამოუკიდებელი ცვლადის მხოლოდ ერთი დონის დროს.

ორი დამოუკიდებელი ცვლადის ურთიერთქმედება ხდება, როდესაც ერთი **დამოუკიდებელი ცვლადის ეფექტი** დამოკიდებულია მასთან კომბინაციაში მყოფი მეორე დამოუკიდებელი ცვლადის დონეზე. შესაბამისად, დისპერსიულ ანალიზში სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი ურთიერთქმედების ინტერპრეტაცია ხდება ექსპერიმენტში უჯრედების საშუალოებს შორის სხვაობების შედარებით. უჯრედების საშუალოებს შორის სხვაობები გვიჩვენებენ დამოუკიდებელი ცვლადების მარტივ ეფექტებს. დამოუკიდებელი ცვლადის მარტივი ეფექტი (რომელსაც ხანდახან მარტივ მთავარ ეფექტსაც უწოდებენ) ფაქტორულ სქემაში არის ამ დამოუკიდებელი ცვლადის ეფექტი მეორე დამოუკიდებელი ცვლადის მხოლოდ ერთი დონის დროს. ცხრილში № 11.10 მოყვანილია ოთხი მარტივი ეფექტი, ისევე, როგორც ორი მთავარი ეფექტი 2x2 სქემაში. თითოეული დამოუკიდებელი ცვლადის მარტივი ეფექტი განსაზღვრულია მართკუთხედებში უჯრედებს შორის. 2x2 სქემაში მხოლოდ ორი მარტივი ეფექტი არსებობს თითოეული დამოუკიდებელი ცვლადისათვის.

ცხრილი № 11.10

მარტივი და მთავარი ეფექტები 2x2 ცდის პირებს შორის დისპერსიული ანალიზში.



A ფაქტორის მარტივი ეფექტი

A ფაქტორის მარტივი ეფექტი B_1 დონეზე $\overline{X}_{A1B1}$ და $\overline{X}_{A2B1}$ უჯრედების საშუალოებს შორის განსხვავებითაა მოცემული (ანუ $\overline{X}_{A1B1} - \overline{X}_{A2B1}$). ეს განსხვავება ასახავს *A* ფაქტორის ეფექტს *B* ფაქტორის B_1 დონეზე. ამის მსგავსად, *A* ფაქტორის მარტივი ეფექტი *B* ფაქტორის B_2 დონეზე $\overline{X}_{A1B2}$ და $\overline{X}_{A2B2}$ უჯრედების საშუალოებს შორის განსხვავებითაა მოცემული (ანუ $\overline{X}_{A1B2} - \overline{X}_{A2B2}$). ეს განსხვავება ასახავს *A* ფაქტორის ეფექტს B_2 დონეზე. მარტივი ეფექტების რიცხვითი მნიშვნელობების გამოთვლისას მნიშვნელოვანია, შევინარჩუნოთ შედარებების მიმართულების შეთანხმებულობა და ეფექტის ნიშანი (+ ან –).

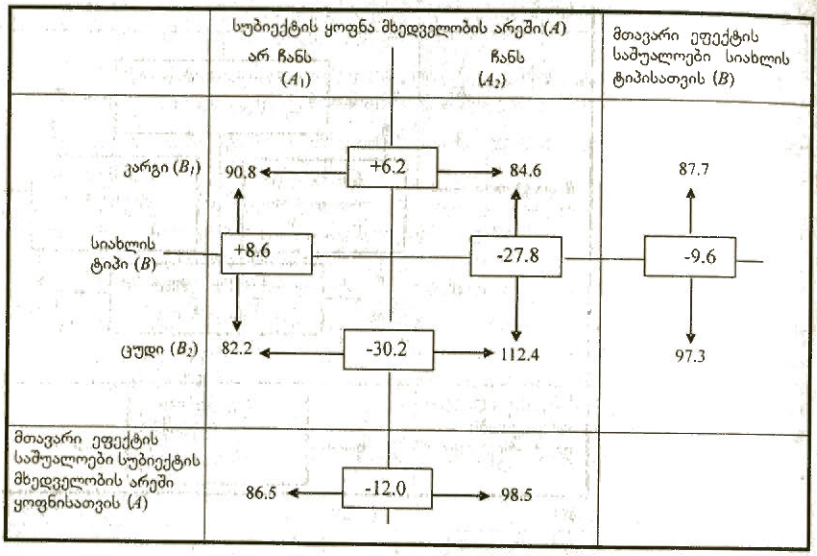
B ფაქტორის მარტივი ეფექტი

B ფაქტორის მარტივი ეფექტი A_1 დონეზე $\overline{X}_{A1B1}$ და $\overline{X}_{A1B2}$ უჯრედების საშუალოებს შორის განსხვავებითაა მოცემული (ანუ $\overline{X}_{A1B1} - \overline{X}_{A1B2}$), ხოლო *B* ფაქტორის მარტივი ეფექტი A_2 დონეზე $\overline{X}_{A2B1}$ და $\overline{X}_{A2B2}$ უჯრედების საშუალოებს შორის განსხვავებითაა მოცემული (ანუ $\overline{X}_{A2B1} - \overline{X}_{A2B2}$). თითოეული მარტივი ეფექტი მიუთითებს *B* ფაქტორის ეფექტს *A* ფაქტორის მხოლოდ ერთ დონეზე.

მარტივი და მთავარი ეფექტების რიცხვითი მაგალითი. ცხრილის № 11.5 საშუალოებისაგან მარტივი და მთავარი ეფექტების რიცხვითი მნიშვნელობების სხვაობები მოცემულია ცხრილში № 11.11. საშუალოებს შორის მთავარი ეფექტის და მარტივი ეფექტის განსხვავებები ნაჩვენებია მართკუთხედებში. მაგალითად, კარგი სიახლის მოსმენისას ცდის პირის მხედველობის არეში ყოფნის/არ – ყოფნის მარტივი ეფექტი (*A* ფაქტორის მარტივი ეფექტი B_1 დონეზე) არის $\overline{X}_{A1B1} - \overline{X}_{A2B1}$, რაც უდრის 90.8-84.6, ანუ +6.2 წამს. ამის მსგავსად, სიახლის ტიპის მარტივი ეფექტი იმ პირობისათვის, როდესაც ცდის პირი არ იმყოფება მხედველობის არეში (*B* ფაქტორის მარტივი ეფექტი A_1 დონეზე) არის $\overline{X}_{A1B1} - \overline{X}_{A1B2}$, რაც უდრის 90.8-82.2, ანუ +8.6 წამს.

ცხრილი № 11.11

პასუხის ლატენტური დროის (წამებში) მთავარი ეფექტისა და მარტივი ეფექტის სხვაობები ცდის პირის მხედველობის არეში ყოფნისა და სიახლის ტიპისათვის სანიმუშო ექსპერიმენტში



მარტივი ეფექტების ახსნა, როდესაც ვლინდება სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი ურთიერთქმედება

თუ დისპერსიული ანალიზისას ხდება დამოუკიდებელი ცვლადების სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი ურთიერთქმედება, მაშინ ფაქტორის ორი მარტივი ეფექტი არ არის ერთმანეთის ან ამ ფაქტორის მთავარი ეფექტის ტოლი. ამიტომ, თუ ხდება სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი ურთიერთქმედება, A ფაქტორის მარტივი ეფექტი B_1 დონეზე, $\overline{X}_{A1B1} - \overline{X}_{A2B1}$, არ უდრის A ფაქტორის მარტივ ეფექტს B_2 დონეზე, $\overline{X}_{A1B2} - \overline{X}_{A2B2}$-ს. გარდა ამისა, A ფაქტორის არც ერთი მარტივი ეფექტი არ უდრის A ფაქტორის მთავარ ეფექტს, რომელიც განისაზღვრება $\overline{X}_{A1} - \overline{X}_{A2}$.

თუ ამ მიმართებას მივუსადაგებთ მაგალითის შედეგებს ცხრილში № 11.11, აღმოვაჩენთ, რომ კარგი სიახლის მოსმენისას ცდის პირის მხედველობის არეში ყოფნის მარტივი ეფექტი (ეფექტია +6.2 წამი) არ უდრის ცუდი სიახლის მოსმენისათვის ცდის პირის მხედველობის არეში ყოფნის მარტივ ეფექტს (ეფექტია —30.2 წამი), და არც ერთი მარტივი ეფექტი არ უდრის ცდის პირის მხედველობის არეში ყოფნის მთავარ ეფექტს (ეფექტია —12.0 წამი).

მსგავსი ურთიერთობა ახასიათებს B ფაქტორის მარტივ ეფექტებსაც. თუ ხდება სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი ურთიერთქმედება, მაშინ B ფაქტორის მარტივი ეფექტი A_1 დონეზე, $\overline{X}_{A1B1} - \overline{X}_{A1B2}$, არ უდრის B ფაქტორის მარტივ ეფექტს A_2 დონეზე, $\overline{X}_{A2B1} - \overline{X}_{A2B2}$-ს; და არც ერთი მარტივი ეფექტი არ უდრის B ფაქტორის მთავარ ეფექტს, რომელიც განისაზღვრება $\overline{X}_{B1} - \overline{X}_{B2}$-ით.

თუ ამ მიმართებას მივუსადაგებთ მაგალითის შედეგებს ცხრილში № 11.11, ნათელია, რომ სიახლის ტიპის მარტივი ეფექტი იმ პირობაში, როდესაც ცდის პირი არ იმყოფება მხედველობის არეში (ეფექტია +8.6 წამი) არ უდრის სიახლის ტიპის მარტივ ეფექტს იმ პირობაში, როდესაც ცდის პირი იმყოფება მხედველობის არეში (ეფექტია —27.8 წამი), და არც ერთი ეფექტი არ უდრის სიახლის ტიპის მთავარ ეფექტს (ეფექტია —9.6 წამი).

მრავლობითი შედარების კრიტერიუმები სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი ურთიერთქმედებისათვის. მარტივი ეფექტების თითოეული შედარება ცხრილებში № 11.10

და 11.11 წარმოადგენს წყვილთაშორის შედარებას. ერთმანეთს ვადარებთ ორი უჯრედის საშუალოს. იმის განსასაზღვრად, მნიშვნელოვნად განსხვავდება თუ არა ერთმანეთისაგან ორი უჯრედის საშუალო, გამოიყენება მრავლობითი შედარების კრიტერიუმი. ამით დგინდება **კრიტიკული განსხვავება** (*CD*) მარტივი ეფექტისათვის. თუ მარტივი ეფექტის რეალური მნიშვნელობა ტოლია ან აღემატება *CD*-ს, მაშინ უჯრედების საშუალოებს შორის განსხვავება სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია.

აქაც, მარტივი ეფექტების საბოლოო შედარებისათვის ხშირად გამოიყენება **ტუკის (Tukey) HSD კრიტერიუმი**. ამ კრიტერიუმისათვის *CD* ასე გამოითვლება:

$$CD = q\sqrt{\frac{MS_{\text{შეცდომა}}}{n_{AB}}}.$$

q-ს მნიშვნელობა გამოითვლება ცხრილიდან № A.4 და დამოკიდებულია მარტივი ეფექტის ჩასატარებელი შედარებების რაოდენობასა და $df_{\text{შეცდომაზე}}$. რადგან ცხრილი № A.4 შედგილ იქნა ერთფაქტორიანი სქემისათვის, ჩვენ ცხრილში ვიყენებთ შემდეგ გარდაქმნას:

სქემის ტიპი	ცხრილიდან № A.4 გამოიყენეთ *q*, რომელიც მოთავსებულია სვეტში დამოუკიდებელი ცვლადის _____ დონეებისათვის
2 x 2	3
2 x 3	5
3 x 2	5
3 x 3	7
2 x 4	8
4 x 3	8
4 x 4	10

$MS_{\text{შეცდომა}}$ არის $MS_{\text{შეცდომის}}$ მნიშვნელობა, გამოთვლილი დისპერსიის ფაქტორულ ანალიზში და n_{AB} არის ქულების რაოდენობა თითოეულ უჯრედში.

ამ გამოთვლის საილუსტრაციოდ 2x2 ექსპერიმენტში ცდის პირის მხედველობის არეში ყოფნისა და სიახლის ტიპის ეფექტებისათვის ვიყენებთ სვეტს a=3 ცხრილიდან № A.4, რათა ვიპოვოთ *q*. რადგანაც $MS_{\text{შეცდომის}}$ *df* არის 16 (ცხრილიდან № 11.8) და α = .05, *q*-ს მნიშვნელობა (3, 16) არის 3.65. ცხრილში № 11.8 $MS_{\text{შეცდომა}}$ =108.125-ს და n_{AB} ქულების რაოდენობა, რომელიც შედის თითოეული უჯრედში, არის 5. აქედან გამომდინარე, ტუკის *CD*-ს რიცხვითი მნიშვნელობა არის

$$CD = 3.65\sqrt{\frac{108.125}{5}} = 17.0 \text{ წამი, დამრგვალებული ერთ მეათედამდე.}$$

ნებისმიერი მარტივი ეფექტი ცხრილიდან № 11.11, რომელიც აბსოლუტური მნიშვნელობით ტოლია ან აღემატება 17.0-ს, სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია .05 დონეზე. მარტივი ეფექტები ცდის პირის მხედველობის არეში ყოფნისათვის ცუდი სიახლის მოსმენის პირობაში (ანუ - 30.2 წამი) და სიახლის ტიპისათვის ცდის პირის მხედველობის არეში ყოფნის პირობაში (ანუ -27.8 წამი) აღემატება აბსოლუტური მნიშვნელობით *CD*-ს, რომელიც არის 17.0 წამი. ეს მარტივი ეფექტები გვიჩვენებს სტატისტიკურად მნიშვნელოვან განსხვავებებს უჯრედების საშუალოებს შორის. მარტივი ეფექტები ცდის პირის მხედველობის არეში ყოფნისათვის კარგი სიახლის მოსმენის პირობაში (ანუ + 6.2 წამი) და სიახლის ტიპისათვის ცდის პირის მხედველობის არეში არყოფნის პირობაში (ანუ + 8.6 წამი) აბსოლუტური მნიშვნელობით ნაკლებია, ვიდრე *CD*, რომელიც 17.0 ნამია. ეს მარტივი ეფექტები არ არის მნიშვნელოვანი და მონაწილე უჯრედების საშუალოები განსხვავდება მხოლოდ შერჩევის შეცდომის გამო.

მთავარი ეფექტების ახსნა, როდესაც ხდება ურთიერთქმედება

როდესაც ხდება სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი ურთიერთქმედება, დამოუკიდებელი ცვლადების მთავარი ეფექტები შეიძლება ვერ გამოვიყენოთ რაიმე მნიშვნელობის მქონე ახსნისათვის, რადგან დამოუკიდებელი ცვლადის მთავარი ეფექტი არის ამ ცვლადის მარტივი ეფექტების საშუალო. მაგალითად, ყველა უჯრედში ცდის პირების ტოლი რაოდენობით არსებობისას, ცდის პირის მხედველობის არეში ყოფნის მთაავარი ეფექტი (-12.0 წამი) ცხრილში № 11.11 არის კარგი და ცუდი სიახლეებისთვის ცდის პირის მხედველობის არეში ყოფნის მარტივი ეფექტების საშუალო (ანუ [(+6.2) + (-30.2)]/2 = –12.0 წამი). მსგავსი დამოკიდებულებაა სიახლის ტიპის მთაავარი ეფექტისათვის – -9.6 წამი. ეს არის საშუალო მარტივი ეფექტებისა სიახლის ტიპისათვის ცდის პირის მხედველობის არეში არყოფნის პირობაში, +8.6 წამი, და ცდის პირის მხედველობის არეში ყოფნის პირობაში, -27.8 წამი. შესაბამისად, როდესაც ხდება ურთიერთქმედება, ისე, რომ დამოუკიდებელი ცვლადის მარტივი ეფექტები არ უდრის ერთმანეთს, ამ დამოუკიდებელი ცელადის მთავარი ეფექტი შეიძლება ზუსტად არ წარმოადგენდეს ცელადის ეფექტს. ასეთი მთავარი ეფექტები ურთიერთქმედების არტეფაქტებია და არ იძლევიან რაიმე მნიშვნელობის მქონე ინფორმაციას ექსპერიმენტის შედეგების შესახებ. შესაბამისად, **არტეფაქტური მთავარი ეფექტი** არის მთავარი ეფექტი, რომელიც არ იძლევა მნიშვნელობის მქონე ინფორმაციას დამოუკიდებელი ცელადის ეფექტის შესახებ, რადგან ის თავს იჩენს მხოლოდ რეალური ურთიერთქმედების სპეციფიკური პატერნის გამო. ეს არის ამ ცვლადის მარტივი ეფექტების სახის ხელოვნური შედეგი. აქედან გამომდინარე, ფაქტორულ სქემაში მთავარი ეფექტების ახსნასთან დაკავშირებით შემოღებულია თავის დასაზღვევი მნიშვნელოვანი შენიშვნა:

არტეფაქტური მთავარი ეფექტი – მთავარი ეფექტი, რომელიც არ იძლევა მნიშვნელობის მქონე ინფორმაციას დამოუკიდებელი ცელადის ეფექტის შესახებ ფაქტორულ სქემაში.

ა. თუ ფაქტორულ სქემაში ხდება სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი ურთიერთქმედება, მაშინ როგორც *A*, ასევე *B* ფაქტორების მთავარი ეფექტები შეიძლება არტეფაქტური იყოს და შეიძლება არ წარმოადგენდნენ მნიშვნელობის მქონე შედეგებს ამ დამოუკიდებელი ცვლადის ეფექტის შესახებ.

ბ. თუ ურთიერთქმედება ფაქტორულ სქემაში არამნიშვნელოვანია, მაშინ როგორც *A*, ასევე *B* ფაქტორების მთავარი ეფექტები წარმოადგენენ მნიშვნელობის მქონე შედეგებს ამ დამოუკიდებელი ცვლადის ეფექტის შესახებ.

დისპერსიულ ანალიზში სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი ურთიერთქმედება არ ნიშნავს იმას, რომ მთავარი ეფექტები იყოს არტეფაქტური, მაგრამ ის არის გაფრთხილება, იმის გამოსავლენად, რათა შემოწმდეს ნებისმიერი მნიშვნელოვანი მთავარი ეფექტი იძლევა თუ არა მნიშვნელობის მქონე შედეგებს დამოუკიდებელი ცვლადის ეფექტის შესახებ.

მარტივი მთაავარი ეფექტების ახსნა, როდესაც არ ხდება სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი ურთიერთქმედება

თუ დამოუკიდებელ ცვლადებს შორის არ არის სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი ურთიერთქმედება, მაშინ ერთი დამოუკიდებელი ცვლადის ეფექტი არ არის დამოკიდებული მეორე დამოუკიდებელი ცვლადის დონეზე. ამიტომ, თუ ურთიერთქმედება არ ხდება, *A* ფაქტორის მარტივი ეფექტი B_1 დონისათვის B_2 დონისათვის *A* ფაქტორის მარტივი ეფექტის ტოლი იქნება. ნებისმიერი რეალური განსხვავება ამ მარტივ ეფექტებს შორის მხოლოდ შერჩევის შეცდომით არის გამონვეული. უფრო მეტიც, თუ *A* ფაქტორის მარტივი ეფექტები ერთმანეთის ტოლია, ისინი ასევე *A* ფაქტორის მთავარი ეფექტის ტოლია, და *A* ფაქტორის მთავარი ეფექტი ამ დამოუკიდებელი ცვლადის ეფექტის საუკეთესო აღწერას იძლევა.

მსგავსი ურთიერთობა აღინიშნება *B* ფაქტორის მარტივი ეფექტებისათვისაც. თუ ურთიერთქმედება არ ხდება, მაშინ *B* ფაქტორის მარტივი ეფექტი A_1 დონეზე A_2 დონეზე *B* ფაქტორის მარტივი ეფექტის ტოლი იქნება. ნებისმიერი რეალური განსხვავება ამ მარტივ ეფექტებს შორის მხოლოდ შერჩევის შეცდომით არის გამოწვეული. *B* ფაქტორის მარტივი ეფექტები ასევე B ფაქტორის მთავარი ეფექტის ტოლია, და *B* ფაქტორის მთავარი ეფექტი ამ დამოუკიდებელი ცვლადის ეფექტის

საუკეთესო აღნერას იძლევა. ეს მიმართებები შეჯამებულია ცხრილის № 11.12 (ბ) ნაწილში.

ცხრილი № 11.12
ურთიერთქმედება 2x2 ფაქტორულ დისპერსიულ ანალიზში და მარტივი ეფექტების და მთავარი ეფექტების ახსნა

(ა) თუ $F_{\text{რაღაც}}$ *AxB* ურთიერთქმედებისათვის ხვდება უარყოფის არეში, მაშინ:

1. ურთიერთქმედების F შეფარდება სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია;
2. ერთი დამოუკიდებელი ცვლადის ეფექტი დამოკიდებულია მეორე დამოუკიდებელი ცვლადის დონეზე;
3. A ფაქტორის მარტივი ეფექტი B_1 დონეზე (ანუ $\overline{X}_{A1B1} - \overline{X}_{A2B1}$) არ უდრის A ფაქტორის მარტივ ეფექტს B_2 დონეზე (ანუ $\overline{X}_{A1B2} - \overline{X}_{A2B2}$). A ფაქტორის მარტივ ეფექტებს შორის რეალური სხვაობა გამონვეულია დამოუკიდებელი ცვლადების ურთიერთქმედებით და არა მხოლოდ შერჩევის შეცდომით;
4. B ფაქტორის მარტივი ეფექტი A_1 დონეზე (ანუ $\overline{X}_{A1B1} - \overline{X}_{A1B2}$) არ უდრის B ფაქტორის მარტივ ეფექტს A_2 დონეზე (ანუ $\overline{X}_{A2B1} - \overline{X}_{A2B2}$). B ფაქტორის მარტივ ეფექტებს შორის რეალური სხვაობა გამონვეულია დამოუკიდებელი ცვლადების ურთიერთქმედებით და არა მხოლოდ შერჩევის შეცდომით;
5. A ფაქტორის მარტივი ეფექტები არ უდრის A ფაქტორის მთაეარ ეფექტს;
6. B ფაქტორის მარტივი ეფექტები არ უდრის B ფაქტორის მთავარ ეფექტს;
7. თითოეული მარტივი ეფექტი უნდა შედარდეს ტუკის *CD*-ს, რათა ვიპოვოთ, თუ უჯრედის რომელი საშუალოები განსხვავდებიან ერთმანეთისაგან მნიშვნელოვნად;
8. როგორც A, ასევე B ფაქტორის მთაეარი ეფექტები შეიძლება არტეფაქტური იყოს და შეიძლება არ ნარმოადგენდეს მნიშვნელობის მქონე შედეგებს დამოუკიდებელი ცვლადის ეფექტის შესახებ.

(ბ) თუ $F_{\text{რაღაც}}$ *AxB* ურთიერთქმედებისათვის არ ხვდება უარყოფის არეში, მაშინ:

1. ურთიერთქმედების F შეფარდება არ არის სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი;
2. ერთი დამოუკიდებელი ცელადის ეფექტი არ არის დამოკიდებული მეორე დამოუკიდებელი ცვლადის დონეზე;
3. A და B ფაქტორების მთაეარი ეფექტები ნარმოადგენენ მნიშვნელობის მქონე შედეგებს ექსპერიმენტის შედეგების შესახებ;
4. A ფაქტორის მარტივი ეფექტი B_1 დონეზე (ანუ $\overline{X}_{A1B1} - \overline{X}_{A2B1}$) მნიშვნელოვნად არ განსხვავდება A ფაქტორის მარტივი ეფექტისაგან B_2 დონეზე (ანუ $\overline{X}_{A1B2} - \overline{X}_{A2B2}$). A ფაქტორის მარტივ ეფექტებს შორის რეალური განსხვავება გამონვეულია შერჩევის შეცდომით;
5. B ფაქტორის მარტივი ეფექტი A_1 დონეზე (ანუ $\overline{X}_{A1B1} - \overline{X}_{A1B2}$) მნიშვნელოვნად არ განსხვავდება B ფაქტორის მარტივი ეფექტისაგან A_2 დონეზე (ანუ $\overline{X}_{A2B1} - \overline{X}_{A2B2}$). B ფაქტორის მარტივ ეფექტებს შორის რეალური განსხვავება გამონვეულია შერჩევის შეცდომით;
6. A ფაქტორის მარტივი ეფექტები არ განსხეავდება A ფაქტორის მთავარი ეფექტისაგან. A ფაქტორის მთავარი ეფექტი ნარმოადგენს A ფაქტორის ეფექტის საუკეთესო აღნერას;
7. B ფაქტორის მარტივი ეფექტები არ განსხვავდება B ფაქტორის მთავარი ეფექტისაგან. B ფაქტორის მთავარი ეფექტი ნარმოადგენს B ფაქტორის ეფექტის საუკეთესო აღნერას;
8. არ არის საჭირო მარტივი ეფექტების გაანალიზება მრავლობითი შედარების კრიტერიუმით.

შეჯამება: დისპერსიული ანალიზის ახსნა სანიმუშო ექსპერიმენტში

ფაქტორული ექსპერიმენტის შედეგების გაგება მოითხოვს თითოეული მთავარი ეფექტისა და ურთიერთქმედების განხილვას და მათ ახსნას დისპერსიულ ანალიზში მიღებული გადაწყვეტილებების გათვალისწინებით. როდესაც ხდება სტატისტიკურად

მნიშვნელოვანი ურთიერთქმედება, როგორც ეს მოცემული ექსპერიმენტის მაგალითშია (იხ. ცხრილი № 11.8), შედეგების ახსნა ურთიერთქმედებით უნდა დაიწყოს.

ცდის პირის მხედველობის არეში ყოფნისა და სიახლის ტიპის ურთიერთქმედების ახსნა

ურთიერთქმედებისათვის გამოთვლილი $F_{\text{რეალური}}$ მნიშვნელობა მოძებნეს ცხრილში № 11.8. იგი აღმოჩნდა 15.32, რომელიც მეტია, ვიდრე $F_{\text{კრიტიკული}}$ მნიშვნელობა 4.49 და ამდენად ხედება უარყოფის არეში. აქედან გამომდინარე, H_0 A და B ფაქტორების ურთიერთქმედებისათვის

$$H_0\text{: ყველა } (\mu_{AB} - \mu_A - \mu_B + \mu_G) = 0$$

უარყოფილია და

$$H_1\text{: ყველა } (\mu_{AB} - \mu_A - \mu_B + \mu_G) \text{ არ უდრის 0-ს}$$

მიღებულია. ამ ურთიერთქმედების ინტერპრეტაციისათვის თავდაპირველად ვიყენებთ ტუკის HSD კრიტიკულ სხვაობას ცხრილის № 11.11 მარტივი ეფექტებისათვის. ტუკის CD არის 17.0 წამი; ამიტომ ნებისმიერი მარტივი ეფექტი ცხრილში № 11.11, რომელიც აბსოლუტური მნიშვნელობით ტოლია ან მეტია 17.0 წამზე, სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია .05 დონეზე.

თუ დავუბრუნდებით ცხრილს № 11.11, ჯერ განვიხილავთ A ფაქტორის — ცდის პირის მხედველობის არეში ყოფნის მარტივ ეფექტებს. A ფაქტორის მარტივი ეფექტი B_1 დონეზე, სხვაობა +6.2 წამი, ნაკლებია CD-ზე, რომელიც 17.0 წამია; ეს მარტივი ეფექტი არამნიშვნელოვანია. ცდის პირის მხედველობის არეში ყოფნას არ აქვს ეფექტი, როდესაც კარგი სიახლის შეტყობინება ხდება. სხვაობა "ჩანს" და "არ ჩანს" უჯრედების საშუალოებს შორის, როდესაც კარგი სიახლის შეტყობინება ხდება (შესაბამისად, 90.8 და 84.6 წამები), მხოლოდ შერჩევის შეცდომის გამოა მიღებული. A ფაქტორის მარტივი ეფექტი B_2 დონეზე, სხვაობა —30.2 წამი, აბსოლუტური მნიშვნელობით მეტია, ვიდრე CD, რომელიც 17.0 წამია. ეს მარტივი ეფექტი სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია. ცუდი სიახლის შეტყობინება მნიშვნელოვნად უფრო ნელა ხდება, როდესაც ცდის პირი მხედველობის არეში იმყოფება (112.4 წამი), ვიდრე როდესაც ცდის პირი მხედველობის არეში არ იმყოფება (82.2 წამი). ახლა შევუდგეთ B ფაქტორის — სიახლის ტიპის — მარტივ ეფექტებს. B ფაქტორის მარტივი ეფექტი A_1 დონეზე, სხვაობა +8.6 წამი, აბსოლუტური მნიშვნელობით ნაკლებია CD-ზე, რომელიც 17.0 წამია; ეს მარტივი ეფექტი არამნიშვნელოვანია. როდესაც ცდის პირი არ იმყოფება მხედველობის არეში, კარგი და ცუდი სიახლეების შეტყობინება ერთნაირი სისწრაფით ხდება. სხვაობა "კარგი სიახლისა" და "ცუდი სიახლის" უჯრედების საშუალოებს შორის (შესაბამისად, 90.8 და 82.2. წამი) მხოლოდ შერჩევის შეცდომის გამოა მიღებული. B ფაქტორის მარტივი ეფექტი A_2 დონეზე, სხვაობა —27.8 წამი, აბსოლუტური მნიშვნელობით მეტია CD-ზე, რომელიც 17.0 წამია; ამდენად, ეს მარტივი ეფექტი მნიშვნელოვანი სხვაობაა. როდესაც ცდის პირი იმყოფება მხედველობის არეში, ცუდი სიახლის შეტყობინება მნიშვნელოვნად უფრო ნელა (112.4 წამი) ხდება, ვიდრე კარგი სიახლის შეტყობინება (84.6 წამი).

ამ ანალიზს მიეყავართ ცდის პირის მხედველობის არეში ყოფნასა და სიახლის ტიპს შორის ურთიერთქმედების შედეგების შემდგომ შეჯამებამდე:

- ცდის პირის მხედველობის არეში ყოფნის ეფექტი დამოკიდებულია შესატყობინებელი სიახლის ტიპზე;
  - ა. კარგი სიახლის შემთხვევაში სხვაობა ლატენტურ დროში მხედველობის არეში მყოფ და არმყოფ ცდის პირებს შორის (შესაბამისად, 90.8 და 84.6 წამი) არ იყო მნიშვნელოვანი;
  - ბ. ცუდი სიახლის შემთხვევაში იმ ცდის პირების ლატენტური დრო, რომლებიც იყვნენ მხედველობის არეში (112.4 წამი) მნიშვნელოვნად მეტი იყო იმ ცდის პირების ლატენტურ დროზე, რომლებიც არ იმყოფებოდნენ მხედველობის არეში (82.2 წამი).

- სიახლის ტიპის ეფექტი დამოკიდებულია ცდის პირის მხედველობის არეში ყოფნაზე;
  - ა. იმ ცდის პირებისთვის, რომლებიც არ იმყოფებოდნენ მხედველობის არეში, არ იყო მნიშვნელოვანი სხვაობა კარგსა და ცუდ სიახლეებს შორის; ასეთი ცდის პირები კარგ და ცუდ სიახლეებს ეკვივალენტური ლატენტური დროის შემდეგ ატყობინებდნენ (შესაბამისად, 90.8 და 82.2 წამი);
  - ბ. ის ცდის პირები, რომლებიც იმყოფებიან მხედველობის არეში, მნიშვნელოვნად დიდ დროს ანდომებენ ცუდი სიახლის შეტყობინებას, ვიდრე კარგის შეტყობინებას, შესაბამისად, 112.4 და 84.6 წამი.

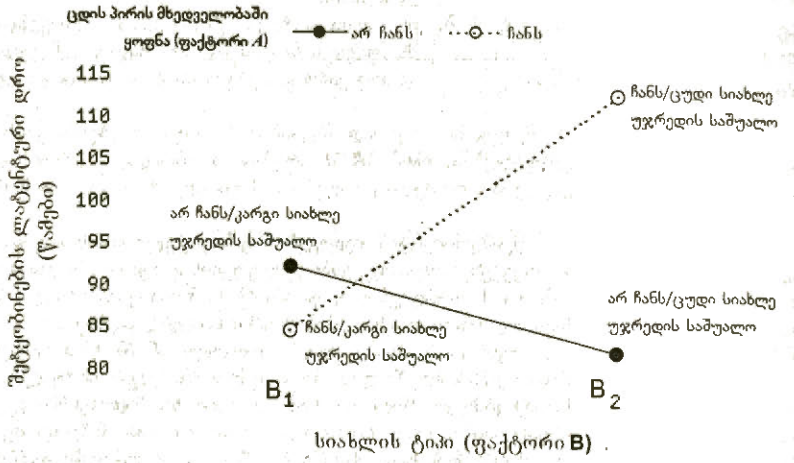
ეს შედეგები აშკარად შეესაბამება თვითპრეზენტაციის ჰიპოთეზის წინასწარმეტყველებას, რომ *MUM* ეფექტი წარმოადგენს მხოლოდ პუბლიკაზე გათვლილ ქმედებას, რომელიც დადებითი სოციალური იმიჯის შენარჩუნებაზეა მიმართული.

ექსპერიმენტის შედეგების გრაფიკული წარმოდგენა. ფაქტორული სქემების გამოქვეყნებულ შედეგებში უჯრედების საშუალოები გრაფიკულად ხშირად სურათის სახითაა წარმოდგენილი, და არა № 11.5 მსგავსი ცხრილის სახით, რადგანაც სურათი ხშირად ურთიერთქმედებას უფრო ნათლად ასახავს.

უჯრედების საშუალოები ცხრილიდან № 11.5 ნაჩვენებია სურათზე № 11.1. მასზე განსაზღვრულია თითოეული უჯრედის საშუალო, მაგრამ გამოქვეყნებულ სტატიებში უჯრედების საშუალოები ხშირად წარმოდგენილია ხოლმე მხოლოდ ისეთი სიმბოლოთი, როგორიცაა შავი ან თეთრი წრეები. იქვე სურათზე აღნიშნულია, თუ რას გამოსახავს ეს წრეები. როდესაც გრაფიკს ეაგებთ, ერთი დამოუკიდებელი ცვლადი გამოისახება აბსცისაზე (ანუ ჰორიზონტალურ ღერძზე), ხოლო მეორე — ორდინატაზე (ანუ ვერტიკალურ ღერძზე). რომელი დამოუკიდებელი ცვლადი გამოისახება აბსცისაზე? ზოგადად მიღებული წესის მიხედვით, აბსცისაზე აიგება ის დამოუკიდებელი ცვლადი, რომელიც ბუნებით უფრო რაოდენობრივია, ან რომელსაც უფრო უწყვეტი განზომილება უდევს საფუძვლად. ჩვენს მაგალითში, ასეთი ცვლადია *B* ფაქტორი, სიახლის ტიპი, რადგანაც სიახლის ტიპს შეუძლია უწყვეტად ცვალებადობა კარგი-ცუდი განზომილების გასწვრივ; ზოგი სიახლე შეიძლება ძალიან კარგი იყოს, ზოგი — ძალიან ცუდი, ხოლო ზოგი სიახლე ამ ორ უკიდურესობას შორის არის. ამიტომ სიახლის ტიპის ცვლადი მოთავსდა აბსცისაზე. მეორე დამოუკიდებელი ცვლადი — ცდის პირის მხედველობის არეში ყოფნა — ნაკლებად უწყვეტად ცვალებადობს; არ არსებობს უწყვეტი გრადაცია მხედველობის არეში ყოფნასა და არყოფნას შორის. შესაბამისად, ეს დამოუკიდებელი ცვლადი გრაფიკზე ორი ფუნქციით გამოისახება. უწყვეტი ხაზით შეერთებული შავი წრეები გამოსახავს ცდის პირის მხედველობის არეში არყოფნის პირობას (A_1), ხოლო წყვეტილი ხაზით შეერთებული თეთრი წრეები - ცდის პირის მხედველობის არეში ყოფნის პირობას (A_2). დამოკიდებული ცვლადი გამოსახულია ორდინატაზე. რადგანაც ყველაზე მოკლე ლატენტური დრო არის 82.2 წამი, ღერძი დაყოფილია (≠) და პირველი აღნიშნული მნიშვნელობა არის 80 წამი.

სურათი № 11.1 გვიჩვენებს განსხვავებულ მარტივ ეფექტებს სათითაოდ ორივე დამოუკიდებელი ცვლადისათვის. როდესაც ხდება სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი ურთიერთქმედება, ერთი დამოუკიდებელი ცვლადის ეფექტი დამოკიდებულია მეორე დამოუკიდებელი ცვლადის დონეზე, იმ ცვლადისა, რომელთანაც ის კომბინირებულია. ურთიერთქმედების ეს სახე, რომელიც გამოითქმება "დამოკიდებულია", ნათელი ხდება ამ სურათიდან. თუ თქვენ გკითხავდნენ: "როგორ მოქმედებს ცდის პირის მხედველობის არეში ყოფნა პასუხის ლატენტურ დროზე?" თქვენი პასუხი იქნებოდა: "ეს დამოკიდებულია იმ სიახლის ტიპზე, რომლის შეტყობინებაც ხდება. კარგი სიახლისათვის ცდის პირის მხედველობის არეში ყოფნის და მხედველობის არეში არყოფნის პირობებს შორის არამნიშვნელოვანი სხვაობა არსებობს. მაგრამ ცუდი სიახლისათვის ცდის პირის მხედველობის არეში ყოფნისას პასუხის ლატენტური დრო მნიშვნელოვნად მეტია, ვიდრე ცდის პირის მხედველობის არეში არყოფნისას." ამის მსგავსად, თუ თქვენ გკითხავდნენ: "ახდენს თუ არა გავლენას სიახლის ტიპი პასუხის ლატენტურობაზე?" თქვენი პასუხი ასეთი იქნებოდა: "ეს დამოკიდებულია

იმაზე, თუ როგორია ცდის პირის მხედველობის არეში ყოფნის პირობა. როდესაც ცდის პირი არ იმყოფება მხედველობის არეში, კარგი და ცუდი სიახლეების შეტყობინების ლატენტურობა არამნიშვნელოვნად არის განსხვავებული. ხოლო როდესაც ცდის პირი იმყოფება მხედველობის არეში, ცუდი სიახლის შეტყობინების ლატენტური დრო მნიშვნელოვნად მეტია, ვიდრე კარგი სიახლისა".



სურათი № 11.1
პასუხის ლატენტური დრო (წამებში) სანიმუშო ექსპერიმენტში როგორც სიახლის ტიპისა (კარგი სიახლე - ცუდი სიახლე) და ცდის პირის მხედველობის არეში ყოფნის (ჩანს — არ ჩანს) ფუნქცია. ამ სურათზე აგებულია ცხრილის № 11.5 უჯრედების საშუალოები

მონაცემთა აღმნიშვნელი წერტილების დამაკავშირებელი ხაზები სურათზე № 11.1 არ არის პარალელური, რაც სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი ურთიერთქმედების ამსახველი სურათის განმასხვავებელი მახასიათებელია. რადგანაც ურთიერთქმედება გულისხმობს, რომ დამოუკიდებელი ცვლადის მარტივი ეფექტები არ უდრის მის მთავარ ეფექტს, სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი ურთიერთქმედების აგების შედეგად არაპარალელური ხაზები უნდა მივიღოთ. მაგრამ არ არის აუცილებელი, რომ ხაზებმა ერთმანეთი გადაკვეთონ, როგორც ეს ხდება სურათზე № 11.1; ეს მოხდება მხოლოდ მაშინ, როდესაც დამოუკიდებელი ცვლადის მარტივ ეფექტებს ურთიერთსაწინააღმდეგო ნიშნები აქვთ, როგორც ეს ამ მაგალითში მოხდა.

პრაქტიკაში იშვიათია, რომ ნებისმიერი ორი ხაზი სურათზე ზუსტად პარალელური იყოს. შერჩევის შეცდომის გამო ხაზები არ იქნება ზუსტად პარალელური მაშინაც კი, როდესაც არ არსებობს სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი ურთიერთქმედება. ამდენად, მხოლოდ ვიზუალური შემოწმება არ არის საკმარისი იმისათვის, რომ განისაზღვროს, მოხდა თუ არა ურთიერთქმედება. ურთიერთქმედება მონაცემებში მხოლოდ მაშინ ხდება, როდესაც დისპერსიულ ანალიზში ურთიერთქმედებისათვის აღმოჩენილია სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი $F_{\text{რეალური}}$.

A დამოუკიდებელი ცვლადის — ცდის პირის მხედველობის არეში ყოფნის – მთავარი ეფექტის ახსნა.

ცხრილში № 11.8 A ფაქტორის მთავარი ეფექტისათვის გამოთვლილი $F_{\text{რეალური}}$ მნიშვნელობა $F_{\text{რეალური}}$ (1.16) = 6.66, რაც მეტია, ვიდრე $F_{\text{კრიტიკული}}$ (1.16) = 4.49. ეს $F_{\text{რეალური}}$ ხვდება უარყოფის არეში და "$H_0 : \mu_{A1} = \mu_{A2}$" ცდის პირის მხედველობის

არეში ყოფნისათვის უარყოფილია, ხოლო "H_1 : μ_A-ები არ უდრის ერთმანეთს" — მიღებული. ეს გადაწყვეტილება გულისხმობს, რომ ცდის პირის მხედველობის არეში ყოფნის მთავარი ეფექტი (სხვაობა —12.0 ნამი მთავარი ეფექტების საშუალოებს – 86.5 და 98.5 წამებს – შორის ცდის პირის მხედველობის არეში არყოფნის და ყოფნის დროს, შესაბამისად) სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია. ეს მთავარი ეფექტი მიუთითებს, რომ სიახლის შეტყობინება უფრო სწრაფად ხდება, როდესაც ცდის პირი არ ჩანს, ვიდრე როცა ცდის პირი ჩანს. მაგრამ ეს მთავარი ეფექტი არტეფაქტურია, და კავშირი, რომელსაც ის გამოხატავს, არ არის როგორც კარგი, ასევე ცუდი სიახლისათვის. როგორც აღმოჩნდა ურთიერთქმედების შესწავლის შედეგად, პირობა, როდესაც ცდის პირი ჩანს, მნიშვნელოვნად ხანგრძლივ ლატენტურ დროს იწვევს მხოლოდ მაშინ, როდესაც სიახლე ცუდია. ლატენტური დროები კარგი სიახლისათვის ცდის პირის მხედველობის არეში ყოფნის და არყოფნის პირობებში მნიშვნელოვნად არ განსხვავდება. ამდენად, მიუხედავად იმისა, რომ ცდის პირის მხედველობის არეში ყოფნის მთავარი ეფექტი უფრო დიდ ლატენტურ დროს გვიჩვენებს იმ პირობისათვის, როდესაც ცდის პირი ჩანს, მარტივი ეფექტების ანალიზი გვიჩვენებს, რომ ეს მიმართება მართებულია მხოლოდ ცუდი სიახლის შეტყობინების დროს; ის არ არის მართებული კარგი სიახლისათვის. ამდენად, ცდის პირის მხედველობის არეში ყოფნის მთავარი ეფექტი არ გვანვდის მნიშვნელოვან ინფორმაციას ექსპერიმენტის შედეგებთან დაკავშირებით; ის არტეფაქტურია.

B დამოუკიდებელი ცვლადის — სიახლის ტიპის – მთავარი ეფექტის ახსნა

$F_{\text{რეალური}}$ მნიშვნელობა B ფაქტორისთვის — სიახლის ტიპისათვის — არის 4.26. $F_{\text{რეალური}}$ ეს მნიშვნელობა ნაკლებია, ვიდრე $F_{\text{კრიტიკული}}$ (4.49) და, აქედან გამომდინარე, "H_0 : $\mu_{B1} = \mu_{B2}$" არ არის უარყოფილი და "H_1 : μ_B-ები არ უდრის ერთმანეთს" არ არის მიღებული. ეს გადაწყვეტილება ნიშნავს, რომ სიახლის ტიპის მთავარი ეფექტი (სხვაობა —9.6 წამი 87.7 და 97.3 წამებს შორის კარგი და ცუდი სიახლისთვის, შესაბამისად) არამნიშვნელოვანია. მხოლოდ ამ არამნიშვნელოვანი მთავარი ეფექტიდან დავასკვნიდით, რომ სიახლის ტიპი არ ახდენს გავლენას ცდის პირის პასუხის ლატენტურ დროზე; მთავარი ეფექტის 9.6-წამიანი სხვაობა კარგი და ცუდი სიახლის პირობებისათვის შერჩევის შეცდომის გამო იქნა მიღებული. მაგრამ ზუსტად აღწერს თუ არა ეს დასკვნა სიახლის ტიპის ეფექტს? აქაც მარტივი ეფექტების შესწავლა გვიჩვენებს, რომ ეს ასე არ არის; სიახლის ტიპს აქვს ეფექტი, მაგრამ ეფექტი დამოკიდებულია ცდის პირის მხედველობის არეში ყოფნაზე. როდესაც ცდის პირი არ არის ექსპერიმენტატორის თანაშემწის მხედველობის არეში, კარგსა და ცუდ სიახლეს შორის არ არსებობს მნიშვნელოვანი განსხვავება პასუხის ლატენტურობაში (ანუ სხვაობა 90.8 და 82.2 წამებს შორის შერჩევის შეცდომის გამო მივიღეთ); მაგრამ როდესაც ცდის პირი არის ექსპერიმენტატორის თანაშემწის მხედველობის არეში, ცუდი სიახლის (X_{A2B2} = 112.4 წამს) შეტყობინება მნიშვნელოვნად უფრო ნელა ხდება, ვიდრე კარგი სიახლისა (X_{A2B1} = 84.6 წამს).

სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი ურთიერთქმედების გამო არ არის საჭირო სიახლის ტიპის არამნიშვნელოვანი ეფექტის ახსნა. პიროვნული დისკომფორტის ჰიპოთეზამ იწინასწარმეტყველა, რომ სიახლის ტიპისათვის იარსებებს სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი და მნიშვნელობის მქონე მთავარი ეფექტი. ცუდი სიახლის შეტყობინებას უფრო დიდი დრო უნდა სჭირდებოდეს, ვიდრე კარგი სიახლის შეტყობინებას, მიუხედავად იმისა, არის თუ არა ცდის პირი თანაშემწის მხედველობის არეში. ამ მაგალითში სიახლის ტიპის მთავარი ეფექტის შედეგი აშკარად არ შეესაბამება პიროვნული დისკომფორტის ჰიპოთეზის წინასწარმეტყველებას.

ურთიერთქმედების სახეები

კავშირი უჯრედის საშუალოებს შორის სანიმუშო ექსპერიმენტში მხოლოდ ერთ-ერთია იმ მრავალი კავშირიდან, რომლის შედეგად სტატისტიკურად მნიშვნელოვან ურთიერთქმედებას ვიღებთ. დისპერსიულ ანალიზში სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი ურთიერთქმედება გვიჩვენებს მხოლოდ იმას, რომ დამოუკიდებელი ცვლადის მარტივ ეფექტსა და მთავარ ეფექტს შორის სხვაობები არ იქნება ერთმანეთის

ტოლი. მხოლოდ ეს არ იძლევა რაიმე შემდგომ ინფორმაციას იმ მრავალი გზის შესახებ, რომლებითაც ეს შედეგი შეიძლება მიგვეღო. ურთიერთქმედების ზუსტი ბუნება შეიძლება განისაზღვროს მხოლოდ უჯრედების საშუალოებს შორის კავშირის ფრთხილი ანალიზის გზით.

ჩარევის ეფექტის სიძლიერის გაზომვა დისპერსიულ ფაქტორულ ანალიზში

ისევე როგორც ერთფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზის დროს, სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი ეფექტი ფაქტორულ სქემაშიც შეიძლება გაიზომოს η^2-ით. რადგანაც არსებობს ორი მთავარი ეფექტის და ურთიერთქმედების კრიტერიუმები, η^2-ის სამ განსხვავებულ მნიშვნელობას ვიღებთ:

$$\eta^2 = \frac{SS_A}{SS_{\text{სრული}}}$$ A ფაქტორის სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი მთავარი ეფექტისათვის;

$$\eta^2 = \frac{SS_B}{SS_{\text{სრული}}}$$ B ფაქტორის სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი მთავარი ეფექტისათვის;

$$\eta^2 = \frac{SS_{AxB}}{SS_{\text{სრული}}}$$ A და B ფაქტორების სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი ურთიერთქმედებისათვის.

ვაჩვენოთ η^2-ის გამოყენება მაგალითში, როცა მხოლოდ ურთიერთქმედებამ მოგვცა მნიშვნელობის მქონე ინფორმაცია; ამ შემთხვევაში η^2 ურთიერთქმედებისათვის, დამყარებული SS მნიშვნელობებზე ცხრილიდან № 11.8, იქნება:

$$\eta^2 = \frac{SS_{AxB}}{SS_{\text{სრული}}} = \frac{1656.200}{4567.000} = .36.$$

ეს მნიშვნელობა გვიჩვენებს, რომ პასუხების ლატენტურობის დისპერსიის 36 პროცენტი აიხსნება ცდის პირის მხედველობის არეში ყოფნისა და სიახლის ტიპის ურთიერთქმედებით.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა XI.–4

1. განსაზღვრეთ: არტეფაქტური მთავარი ეფექტი, მთავარი ეფექტი, მარტივი ეფექტი.

2. შემდეგი ცხრილები და სურათები № 11.2 და 11.3 წარმოადგენენ ექსპერიმენტში მიღებულ უჯრედების საშუალოებს. საშუალოების თითოეული ერთობლიობისათვის მოცემულია დისპერსიული შეჯამებული ანალიზი. შეჯამებულ ანალიზში სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი $F_{\text{ცხრილი}}$ აღნიშნულია $p < .05$-ით. სტატისტიკურად არამნიშვნელოვანი $F_{\text{ცხრილი}}$ აღნიშნულია $p > .05$-ით. როდესაც ხდება მნიშვნელოვანი ურთიერთქმედება, ტუკის HSD CD მარტივი ეფექტებისათვის მოცემულია დისპერსიის ანალიზის შეჯამების ბოლოში. დავუშვათ, რომ A ფაქტორი სწავლების მეთოდია, რომელსაც აქვს ორი დონე: კომპიუტერიზებული სწავლება (A_1) და არაკომპიუტერიზებული სწავლება (A_2). ფაქტორი B სასწავლო მასალაა — მათემატიკური (B_1) და სოციალური (B_2) შინაარსის. დამოკიდებული ცვლადი ტესტში მიღებული ქულაა. ახსენით საშუალოების თითოეული ერთობლიობა, იპოვეთ მარტივი და მთავარი ეფექტები თითოეული დამოუკიდებელი ცვლადისათვის და დაუკავშირეთ ეს ეფექტები შეჯამებულ დისპერსიულ ანალიზს. შემდეგ თითოეული მაგალითისათვის უპასუხეთ შემდეგ კითხვებს:
   ა. მნიშვნელოვნად განსხვავდებიან თუ არა ერთმანეთისაგან A ფაქტორის მთავარი ეფექტის საშუალოები?
   ბ. მნიშვნელოვნად განსხვავდებიან თუ არა ერთმანეთისაგან B ფაქტორის მთავარი ეფექტის საშუალოები?
   გ. ხდება თუ არა სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი ურთიერთქმედება A და B ფაქტორებს შორის?
   დ. როგორ მოქმედებს სწავლების მეთოდის (A ფაქტორი) ეფექტი ტესტში მიღებულ ქულებზე?

ე. როგორ მოქმედებს მასალის ტიპის (*B* ფაქტორი) ეფექტი ტესტში მიღებულ ქულებზე?

ვ. იძლევიან თუ არა მთავარი ეფექტები გამოსადეგ ინფორმაციას ექსპერიმენტის შედეგების შესახებ?

ცხრილი 1

	A ფაქტორი A_1	A_2	დისპერსიული ანალიზის შედეგების შეჯამება	
B ფაქტორი B_1	91	85	*A* ფაქტორი	$p < .05$.
			B ფაქტორი	$p > .05$.
B_2	82	87	*A* x *B*	$p > .05$.

ცხრილი 2

	A ფაქტორი A_1	A_2	დისპერსიული ანალიზის შედეგების შეჯამება	
B ფაქტორი B_1	89	90	*A* ფაქტორი	$p > .05$.
			B ფაქტორი	$p < .05$.
B_2	81	80	*A* x *B*	$p > .05$.

ცხრილი 3

	A ფაქტორი A_1	A_2	დისპერსიული ანალიზის შედეგების შეჯამება	
B ფაქტორი B_1	85	94	*A* ფაქტორი	$p < .05$.
			B ფაქტორი	$p < .05$.
B_2	78	86	*A* x *B*	$p > .05$.

ცხრილი 4

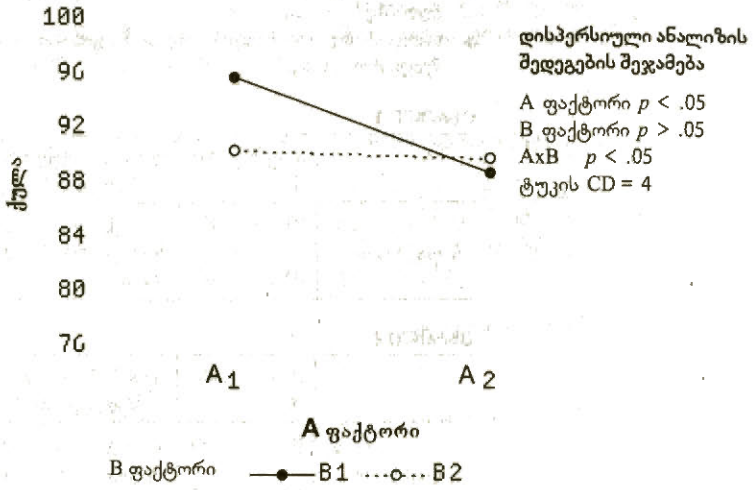
	A ფაქტორი A_1	A_2	დისპერსიული ანალიზის შედეგების შეჯამება	
B ფაქტორი B_1	88	75	*A* ფაქტორი	$p > .05$.
			B ფაქტორი	$p > .05$.
B_2	76	90	*A* x *B*	$p < .05$.

ცხრილი 5

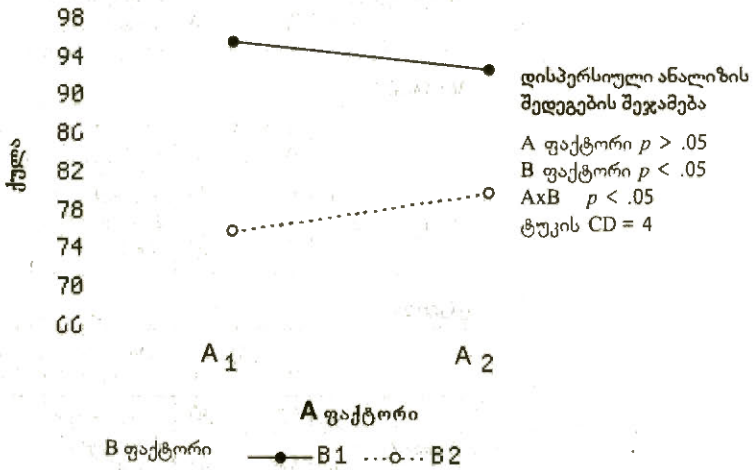
	A ფაქტორი A_1	A_2	დისპერსიული ანალიზის შედეგების შეჯამება	
B ფაქტორი B_1	87	88	*A* ფაქტორი	$p < .05$.
			B ფაქტორი	$p < .05$.
B_2	74	80	*A* x *B*	$p < .05$.

ცხრილი 6

	A ფაქტორი A_1	A_2	დისპერსიული ანალიზის შედეგების შეჯამება	
B ფაქტორი B_1	90	80	*A* ფაქტორი	$p < .05$.
			B ფაქტორი	$p < .05$.
B_2	81	82	*A* x *B*	$p < .05$.



სურათი № 11.2
A და *B* ფაქტორების მანიპულაციის შემცველი ექსპერიმენტის შედეგი



სურათი № 11.3
A და *B* ფაქტორების მანიპულაციის შემცველი ექსპერიმენტის შედეგი

მაგალითი № 11.1

2 X 2 სქემის ანალიზი სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი ურთიერთქმედებითა და არამნიშვნელოვანი მთავარი ეფექტით

ამოცანა

მხედველობა და სმენა ორი დამოუკიდებელი შეგრძნებაა, და მაინც მათ შორის შესაძლებელია არსებობდეს რაღაც საერთო განცდის თვალსაზრისით. ვიზუალურ სტიმულებს ზოგჯერ ახასიათებენ, როგორც ჟლერადს, ხოლო ხმებს – როგორც ნათელს. ამის საფუძველზე ლინდნერმა და ჰაინანმა (Lindner & Hynan, 1987) ნამოაყენეს ჰიპოთეზა, რომ მუსიკის ტიპი, რომელსაც ადამიანი უსმენდა, მოახდენდა გავლენას ამ ადამიანის მიერ აბსტრაქტული ნახატის აღქმაზე. ამ ჰიპოთეზის შესამოწმებლად მათ ჩაატარეს ცდის პირთა შორის 2x2 სქემის ექსპერიმენტი. ისინი ცვლიდნენ მუსიკის ტიპს, რომელსაც ცდის პირი უსმენდა: ეს იყო ან არასტრუქტურირებული ავანგარდული ან სტრუქტურირებული მინიმალისტური მუსიკა (*A* ფაქტორი). ასევე იცვლებოდა ცდის პირის სქესი: მამრობითი ან მდედრობითი (*B* ფაქტორი). მუსიკის მოსმენისას ყოველი ცდის პირი ათვალიერებდა რვა აბსტრაქტულ ნახატს. ნახატების დათვალიერების შემდეგ იგი აფასებდა მათ რამდენიმე 7-ქულიანი შეფასების სკალაზე. ერთი სკალა შედგენილი იყო ზედსართავი სახელების წყვილებისაგან: *დაძაბული* (1) - *თავისუფალი* (7), *რიგიდული* (1) - *ფლექსიბური* (7), *შევიწროებული* (1) - *გაფართოებული* (7). დავუშვათ, რომ ქულები მიღებულია ამ ზედსართავი სახელების სამივე ერთობლიობის შეჯამებით, ისე, რომ შეფასების ქულები შეიძლება იცვლებოდეს 3-დან 21-მდე. დაეუშვათ, რომ 24 ცდის პირისაგან მიღებულია შემდეგი ჰიპოთეტური ქულები:

	მუსიკის ტიპი (*A*)	
	ავანგარდული (A_1)	მინიმალისტური (A_2)
მამრობითი (B_1)	4	16
	5	14
	7	17
	6	19
	10	16
	4	20
ცდის პირთა სქესი (*B*)		
მდედრობითი (B_2)	12	5
	15	9
	18	7
	13	6
	16	10
	16	5

ახდენს თუ არა მუსიკის ტიპი გავლენას ნახატების შეფასებაზე, განსხვავდებიან თუ არა მამაკაცები და ქალები მიცემული შეფასებების მიხედვით, და არსებობს თუ არა ურთიერთქმედება მუსიკის ტიპისა და ცდის პირის სქესს შორის?

ამოხსნა

წარმოადგენილია ცდის პირთა შორის 2x2 სქემა. პირველი ნაბიჯი არის ცდის პირთა შორის ორფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზის ჩატარება იმის გასწასაზღვრად, არსებობს თუ არა სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი მთავარი ეფექტები ან სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი ურთიერთქმედება.

გამოსაყენებელი დაშვებები:

1. ცდის პირები პოპულაციისაგან შემთხვევითად და დამოუკიდებლად იქნა შერჩეული;
2. შეფასებების შეცდომები პოპულაციაში ნორმალურადაა განაწილებული;
3. პოპულაციის შერჩევებში შეფასების ქულების დისპერსიები ტოლია.

სტატისტიკური ჰიპოთეზები:

A ფაქტორი H_0: $\mu_{A1} = \mu_{A2}$
H_1: μ_A-ები არ არიან ტოლი.

B ფაქტორი H_0: $\mu_{B1} = \mu_{B2}$
H_1: μ_B-ები არ არიან ტოლი.

AxB H_0: ყველა $(\mu_{AB} - \mu_A - \mu_B + \mu_G) = 0$
H_1: ყველა $(\mu_{AB} - \mu_A - \mu_B + \mu_G)$ არ უდრის 0-ს

მნიშვნელოვნობის დონე: $\alpha = .05$.

df:

$$df_A = a - 1 = 2 - 1 = 1$$
$$df_B = b - 1 = 2 - 1 = 1$$
$$df_{AxB} = (a - 1)(b - 1) = (2 - 1)(2 - 1) = 1$$
$$df_{შეცდომა} = ab(n_{AB} - 1) = (2)(2)(6 - 1) = 20$$
$$df_{სრული} = N - 1 = 24 - 1 = 23$$

***F*-ის კრიტიკული მნიშვნელობა:** თითოეული $F_{რეალურს}$ აქვს 1 *df* მრიცხველად და 20 *df* მნიშვნელად; ამიტომ $F_{კრიტიკული}(1.20) = 4.35$ [ცხრილიდან № A.3a].

უარყოფის არე: 4.35-ზე ტოლი ან მეტი $F_{რეალურს}$ მნიშვნელობები.

გამოთვლა: დისპერსიული ანალიზი შეიძლება გამოთვლილ იქნეს ქულებიდან იმ გამოთვლითი ფორმულების გამოყენებით, რომლებიც მოცემულია ამ თავის დამატებაში ან კომპიუტერული პროგრამის გამოყენებით. ჩვენ გამოვიყენეთ ფორმულები ამ თავის დამატებიდან, რათა მიგვეღო საბოლოო ცხრილი:

წყარო	*df*	*SS*	*MS*	*F*
მუსიკა (*A*)	1	13.50	13.50	2.81
სქესი (*B*)	1	1.50	1.50	0.31
AxB	1	541.50	541.50	112.81*
შეცდომა	20	96.00	4.80	
სულ	23	652.50		

* $p < .01$

გადაწყვეტილებები: ამ ანალიზის სტატისტიკური ჰიპოთეზებისათვის მისაღებია სამი გადაწყვეტილება, აქედან ყოველი $F_{რეალურისთვის}$ – ერთი:

- მუსიკის ტიპი (*A* ფაქტორი): $F_{რეალური} = 2.81$. ეს $F_{რეალური}$ არ ხვდება უარყოფის არეში; H_0-ის უარყოფის საფუძველი არ არის და არ ვიღებთ H_1-ს;
- სქესი (*B* ფაქტორი): $F_{რეალური} = 0.31$. ეს $F_{რეალური}$ არ ხვდება უარყოფის არეში; H_0-ის უარყოფის საფუძველი არ არის და არ ვიღებთ H_1-ს;
- მუსიკის ტიპისა და სქესის ურთიერთქმედება (*AxB*): $F_{რეალური} = 112.81$. ეს $F_{რეალური}$ ხვდება უარყოფის არეში; უარვყოფთ H_0-ს და ვიღებთ H_1-ს.

ეფექტის სიძლიერე: η^2 სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი ურთიერთქმედებისათვის უდრის $SS_{AxB}/SS_{სრული} = 541.50/652.50 = .83$.

ახსნა და დასკვნები: სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი ურთიერთქმედების ასახსნელად, ვიღებთ ტუკის HSD *CD*-ს მარტივი ეფექტებისათვის და შემდეგ ვადარებთ მარტივ ეფექტებს ამ *CD*-ს. ამ კრიტერიუმისთვის საჭირო რიცხვითი მნიშვნელობები შემდეგია:

- *q* აღებულია ცხრილიდან № A.4. 2x2 სქემის გარდაქმნის მატრიცის

გამოყენებით, რომელიც ერთვის ამ ცხრილს, q-ს მნიშვნელობა მიღებულია, როდესაც α=2 და $MS_{შეცდომის}$ df არის 20. ეს მნიშვნელობაა 3.58, როდესაც α = .05;

- დისპერსიული ანალიზის შედეგად მიღებული $MS_{შეცდომა}$ უდრის 4.80-ს.
- n_{AB}, ქულების რაოდენობა ყოველ უჯრედში არის 6.

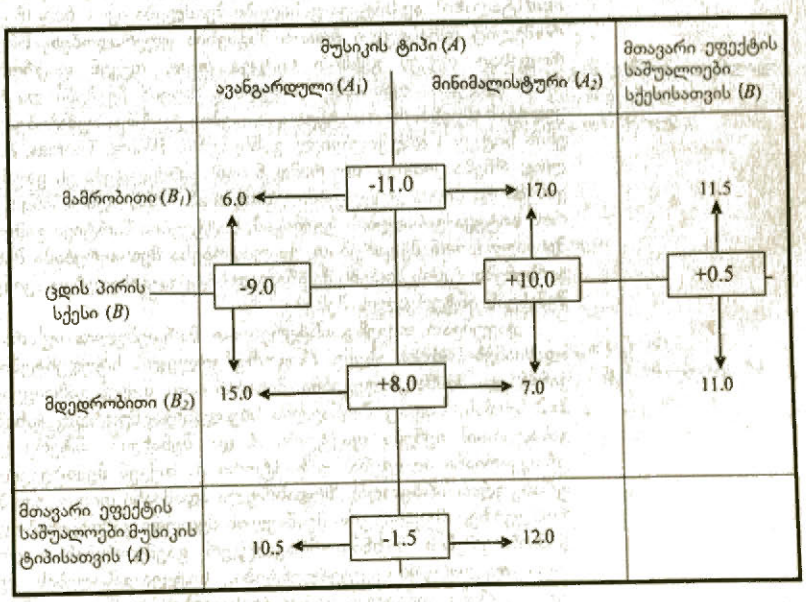
ჩავსვათ ეს რიცხვითი მნიშვნელობები ფორმულაში:

$$CD = q\sqrt{\frac{MS_{შეცდომა}}{n_{AB}}} = 3.58\sqrt{\frac{4.80}{6}} = 3.2 \text{ შეფასების წერტილი.}$$

ნებისმიერი მარტივი ეფექტი, რომლის აბსოლუტური მნიშვნელობა ტოლია ან მეტია 3.2 შეფასების წერტილზე, სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია .05 დონეზე.

ცხრილი № 11.13 გვიჩვენებს უჯრედის და მთავარი ეფექტის საშუალოებს და მარტივ და მთავარ ეფექტებს. ამ ცხრილში ყოველი მარტივი ეფექტი აბსოლუტური მნიშვნელობით მეტია CD-ზე, რომელიც არის 3.2 და, ამდენად, სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია. თუმცა, აღსანიშნავია, რომ თითოეული დამოუკიდებელი ცვლადისათვის მარტივ ეფექტებს საპირისპირო ნიშნები აქვთ. მუსიკის ტიპის ეფექტი აშკარად დამოკიდებულია ცდის პირის სქესზე. მამაკაცები, როდესაც ისინი ავანგარდულ მუსიკას უსმენდნენ, ნახატებს ჩვეულებრივ 6.0 ქულას ანიჭებდნენ (დაძაბული, რიგიდული, შეუფიწროებული), ხოლო როდესაც ისინი მინიმალისტურ მუსიკას უსმენდნენ, ნახატებს ბევრად უფრო მაღალი ქულით აფასებდნენ - 17.0 (თავისუფალი, ფლექსიბური, გაფართოებული). ქალების შემთხვევაში შეფასების ეს პატერნი შებრუნებულია. როდესაც ისინი ავანგარდულ მუსიკას უსმენდნენ, ქალები ნახატებს 15.0 ქულით აფასებდნენ, მაშინ, როდესაც მინიმალისტური მუსიკის მოსმენისას ბევრად ნაკლებ ქულას ანიჭებდნენ - 7.0. მარტივი ეფექტები მუსიკის ტიპისათვის (-11.0 მამაკაცებისათვის და +8.0 ქალებისათვის) არ არის ერთმანეთის ტოლი, ასევე არ არის მუსიკის არამნიშვნელოვანი მთავარი ეფექტის – -1.5 – ტოლიც.

ცხრილი № 11.13
ნახატების შეფასებებში მთავარი ეფექტებისა და მარტივი ეფექტების სხეაობები როგორც მუსიკის ტიპისა და ცდის პირის სქესის ფუნქცია



ამის მსგავსად, ნახატების შეფასებისას განსხვავება ქალებსა და მამაკაცებს შორის დამოკიდებულია მუსიკის ტიპზე. ქალები, რომლებიც ავანგარდულ მუსიკას უსმენენ ($X_{A1B2} = 15.0$), ნახატებს აფასებენ, როგორც მნიშვნელოვნად უფრო თავისუფალს, ფლექსიბურსა და გაფართოებულს, ვიდრე მამაკაცები ($X_{A1B1} = 6.0$), რომლებიც უსმენენ ავანგარდულ მუსიკას. მაგრამ მამაკაცები, რომლებიც უსმენენ მინიმალისტურ მუსიკას ($X_{A2B1} = 17.0$), ნახატებს ამ განზომილებაში მნიშვნელოვნად მაღალი ქულებით აფასებენ, ვიდრე ქალები ($X_{A2B2} = 7.0$). ამგვარად, მარტივი ეფექტები სქესისათვის (-9.0 ავანგარდული მუსიკისათვის და +10.0 მინიმალისტური მუსიკისათვის) არ არის არც ერთმანეთის და არც ცდის პირთა სქესის არამნიშვნელოვანი მთავარი ეფექტის – +0.5 – ტოლი.

მთავარი ეფექტები არ იძლევა გამოსადეგ ინფორმაციას ამ ექსპერიმენტის შედეგების შესახებ. მხოლოდ მთავარი ეფექტებიდან ჩვენ დავასკვნიდით, რომ მუსიკის ტიპისათვის ეფექტი არ არსებობს და რომ მამაკაცები და ქალები არ განსხვავდებიან თავიანთი შეფასებების მხრივ. მაგრამ ურთიერთქმედების ანალიზი გვიჩვენებს, რომ მუსიკის ტიპს აქვს ეფექტი მიცემულ შეფასებებზე, მაგრამ ეფექტის მიმართულება დამოკიდებულია სქესზე. უფრო მეტიც, ქალები და მამაკაცები განსხვავდებიან შეფასებების მხრივ, მაგრამ განსხვავება დამოკიდებულია მუსიკის ტიპზე. η^2 გვიჩვენებს, რომ შეფასებების დისპერსიის 83 პროცენტს განაპირობებს ურთიერთქმედება. ქულების წინასწარმეტყველება უჯრედის საშუალოდან, და არა სრული საშუალოდან, ამ შერჩევაში სრულ დისპერსიას 83 პროცენტით აშცირებს.

მაგალითი № 11.2

2 X 2 სქემის ანალიზი სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი ურთიერთქმედებითა და მთავარი ეფექტით

ამოცანა

სიტყვა-გასაღების მეთოდი წარმოადგენს მეხსიერების გაძლიერების ტექნიკას, როდესაც ადამიანი იყენებს ვიზუალურ ხატს ორ ერთეულს შორის ასოციაციის წარმოსაქმნელად. ამ მეთოდის გამოყენების ერთ-ერთი მაგალითია მეორე ენის ლექსიკონის შესწავლა. დავუშვათ, რომ თქვენ გთხოვეს, შეისწავლოთ უცხო ფრანგული სიტყვების სია და ამ სიტყვების ინგლისური ეკვივალენტები, როგორიცაა, მაგალითად, ფრანგული სიტყვა *boue* (ტალახი) და მისი ინგლისური ეკვივალენტი *mud* (ტალახი). აქ სიტყვა-გასაღები შეიძლება იყოს *boot* (ჩექმა), ინგლისური სიტყვა, რომელიც ფრანგული *boue*-ს მსგავსია ჟღერადობით. ამ ტექნიკის გამოყენებით, როდესაც თქვენ გესმით სიტყვა *boue*, თქვენ ფიქრობთ *boot*-ზე და შემდეგ წარმოიდგენთ ადამიანს, რომელსაც აცვია ჩექმები და მიდის ტალახში. ბევრმა კვლევამ აჩვენა, რომ სიტყვა-გასაღების ტექნიკა აუმჯობესებს დასწავლას და მეორე ენის სიტყვის დაუყოვნებელ გახსენებას (Wang, Thomas, & Ouellette, 1992). მაგრამ ღიად რჩება კითხვა, თუ რამდენ ხანს გრძელდება ეს გაუმჯობესებული გახსენება. ვანგმა და მისმა კოლეგებმა (Wang et al. 1992) აღმოაჩინეს, რომ მიუხედავად იმისა, რომ სიტყვა-გასაღების ტექნიკამ, სიტყვების მარტივი გამეორების გზით მექანიკურ შესწავლასთან შედარებით, გააუმჯობესა მეხსიერებაში შენახვა და დაუყოვნებელი გახსენება, ცდის პირებს მეტწილად სიტყვა-გასაღებიც ავიწყდებოდათ ერთკვირიანი შენახვის ინტერვალის შემდეგ.

დავუშვათ, თქვენ გაინტერესებთ, მართებულია თუ არა ეს კავშირი ზრდასრული ადამიანებისათვის ისევე, როგორც კოლეჯის სტუდენტებისათვის, რაც შეამოწმეს ვანგმა და მისმა კოლეგებმა. შესაბამისად, თქვენ გამოიყენებთ ცდის პირთა შორის 2x2 სქემას, სადაც შესწავლის სხვადასხვა მეთოდი (ან მექანიკური, ან სიტყვა-გასაღებით) იქნება ფაქტორი *A* და შენახვის ინტერვალი (დაუყოვნებელი ან ერთკვირიანი აღდგენა) – ფაქტორი *B*. თქვენ შემთხვევითად გადაანაწილეთ რვა ფრანგულის არმცოდნე ზრდასრული ადამიანი თითოეულ პირობაში. ცდის პირებს, რომლებზეც მექანიკური შესწავლის მეთოდი გამოიყენებოდა, სთხოვეს, უბრალოდ, დამახსოერების მიზნით მრავალჯერ გაემეორებინათ ფრანგული სიტყვები და მათი ინგლისური ეკვივალენტები. სიტყვა-გასაღების მეთოდის გამოყენებისას ცდის პირებს ასწავლეს სიტყვა-გასაღების ტექნიკა და მისცეს სიტყვა-გასაღებები

ყოველი ფრანგულ-ინგლისური წყვილისათვის. დაუყოვნებელი აღდგენის პირობაში ინგლისური ეკვივალენტების გახსენება მოწმდებოდა 5 წუთში სიტყვების სიის შესწავლის შემდეგ. გადავადებული აღდგენის პირობაში ცდის პირებს სთხოვდნენ, გაეხსენებინათ ინგლისური ეკვივალენტები შესწავლიდან ერთი კვირის შემდეგ. სია 25 სიტყვას შეიცავდა, ამიტომ ცდის პირის გახსენების ქულა შეიძლებოდა შეცვლილიყო 0-დან (ვერც ერთი სიტყვა ვერ გაიხსენა) 25-მდე (სრულყოფილად გაიხსენა). დაუშვით, რომ 32 ცდის პირისაგან მიღებულია გახსენების ჰიპოთეტური ქულები. გააანალიზეთ და აღწერეთ ამ ექსპერიმენტის შედეგები.

	დასწავლის პირობა (A)	
	მექანიკური (A_1)	სიტყვა-გასაღებებით (A_2)
დაუყოვნებელი აღდგენა (B_1)	12	25
	9	22
	11	19
	19	23
	16	17
	14	24
	13	20
	15	21
შეწახვის ინტერვალი (B)		
გადავადებული აღდგენა (B_2)	6	9
	7	4
	3	7
	11	11
	5	5
	10	8
	5	12
	8	6

ამოხსნა. ექსპერიმენტის სტატისტიკური გაანალიზებისათვის საჭიროა ცდის პირთა შორის დისპერსიული ორფაქტორიანი ანალიზი. ვიყენებთ მნიშვნელოვნობის დონეს .05.

დაშვებები:

1. ცდის პირები შეირჩა შემთხვევითად და პოპულაციისაგან დამოუკიდებლად;
2. გახსენების ქულები პოპულაციაში ნორმალურადაა განაწილებული;
3. გახსენების ქულების დისპერსიები შერჩეულ პოპულაციაში ტოლია.

სტატისტიკური ჰიპოთეზები:

A ფაქტორი H_0: $\mu_{A1} = \mu_{A2}$
H_1: μ_A-ები არ არის ტოლი.

B ფაქტორი H_0: $\mu_{B1} = \mu_{B2}$
H_1: μ_B-ები არ არის ტოლი.

AxB H_0: ყველა $(\mu_{AB} - \mu_A - \mu_B + \mu_G) = 0$.
H_1: ყველა $(\mu_{AB} - \mu_A - \mu_B + \mu_G)$ არ უდრის 0-ს.

მნიშვნელოვნობის დონე: $\alpha = .05$.

df:

$$df_A = a - 1 = 2 - 1 = 1$$

$$df_B = b - 1 = 2 - 1 = 1$$

$$df_{AxB} = (a - 1)(b - 1) = (2 - 1)(2 - 1) = 1$$

$$df_{შეცდომა} = ab(n_{AB} - 1) = (2)(2)(8 - 1) = 28$$

$$df_{სრული} = N - 1 = 32 - 1 = 31$$

F-ის კრიტიკული მნიშვნელობა: $F_{კრიტიკული}$ (1,28) = 4.20 თითოეული $F_{რეალური}$ მნიშვნელობისათვის.

უარყოფის არე: $F_{რეალური}$ მნიშვნელობები, რომლებიც ტოლია ან მეტია 4.20-ზე.

გამოთვლა: შემდეგი შეჯამების ცხრილის მისაღებად გამოყენებულ იქნა ფორმულები თავის დამატებიდან:

წყარო	*SS*	*df*	*MS*	*F**
შესწავლის პირობა (*A*)	148.781	1	148.781	18.59*
შენახვის ინტერვალი (*B*)	830.281	1	830.281	103.73*
AxB	94.531	1	94.531	11.81*
შეცდომა	224.125	28	8.004	
სულ	1297.718	31		

* $p < .01$

გადაწყვეტილებები:

- დასწავლის პირობა (*A* ფაქტორი): $F_{რეალური}$ = 18.59. ეს $F_{რეალური}$ ხვდება უარყოფის არეში; უარვყოფთ H_0-ს და ვიღებთ H_1-ს;
- შენახვის ინტერვალი (*B* ფაქტორი): $F_{რეალური}$ = 103.73. ეს $F_{რეალური}$ ხვდება უარყოფის არეში; უარვყოფთ H_0-ს და ვიღებთ H_1-ს;
- დასწავლის პირობისა და შენახვის ინტერვალის ურთიერთქმედება (*AxB*): $F_{რეალური}$ = 11.81. ეს $F_{რეალური}$ ხვდება უარყოფის არეში; უარვყოფთ H_0-ს და ვიღებთ H_1-ს.

ეფექტის სიძლიერე:

შესწავლის პირობა: $\eta^2 = SS_A/SS_{სრული}$ = 148.781/1297.718 = .11.

შენახვის ინტერვალი: $\eta^2 = SS_B/SS_{სრული}$ = 830.281/1297.718 = .64.

შესწავლის პირობა x შენახვის ინტერვალი:
$\eta^2 = SS_{AxB}/SS_{სრული}$ = 94.531/1297.718 = .07.

ახსნა და დასკვნები: თავდაპირველად ურთიერთქმედებას ავხსნით ტუკის HSD *CD*-ს მოძებნით მარტივი ეფექტებისათვის და შემდეგ მარტივი ეფექტების ამ *CD*-სთან შედარებით. ამ კრიტერიუმისათვის საჭირო რიცხვითი მნიშვნელობები შემდეგია:

- *q* აღებულია ცხრილიდან № A.4, როდესაც *a*=3 და $MS_{შეცდომის}$ *df* არის 28. რადგან $MS_{შეცდომის}$ 28 *df* არ არის მოყვანილი ცხრილში, გამოვიყენეთ მომდევნო *df*-ის – 24-ის *q*. ეს მნიშვნელობაა 3.53, როდესაც $\alpha = .05$;
- $MS_{შეცდომა}$ არის 8.004;
- n_{AB} არის 8.

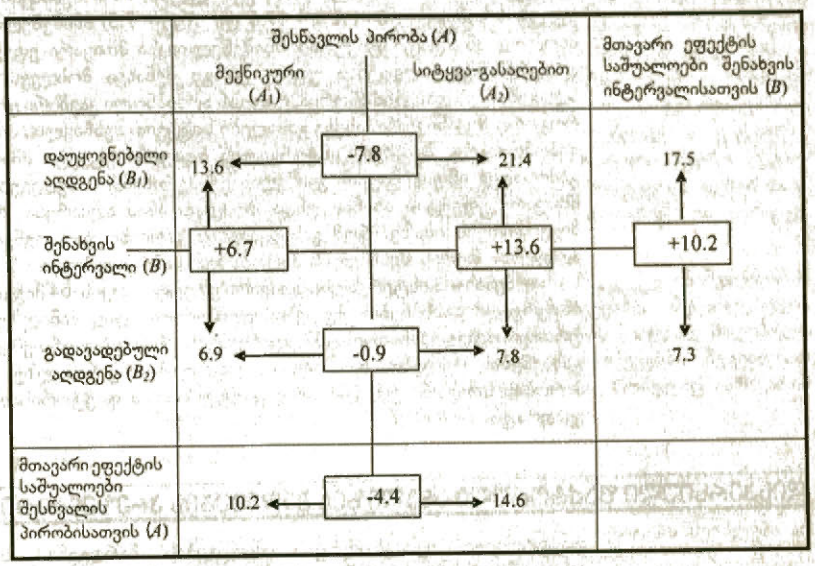
ჩავსვათ ეს რიცხვითი მნიშვნელობები ფორმულაში:

$$CD = q\sqrt{\frac{MS_{შეცდომა}}{n_{AB}}} = 3.53\sqrt{\frac{8.004}{8}} = 3.5$$ სიტყვა, დამრგვალებული ერთ მეათედამდე.

ნებისმიერი მარტივი ეფექტი, რომელიც აბსოლუტური მნიშვნელობით ტოლია ან მეტია 3.5 სიტყვისა, სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია .05 დონეზე. ცხრილში № 11.14 წარმოდგენილია უჯრედისა და მთავარი ეფექტის საშუალოები და მარტივი და მთავარი ეფექტები ამ ქულებისათვის. თავდაპირველად ავხსნით ურთიერთქმედებას თითოეული დამოუკიდებელი ცვლადისათვის და შემდეგ ამ ცვლადის მთავარ ეფექტს.

ცხრილი № 11.14

სწორად აღდგენილი სიტყვების რაოდენობების მთავარი ეფექტისა და მარტივი ეფექტის განსხვავებები როგორც დასწავლის პირობისა და შენახვის ინტერვალის ფუნქცია.



შესწავლის პირობა: შესწავლის პირობის მარტივი ეფექტი დაუყოვნებელი აღდგენისათვის – -7.8 აბსოლუტური მნიშვნელობით მეტია, ვიდრე CD – 3.5 და სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია. დაუყოვნებელი აღდგენისას გასაღები სიტყვის პირობას ($\bar{X}_{A2B1}$ = 21.4 სიტყვა) შედეგად მოჰყვება მნიშვნელოვნად უფრო დიდი გახსენება, ვიდრე მექანიკურ დასწავლას ($\bar{X}_{A1B1}$ = 13.6 სიტყვა). ხოლო გადავადებული აღდგენისას შესწავლის პირობის მარტივი ეფექტი – -0.9 აბსოლუტური მნიშვნელობით ნაკლებია, ვიდრე CD – 3.5. ეს მარტივი ეფექტი არამნიშვნელოვანია. ამდენად, გადავადებული აღდგენისას მექანიკური ($\bar{X}_{A1B2}$ = 6.9 სიტყვა) და გასაღები სიტყვის ($\bar{X}_{A2B2}$ = 7.8 სიტყვა) პირობები მნიშვნელოვნად არ განსხვავდება. გადავადებული აღდგენისას შესწავლის პირობა არ ახდენს ეფექტს გახსენებაზე. $F_{\text{რეალური}}$ (1.28) = 18.59 შესწავლის პირობის მთავარი ეფექტისათვის სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია და მიგვითითებს, რომ შესწავლის პირობის მთავარი ეფექტის საშუალოები ($\bar{X}_{A1}$ = 10.2 და $\bar{X}_{A2}$ = 14.6) მნიშვნელოვნად განსხვავდებიან ერთმანეთისაგან. მაგრამ ეს მნიშვნელოვანი მთავარი ეფექტი არ გვაწვდის მნიშვნელობის მქონე ინფორმაციას ექსპერიმენტის შედეგის შესახებ. იგი მიუთითებს, რომ ცდის პირები უფრო მეტ სიტყვებს იხსენებენ გასაღები სიტყვის პირობაში, მაგრამ შესწავლის პირობის მარტივი ეფექტების ანალიზმა დაადგინა, რომ ეს კავშირი არსებობს მხოლოდ დაუყოვნებელი აღდგენის ინტერვალის შემთხვევაში; ის არ არის მართებული გადავადებული აღდგენის ინტერვალის დროს. აქედან გამომდინარე, შესწავლის პირობის მთავარი ეფექტი არ იძლევა შესწავლის პირობის ეფექტის სწორ აღწერას. ამის გამო ჩვენ მას უგულებელვყოფთ ექსპერიმენტის შედეგების აღწერისას.

შენახვის ინტერვალი: მნიშვნელოვანი ურთიერთქმედება ასევე მიგვანიშნებს, რომ შენახვის ინტერვალის ეფექტი დამოკიდებულია შესწავლის პირობაზე. შესწავლის პირობის ორივე დონისათვის შენახვის ინტერვალის მარტივი ეფექტები (+6.7 მექანიკური შესწავლისათვის და +13.6 გასაღები სიტყვით შესწავლისათვის) აბსოლუტური მნიშვნელობით მეტია, ვიდრე CD = 3.5. ეს სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი მარტივი ეფექტები მიგვითითებს, რომ როგორც მექანიკური, ასევე გასაღები სიტყვით შესწავლის შემთხვევაში გადავადებული აღდგენა შედეგად მნიშვნელოვნად ნაკლებ გახსენებას იძლევა, ვიდრე დაუყოვნებელი აღდგენა.

მაგრამ მარტივი ეფექტების შესწავლა გვიჩვენებს, რომ შენახვის შემცირება დაუყოვნებლიდან გადავადებული აღდგენისკენ უფრო მეტია გასაღები სიტყვით შესწავლის პირობაში (13.6 სიტყვა), ვიდრე მექანიკური დასწავლისას (6.7 სიტყვა). შენახვის ინტერვალის სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი მთავარი ეფექტი [ანუ $F_{\text{რეალური}}$ (1.28) = 103.73, $p < .05$] გვიჩვენებს, რომ შენახვის ინტერვალის მთავარი ეფექტის საშუალოები (X_{B1} = 17.5 და X_{B2} = 7.3) მნიშვნელოვნად განსხვავდებიან. მხოლოდ ამ სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი მთავარი ეფექტიდან ვასკვნით, რომ დაუყოვნებელ აღდგენას უფრო კარგი შენახვა მოსდევს, ვიდრე გადავადებულ აღდგენას. ეს დასკვნა სწორია, რადგან აღნიშნული კავშირი ერთნაირად მართებულია როგორც მექანიკური, ასევე გასაღები სიტყვით შესწავლის პირობებისათვის. აქედან გამომდინარე, შენახვის ინტერვალის მთავარი ეფექტი მნიშვნელობის მქონეა და გამოსადეგ ინფორმაციას გვაწვდის ექსპერიმენტის შედეგების შესახებ. თუმცა, ამ მთავარი ეფექტის ახსნას უნდა მოჰყვეს იმის აღიარება, რომ ურთიერთქმედება მიგვითითებს იმაზე, რომ განსხვავების ხარისხი დაუყოვნებელ და გადავადებულ აღდგენას შორის შესწავლის პირობაზეა დამოკიდებული.

η^2შენახვის ინტერვალის მთავარი ეფექტისათვის .64 მიგვითითებს, რომ შენახვის ინტერვალი გახსენების ქულების დისპერსიის დიდ ნაწილზეა პასუხისმგებელი. η^2 ურთიერთქმედებისათვის, .07, გვიჩვენებს, რომ ურთიერთქმედება პასუხისმგებელია გახსენების ქულების დისპერსიის უფრო მცირე ნაწილზე. რადგანაც შესწავლის პირობის მთავარი ეფექტი არტეფაქტურია, ამ ფაქტორისათვის არ ვიყენებთ ეტა კვადრატს.

დისპერსიული ფაქტორული ანალიზის შედეგების პრეზენტაცია

ფაქტორული ექსპერიმენტის შედეგების წარდგენის სტილი იგივეა, რაც ერთფაქტორიან სქემაში, რომელიც აღწერილია მე-10 თავში. შედეგების წარდგენის მაგალითს მოვიყვანთ სანიმუშო ამოცანის შედეგების გამოყენებით, სადაც განხილული იყო ცდის პირის მხედველობის არეში ყოფნის (ცდის პირი იმყოფება ან არ იმყოფება მხედველობის არეში) და სიახლის ტიპის (კარგი ან ცუდი სიახლე) ეფექტები ამ სიახლის შეტყობინების ლატენტურობაზე. ამ ექსპერიმენტის უჯრედის საშუალოები წარმოდგენილია ცხრილში № 11.5, ხოლო დისპერსიული ანალიზი შეჯამებულია ცხრილში № 11.8. ცხრილების დაბეჭდვის სიძვირის გამო ექსპერიმენტის შედეგები, უჯრედების საშუალოებისა და სტატისტიკური ანალიზის ჩათვლით, ხშირად ტექსტის ფორმატით არის ხოლმე წარმოდგენილი, როგორც ეს აქ არის ნაჩვენები.

> ყველა სტატისტიკური კრიტერიუმისათვის გამოყენებული იყო ალფას .05 დონე. ცდის პირის მხედველობის არეში ყოფნასა და შესატყობინებელი სიახლის ტიპს შორის არსებობდა მნიშვნელოვანი ურთიერთქმედება – $F(1,16) = 15.32$, $MSE = 108.125$, $p < .01$. ტუკის HSD კრიტერიუმი (კრიტიკული სხვაობა = 17.0, როდესაც $\alpha = .05$) გამოვიყენეთ, რათა შეგვემოწმებინა მარტივი ეფექტების სტატისტიკური მნიშვნელოვნობა. როდესაც კარგი სიახლის შეტყობინება ხდებოდა, ცდის პირის მხედველობის არეში ყოფნის ეფექტი არამნიშვნელოვანი იყო ($M = 90.8$, $SD = 11.56$, როდესაც ცდის პირი არ ჩანს, და $M = 84.6$, $SD = 9.61$, როდესაც ცდის პირი ჩანს). ცუდი სიახლის შეტყობინებისას, ცდის პირის მხედველობის არეში ყოფნის პირობის ლატენტურობა ($M = 112.4$, $SD = 11.15$) მნიშვნელოვნად უფრო ხანგრძლივი იყო, ვიდრე ცდის პირის მხედველობის არეში არყოფნის პირობის დროს ($M = 82.2$, $SD = 9.07$). სხვაობა ლატენტურობაში კარგსა და ცუდ სიახლეებს შორის ცდის პირის მხედველობის არეში არყოფნის პირობაში არამნიშვნელოვანი იყო. ხოლო ცდის პირის მხედველობის არეში ყოფნის პირობისთვის ცუდი სიახლის შეტყობინების ლატენტურობა მნიშვნელოვნად ხანგრძლივი იყო, ვიდრე კარგი სიახლისა. ურთიერთქმედების ეტა კვადრატი იყო .36. ცდის პირის მხედველობის არეში ყოფნის მთავარი ეფექტი სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი იყო – $F(1,16) = 6.66$, $p < .05$, მაგრამ არ იყო მნიშვნელობის მქონე, ხოლო სიახლის ტიპის მთავარი ეფექტი არამნიშვნელოვანი იყო – $F(1,16) = 4.26$, $p < .05$.

ამ პრეზენტაციაში:

$\alpha = .05$ აღნიშნავს მნიშვნელოვნობის დონეს, შერჩეულს ამ სტატისტიკური კრიტერიუმებისათვის.

$F(1,16)$ აღნიშნავს კრიტერიუმის სტატისტიკას როგორც F-ს. თითეული წარმოდგენილი $F_{\text{რეალური}}$ მნიშვნელისა და მრიცხველის df ნაჩვენებია ფრჩხილებში. ნამოდგენილია $F_{\text{რეალური}}$ სამი მნიშვნელობა: ორი – ყოველი დამოუკიდებელი ცვლადისათვის და ერთი – დამოუკიდებელი ცვლადების ურთიერთქმედებისათვის. თანმიმდევრობა, რომლითაც წარმოდგენილია $F_{\text{რეალური}}$, არ არის აუცილებლად A ფაქტორი, B ფაქტორი და AxB. ხშირად ექსპერიმენტატორი უფრო მეტად დაინტერესებულია ურთიერთქმედებით და შედეგების აღწერისას, პირველ რიგში, $F_{\text{რეალური}}$ ამ მნიშვნელობას გამოსახავს, როგორც ეს ნაჩვენებია მაგალითში.

$= 15.32$ გვაძლევს $F_{\text{რეალური}}$ მნიშვნელობას (და არა $F_{\text{კრიტიკული}}$ მნიშვნელობას ცხრილიდან № 11.3). ზოგიერთ შემთხვევაში, შესაძლებელია წარმოდგენილი იყოს დისპერსიული ანალიზის შედეგად მიღებული სამი $F_{\text{რეალური}}$ მხოლოდ ორი. ასეთ შემთხვევებში შეგიძლიათ დაუშვათ, რომ იმ $F_{\text{რეალური}}$ მნიშვნელობა, რომელიც არ არის წარმოდგენილი, არამნიშვნელოვანია.

$p < .01$ აღნიშნავს, რომ

ა. $F_{\text{რეალური}}$ ალბათობა, თუ H_0 ჭეშმარიტია, ნაკლებია ან უდრის .01-ს. ეს მნიშვნელობა არის $F_{\text{რეალური}}$ ალბათობა ან $F_{\text{რეალური}}$ უფრო უკიდურესი მნიშვნელობა, თუ H_0 ჭეშმარიტია; ის შეიძლება არ იყოს იგივე, რაც შერჩეული α-ს მნიშვნელობა.

ბ. H_0 უარყოფილია და H_1 მიღებულია.

გ. $F_{\text{რეალური}}$ მიღებულ იქნა დისპერსიული ანალიზის ურთიერთქმედების ეფექტისათვის; ამდენად, ის მიუთითებს, რომ A და B ფაქტორების ურთიერთქმედება სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია.

დ. A და B ფაქტორების ურთიერთქმედება ხდება არა შემთხვევითი შეცდომის, არამედ სხვა მიზეზის გამო.

$MSE = 108.125$ იძლევა $MS_{\text{შეცდომას}}$ $F_{\text{რეალურისთვის}}$; ეს მნიშვნელობა ქულების უჯრედებს შორის ცვალებადობის საზომია.

$CD = 17.0$ გვაძლევს კრიტიკულ სხეაობებს მარტივი ეფექტების შესადარებლად ტუკის HSD კრიტერიუმის გამოყენებით. შემდეგ აღინერება სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი მარტივი ეფექტები.

$\eta^2 = .36$ გვიჩვენებს, რომ პასუხების ლატენტურობების ცვალებადობის 36 პროცენტი ამ ექსპერიმენტში მიღებულია A და B ფაქტორების ურთიერთქმედების გამო. ამ მაგალითში ურთიერთქმედება იძლევა ერთადერთ მნიშვნელოვან ინფორმაციას ექსპერიმენტის შედეგების შესახებ; ამდენად, η^2 მოცემულია ცვალებადობის მხოლოდ ამ წყაროსათვის.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა № XI.–5

ამოხსენით ეს ამოცანები ცდის პირთა შორის ორფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზის გამოყენებით. მისდიეთ სანიმუშო ამოცანებში გამოყენებულ ფორმატს. ყოველი ამოცანისათვის გამოიყენეთ .05 მნიშვნელოვნობის დონე.

1. ერთმა ფსიქოლოგმა წამოაყენა ჰიპოთეზა, რომ ინსტრუქციის ტიპის ეფექტი ადამიანის მიერ ანაგრამის ამოხსნაზე დამოკიდებულია ამ ადამიანის კონტროლის ლოკუსზე. ამ ჰიპოთეზის შესამოწმებლად მან ექსპერიმენტი ჩაატარა 12 ქალზე, რომლებმაც დაბალი ქულები მიიღეს კონტროლის ლოკუსის სკალაზე (რაც ნიშნავს კონტროლის შიდა

მდებარეობას) და 12 ქალზე, რომლებმაც მაღალი ქულები მიიღეს ამ სკალაზე (რაც ნიშნავს კონტროლის გარე მდებარეობას). თითოეული ჯგუფიდან ქალების ნახევარი შემთხვევითად განაწილდა ორიდან ერთ ინსტრუქტირების პირობაში - უნარების ან შემთხვევითობის ინსტრუქტირებაში. უნარების ინსტრუქტირების პირობაში ცდის პირებს უთხრეს, რომ მათ მიერ ანაგრამის წარმატებული ამოხსნა დამოკიდებული იყო მათ ვერბალურ უნარებზე და, შესაბამისად, მათ კონტროლს ექვემდებარებოდა. შემთხვევითობის ინსტრუქცია მიუთითებდა, რომ მათ მიერ ამ დავალების შესრულება არ იყო დამოკიდებული მათ ვერბალურ უნარებზე და მათი კონტროლის მიღმა იყო. შემდეგ ცდის პირები ხსნიდნენ ანაგრამების სერიებს და მათ მიერ ამ დავალების შესრულებაზე დახარჯული დრო აღინიშნებოდა ექსპერიმენტატორის მიერ. დაუშვით, რომ მიღებულ იქნა შემდეგი დროები (წამებში), რომლებსაც თითოეული ცდის პირი ხარჯავდა ანაგრამების ამოხსნაზე:

	კონტროლის ლოკუსი (A)	
	შიდა (A_1)	გარე (A_2)
	175	115
	202	106
უნარი	193	87
(B_1)	186	93
	150	99
	212	157
ინსტრუქციები		
(B)		
	125	218
	100	202
შემთხვევითობა	77	196
(B_2)	101	244
	131	237
	152	180

ა. გამოთვალეთ უჯრედის და მთავარი ეფექტის საშუალოები. შემდეგ გააანალიზეთ ქულები, რათა განსაზღვროთ (1) არსებობს თუ არა მთავარი ეფექტი რომელიმე დამოუკიდებელი ცელადისათვის და (2) არსებობს თუ არა ურთიერთქმედება დამოუკიდებელ ცვლადებს შორის.

ბ. აღწერეთ ინსტრუქციის ტიპის ეფექტი. თუ საჭიროა, გამოიყენეთ ტუკის HSD კრიტერიუმი სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი მარტივი ეფექტების განსაზღვრისათვის.

გ. გაქვთ თუ არა შესაძლებლობა, მნიშვნელობის მქონე ახსნა მისცეთ რომელიმე სტატისტიკურად მნიშვნელოვან მთავარ ეფექტს, თუ ისინი არტეფაქტურებია?

დ. დამოკიდებული ცელადის დისპერსიის რა ნაწილი შეიძლება მიეწეროთ დამოუკიდებელი ცელადების ურთიერთქმედებას?

2. მრავალი ქვეყნის მართლმსაჯულებაში პოტენციურ ნაფიც მსაჯულებს წინასწარ უჩვენებენ ფილმს, რომელიც აცნობს მათ იურიდიულ პროცესს და იურიდიული სისტემის არსს. დავუშვათ, რომ იურისტს აინტერესებს, დაადგინოს, ცვლის თუ არა ფილმი ნაფიცი მსაჯულის ქცევას სტანდარტულ ვერბალურ ინსტრუქციასთან შედარებით. უფრო მეტიც, იურისტს სურს, გაიგოს, შესაძლებელია თუ არა, ფილმის ეფექტი დამოკიდებული იყოს იმ დანაშაულის ტიპზე, რომელიც უნდა შეაფასოს მსაჯულმა. ამ კითხვებზე პასუხის გასაცემად იურისტმა ჩაატარა 2 x 2 ცდის პირთა შორის ფაქტორული ექსპერიმენტი, სადაც თითოეულ პირობაში ცხრა ცდის პირი - ფიქტიური მსაჯული - მონაწილეობდა. A ფაქტორი იყო მსაჯულებისათვის მიცემული ინსტრუქციის ტიპი: A_1 - ნორმალური ვერბალური ინსტრუქციები, გაცემული სასამართლოს მუშაკის მიერ და A_2 - ინსტრუქციები ფილმის სახით. B ფაქტორი იყო დანაშაულის ტიპი, რომლის შეფასებასაც სთხოვდნენ ცდის პირს. ამ ცვლადს ცვლიდნენ შემდეგნაირად: ცდის პირს აკითხებდნენ ავტომაწქანის მოპარვის შემთხვევას (B_1) ან ფიზიკური ძალადობის გამოყენებით თავდასხმის შემთხვევას (B_2). შემდეგ თითოეულ ცდის პირს სთხოვდნენ,

მიესადაგებინა პატიმრობის ვადა შემთხვევაში აღნერილი ბრალდებულისათვის. მიჩენილი პატიმრობის ვადები (თვეებში) მოცემულია მომდევნო ცხრილში:

	ინსტრუქციის ტიპი (A)	
	ნორმალური (A_1)	ფილმის სახით (A_2)
მანქანის მოპარვა (B_1)	15	13
	10	16
	10	9
	14	11
	17	14
	9	8
დანაშაულის ტიპი (B)		
თავდასხმა ფიზიკური ძალადობის ამოყენებით (B_2)	8	10
	12	10
	10	12
	25	30
	20	33
	23	26
	20	25
	19	30
	17	35
	18	30
	22	28
	20	32

ა. გამოთვალეთ უჯრედისა და მთავარი ეფექტის საშუალოები. შემდეგ გააანალიზეთ ქულები, რათა განსაზღვროთ (1) არსებობს თუ არა მთავარი ეფექტი რომელიმე დამოუკიდებელი ცვლადისათვის და (2) არსებობს თუ არა ურთიერთქმედება დამოუკიდებელ ცვლადებს შორის.

ბ. აღნერეთ ინსტრუქციის ტიპის ეფექტი.

გ. აღნერეთ დანაშაულის ტიპის ეფექტი.

დ. შეგვიძლია თუ არა მნიშვნელობის მქონე ახსნა მივცეთ რომელიმე სტატისტიკურად მნიშვნელოვან მთავარ ეფექტს, თუ ეს ეფექტები არტეფაქტურებია?

ე. დამოკიდებული ცვლადის დისპერსიის რა ნაწილი შეიძლება მივანეროთ დანაშაულის ტიპს და დამოუკიდებელი ცვლადების ურთიერთქმედებას?

3. შემდეგ სავარჯიშოში წარმოდგენილია ცდის პირთა შორის ორფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზი. თითოეული პრეზენტაციისათვის უპასუხეთ შემდეგ კითხვებს:

ა. A ფაქტორის რამდენი დონე იყო ამ ექსპერიმენტში?

ბ. B ფაქტორის რამდენი დონე იყო ამ ექსპერიმენტში?

გ. რამდენი ცდის პირი იღებდა მონაწილეობას ექსპერიმენტში?

დ. რა არის $F_{კრიტიკული}$ მნიშვნელობა .05 მნიშვნელოვნობის დონეზე ყოველი $F_{რეალური}$-სათვის?

ე. არის თუ არა $F_{რეალური}$ მნიშვნელობა A ფაქტორისათვის სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი?

ვ. არის თუ არა $F_{რეალური}$ მნიშვნელობა B ფაქტორისათვის სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი?

ზ. არის თუ არა $F_{რეალური}$ მნიშვნელობა AxB-სათვის სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი?

3.1. ალფას დონე .05 გამოყენებულ იქნა ყველა სტატისტიკური კრიტერიუმისათვის. მედიკამენტის დონის (A ფაქტორი) მთავარი ეფექტი სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი იყო, $F(2,36) = 9.43$, $p < .01$, $MSE = 17.814$. ასევე მიღებული იყო მთავარი ეფექტი შენახვის ინტერვალისათვის (B ფაქტორი), $F(1,36) = 5.60$, $p < .05$. ურთიერთქმედება არამნიშვნელოვანი იყო, $F(2,36) = 2.46$, $p > .05$.

3.2. ალფას დონე .05 გამოყენებულ იქნა ყველა სტატისტიკური კრიტერიუმისათვის. მიღებულ იქნა ათლეტების სქესისა (A ფაქტორი) და სპორტის სახეობის (B ფაქტორი) მნიშვნელოვანი ურთიერთქმედების გაელენა თვითშეფასების

ქულებზე, F (3,88) = 3.28, $p < .05$, MSE = 42.163. გარდა ამისა, მამაკაცებმა უფრო მაღალი თვითშეფასების ქულები მოგვცეს, ვიდრე ქალებმა, F (1,88) = 4.82, $p < .05$. სპორტის სახეობებს შორის არ აღმოჩნდა მთავარი ეფექტების სხვაობები, F (3,88) = 1.65, $p > .05$.

3.3. ალფას დონე .05 გამოყენებულ იქნა ყველა სტატისტიკური კრიტერიუმისათვის. მნიშვნელოვანი ურთიერთქმედება გამოვლინდა ხმაურის პირობასა და პიროვნების ტიპს შორის F (1,56) = 5.33, $p < .05$, MSE = 26.718. მნიშვნელოვანი არ აღმოჩნდა მთავარი ეფექტები არც ხმაურის პირობის, F (1,56) < 1.0, არც პიროვნების ტიპისათვის, F (1,56) = 1.43, $p > .05$.

შეჯამება

- ფაქტორულია კვლევის ისეთი სქემები, სადაც ორი ან მეტი დამოუკიდებელი ცვლადი ერთდროულად იცვლება.
- ფაქტორული სქემის თითოეული უჯრედი, ანუ ჩარევის პირობა წარმოადგენს ყოველი დამოუკიდებელი ცვლადის ერთი დონისაგან წარმოქმნილ კომბინაციას.
- მთავარი ეფექტის საშუალო გვიჩვენებს ყველა ინდივიდის ტიპურ შესრულებას დამოუკიდებელი ცვლადის ერთი დონისათვის, მეორე დამოუკიდებელი ცვლადის დონეების მიხედვით კლასიფიკაციის იგნორირებით.
- ფაქტორულ სქემაში ურთიერთქმედება ხდება, როდესაც ერთი დამოუკიდებელი ცვლადის ეფექტი დამოკიდებულია მასთან კომბინაციაში მყოფი მეორე დამოუკიდებელი ცვლადის დონეზე.
- ცდის პირთა შორის ორფაქტორიან დისპერსიულ ანალიზში მიიღება სამი F სტატისტიკა:

ცვალებადობის წყარო	F
A ფაქტორი	$MS_A/MS_{შეცდომა}$
B ფაქტორი	$MS_B/MS_{შეცდომა}$
$A \times B$ ურთიერთქმედება	$MS_{A\times B}/MS_{შეცდომა}$

- სტატისტიკური შემოწმების ნაბიჯები ამ F შეფარდებებით მე-10 თავში განხილული ნაბიჯების იდენტურია.
- ფაქტორულ სქემაში დამოუკიდებელი ცვლადის მარტივი ეფექტი არის ამ დამოუკიდებელი ცვლადის ეფექტი მეორე დამოუკიდებელი ცვლადის მხოლოდ ერთ დონეზე.
- თუ ხდება დამოუკიდებელი ცელადების სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი ურთიერთქმედება, მაშინ ერთი ფაქტორის ორი მარტივი ეფექტი არ უდრის ერთმანეთს ან ამ ფაქტორის მთავარ ეფექტს.
- არტეფაქტური მთავარი ეფექტი არის მთავარი ეფექტი, რომელიც არ შეიძლება მნიშვნელოვნად აიხსნას; ის ხდება მხოლოდ რეალური ურთიერთქმედების სპეციფიკური სახის გამო.
- თუ ხდება მნიშვნელოვანი ურთიერთქმედება, საჭიროა შემდგომი შემოწმება, რათა სტატისტიკურად გაანალიზდეს მარტივი ეფექტები. ტუკის HSD კრიტერიუმი გამოიყენება საბოლოო შედარებისათვის.
- η^2 გამოიყენება, როგორც ჩარევის ეფექტის სიძლიერის საზომი სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი მთავარი ეფექტებისა და ურთიერთქმედებისათვის.

ძირითადი ტერმინები და სიმბოლოები

a არტეფაქტური მთავარი ეფექტი	მთავარი ეფექტის საშუალო MS_A
b უჯრედი	MS_B
	MS_{AxB}
უჯრედის საშუალო ($\overline{X}_{ab}$)	$MS_{შეცდომა}$
კრიტიკული სხვაობა (CD)	n_{AB}
df_A	დამოუკიდებელი ცვლადის მარტივი ეფექტი
df_B	SS_A
df_{AxB}	SS_B
$df_{შეცდომა}$	SS_{AxB}
$df_{სრული}$	$SS_{შეცდომა}$
A ფაქტორი	$SS_{სრული}$
B ფაქტორი	ჩარევის პირობა
ფაქტორული სქემა	ტუკის HSD კრიტერიუმი
სრული საშუალო ($\overline{X}_G$)	$\overline{X}_A$
ურთიერთქმედება (AxB)	$\overline{X}_B$
A ფაქტორის მთავარი ეფექტი	$\overline{X}_G$
B ფაქტორის მთავარი ეფექტი	

თავის დამატება: ცდის პირთა შორის ორფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზის გამოთვლა ფორმულების მეშვეობით

ამ დამატებაში მოცემულია გამოთვლითი ფორმულები ცდის პირთა შორის ორფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზისათვის, სადაც თითოეულ უჯრედში ცდის პირთა თანაბარი რაოდენობაა. ამის სიმბოლური გამოსახულება თითოეული ფაქტორის ორი დონისათვის და თითოეულ უჯრედში ხუთი ქულისათვის ასეთია:

		ფაქტორი A		
		A_1	A_2	
ფაქტორი B	B_1	X_{111} X_{211} X_{311} X_{411} X_{511} $\quad T_{A1B1}$	X_{121} X_{221} X_{321} X_{421} X_{521} $\quad T_{A2B1}$	T_{B1}
	B_2	X_{112} X_{212} X_{312} X_{412} X_{512} $\quad T_{A2B1}$	X_{122} X_{222} X_{322} X_{422} X_{522} $\quad T_{A2B2}$	T_{B2}
		T_{A1}	T_{A2}	G

სადაც
- X_{ijk} ცდის პირის ქულაა;
- T_A – ქულების სრული ჯამი A ფაქტორის დონისათვის;
- T_B – ქულების სრული ჯამი B ფაქტორის დონისათვის;
- T_{AB} – ქულების ჯამი უჯრედში;
- G — ქულების საერთო სრული ჯამი;
- n_{AB} – ქულების რაოდენობა უჯრედში;
- a — A ფაქტორის დონეების რაოდენობა;
- b — B ფაქტორის დონეების რაოდენობა;
- N — ქულების სრული რაოდენობა.

ამ აღნიშვნების გამოყენებით გამოითვლება ხუთი რიცხვითი მნიშვნელობა:

[1] = $\sum\sum\sum X_{ijk}^2$ — ყველა ქულის კვადრატების ჯამი, ($\sum\sum\sum$ აღნიშნავს, რომ კვადრატში აყვანილი ქულები დაჯამებულია უჯრედში ყველა ქულის მიხედვით და შემდეგ A და B ფაქტორების ყველა დონის მიხედვით);

[2] = $\frac{\sum\sum T_{AB}^2}{n_{AB}}$ — თითოეული უჯრედის კვადრატების ჯამი, გაყოფილი უჯრედში ქულების რაოდენობაზე;

[3] = $\frac{\sum T_A^2}{bn_{AB}}$ — *A* ფაქტორის ყოველი დონის სრული ჯამების კვადრატების ჯამი, გაყოფილი თითოეულ სრულ ჯამში შემავალი ქულების რაოდენობაზე;

[4] = $\frac{\sum T_B^2}{an_{AB}}$ — *B* ფაქტორის ყოველი დონის სრული ჯამების კვადრატების ჯამი, გაყოფილი თითოეულ სრულ ჯამში შემავალი ქულების რაოდენობაზე;

[5] = $\frac{G^2}{N}$ — სრული საერთო ჯამის კვადრატი, გაყოფილი ქულების სრულ რაოდენობაზე.

ამ რიცხვითი მნიშვნელობების გამოყენებით დისპერსიული ანალიზი ასე მიიღება:

ცვალებადობის წყარო	SS	*df*	*MS*	*F*
A ფაქტორი	[3] — [5]	$a - 1$	$\frac{SS_A}{df_A}$	$\frac{MS_A}{MS_{შეცდომა}}$
B ფაქტორი	[4] — [5]	$b - 1$	$\frac{SS_B}{df_B}$	$\frac{MS_B}{MS_{შეცდომა}}$
AxB	[2]—[3]—[4]+[5]	$(a - 1)(b - 1)$	$\frac{SS_{AxB}}{df_{AxB}}$	$\frac{MS_{AxB}}{MS_{შეცდომა}}$
შეცდომა	[1] — [2]	$ab(n_{AB} - 1)$	$\frac{SS_{შეცდომა}}{df_{შეცდომა}}$	
სულ	[1] — [5]	$N - 1$	არ გამოითვლება	

ამ გამოთვლების საილუსტრაციოდ გამოვიყენოთ მონაცემები მაგალითიდან. ეს მონაცემები მოყვანილია ცხრილში № 11.2, ხოლო მათი დისპერსიული ანალიზი შეჯამებულია ცხრილში № 11.8.

	ფაქტორი A				
	A_1		A_2		
	97		70		
	90		87		
B_1	80	$T_{A1B1} = 454$	81	$T_{A2B1} = 454$	$T_{B1} = 877$
	107		95		
	80		90		
ფაქტორი B	68		114		
	87		96		
B_2	92	$T_{A2B1} = 411$	127	$T_{A2B2} = 562$	$T_{B2} = 973$
	80		110		
	84		115		
	$T_{A1} = 865$		$T_{A2} = 985$		$G = 1850$

და $n_{AB} = 5$, a = 2, b = 2 da N = 20.

რიცხვითი მნიშვნელობებია

$$[1] = 97^2 + ... + 80^2 + 70^2 ... + 90^2 + 68^2 + ... + 84^2 + 114^2 + ... + 115^2 = 175,692.000$$

$$[2] = \frac{(454)^2 + (423)^2 + (411)^2 + (562)^2}{5} = \frac{869,810.00}{5} = 173,962.000$$

$$[3] = \frac{(865)^2 + (985)^2}{(2)(5)} = \frac{1,718,450.00}{10} = 171,845.000$$

$$[4] = \frac{(877)^2 + (973)^2}{(2)(5)} = \frac{1,715,858.00}{10} = 171,585.800$$

$$[5] = \frac{1850^2}{20} = \frac{3,422,500.00}{20} = 171,125.000$$

შემდეგ

$$SS_A = [3] - [5] = 171,845.000 - 171,125.000 = 720.000$$

$$df_A = a - 1 = 2 - 1 = 1$$

$$MS_A = \frac{720.000}{1} = 720.000$$

$$SS_A = [4] - [5] = 171,585.800 - 171,125.000 = 460.800$$

$$df_B = b - 1 = 2 - 1 = 1$$

$$MS_B = \frac{460.800}{1} = 460.800$$

$$SS_{AxB} = [2]-[3]-[4]+[5]=173,962.000 - 171,845.000 - 171,585.800 + 171,125.000 = 1656.200$$

$$df_{AxB} = \{a - 1\}(b - 1) = (2 - 1)(2 - 1) = 1$$

$$MS_{AxB} = \frac{1656.200}{1} = 1656.200$$

$$SS_{შეცდომა} = [1] - [2] = 175,692.000 - 173,962.000 = 1730.000$$

$$df_{შეცდომა} = ab(n_{AB} - 1) = (2)(2)(5-1) = 16$$

$$MS_{შეცდომა} = \frac{1730.000}{16} = 108.125$$

$$SS_{სრული} = [1] - [5] = 175,692.000 - 171, 125.000 = 4567.000$$

$$df_{სრული} = N - 1 = 20 - 1 = 19$$

ამდენად, $F_{რეალური}$ მნიშვნელობებია

A ფაქტორი: $$F_{რეალური} = \frac{MS_A}{MS_{შეცდომა}} = \frac{720.000}{108.125} = 6.66$$

B ფაქტორი: $$F_{რეალური} = \frac{MS_B}{MS_{შეცდომა}} = \frac{460.800}{108.125} = 4.26$$

A და *B* ფაქტორების ურთიერთქმედება: $$F_{რეალური} = \frac{MS_{AxB}}{MS_{შეცდომა}}$$

$$F_{რეალური} = \frac{1656.200}{108.125} = 15.32$$

დისპერსიული ანალიზის შეჯამებაა

წყარო	*SS*	*df*	*MS*	*F*
ცდის პირის მხედველობის არეში ყოფნა (*A*)	720.000	1	720.000	6.66*
სიახლის ტიპი (*B*)	460.000	1	460.000	4.26
AxB	1656.200	1	1656.200	15.32**
შეცდომა	1730.000	16	108.125	
სულ	4567.000	19		

* $p < .05$ ** $p < .01$

ამ გამოთვლითი მიდგომის შედეგად მიღებული მნიშვნელობები ცხრილში № 11.8 წარმოდგენილი იმ მნიშვნელობების იდენტურია, რომლებიც მივიღეთ დისპერსიის ანალიზის განმარტებითი ფორმულების გამოყენების შედეგად.

კითხვები

მოცემულ ქულებზე ცდის პირთა შორის ორფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზის ჩატარების შედეგად უპასუხეთ სამ კითხვას.

1. როგორ იცვლება ფიზიოლოგიური აგზნების დონე, როდესაც ჩვენ სოციალური გაცვლის პროცესში ვერთვებით? ამ კითხვაზე ნაწილობრივი პასუხის გასაცემად ველენსმა (Wellens, 1987) გამოიყენა ცდის პირთა შორის 2x2 სქემა, სადაც ექსპერიმენტატორი ინტერვიუს უტარებდა ცდის პირებს. ერთი დამოუკიდებელი ცვლადი (*A*) იყო ექსპერიმენტატორის მხედველობითი კონტაქტი ცდის პირთან ინტერვიუს დროს. აქ იცვლებოდა ორი დონე: მხედველობითი კონტაქტის არარსებობა (A_1) და მხედველობითი კონტაქტის დამყარება (A_2). მეორე დამოუკიდებელი ცვლადი (*B* ფაქტორი) იყო ემოციით მანიპულირება ორ დონეზე: დადებითი (B_1) და უარყოფითი (B_2). დადებითი ემოციის პირობაში ცდის პირებს წერილობითი სახით აძლევდნენ მათზე ექსპერიმენტატორის "პირველ შთაბეჭდილებას", რომელიც ძალიან დადებითი იყო. უარყოფითი ემოციის

პირობაში მათ ნერილობითი სახით აძლეედნენ მათზე ექსპერიმენტატორის პირველ შთაბეჭდილებას, რომელიც ძალიან უარყოფითი იყო. დამოკიდებული ცვლადი იყო ცდის პირის გულისცემა, გამოხატული ნუთში დარტყმების რაოდენობით, რომელსაც აფიქსირებდნენ ინტერვიუს ჩატარების პროცესში. დაუშვით, რომ თქვენ გაიმეორეთ ეს ექსპერიმენტი თითოეულ უჯრედში რვა ცდის პირზე და გულისცემის შემდეგი მონაცემები მიიღეთ:

	მხედველობითი კონტაქტის პირობა (A)	
	არასებობა (A_1)	დამყარება (A_2)
	75	61
	77	68
	68	71
დადებითი (B_1)	72	59
	83	74
	78	66
	70	67
	65	57
ემოციის პირობა (B)		
	79	84
	82	79
	75	88
	77	90
უარყოფითი (B_2)	84	75
	72	75
	78	77
	69	85

ა. დამოკიდებულია თუ არა მხედველობითი კონტაქტის ეფექტი ემოციის დონეზე? თუ დამოკიდებულია, გამოიყენეთ ტუკის HSD კრიტერიუმი მარტივი ეფექტების შედარებისათვის. აღწერეთ თქვენ მიერ აღმოჩენილი ურთიერთობა.

ბ. დამოკიდებულია თუ არა ემოციის პირობის ეფექტი მხედველობითი კონტაქტის პირობაზე? თუ დამოკიდებულია, გამოიყენეთ ტუკის HSD კრიტერიუმი მარტივი ეფექტების შედარებისათვის. აღწერეთ თქვენ მიერ აღმოჩენილი ურთიერთობა.

გ. შეგიძლიათ თუ არა, მნიშვნელოვნად ჩათვალოთ რომელიმე მთავარი ეფექტი, თუ ისინი არტეფაქტურია?

დ. დამოკიდებული ცვლადის ცვალებადობის რა ნაწილი ხდება დამოუკიდებელი ცვლადების ურთიერთქმედების გამო?

ე. აღწერეთ ამ ექსპერიმენტის შედეგები იმ სტილის გამოყენებით, რომელიც ილუსტრირებული იყო ამ თავის სექციაში "დისპერსიული ფაქტორული ანალიზის შედეგების პრეზენტაცია".

2. ადამიანების უმეტესობის მიერ აღიარებული პიროვნების ერთ-ერთი განზომილება ინტროვერსია-ექსტრავერსიაა. ექსტრავერტებს ახასიათებენ, როგორც ღია, სოციალურ და ხალისით აღსავსე ადამიანებს, ხოლო ინტროვერტებს – როგორც ჩაკეტილ და ნაკლებად სოციალურ ტიპებს. რადგანაც ინტროვერტები უფრო მეტად საკუთარ ფიქრებსა და იდეებისკენ მიმართულნი არიან, შეიძლება ვიფიქროთ, რომ ინტროვერტები და ექსტრავერტები შეიძლება განსხვავებულად რეაგირებდნენ ისეთ გარეგან სტიმულირებაზე, როგორიცაა ხმაური. ამ საკითხის უფრო ღრმად გამოკვლევისათვის სტენდინგმა, ლინმა და მოქსნესმა (Standing, Lynn and Moxness, 1990) გამოიყენეს ცდის პირთა შორის 2x2 სქემა, სადაც ცდის პირები ასრულებდნენ ნაკითხულის შინაარსის გაგების დავალებას და იცვლებოდა პიროვნების ტიპი (A ფაქტორი) – ინტროვერტები (A_1) და ექსტრავერტები (A_2) და ხმაურის ფონი (B ფაქტორი) – ხმადაბალი (B_1) და ხმამაღალი (B_2). დავუშვათ, თქვენ ჩაატარეთ მსგავსი კვლევა 12 ცდის პირით ყოველ უჯრედში და ყოველმა ცდის პირმა შეასრულა 15 დებულებისგან შემდგარი "სწორია/არასწორია" ტიპის ნაკითხულის შინაარსის გაგების დავალება. ცდის პირის ქულა

ნარმოადგენდა სწორად გაგებული დებულებების რაოდენობას. თქვენ მიიღეთ შემდეგი ქულები:

	პიროვნების ტიპი (A)	
	ინტროვერტული (A_1)	ექსტრავერტული (A_2)
ხმადაბალი (B_1)	10	15
	8	14
	12	12
	15	15
	10	11
	9	8
	14	12
	13	8
	14	13
	7	10
	12	9
	11	11
ხმაურის ფონი (B)		
ხმამაღალი (B_2)	6	13
	8	8
	11	9
	4	14
	5	13
	8	12
	9	15
	10	11
	9	9
	10	11
	7	12
	11	10

ა. რა დამოკიდებულება არსებობს პიროვნების ტიპსა და ხმაურის ფონის ეფექტს შორის? თუ ხდება ურთიერთქმედება, მარტივი ეფექტებისთვის გამოიყენეთ ტუკის HSD კრიტერიუმი და აღწერეთ თქვენ მიერ დადგენილი ურთიერთქმედება.

ბ. რა არის η^2 ურთიერთქმედებისათვის?

გ. შეგიძლიათ თუ არა, მნიშვნელოვნად ახსნათ რომელიმე მთავარი ეფექტი, თუ ისინი არტეფაქტურია?

დ. შეგიძლიათ თუ არა, მნიშვნელოვნად ჩათვალოთ რომელიმე მთავარი ეფექტი, თუ ისინი არტეფაქტურია?

ე. აღწერეთ ამ ექსპერიმენტის შედეგები იმ სტილის გამოყენებით, რომელიც ილუსტრირებული იყო ამ თავის სექციაში "დისპერსიული ფაქტორული ანალიზის შედეგების პრეზენტაცია".

3. რომელია კითხვის დამწყებთათვის ფონეტიკის სწავლების საუკეთესო მეთოდი? ჯოზეფმა (Joseph, 2000) შეამოწმა პირველკლასელებისათვის ფონეტიკის სწავლების ორი ახალი მეთოდი – სიტყვების ყუთის გამოყენება და სიტყვების დაჯგუფება და ასევე ტრადიციული ფონეტიკური მეთოდი. სიტყვების ყუთის გამოყენებისას ბავშვს ეძლევა ოთხკუთხედი, რომელიც დაყოფილია სექციებად. სიტყვაში ყოველ ფონემას თითოეული სექცია შეესაბამება (ფონემა მეტყველების ყველაზე მცირე ნანილაკია). ამ მიდგომის საწყის ფაზებზე, როდესაც სიტყვა წარმოითქმის, ბავშვი ყუტონს ათავსებს ოთხკუთხედის იმ სექციაზე, რომელიც შეესაბამება გაყლერებულ ფონემას. სიტყვების დაჯგუფების მეთოდით ბავშვებს სთხოვენ, დააჯგუფონ სიტყვები გარკვეული ზოგადი ასპექტების მიხედვით, როგორიცაა მართლწერა ან ჟღერადობა. ფონეტიკის ტრადიციული სწავლების დროს მოსწავლეები გუნდურად კითხულობენ იმ სიტყვებს, რომელთაც მართლწერის საერთო ტიპი აქვთ. დაუშვით, რომ თქვენ დაინტერესდით

ფონეტიკის სწავლების მეთოდების ეფექტით და გარდა ამისა, მოისურვეთ, გაგეგოთ ამ მეთოდებზე ვარჯიშის რაოდენობების ეფექტები. ასე რომ, თქვენ ცელიდით ფონეტიკის სწავლების (A ფაქტორი) სამ მეთოდს: ტრადიციულს (A_1), სიტყვების ყუთის (A_2) და სიტყვების დაჯგუფების (A_3) მეთოდებს. ასევე ვარჯიშის რაოდენობა (B ფაქტორი) იცვლებოდა ორი დონის მიხედვით: ერთი კვირა (B_1) და ექვსი კვირა (B_2). ცხრა პირველკლასელი ბავშვი შემთხვევითად გადანაწილდა თითოეულ უჯრედში. ვარჯიშის პერიოდის ბოლოს ყოველი ბავშვი შემოწმდა მართლწერის 30-დებულებიანი ტესტით და მიღებულ იქნა შემდეგი ქულები (ყოველი ქულა სწორად დანერილი სიტყვების რაოდენობაა):

	სწავლის მეთოდი (*A*)		
	ტრადიციული (A_1)	სიტყვების ყუთი (A_2)	სიტყვების დაჯგუფება (A_3)
ერთი კვირა (B_1)	10	16	21
	14	17	24
	16	23	23
	12	19	20
	14	20	23
	13	15	25
	15	19	21
	11	18	26
	13	21	22
ექვსი კვირა (B_2)	15	18	21
	18	24	19
	22	19	20
	18	22	23
	21	21	24
	17	20	24
	18	20	22
	16	22	25
	16	23	20

ვარჯიშის რაოდენობა (*B*)

ა. დამოკიდებულია თუ არა ინსტრუქციის მეთოდი ვარჯიშის რაოდენობაზე? თუ დამოკიდებულია, გამოიყენეთ ტუკის HSD კრიტერიუმი მარტივი ეფექტებისათვის. აღწერეთ თქვენ მიერ აღმოჩენილი ურთიერთობა ინსტრუქციის მეთოდსა და ვარჯიშის რაოდენობას შორის.

ბ. რა არის η^2 ურთიერთქმედებისათვის?

გ. შეგიძლიათ თუ არა, მნიშვნელოვნად ჩათვალოთ რომელიმე მთავარი ეფექტი, თუ ისინი არტეფაქტურია?

დ. აღწერეთ ამ ექსპერიმენტის შედეგები იმავე სტილით, რომელიც ილუსტრირებული იყო ამ თავის სექციაში "დისპერსიული ფაქტორული ანალიზის შედეგების პრეზენტაცია".

4. ერთმა ფსიქოლოგმა ჩაატარა ცდის პირთა შორის 2x2 ექსპერიმენტი რვა ცდის პირით თითოეულ უჯრედში.

ა. რა არის ამ სქემისათვის *A*.ს, *b*-ს, n_{AB}-ს და *N*-ის მნიშვნელობები?

ბ. რა არის ამ სქემისათვის df_Aს, df_B-ს, $df_{A\times B}$-ს, $df_{\text{შედ-ში}}$ და $df_{\text{სრული}}$ მნიშვნელობები?

5. შემდეგია ცდის პირთა შორის დისპერსიული ფაქტორული ანალიზის არასრული შეჯამების ცხრილები. დაუშვით, რომ ყოველ უჯრედში ცდის პირთა ტოლი რაოდენობებია. გამოიყენეთ *SS*-ს, *df*-სა და *MS*-ს შორის კავშირი, რათა შეავსოთ თითოეულ ცხრილში გამოტოვებული მნიშვნელობები. შემდეგ ყოველი ცხრილისათვის უპასუხეთ შემდეგ კითხვებს:
   ა. *A* ფაქტორის რამდენი დონე იყო?
   ბ. *B* ფაქტორის რამდენი დონე იყო?
   გ. რამდენი ცდის პირი გამოიყენეს თითოეულ უჯრედში?
   დ. სულ რამდენი ცდის პირი მონაწილეობდა ექსპერიმენტში?
   ე. $F_{\text{კრიტიკული}}$ რომელი მნიშვნელობებია სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი .05 დონეზე?
   ვ. ამ ანალიზში როგორ გადაწყვეტილებებს გააკეთებთ ყოველი ნულოვანი და ალტერნატიული ჰიპოთეზისათვის?

ცხრილი № 1

წყარო	*SS*	*df*	*MS*	*F*
დავალების ტიპი (*A*)	–	3	5.00	–
ხმაურის დონე (*B*)	16.00	–	–	–
AxB	36.00	6	–	–
შეცდომა	–	60	2.00	
სულ	–	–		

ცხრილი № 2

წყარო	*SS*	*df*	*MS*	*F*
ტრენინგის ხანგრძლივობა (*A*)	40.00	–	10.00	–
უნარის დონე (*B*)	–	3	40.00	–
AxB	960.00	–	80.00	–
შეცდომა	3200.00	160	–	
სულ	–	179		

ცხრილი № 3

წყარო	*SS*	*df*	*MS*	*F*
უკუკავშირის ტიპი (*A*)	200.00	–	50.00	–
დავალების სირთულე (*B*)	–	–	–	–
AxB	–	8	30.00	–
შეცდომა	–	–	20.00	
სულ	3300.00	149		

6. დაუშვით, რომ თქვენ სთხოვეთ ცდის პირებს, შეესწავლათ წინადადებების სერიები და შემდეგ გაეხსენებინათ არსებითი სახელები ამ წინადადებებიდან. თქვენ იყენებდით ხატების ორ დონეს (*A* ფაქტორი) — ჩვეულებრივ და უცნაურ ხატებს, და დამუშავების ორ დონეს (*B* ფაქტორი) — დაბალ და მაღალ დამუშავებას. ყოველ ცდის პირს 30 წინადადება უნდა ესწავლა, შესაბამისად, აღსადგენი არსებითი სახელების მაქსიმუმი იყო 30. ცხრილში № 1 წარმოდგენილია უჯრედის საშუალოები სწორად აღდგენილი არსებითი სახელების რაოდენობებისათვის. ამ მონაცემების დისპერსიული ანალიზი წარმოდგენილია ცხრილში № 2. დაუშვით, რომ გამოყენებული იყო ცდის პირთა შორის სქემა ხუთი ცდის პირით თითო უჯრედში.

ცხრილი № 1

სწორად აღდგენილი არსებითი სახელების საშუალო რაოდენობა როგორც ხატის ტიპისა და დამუშავების დონის ფუნქცია

	ხატის ტიპი (*A*)	
	ჩვეულებრივი (A_1)	უცნაური (A_2)
დაბალი (B_1)	21.4	4.8
დამუშავების დონე (*B*)		
მაღალი (B_2)	10.4	18.8

ცხრილი № 2

დისპერსიული ანალიზის შეჯამება აღდგენილი არსებითი სახელების საშუალო რაოდენობისათვის ცხრილიდან № 1

წყარო	*SS*	*df*	*MS*	*F*
ხატის ტიპი (*A*)	84.050	1	84.050	4.91*
დამუშავების დონე (*B*)	11.250	1	11.250	0.66
AxB	781.250	1	781.250	45.62**
შეცდომა	274.000	16	17.125	
სულ	1150.550	19		

* $p < .05$ ** $p < .01$

ტუკის HSD კრიტერიუმმა გვიჩვენა, რომ $CD = 6.8$ სიტყვას მარტივი ეფექტებისათვის.

ა. ახდენს თუ არა ხატების ტიპი გავლენას არსებითი სახელების აღდგენაზე?

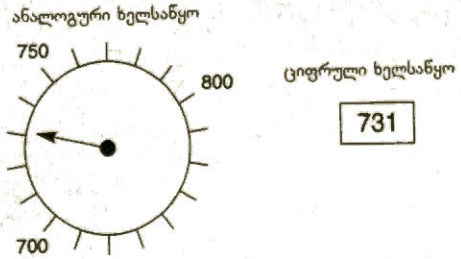
ბ. ახდენს თუ არა დამუშავების დონე გავლენას არსებითი სახელების აღდგენაზე?

7. ფსიქოლოგი დაინტერესებული იყო პილოტების უნარით, წაიკითხონ თვითმფრინავის ხელსაწყოების მონაცემები ძილის დეპრივაციის პერიოდის შემდეგ. როგორც ეს ნაჩვენებია ნახატზე № 11.4, მან გამოიყენა ორი სხვადასხვა ტიპის ხელსაწყო, რომელიც პილოტებს უნდა წაეკითხათ — ანალოგური და ციფრული.

ფსიქოლოგმა გამოიყენა პილოტების შერჩევა. მათ ნახევარს უნდა წაეკითხა ანალოგური ხელსაწყოს მონაცემები, მეორე ნახევარს კი — ციფრული ხელსაწყოს მონაცემები. თითოეულ ჯგუფში პილოტების ნახევარი შემოწმდა ნორმალური ღამის ძილის შემდეგ, ხოლო მეორე ნახევარი — მას შემდეგ, რაც 24 საათის განმავლობაში არ ეძინათ. ასე რომ, გამოყენებულ იქნა ცდის პირთა 2x2 სქემა, სადაც ხელსაწყოს ტიპი - ანალოგური ან ციფრული - იყო ერთი დამოუკიდებელი ცვლადი, და ძილის დეპრივაციის რაოდენობა - არც ერთი ან 24 საათი - იყო მეორე დამოუკიდებელი ცვლადი. დამოკიდებული ცვლადი იყო 100 ცდიდან სწორი წაკითხვის რაოდენობა. უჯრედის საშუალოები სწორი წაკითხვის რაოდენობისათვის მოცემულია ცხრილში № 1. დისპერსიული ანალიზი ამ მონაცემებისათვის წარმოდგენილია ცხრილში № 2.

სურათი № 11.4

ანალოგური ან ციფრული ხელსაწყოების ილუსტრაცია



ცხრილი № 1

ხელსაწყოს სწორად წაკითხვის საშუალო რაოდენობები როგორც ხელსაწყოს ტიპისა და ძილის დეპრივაციის რაოდენობის ფუნქცია.

	ხელსაწყოს ტიპი (A)	
	ანალოგური (A_1)	ციფრული (A_2)
არც ერთი (B_1)	89.0	91.0
ძილის დეპრივაციის რაოდენობა (B)		
24 საათი (B_2)	72.0	81.0

ცხრილი № 2

დისპერსიული ანალიზის შეჯამება ხელსაწყოს სწორად წაკითხვის საშუალო რაოდენობისათვის ცხრილიდან № 1

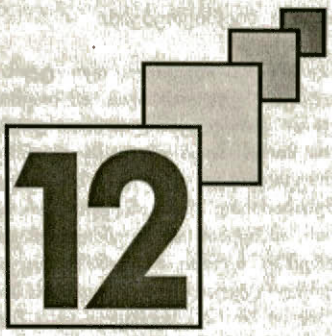
წყარო	*SS*	*df*	*MS*	*F*
ხელსაწყოს ტიპი (A)	211.750	1	211.750	11.71*
ძილის დეპრივაციის რაოდენობა (B)	1275.750	1	1275.750	70.56
AxB	85.750	1	85.750	4.74**
შეცდომა	433.920	24	18.080	
სულ	2007.170	27		

* $p < .05$ ** $p < .01$

ტუკის HSD კრიტერიუმის გამოყენებით გამოთვლილი *CD* მარტივი ეფექტებისათვის უდრის 5.7 სწორ წაკითხვას.

ა. როგორია ხელსაწყოს ტიპის ეფექტი სწორი წაკითხვის რაოდენობაზე?

ბ. როგორია ძილის დეპრივაციის რაოდენობის ეფექტი სწორად წაკითხვის რაოდენობაზე?



ცდის პირთა შიდა ერთფაქტორიანი სქემა და დისპერსიული ანალიზი

ცდის პირთა შიდა ერთფაქტორიანი სქემის მაგალითი

ცდის პირთა შიდა ერთფაქტორიანი სქემის დისპერსიული ანალიზი
- მონაცემთა დაყოფა და კვადრატების ჯამების მიღება
- თაეისუფლების ხარისხების გამოთელა
- გადახრების კვადრატების საშუალოებისა და F სტატისტიკის გამოთელა

სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმება $F_{\text{რაცხ.}}$ მეშვეობით
- ჩარევის ეფექტის სიძლიერის გაზომვა
- ცდის პირთა შიდა დისპერსიული ანალიზის დაშვებები

დისპერსიული ანალიზის შედეგების პრეზენტაცია

კვლევის სქემის არჩევა: ცდის პირებს შორის თუ ცდის პირებს შიდა
- ცდის პირების საჭირო რაოდენობა
- დამოუკიდებელი ცვლადის ეფექტურობა
- ჩარევის მრავალჯერადი ეფექტები

ცდის პირთა შიდა სქემა – კვლევის სქემა, როდესაც ცდის პირთა ერთი ჯგუფი განიცდის დამოუკიდებელი ცვლადის ზემოქმედებას, რაც იზომება ამ ცვლადის ყოველი დონის შესაბამისად.

მე-9 თავში წარმოდგენილი იყო **ცდის პირთა შიდა სქემები** და *t* კრიტერიუმი დამოკიდებული ქულებისთვის. ამ თავში გრძელდება ცდის პირთა შიდა სქემების განხილვა და წარმოდგენილია მათი დისპერსიული ანალიზი.

ცდის პირთა შიდა ერთფაქტორიან სქემაში ცდის პირთა ერთი ჯგუფი განიცდის დამოუკიდებელი ცვლადის ზემოქმედებას, რაც იზომება ამ ცვლადის ყოველი დონის შესაბამისად. რადგან ცდის პირთა შიდა სქემაში ცდის პირები განმეორებით იზომებიან, ამ სქემას ასევე უწოდებენ *განმეორებითი გაზომვის სქემას* ან *"ჩარევა ცდის პირებზე" სქემას*, რაც იმაზე მიგვითითებს, რომ თითოეული ცდის პირი დამოუკიდებელი ცვლადის ყველა დონის მიხედვით მოწმდება.

ცხრილში № 12.1 სქემატურადაა წარმოდგენილი ცდის პირთა შიდა ერთფაქტორიანი სქემის მონაცემები დამოუკიდებელი ცვლადის ოთხი დონით და ხუთი ცდის პირის მონაწილეობით. დამოუკიდებელი ცვლადი განსაზღვრულია, როგორც *A* ფაქტორი A_1, A_2, A_3 და A_4 დონეებით. *A* ფაქტორის დონეების რაოდენობა აღნიშნულია *a*-თი; ცხრილისათვის № 12.1 $a = 4$. ცდის პირის მონაცემი (ქულა) აღნიშნულია X_{ij}-თ, სადაც ინდექსი *i* მიგვითითებს ცდის პირის აღმნიშვნელ რიცხვს (მაგ., X_{1j}, X_{2j}, . . . X_{5j}) და ინდექსი *j* მიგვითითებს რიცხვს, რომელიც აღნიშნავს დამოუკიდებელი ცვლადის დონეს. ამდენად, X_{34} აღნიშნავს მე-3 ცდის პირის ქულას *A* ფაქტორის მე-4 დონეზე. როდესაც არ არის საჭირო კონკრეტული ცდის პირის იდენტიფიცირება, გამოვტოვებთ *ij* ინდექსებს და უბრალოდ *X*-ს ვიყენებთ. დამოუკიდებელი ცვლადის თითოეული დონის საშუალოები აღინიშნება $\overline{X}_{A1}$, $\overline{X}_{A2}$, $\overline{X}_{A3}$ და $\overline{X}_{A4}$-ით ან ზოგადად $\overline{X}_A$-ით. ქულების რაოდენობა დამოუკიდებელი ცვლადის დონისათვის აღინიშნება n_A. მიაქციეთ ყურადღება, რომ n_A ასევე არის ცდის პირთა რაოდენობა ცდის პირთა შორის სქემაშიც. ქულების სრული რაოდენობა ექსპერიმენტში აღნიშნულია *N*-ით. ცხრილისათვის № 12.1 $n_A = 5$ და $N = 20$. ცდის პირის საშუალო *A* ფაქტორის ყველა დონეზე აღინიშნება $\overline{X}_S$-ით. ეს საშუალო გამოსახავს ცდის პირის ტიპურ შესრულებას დამოუკიდებელი ცვლადის ყველა დონეზე.

ცდის პირთა შიდა ერთფაქტორიანი სქემის მაგალითი

ცხრილი № 12.1

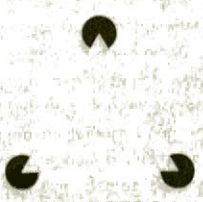
ქულების სქემატური გამოსახულება ცდის პირთა შიდა ერთფაქტორიან სქემაში დამოუკიდებელი ცვლადის ოთხი დონითა და ხუთი ცდის პირით

ცდის პირი	*A* ფაქტორი				ცდის პირის საშუალო
	A_1	A_2	A_3	A_4	
S_1	X_{11}	X_{12}	X_{13}	X_{14}	$\overline{X}_{S1}$
S_2	X_{21}	X_{22}	X_{23}	X_{24}	$\overline{X}_{S2}$
S_3	X_{31}	X_{32}	X_{33}	X_{34}	$\overline{X}_{S3}$
S_4	X_{41}	X_{42}	X_{43}	X_{44}	$\overline{X}_{S4}$
S_5	X_{51}	X_{52}	X_{53}	X_{54}	$\overline{X}_{S5}$
***A* ფაქტორის საშუალოები**	$\overline{X}_{A1}$	$\overline{X}_{A2}$	$\overline{X}_{A3}$	$\overline{X}_{A4}$	$\overline{X}_G$

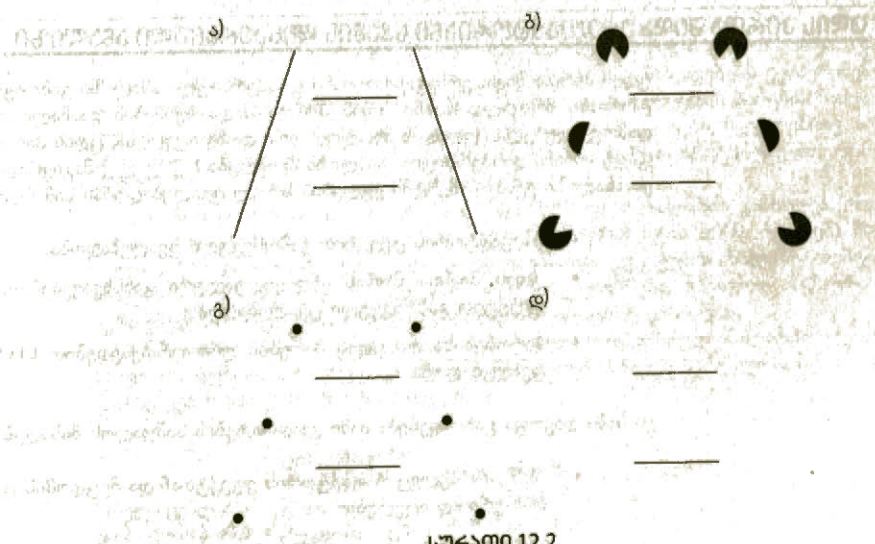
შეხედეთ სურათს № 12.1. მიუხედავად იმისა, რომ აქ მხოლოდ ნაწილობრივ შევსებული ნრეებია ნარმოდგენილი, სურათზე ისინი თითქოს კიდეებს ქმნიან, რომელთა შორისაც სამკუთხედია მოთავსებული. ამ კიდეებს *სუბიექტური კონტურები* ეწოდვბა, რადგანაც ისინი თავისთავად სტიმულში არ არის მოცემული. შესაძლებელია თუ არა სუბიექტური კონტურების გამოყენება აღქმის ილუზიის გამოსაწვევად? დავუშვათ, გადავწყვიტეთ ამ საკითხის გამორკვევა პონცოს (Ponzo) ილუზიის რამდენიმე ფორმის გამოყენებით, როგორც ეს მაიერმა გააკეთა (Meyer, 1986). სურათზე №

12.2ა ნაჩვენებია პონცოს სტანდარტული ილუზია. ეს სურათი ილუზიაა, რადგანაც ორი ჰორიზონტალური ხაზი ფიზიკურად ერთი და იმავე სიგრძისაა, თუმცა ისინი ტოლად არ გამოიყურება. ზედა ხაზი უფრო გრძელი ჩანს, ვიდრე ქვედა. სურათზე № 12.2ბ წარმოდგენილია ამ ილუზიის ვერსია სუბიექტური კონტურებით. ვერსია სურათზე № 12.3გ გვანებდის საორიენტაციო ინფორმაციას, მაგრამ მთლიანი ნერტილები არ იძლევა სუბიექტურ კონტურებს. დაბოლოს, სურათზე № 12.2დ მოცემულია საკონტროლო პირობა, სადაც ილუზია არ უნდა იყოს. დავუშვათ, ცდის პირს სთხოვენ, ისე შეცვალოს ქვედა ჰორიზონტალური ხაზის სიგრძე, რომ ის ზედა ხაზის ტოლად აღიქმებოდეს, შემდეგ კი დავუშვათ, რომ ზედა ხაზის სიგრძე 14 სანტიმეტრია (სმ). თუ ილუზია არ ჩნდება, მაშინ ქვედა ხაზი ასევე 14 სმ უნდა გახდეს. ხოლო თუ ილუზია ჩნდება, მაშინ ზედა ხაზი უფრო გრძელი უნდა აღმოჩნდეს, ვიდრე ეს სინამდვილეშია (ანუ ის 14 სმ-ზე გრძელი უნდა აღმოჩნდეს) და ქვედა ხაზი ისე უნდა შეიცვალოს, რომ აღქმული სიგრძის შესაბამისი იყოს.

ცდის პირთა შიდა ერთფაქტორიანი ექსპერიმენტი ილუზიის ტიპის (*A* ფაქტორი) ოთხი დონითა და ხუთი ცდის პირით გამოიყენება იმისათვის, რათა შემოწმდეს ილუზიის პირობის ეფექტი ილუზიის აღქმულ სიდიდეზე. ყოველი ცდის პირი ათვალიერებს ოთხივე სტიმულს, რომლებიც ნაჩვენებია სურათზე № 12.2 და ცვლის ქვედა ჰორიზონტალურ ხაზს ისე, რომ ის სიგრძეში ზედა ხაზის ტოლად გამოიყურებოდეს. სანტიმეტრებში გამოსახული ქვედა ხაზის შეცვლილი სიგრძე დამოკიდებული ცვლადია. დავუშვათ, მიიღეთ მონაცემები, რომლებიც მოცემულია ცხრილში № 12.2. იმოქმედა თუ არა აღქმული ილუზიის სიდიდეზე ილუზიის პირობამ?



სურათი 12.1
ამოჭრილი კონტურები ქმნიან სამკუთხედს



სურათი 12.2
პონსოს ილუზიის ოთხი ვერსია: ა) სტანდარტული, ბ) ამოჭრილი კონტურები, გ) ნერტილები, დ) საკონტროლო (ილუზიის გარეშე)

ცხრილი № 12.2

იმ ხუთი ცდის პირისაგან მიღებული ხაზების აღქმული ტოლი სიგრძეები (სანტიმეტრებში), რომელთაც პონცოს ილუზიის ოთხი ვერსია ნახეს

	ილუზიის პირობა *(A)*				
ცდის პირი	სტანდარტული *(A_1)*	სუბიექტური კონტურები *(A_2)*	მთლიანი წერტილები *(A_3)*	საკონტროლო *(A_4)*	ცდის პირის საშუალო
1	16.6	15.8	14.7	14.4	15.38
2	16.9	15.6	15.1	13.8	15.35
3	17.1	16.1	14.8	13.9	15.48
4	17.2	16.3	15.2	14.1	15.70
5	16.8	15.7	15.3	14.3	15.53
$\overline{X}_A$	16.92	15.90	15.02	14.10	
s_A	0.24	0.29	0.26	0.25	

ისევე როგორც ცდის პირთა შორის სქემებში, ცხრილში № 12.2 მოყვანილი მონაცემების ანალიზი აღწერითი სტატისტიკების გამოთვლით იწყება. ამდენად, პირობების საშუალოები და სტანდარტული გადახრები ნაჩვენებია ცხრილის ყოველი სვეტის ბოლოში. თუ დამოუკიდებელი ცელადი გავლენას ახდენს ილუზიის აღქმაზე, მაშინ პირობების საშუალოები განსხვავებული უნდა იყოს. მაგრამ, როგორც ჩვენ ვიცით, პირობების საშუალოებს შორის მიღებული ნებისმიერი სხვაობა ყოველთვის უნდა შევადაროთ შეცდომის ცვალებადობას. რამდენად არის შესაძლებელი, რომ საშუალოების განსხვავება მხოლოდ შერჩევის შეცდომის გამო მომხდარიყო? საშუალოების უბრალო მხედველობითი შემოწმება არ გვაძლევს ამ კითხვაზე პასუხის გაცემის შესაძლებლობას. როგორც ეს ცდის პირთა შორის სქემისათვის გავაკეთეთ, ამ გადაწყვეტილების მიღების პრობლემას სტატისტიკური კრიტერიუმის გამოყენებით ვწყვეტთ. ეს არის ცდის პირთა შიდა ერთფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზი.

ცდის პირთა შიდა ერთფაქტორიანი სქემის დისპერსიული ანალიზი

ცდის პირთა შიდა ერთფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზი გამოიყენება ერთფაქტორიანი მრავალდონიანი ცდის პირთა შიდა სქემების გაანალიზებისათვის. თუ დამოუკიდებელი ცვლადის მხოლოდ ორი დონე იცვლება, ცდის პირთა შორის ერთფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზი შეიძლება $t_{\text{დამოკიდებულის}}$ მაგიერად გამოეიყენოთ. ეს ანალიზი ექსპერიმენტში ქულების სრულ ცვალებადობას სამ ნყაროდ ყოფს:

- *A* ფაქტორის ეფექტით გამოწვეული ცვალებადობა;
- ცდის პირთა შორის ინდივიდუალური განსხვაეებების, *S* ფაქტორის ეფექტით გამოწვეული ცვალებადობა;
- პირობებისა და ცდის პირების ურთიერთქმედებით ***(AxS)*** გამოწვეული ცვალებადობა.

ეს სამი დაყოფა გამოიყენება სამი კვადრატების საშუალოს მისაღებად:

- MS_A, რომელიც A ფაქტორის ეფექტთან და შეცდომის ცვალებადობასთან ერთად იცვლება;
- MS_S, რომელიც ცდის პირებს შორის განსხვავებებთან ერთად იცვლება;

- MS_{AxS}, რომელიც პირობების ცდის პირებთან ურთიერთქმედებასთან ერთად იცვლება და ექსპერიმენტში შეცდომის ცვალებადობის ზომას იძლევა.

F სტატისტიკა, რომელიც სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმებისას გამოიყენება, არის

$$F = \frac{MS_A}{MS_{AxS}}.$$

მონაცემის დაყოფა და კვადრატების ჯამების მიღება

ამ სექციაში განვიხილავთ მონაცემების დაყოფას და კვადრატების ჯამების მიღებას ცდის პირთა შიდა სქემებისათვის. რამდენადაც აქ გამოყენებული მიდგომა ძალიან ჰგავს იმას, რომელიც გამოიყენება ცდის პირთა შორის სქემებში, დაყოფის წარდგენა მოკლე იქნება.

იმის გასაგებად, თუ როგორ უნდა დაიყოს ცვალებადობის წყაროები ცდის პირთა შიდა სქემებში, ცდის პირთა შიდა სქემა წარმოვიდგინოთ, როგორც ორფაქტორიანი სქემა, სადაც დამოუკიდებელი ცვლადი ერთი ფაქტორია (A ფაქტორი), ცდის პირები კი - მეორე (S ფაქტორი, სადაც S წარმოადგენს ცდის პირს). რადგანაც თითოეული ცდის პირი დამოუკიდებელი ცვლადის ყოველ დონეზე მოწმდება, ცდის პირთა შიდა ერთფაქტორიანი სქემა შეიძლება განვიხილოთ, როგორც AxS ფაქტორული სქემა A ფაქტორის a დონეებით და S ფაქტორის n_A დონეებით. ასე რომ, მივიღებთ $a \times n_A$ პირობებს ანუ უჯრედებს, და თითოეული უჯრედი წარმოადგენს კონკრეტულ ცდის პირთან კომბინირებულ დამოუკიდებელი ცვლადის ერთ დონეს. ცხრილში № 12.2 A ფაქტორის ოთხი დონე და ხუთი ცდის პირია; ამდენად, ექსპერიმენტი შეიძლება განვიხილოთ, როგორც 4 (ილუზიის პირობის დონეები) x 5 (ცდის პირების რაოდენობა) ფაქტორული სქემა, სადაც სულ 20 განსხვავებული ჩარევა/ცდის პირი (AxS) პირობაა. მაგრამ თითოეული AxS პირობისათვის მხოლოდ ერთი ქულა მიიღება.

ცდის პირთა შიდა ერთფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზის განხილვა, როგორც ორფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზისა, A და S ფაქტორებისათვის "მთავარი ეფექტების" საშუალოებს გვაძლევს. ცხრილში № 12.2 მიაქციეთ ყურადღება, რომ საშუალოები მოცემულია თითოეული ცდის პირისათვის, ისევე, როგორც დამოუკიდებელი ცვლადის თითოეული დონისათვის. თითოეული ცდის პირის საშუალო არის ერთი ცდის პირის ქულების საშუალო ილუზიის ყველა პირობისათვის. ეს საშუალოები ასახავს ილუზიის აღქმის ინდივიდუალურ განსხვავებებს ექსპერიმენტში მონაწილე ცდის პირებს შორის. მიუხედავად იმისა, რომ ცდის პირების საშუალოები დისპერსიული ანალიზის რელევანტურია, ეს საშუალოები, ჩვეულებრივ, არ არის ხოლმე წარმოდგენილი იმ ექსპერიმენტების აღწერით სტატისტიკაში, რომლებშიც ცდის პირთა შიდა სქემა გამოიყენება.

ცდის პირთა შიდა ერთფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზის განხილვა, როგორც ორფაქტორიანი ანალიზისა, არ ცვლის ექსპერიმენტის არსს: იცვლება მხოლოდ ერთი დამოუკიდებელი ცვლადი და ხდება მისი ეფექტების ანალიზი. თუმცა, ანალიზის ორფაქტორიან სქემად წარმოდგენა გვეხმარება, გავიგოთ AxS ურთიერთქმედების შეცდომის ნაწილად შემოღება F სტატისტიკისათვის.

F სტატისტიკის მისაღებად ცდის პირთა შიდა დისპერსიულ ანალიზში იღებენ სრულ რაოდენობას, რომლითაც ქულა განსხვავდება სრული საშუალოსაგან და ამ განსხვავებას სამ კომპონენტად ყოფენ:

სრული ცვალებადობა ცდის პირის ქულაში	=	ცვალებადობა A ფაქტორის გამო პლუს შეცდომა A და S ფაქტორების ურთიერთქმედების გამო	+	ცვალებადობა ცდის პირთა შორის ინდივიდუალური განსხვავებების გამო (S ფაქტორი)	+	ცვალებადობა A და S ფაქტორების ურთიერთქმედების გამო	. (12.1)

დისპერსიული ანალიზის ძირითადი მიდგომის მიხედვით, დაყოფილი ქულების კომპონენტები აყვანილია კვადრატში და ჯამდება ყველა ცდის პირისა და ჩარევის ყველა პირობის მიხედვით, რათა კვადრატების ჯამი მივიღოთ:

$$SS_{\text{სრული}} = SS_A + SS_S + SS_{A \times S} \qquad (12.2)$$

ეს კვადრატების ჯამები მიგვითითებს, რომ ექსპერიმენტში ქულების სრული ცვალებადობა (აღნიშნული $SS_{\text{სრული}}$) არის იმ ცვალებადობის შედეგი, რომელიც ხდება A ფაქტორის (აღნიშნული SS_A), S ფაქტორის (აღნიშნული SS_S) და A და S ფაქტორების ურთიერთქმედების გამო. ცხრილში № 12.2 მოცემული ქულებისათვის ეს პროცესი შემდეგ რიცხვით მნიშვნელობებს გვაძლევს:

$$SS_{\text{სრული}} = 22.926;$$

$$SS_A = 21.830;$$

$$SS_S = 0.314;$$

$$SS_{A \times S} = 0.782.$$

ამ მნიშვნელობების მისაღებად გამოყენებულია გამოთვლითი ფორმულები ამ თავის დამატებიდან. განვიხილოთ 12.2 ტოლობაში მოცემული თითოეული კვადრატების ჯამი.

$SS_{\text{სრული}}$

$SS_{\text{სრული}}$ წარმოადგენს ექსპერიმენტში ქულების სრულ ცვალებადობას. როგორც 12.2 ტოლობაშია აღნიშნული, ამ ცვალებადობის ნაწილი დამოუკიდებელი ცვლადის ეფექტის, ნაწილი – ცდის პირებს შორის ინდივიდუალური განსხვავებების, ნაწილი კი – პირობების და ცდის პირთა ურთიერთქმედების შედეგია.

SS_A

SS_A იცვლება დამოუკიდებელი ცვლადის ეფექტს და პირობებსა და ცდის პირთა ურთიერთქმედებასთან ერთად. როგორც ცდის პირთა შორის ერთფაქტორიან სქემაში, დამოუკიდებელი ცვლადის ეფექტი ზრდის SS_A-ის მნიშვნელობას. გარდა ამისა, SS_A რეაგირებს პირობებისა და ცდის პირთა ნებისმიერ ურთიერთქმედებაზე. ცდის პირთა შიდა სქემაში პირობებისა და ცდის პირთა ურთიერთქმედება განიხილება შეცდომის ცვალებადობად.

SS_S

SS_S იცვლება ექსპერიმენტში ცდის პირთა შორის ინდივიდუალურ განსხვავებებთან ერთად. ცდის პირთა შორის ამ განსხვავებებს აღვნიშნავთ S ფაქტორით. ცხრილში № 12.2 მიაქციეთ ყურადღება, რომ მე-4 ცდის პირს აქვს ტენდენცია, ილუზიის ყველაზე მეტი რაოდენობა დაინახოს დამოუკიდებელი ცვლადის ყველა დონეზე ($\overline{X}_{S4} = 15.70$ სმ), მაშინ, როდესაც მე-2 ცდის პირი ყველაზე ნაკლებ ილუზიას აღიქვამს ($\overline{X}_{S2} = 15.35$ სმ). რაც უფრო მეტად განსხვავდება ექსპერიმენტში ცდის პირის საშუალოები ერთმანეთისაგან, მით უფრო დიდი ხდება SS_S.

$SS_{A \times S}$

პირობების ურთიერთქმედება ცდის პირებთან ქულის დარჩენილი ცვალებადობაა და გავლენას ახდენს $SS_{A \times S}$-ზე. **პირობებისა და ცდის პირების ვს ურთიერთქმედება** შეიძლება ვნახოთ სურათზე № 12.3, რომელიც ცხრილის № 12.2 ჰიპოთეტურ მონაცემებს გამოხატავს. აბსცისაზე ილუზიის ოთხი ტიპია წარმოდგენილი. სურათზე მოთავსებული ფუნქციები გამოხატავენ ხუთი ცდის პირისაგან თითოეულის მიერ მიღებულ ოთხ ქულას. ხაზის ტოლი აღქმული სიგრძე ყველაზე დიდია ყველა ცდის პირისათვის სტანდარტული ილუზიის პირობაში. ამდენად, აშკარაა ილუზიის პირობის ეფექტი ხაზის აღქმულ სიგრძეზე. თუმცა, რადგანაც ხუთი ფუნქცია პარალელური არ არის, ხდება პირობებისა და ცდის პირების ურთიერთქმედებაც.

პირობებისა და ცდის პირთა ურთიერთქმედება (AxS) – სიტუაცია ცდის პირთა შიდა ერთფაქტორიან სქემაში, როდესაც დამოუკიდებელი ცვლადის ეფექტი დამოკიდებულია ცდის პირზე.

ხაზის აღქმული სიგრძის სხვაობა ილუზიის პირობებს შორის არ არის ერთი და იგივე ყველა ცდის პირისათვის. მაგალითად, პირველი ცდის პირის შემთხვევაში ქულების სხვაობა სტანდარტულ პირობასა და სუბიექტური კონტურის პირობას შორის არის 16.6 - 15.8 = 0.8 სმ, ხოლო მეორე ცდის პირის შემთხვევაში სხვაობა არის 16.9 - 15.6 = 1.3 სმ. ასე რომ, ილუზიის პირობის ეფექტი ხაზის აღქმულ სიგრძეზე ცდის პირებზეა დამოკიდებული. $SS_{ცს}$ ზომავს პირობებისა და ცდის პირების ურთიერთქმედების ხარისხს ცდის პირთა შიდა ექსპერიმენტში. მაგრამ, რადგანაც ჩარევის თითოეულ პირობაში ერთი ცდის პირისაგან მხოლოდ ერთ ქულას ვიღებთ, პირობებისა და ცდის პირების ურთიერთქმედებას ვერ გამოვაცალკევებთ ნებისმიერი შეცდომისაგან, რომელიც შეიძლება გავლენას ახდენდეს ქულაზე. შესაბამისად, $SS_{ცს}$ განიხილება, როგორც შეცდომის ცვალებადობის საზომი ცდის პირთა შიდა ერთფაქტორიან სქემაში და წარმოადგენს შეცდომის ნაწილის საფუძველს F სტატისტიკისათვის ამ ანალიზში.

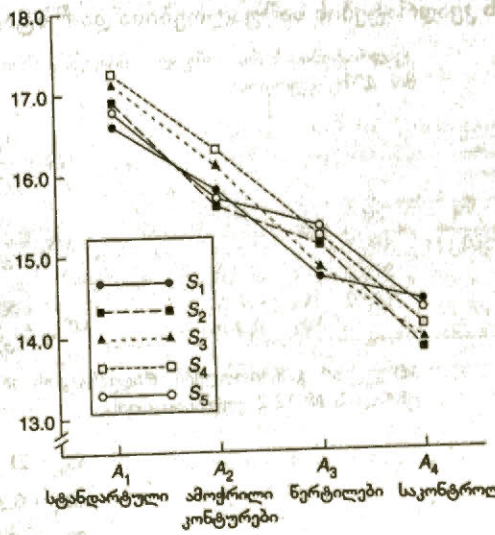
თავისუფლების ხარისხების გამოთვლა

F სტატისტიკისათვის საჭირო გადახრების კვადრატების საშუალოს მისაღებად თითოეული SS იყოფა მის შესაბამის თავისუფლების ხარისხზე. თავისუფლების ხარისხების გამოთვლის პროცესი ძალიან ჰგავს ცდის პირთა შორის სქემაში გამოყენებულ გამოთვლას.

თავისუფლების სრული ხარისხი

$$df_{სრული} = N - 1,$$

სადაც N არის ქულების მთელი რაოდენობა ექსპერიმენტში. მაგალითად, $N = 20$; ამიტომ $df_{სრული} = 20 - 1 = 19$.



სურათი 12.3

თითოეული ობიექტის განსხვავებული წრფეების სიგრძეები სანტიმეტრებში როგორც ილუზიის ტიპის ფუნქცია

თავისუფლების ხარისხი SS_A-სთვის

$$df_A = a - 1,$$

სადაც a არის A დამოუკიდებელი ცვლადის დონეების რაოდენობა. ჩვენს მაგალითში A ფაქტორის ოთხი დონისათვის $a = 4$; აქედან გამომდინარე, $df_A = 4 - 1 = 3$.

თავისუფლების ხარისხი SS_S-სთვის

$$df_S = n_A - 1.$$

ჩვენს მაგალითში ხუთი ცდის პირია; შესაბამისად, $n_A = 5$ და $df_S = 5 - 1 = 4$.

თავისუფლების ხარისხი SS_{AxS}-ისთვის

$$df_{AxS} = (a - 1)(n_A - 1)$$

ჩვენს მაგალითში $a = 4$ და $n_A = 5$; შესაბამისად,

$df_{AxS} = (4 - 1)(5 - 1) = 12.$

თავისუფლების ხარისხის ადიტიურობა

თავისუფლების ხარისხები ადიტიურია, ასე რომ,

$$df_{სრული} = df_A + df_S + df_{AxS}$$

ეს მიმართება ჩვენს მაგალითშიც სრულდება, რადგან

$df_{სრული} = 19$, $df_A = 3$, $df_S = 4$, და $df_{AxS} = 12$.

გადახრების კვადრატების საშუალოებისა და F სტატისტიკის გამოთვლა

კვადრატების სამი საშუალო მიიღება SS-იდან 12.2 ცხრილში თითოეული SS-ის მის df-ზე გაყოფით:

$$MS_A = \frac{SS_A}{df_A};$$

$$MS_S = \frac{SS_S}{df_S};$$

$$MS_{AxS} = \frac{SS_{AxS}}{df_{AxS}}.$$

$MS_{სრული}$ არ გამოითვლება, რადგანაც ის არ გამოიყენება დისპერსიულ ანალიზში. ცხრილის № 12.2 ქულებისათვის

$SS_A = 21.830,$

$SS_S = 0.314,$

$SS_{AxS} = 0.782.$

ამ კვადრატების საშუალოებისათვის თავისუფლების ხარისხებია

$$df_A = 3,$$

$$df_S = 4,$$

$$df_{AxS} = 12.$$

აქედან გამომდინარე,

$$MS_A = \frac{21.830}{3} = 7.277,$$

$$MS_S = \frac{0.314}{4} = 0.078,$$

$$MS_{AxS} = \frac{0.782}{12} = 0.065.$$

F სტატისტიკა ცდის პირთა შიდა ერთფაქტორიან დისპერსიულ ანალიზში არის

$$F = \frac{MS_A}{MS_{AxS}}.$$

ასე რომ, ცხრილის № 12.1 ქულებისათვის

$$F_{\text{რეალური}} = \frac{7.277}{0.065} = 111.95.$$

ეს $F_{\text{რეალური}}$ არის ამ ანალიზში გამოსათვლელი ერთადერთი F; S ფაქტორისათვის F არ გამოითვლება. ცხრილის № 12.2 ქულების დისპერსიული ანალიზის რიცხვითი შეჯამება წარმოდგენილია ცხრილში № 12.3. გამოთვლითი ფორმულები ამ ანალიზისათვის მოცემულია თავის დამატებაში. ცხრილი № 12.4 აჯამებს ცდის პირთა შიდა ერთფაქტორიან დისპერსიულ ანალიზში ცვალებადობის წყაროებს - SS, df, MS და F.

ცხრილი № 12.3
დისპერსიული ანალიზის ცხრილი ხაზების ჰიპოთეტური თანაბარი აღქმული სიგრძის ქულებისათვის ცხრილიდან № 12.2

წყარო	SS	*df*	*MS*	*F*
ილუზიის ტიპი (*A*)	21.830	3	7.277	111.95*
ცდის პირები (*S*)	0.314	4	0.078	
AxS	0.782	12	0.065	
სულ	22.926	19		

* $p < .01$

ცხრილი № 12.4

ფორმულების შეჯამება ცდის პირთა შიდა ერთფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზისათვის.

წყარო	*SS*	*df*[a]	*MS*	*F*
A ფაქტორი	SS_A	$a - 1$	$\frac{SS_A}{df_A}$	$\frac{MS_A}{MS_{AxS}}$
S ფაქტორი	SS_S	$n_A - 1$	$\frac{SS_S}{df_S}$	
AxS	SS_{AxS}	$(a - 1)(n_A - 1)$	$\frac{SS_{AxS}}{df_{AxS}}$	
სულ	$SS_{სრული}$	$N - 1$	არ გამოითვლება	

[a] a = *A* ფაქტორის დონეების რაოდენობა; n_A = ქულების რაოდენობა ჩარევის პირობაში ანუ, შესაბამისად, ცდის პირების რაოდენობა; N - ქულების სრული რაოდენობა.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა № XII –1

1. განსაზღვრეთ: *AxS* ურთიერთქმედება, df_A, df_{AxS}, df_S, $df_{სრული}$, *A* ფაქტორი, *S* ფაქტორი, MS_A, MS_{AxS}, MS_S, $MS_{სრული}$, n_A, ცდის პირთა შიდა ერთფაქტორიანი სქემა, განმეორებითი გაზომვების სქემა, SS_A, SS_{AxS}, SS_S, $SS_{სრული}$, პირობებისა და ცდის პირების ურთიერთქმედება.

2. განსაზღვრეთ ქულების ცვალებადობის წყაროები ცდის პირთა შიდა ერთფაქტორიან სქემაში.

3. დაასრულეთ შემდეგი განტოლებები ცდის პირთა შიდა ერთფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზისათვის:
   ა. $SS_{სრული}$ =
   ბ. df_A =
   გ. df_S =
   დ. df_{AxS} =
   ე. MS_A =
   ვ. MS_S =
   ზ. MS_{AxS} =
   თ. F =

4. რა არის $SS_{სრული}$ მნიშვნელობა, თუ SS_A = 74.00, SS_S = 29.00 და SS_{AxS} = 96.00?

5. რა არის SS_A-ის მნიშვნელობა, თუ $SS_{სრული}$ = 426.00, SS_S = 92.00 და SS_{AxS} = 301.00?

6. რა არის SS_S -ის მნიშვნელობა, თუ $SS_{სრული}$ = 96.00, SS_A = 15.00 და SS_{AxS} = 56.00?

7. რა არის SS_{AxS} -ის მნიშვნელობა, თუ $SS_{სრული}$ = 173.00, SS_A = 41.00 და SS_S = 36.00?

8. ერთმა ფსიქოლოგმა გამოიყენა ცდის პირთა შიდა ერთფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზი *A* ფაქტორის ხუთი დონით და 13 ცდის პირით. რა არის df_A, df_S, df_{AxS} და $df_{სრული}$ მნიშვნელობები?

9. რა არის $df_{სრული}$ მნიშვნელობა ცდის პირთა შიდა ერთფაქტორიან დისპერსიულ ანალიზში, თუ df_A = 2 და df_S = 19?

10. იპოვეთ გადახრების კვადრატების საშუალოების რიცხვითი მნიშვნელობები შემდეგი *SS*-ისა და *df*-ისათვის: SS_A = 22.00, SS_S = 18.00, SS_{AxS} = 36.00, df_A = 2, df_S = 9 და df_{AxS} = 18.

11. ცხრილები № 1 და 2 ნარმოადგენს არასრული შეჯამების ცხრილებს ცდის პირთა შიდა ერთფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზისათვის. თითოეულ ცხრილში შეავსეთ გამოტოვებული მნიშვნელობები ცხრილში № 12.4 *SS*-სა და *df*-ს შორის მოცემული მიმართების გამოყენებით. შემდეგ უპასუხეთ ამ კითხვებს ყოველი ცხრილისათვის.
   ა. დამოუკიდებელი ცვლადის რამდენი დონე იცვლება?
   ბ. რამდენი ქულაა მიღებული თითოეულ პირობაში?
   გ. რამდენი ცდის პირი იღებდა მონაწილეობას კვლევაში?

ცხრილი № 1

წყარო	SS	*df*	*MS*	*F*
A ფაქტორი	48.00	4	–	–
S ფაქტორი	27.00	9	–	
AxS	72.00	–	–	
სულ	–	–		

ცხრილი № 2

წყარო	SS	*df*	*MS*	*F*
A ფაქტორი	6.00	–	–	–
S ფაქტორი	36.00	12	3.00	
AxS	–	24	–	
სულ	78.00	–		

სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმება $F_{რეალური}$ მეშვეობით

$F_{რეალური} = MS_A/MS_{AxS}$ გამოიყენება იმის გადასაწყვეტად, მნიშვნელოვნად განსხვავდება თუ არა ჩარევის პირობების საშუალოები. როგორც SS_{AxS}-ის განხილვისას ვნახეთ, F-ის მნიშვნელი, MS_{AxS}, ამ ანალიზში შეცდომის ცვალებადობას წარმოადგენს. F-ის მრიცხველი, MS_A, იცვლება დამოუკიდებელი ცვლადის სისტემატურ ეფექტთან, აგრეთვე პირობებისა და ცდის პირების ურთიერთქმედებასთან ერთად. თუ დამოუკიდებელ ცვლადს არ აქვს ეფექტი და პირობების საშუალოების ცვალებადობა მხოლოდ პირობებისა და ცდის პირების ურთიერთქმედების გამო ხდება, მაშინ MS_A-ის მნიშვნელობა დაახლოებით იგივე უნდა იყოს, რაც MS_{AxS}-ისა და $F_{რეალური}$ უნდა იყოს დაახლოებით 1.00. ხოლო, თუ A ფაქტორს აქვს ეფექტი და პირობების საშუალოები განსხვავდება როგორც ამ ეფექტის, ასევე პირობებისა და ცდის პირების ურთიერთქმედების გამო, მაშინ MS_A-ს უფრო დიდი მნიშვნელობა უნდა ჰქონდეს, ვიდრე MS_{AxS}-ს, და $F_{რეალური}$ 1.00-ზე მეტი ხდება.

F შეფარდება MS_S-ის მონაწილეობით, რომელიც ინდივიდუალური განსხვავებების კვადრატის საშუალოს აღნიშნავს, არ გამოითვლება. მიუხედავად იმისა, რომ MS_S იცვლება ექსპერიმენტში ცდის პირებს შორის განსხვავებების ხარისხთან ერთად, ამ ანალიზში არ გამოითვლება MS_S, რომელიც იძლევა ინდივიდებს შორის მოსალოდნელი შეცდომის ცვალებადობის შეფასებას. აქედან გამომდინარე, MS_S-ის მნიშვნელობა ხშირად არ არის წარმოდგენილი საბოლოო ცხრილში.

სამი კვადრატების საშუალო და მათზე გავლენის მქონე ცვალებადობის წყაროები შეიძლება შემდეგნაირად შეჯამდეს:

კვადრატების საშუალო	მასზე გავლენას ახდენს:
MS_A	A ფაქტორით გამოწვეული სისტემატური ცვალებადობა პირობებისა და ცდის პირების ურთიერთქმედება (ანუ შეცდომის ცვალებადობა)
MS_S	S ფაქტორით გამოწვეული სისტემატური ცვალებადობა
MS_{AxS}	პირობებისა და ცდის პირების ურთიერთქმედება (ანუ შეცდომის ცვალებადობა)

სტატისტიკური შემოწმება F-ის გამოყენებით უკვე ნაცნობ პროცედურას წარმოადგენს:

- ყალიბდება ნულოვანი ჰიპოთეზა, H_0, და ალტერნატიული ჰიპოთეზა, H_1;
- იმ დაშვებით, რომ H_0 სწორია, გამოითვლება F-ის შერჩევის განაწილება. ეს განაწილება მოცემულია ცხრილში № A-3;
- ხდება მნიშვნელოვნობის დონის შერჩევა;

- F-ის კრიტიკული დონე, რომელიც აღინიშნება $F_{კრიტიკული}$, გამოითვლება F-ის შერჩევითი განაწილებიდან, რომელიც მოცემულია ცხრილში № A-3;
- F-ის შერჩევით განაწილებაში გამოიყოფა უარყოფის არე;
- შერჩევის მონაცემებიდან გამოითვლება F სტატისტიკა, რომელიც აღინიშნება, როგორც $F_{რეალური}$;
- გადაწყვეტილება იმის თაობაზე, უარეყოთ თუ არა $H_{0,}$, მიიღება იმაზე დაყრდნობით, ხედება თუ არა $F_{რეალური}$ უარყოფის არეში.

სტატისტიკური ჰიპოთეზები

ნულოვანი ჰიპოთეზა. ნულოვანი ჰიპოთეზა ცდის პირთა შიდა სქემისათვის A ფაქტორის ოთხი დონით ასე გამოიხატება:

$$H_0: \mu_{A1} = \mu_{A2} = \mu_{A3} = \mu_{A3.}$$

ეს ნულოვანი ჰიპოთეზა ასახავს სიტუაციას, რომელიც ჩნდება, თუ დამოუკიდებელ ცვლადს არ აქვს ეფექტი. თუ H_0 მართლდება, მაშინ პირობების საშუალოებს შორის მიღებული სხვაობები უბრალოდ შეცდომის ცვალებადობის გამოა. როგორც ცდის პირთა შორის სქემაში, ნულოვან ჰიპოთეზაშიც განსაზღვრული პოპულაციის საშუალოების რაოდენობა ყოველთვის შეესაბამება დამოუკიდებელი ცვლადის დონეების რაოდენობას.

ალტერნატიული ჰიპოთეზა. ალტერნატიული ჰიპოთეზაა:

$$H_1: \mu_A\text{-ები არ არის ტოლი.}$$

ჰიპოთეზაში მონაწილე პოპულაციის საშუალოების რაოდენობის მიუხედავად, ალტერნატიული ჰიპოთეზა ასახავს სიტუაციას, რომელიც ჩნდება, თუ დამოუკიდებელ ცვლადს აქვს ეფექტი.

F სტატისტიკაზე დამყარებული გადაწყვეტილებების მიღება

ცდის პირთა შიდა ერთფაქტორიან სქემაში სტატისტიკური გადაწყვეტილებების მიღების პროცესი ცდის პირთა შორის ერთფაქტორიან დისპერსიულ ანალიზში გამოყენებული პროცესის იდენტურია. α-ს მნიშვნელობა, რომელიც განსაზღვრავს უარყოფის არეს $F_{რეალურისათვის}$, ანალიზის ჩატარებამდე შეირჩევა. შემდეგ ცხრილში № A-3a ან b მოიძებნება $F_{კრიტიკული}$ მნიშვნელობა შესაბამისი მრიცხველი და მნიშვნელი df-ით. თუ $F_{რეალური}$ უდრის ან მეტია $F_{კრიტიკულზე}$, მაშინ $F_{რეალური}$ ხვდება უარყოფის არეში. ნულოვანი ჰიპოთეზა უარყოფილია და მიღებულია ალტერნატიული. არსებობს სულ მცირე ერთი სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი სხვაობა პირობების საშუალოებს შორის. თუ $F_{რეალური}$ ნაკლებია, ვიდრე $F_{კრიტიკული}$, მაშინ $F_{რეალური}$ არ ხვდება უარყოფის არეში; ნულოვანი ჰიპოთეზა არ არის უარყოფილი და ალტერნატიული ჰიპოთეზა არ მიიღება. პირობების საშუალოები მნიშვნელოვნად არ განსხვავდება; საშუალოებს შორის მიღებული სხვაობები შეცდომის ცვალებადობის გამო ხდება. ვასკვნით, რომ დამოუკიდებელ ცვლადს არ ჰქონდა ეფექტი. $F_{რეალურზე}$ დამყარებული გადაწყვეტილებები და შემდგომი დასკვნები შეჯამებულია ცხრილში № 12.5.

გადაწყვეტილების პროცესის საილუსტრაციოდ გამოვიყენებთ ცხრილში № 12.3 შეჯამებულ ანალიზს ცხრილის № 12.2 სანიმუშო ქულებისათვის. ამ ანალიზში $F_{რეალურს}$ აქვს 3 (მრიცხველი) და 12 (მნიშვნელი) df. ამდენად, როდესაც $\alpha = .05$, $F_{კრიტიკული} = 3.49$ (მიღებულია ცხრილიდან A-3a.) $F_{რეალური} = 111.95$ მეტია $F_{კრიტიკულზე}$ და ხვდება უარყოფის არეში. უარვყოფთ

$$H_0: \mu_{A1} = \mu_{A2} = \mu_{A3} = \mu_{A3}$$

და ვიღებთ

$$H_1: \mu_A\text{-ები არ არის ტოლი.}$$

ცხრილი № 12.5

გადაწყვეტილებების და დასკვნების შეჯამება სტატისტიკური ჰიპოთეზების შემოწმებაში ცდის პირთა შიდა ერთფაქტორიანი სქემისათვის დისპერსიული ანალიზის გამოყენებით. მოცემულია მნიშვნელოვნობის დონე .05

თუ $F_{\text{რაღაური}}$ ხვდება უარყოფის არეში $\alpha = .05$-ისათვის, მაშინ	თუ $F_{\text{რაღაური}}$ არ ხვდება უარყოფის არეში $\alpha = .05$-ისათვის, მაშინ:
$F_{\text{რაღაურის}}$ ალბათობა ნაკლებია ან ტოლი .05-ის, ანუ $p \leq .05$.	$F_{\text{რაღაურის}}$ ალბათობა მეტია .05-ზე, ანუ $p > .05$.
H_0 უარყოფილია.	H_0 არ არის უარყოფილი.
H_1 მიღებულია. შერჩევის ყველა საშუალო არ არის ერთი და იმავე პოპულაციიდან.	H_1 არ არის მიღებული.
პირობების საშულოებს შორის სულ მცირე ერთი სხვაობა სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია .05 დონეზე.	შერჩევის საშუალოებს შორის არ არის მნიშვნელოვანი სხვაობები .05 დონეზე.
გადაწყვეტილია, რომ შერჩევის შედეგმის გარდა კიდევ რაღაც სხვა განაპირობებს სხვაობას შერჩევის საშუალოებს შორის. ყველა პირობის დაცვით ჩატარებულ ექსპერიმენტში სხვაობა დამოუკიდებელ ცვლადს მიეწერება.	გადაწყვეტილია, რომ შერჩევის შედეგმა შერჩევის საშუალოებს შორის სხვაობის ყველაზე მეტად სავარაუდო ახსნაა. არ არსებობს იმის საფუძველი, რომ დამოუკიდებელ ცვლადს ეფექტი ჰქონდა.
თუ დამოუკიდებელ ცვლადს სამი ან მეტი დონე აქვს, საჭიროა მრავლობითი შედარების კრიტერიუმები.	მრავლობითი შედარების კრიტერიუმები არ არის საჭირო.

ეს გადაწყვეტილება მიგვითითებს, რომ არსებობს სულ მცირე ერთი სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი სხვაობა ცხრილის № 12.2 ოთხ საშუალოს შორის, მაგრამ ის არ აღნიშნავს კონკრეტულად, თუ რომელი საშუალოები განსხვავდებიან ერთმანეთისაგან. იმის დასადგენად, თუ რომელი წყვილთაშორისი შედარებები განსხვავდება მნიშვნელოვნად, გამოიყენება მრავლობითი შედარების კრიტერიუმები.

მრავლობითი შედარების კრიტერიუმები ცდის პირთა შიდა დისპერსიული ანალიზისათვის

მრავლობითი შედარების კრიტერიუმებთან დაკავშირებული პრობლემები და საკითხები ცდის პირთა შიდა დისპერსიული ანალიზისათვის იგივეა, რაც განვიხილეთ მე-10 თავში ცდის პირთა შორის დისპერსიული ანალიზისათვის. საბოლოო შედარებისათვის შეიძლება გამოყენებულ იქნეს **ტუკის HSD კრიტერიუმი** კრიტიკული სხვაობით

$$CD = q\sqrt{\frac{MS_{A \times S}}{n_A}}.$$

თუ ამ კრიტერიუმს ჩვენს ექსპერიმენტს მივუსადაგებთ:

- $MS_{A \times S} = 0.065$ (მიღებულია ცხრილიდან № 12.3);
- $n_A = 5$;
- q .05 დონეზე დამოუკიდებელი ცვლადის ოთხი დონისათვის და 12 *df* — $MS_{A \times S}$-სათვის არის 4.20 (მიღებულია ცხრილიდან № A-4).

ამ მნიშვნელობების ჩასმით ვიღებთ:

$$CD = 4.20\sqrt{\frac{0.065}{5}} = 4.20\ \sqrt{0.013} = 0.48 \text{ სმ}.$$

თითოეული წყვილთაშორისი შედარებისათვის პირობების საშუალოებს შორის სხვაობა, რომელიც აბსოლუტური მნიშვნელობით 0.48 სმ-ზე მეტია, სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია .05 დონეზე. ექვსი წყვილთაშორისი შედარება, თითოეული შედარების აბსოლუტური მნიშვნელობები, სტატისტიკური ჰიპოთეზა და გადაწყვეტილება თითოეული ჰიპოთეზისათვის ნაჩვენებია ცხრილში № 12.6 (სადაც A_1 სტანდარტული ილუზიაა, A_2 – სუბიექტური კონტურების ილუზია, A_3 – მთლიანი წერტილების ილუზია, A_4 – საკონტროლო პირობა).

თითოეული სხვაობის აბსოლუტური მნიშვნელობა *CD* 0.48 სმ-ზე მეტია; ამდენად, თითოეული შედარება სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია .05 დონეზე. სტანდარტული ილუზია ილუზიის მნიშვნელოვნად ნაკლებ შედეგს ქმნის, მთლიანი წერტილები — მნიშვნელოვნად კიდევ უფრო ნაკლებ ილუზიას და საკონტროლო პირობა კი — ყველაზე ნაკლებ ილუზიას.

ცხრილი № 12.6

ტუკის HSD *CD*-ს გამოყენება წყვილთაშორისი შედარებებისათვის სანიმუშო ექსპერიმენტში

შედარება	შედარების აბსოლუტური მნიშვნელობა	სტატისტიკური ჰიპოთეზები	გადაწყვეტილება
$\overline{X_{A1}}$ $\overline{X_{A2}}$ -თან (16.92 — 15.90)	1.02	H_0: $\mu_{A1} = \mu_{A2}$ H_1: $\mu_{A1} \neq \mu_{A2}$	უარყოფილია მიღებულია
$\overline{X_{A1}}$ $\overline{X_{A3}}$ -თან (16.92 — 15.02)	1.90	H_0: $\mu_{A1} = \mu_{A3}$ H_1: $\mu_{A1} \neq \mu_{A3}$	უარყოფილია მიღებულია
$\overline{X_{A1}}$ $\overline{X_{A4}}$ -თან (16.92 — 14.10)	2.82	H_0: $\mu_{A1} = \mu_{A4}$ H_1: $\mu_{A1} \neq \mu_{A4}$	უარყოფილია მიღებულია
$\overline{X_{A2}}$ $\overline{X_{A3}}$ -თან (15.90 — 15.02)	0.88	H_0: $\mu_{A2} = \mu_{A3}$ H_1: $\mu_{A2} \neq \mu_{A3}$	უარყოფილია მიღებულია
$\overline{X_{A2}}$ $\overline{X_{A4}}$ -თან (15.90 — 14.10)	1.80	H_0: $\mu_{A2} = \mu_{A3}$ H_1: $\mu_{A2} \neq \mu_{A3}$	უარყოფილია მიღებულია
$\overline{X_{A3}}$ $\overline{X_{A4}}$ -თან (15.02 — 14.10)	0.92	H_0: $\mu_{A3} = \mu_{A4}$ H_1: $\mu_{A3} \neq \mu_{A4}$	უარყოფილია მიღებულია

ჩარევის ეფექტის სიძლიერის გაზომვა

ეტა კვადრატი ეფექტის სიძლიერის საზომად შეიძლება გამოვიყენოთ ცდის პირთა შიდა ერთფაქტორიან სქემაში. გამოყენებული ფორმულა მცირედაა შეცვლილი ცდის პირთა შორის სქემასთან შედარებით:

$$\eta^2 = \frac{SS_A}{SS_A + SS_{AxS}}.$$

მიაქციეთ ყურადღება, რომ ამ ფორმულის მიხედვით ინდივიდუალური განსხვავებებით გამოწვეული ცვალებადობა, რომელიც მოცემულია SS_S-ით, არ არის ჩართული ექსპერიმენტის სრულ ცვალებადობაში.

ჩვენი მაგალითისათვის, SS_A = 21.830 და SS_{AxS} = 0.782. ასე რომ,

$$\eta^2 = \frac{21.830}{21.830 + 0.782} = .97.$$

ხაზის სიგრძის გაზომვის ცვალებადობის 97 პროცენტი ხდება ილუზიის პირობის გამო, მას შემდეგ, რაც ინდივიდუალური განსხვავებების გამო ცვალებადობა გაუქმებულია. ეს დამოუკიდებელი ცვლადის ძალიან ძლიერი ეფექტია.

ცდის პირთა შიდა დისპერსიული ანალიზის დაშვებები

დაშვებები, რომლებსაც ემყარება ცდის პირთა შიდა ერთფაქტორიანი ანალიზის გამოყენება, შემდეგია:

1. თითოეული ცდის პირი მონმდება დამოუკიდებელი ცვლადის ყოველ დონეზე;
2. მონაცემები შერჩევაში შემთხვევითად არის აღებული პოპულაციიდან;
3. მონაცემთა პოპულაციები ჩარევის სხვადასხვა პირობისათვის ნორმალურადაა განაწილებული;
4. პოპულაციაში მონაცემთა დისპერსიები ჩარევის სხვადასხვა პირობისათვის ერთნაირია;
5. ცდის პირის ინდივიდუალური განსხვავებების წილი მისი ქულებისათვის ერთი და იგივე რჩება ჩარევის ყველა პირობაში.

პირველი დაშვება აუცილებელია ცდის პირთა შიდა დისპერსიულ ანალიზში მონაცემების სათანადო სტატისტიკური კრიტერიუმის არსებობისათვის; ამ დაშვების უგულებელყოფა დაუშვებელია. მეორე, მესამე და მეოთხე დაშვებები ცდის პირთა შორის დისპერსიულ ანალიზში არსებული დაშვებების იდენტურია. ხანდახან ექსპერიმენტებში ისინი ირღვევა, მაგრამ დისპერსიული ანალიზი ინარჩუნებს გარკვეულ მდგრადობას ასეთი დარღვევების მიმართ. მეხუთე დაშვების მიხედვით, ადამიანის ქცევა, ჩარევის ეფექტისაგან დამოუკიდებლად, სტაბილურია დამოუკიდებელი ცვლადის ყველა დონეზე. მოსალოდნელია, რომ ეს დაშვება დაირღვევა ბიჰევიორისტული მეცნიერების კვლევის მრავალ შემთხვევაში. ასეთი დარღვევის გავლენა ისაა, რომ მნიშვნელოვნობის დონის მიხედვით დადგენილი მნიშვნელობის ზევით იზრდება I გვარის შეცდომის დაშვების ალბათობა.

შეცდომის ამ გაზრდილ შესაძლებლობასთან გამკლავების რამდენიმე მიდგომა არსებობს. გაისერ-გრინჰაუსის (Geisser-Greenhouse) კორექცია ცელის $F_{\text{კრიტიკული}}$ მისაღებად გამოყენებულ *df*-ს ისე, რომ $F_{\text{რეალური}}$ გამოსათვლელად გამოიყენება უფრო დიდი $F_{\text{კრიტიკული}}$. ამ კორექციით, $F_{\text{კრიტიკული}}$ მიიღება მრიცხველად 1 *df*-ის და მნიშვნელად $(n_A - 1)$ *df* -ის გამოყენებით, ჩვეულებრივ გამოყენებული $a - 1$, $(a - 1)(n_A - 1)$ *df*-ის ნაცვლად. გაისერ-გრინჰაუსის კორექციის ჩვენს მაგალითზე მისადაგებით, $F_{\text{კრიტიკული}}(1.4) = 7.71$. $F_{\text{რეალური}}(3.12) = 111.95$ მაინც უფრო დიდია, ვიდრე $F_{\text{კრიტიკული}}$ და H_0 უარყოფილია — მიღებულია იგივე გადაწყვეტილება, რაც 3 და 12 *df*-იანი $F_{\text{კრიტიკულის}}$ გამოყენებით. ეს და სხვა მიდგომები, რომლებიც ამცირებს შეცდომის შესაძლებლობას, თუ დარღვეულია მე-5 დაშვება, განხილულია კეპელის ნაშრომში (Keppel, 1991).

ალტერნატიული მიდგომაა, გამოვიყენოთ არაპარამეტრული უილკოქსონის ნიშნიანი რანგების კრიტერიუმი ან ფრიდმანის დისპერსიული ანალიზი ცდის პირთა შიდა დისპერსიული ანალიზის მაგივრად. უილკოქსონის კრიტერიუმი წარმოდგენილია მე-15 თავში.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა XII – 2

1. განსაზღვრეთ თითოეულ *MS*-ზე გავლენის მქონე ფაქტორები ცდის პირთა შიდა ერთფაქტორიან დისპერსიულ ანალიზში.
2. ახსენით, თუ რატომ იზრდება MS_A-ს მნიშვნელობა, თუ *A* ფაქტორს აქვს ეფექტი ცდის პირთა შიდა ერთფაქტორიან ექსპერიმენტში.
3. დანერეთ სტატისტიკური ჰიპოთეზები ცდის პირთა შიდა ერთფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზისათვის დამოუკიდებელი ცვლადის ხუთი დონით.
4. განსაზღვრეთ დაშვებები, რომლებიც საფუძვლად უდევს ცდის პირთა შიდა ერთფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზის გამოყენებას.

მაგალითი № 12.1

ცდის პირთა შიდა ერთფაქტორიანი სქემის ანალიზი დამოუკიდებელი ცვლადის ოთხი დონით

ამოცანა: მრავალი სახის საქმიანობა ადამიანებისაგან მოითხოვს, ფხიზლად იყვნენ დროის ხანგრძლივი პერიოდის განმავლობაში. ამის მაგალითია საჰაერო მოძრაობის კონტროლიორი, რომელიც რადარის ეკრანს აკვირდება, რათა თვითმფრინავებს შორის საჭირო დისტანცია შენარჩუნდეს. ფსიქოლოგებმა შეისწავლეს სიფხიზლეზე მოქმედი მრავალი ფაქტორი. მაგალითად, პფენდლერმა და უიდელმა (Pfendler & Widdel, 1986) ჩაატარეს ექსპერიმენტი, სადაც ცდის პირები 2,5 საათის განმავლობაში აკვირდებოდნენ ეკრანს მასზე გამოსახული სკალით. რაც უფრო მეტი დრო გადიოდა, ცდის პირებს უფრო დიდი დრო სჭირდებოდათ ეკრანზე ცვლილებების დასადგენად. დაუშვით, რომ ჩატარდა ანალოგიური კვლევა, სადაც ცდის პირებს 4 საათის განმავლობაში რამდენიმე სკალა უნდა ეკონტროლებინათ. ცდის პირის დავალება იყო, მიეთითებინა, როდის შეიცვლებოდა მონაცემი სკალაზე. დამოკიდებული ცვლადი ზომავდა იმ დროის ხანგრძლივობას, რომელიც ცდის პირს ცვლილების შესამჩნევად სჭირდებოდა. ცვლილების შემჩნევის დრო (წამებში) 13 ცდის პირისათვის ოთხსაათიანი პერიოდიდან თითოეული საათისათვის მოცემულია ცხრილში № 12.7. მნიშვნელოვნად გაიზარდა თუ არა შემჩნევის დრო?

ცხრილი № 12.7
სკალაზე ცვლილების შესამჩნევად საჭირო წამების საშუალო რაოდენობა ოთხსაათიანი დროის პერიოდისათვის 13 ცდის პირისათვის

ცდის პირი	დროის პერიოდი (საათებში) *(A)*			
	1 (A_1)	2 (A_2)	3 (A_3)	4 (A_4)
1	6.2	6.7	7.4	7.8
2	5.9	4.8	6.1	6.9
3	8.4	8.7	9.9	10.3
4	7.6	7.8	8.7	8.9
5	4.1	4.7	5.4	6.6
6	5.4	5.3	5.9	7.1
7	6.6	6.7	7.2	7.5
8	6.1	5.8	6.4	6.7
9	4.9	5.1	5.2	6.8
10	8.2	8.6	9.3	10.4
11	5.7	5.7	6.5	7.2
12	5.9	6.4	6.9	7.6
13	6.9	6.6	7.1	7.5
$\overline{X}_A$	6.30	6.38	7.08	7.79
s_A	1.24	1.34	1.45	1.28

ამოხსნა. სქემა წარმოადგენს ცდის პირთა შიდა ერთფაქტორიან სქემას დამოუკიდებელი ცვლადის – დროის პერიოდის – ოთხი დონით. მონაცემთა ანალიზის პირველი ნაბიჯია ცდის ქულების პირთა შიდა ერთფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზი. თუ $F_{\text{რეალური}}$ სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია, გამოვიყენოთ ტუკის HSD კრიტერიუმი, რათა ვიპოვოთ სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი წყვილთაშორისი სხვაობები პირობების საშუალოებს შორის.

საჭირო სტატისტიკა: $F = MS_A/MS_{AxS}$

გამოსაყენებელი დაშვებები:

1. თითოეული ცდის პირი მოწმდება დროის ყოველ პერიოდში;
2. შერჩევის ქულები შემთხვევითად არის აღებული პოპულაციიდან;
3. შემჩნევის დროების პოპულაცია განსხვავებული დროის პერიოდებისათვის ნორმალურადაა განაწილებული;
4. შემჩნევის დროების პოპულაციის დისპერსიები განსხვავებული დროის პერიოდებისათვის ერთნაირია;
5. ცდის პირის ინდივიდუალური განსხვავებების წელილი იგივე რჩება მისი ქულებისათვის დროის ყველა პერიოდისათვის.

სტატისტიკური ჰიპოთეზები: H_0: $\mu_{A1} = \mu_{A2} = \mu_{A3} = \mu_{A4}$

H_1: μ_A-ები არ არის ტოლი.

მნიშვნელოვნობის დონე: $\alpha = .05$.

***df*:**

$$df_A = a - 1 = 4 - 1 = 3$$

$$df_S = n_A - 1 = 13 - 1 = 12$$

$$df_{AxS} = (a - 1)(n_A - 1) = (4 - 1)(13 - 1) = 36$$

$$df_{\text{სრული}} = N - 1 = 52 - 1 = 51$$

***F*-ის კრიტიკული მნიშვნელობა:** $F_{\text{კრიტიკული}}(3.36) = 2.92$. *df*-ის მნიშვნელობა 36, როგორც მნიშვნელი, არ არის წარმოდგენილი ცხრილში № A-3a. $df_{\text{შეცდომისათვის}}$ გამოვიყენეთ კრიტიკული *df*-ის უახლოესი შემდგომი მნიშვნელობა ცხრილში — 30.

უარყოფის არე: $F_{\text{რეალური}}$ მნიშვნელობები ტოლია ან მეტი 2.92-ზე.

გამოთვლა: თავის დამატებაში მოცემული ფორმულების გამოყენებით გამოვითვალეთ დისპერსიული ანალიზი, რათა მიგვეღო დისპერსიული ანალიზის შემდეგი ცხრილი:

წყარო	SS	*df*	*MS*	*F*
დროის პერიოდი (*A*)	18.985	3	6.328	60.85*
ცდის პირები (*S*)	81.188	12	6.766	
AxS	3.727	36	0.104	
სულ	103.900	51		

* $p < .05$

გადაწყვეტილება: $F_{\text{რეალური}} = 60.85$ ხვდება უარყოფის არეში; უარვყოფთ H_0: $\mu_{A1} = \mu_{A2} = \mu_{A3} = \mu_{A3}$ და ვიღებთ H_1: μ_A-ები არ არის ტოლი. H_0-ის უარყოფა გვიჩვენებს, რომ არსებობს სულ მცირე ერთი სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი სხვაობა ჩარევის პირობების საშუალოებს შორის. სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი წყვილთაშორისი სხვაობების საპოვნელად ვიყენებთ ტუკის HSD კრიტერიუმს.

ტუკის კრიტერიუმი: ამ კრიტერიუმისათვის საჭირო რიცხვითი მნიშვნელობები შემდეგია:

- *q* მიიღება ცხრილიდან № A-4. გვაქვს დამოუკიდებელი ცვლადის ოთხი დონე და 36 *df* MS_{AxS}-ისათვის. რადგანაც 36 *df* არ არის მოცემული ცხრილში № A-4, ვიყენებთ 30 *df*-ს, *df*-ის უახლოეს შემდგომ მნიშვნელობას ცხრილში. ასე რომ, $q = 3.85$ .05 მნიშვნელოვნობის დონისათვის;
- დისპერსიული ანალიზიდან მიღებული MS_{AxS} არის 0.104;
- n_A, ქულების რაოდენობა თითოეულ შესადარებელ საშუალოში, არის 13.

ფორმულაში ამ რიცხვითი მნიშვნელობების ჩასმით

$$CD = q\sqrt{\frac{MS_{AxS}}{n_A}} = 3.85\sqrt{\frac{0.104}{13}} = 0.34 \text{ წამი.}$$

ნებისმიერი სხვაობა, რომელიც აბსოლუტური მნიშვნელობით 0.34 წამის ტოლი ან მეტია, სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია .05 დონეზე. წყვილთაშორისი შედარებები, მათი აბსოლუტური მნიშვნელობები, შემოწმებული სტატისტიკური ჰიპოთეზები და სტატისტიკურ ჰიპოთეზებზე დამყარებული გადაწყვეტილებები თითოეული შედარებისათვის მოცემულია ცხრილში № 12.8 (სადაც A_1 = 1 საათს, A_2 = 2 საათს, A_3 = 3 საათს და A_4 = 4საათს).

ეფექტის სიძლიერე: $\eta^2 = \frac{SS_A}{SS_A + SS_{AxS}} = \frac{18.985}{18.985 + 3.727} = .84.$

ცხრილი № 12.8

ტუკის HSD *CD*-ს გამოყენება ოთხი დროის პერიოდის წყვილთაშორის შედარებაში

შედარება	შედარების აბსოლუტური მნიშვნელობა	სტატისტიკური ჰიპოთეზები	გადაწყვეტილება
$\overline{X}_{A1}$ $\overline{X}_{A2}$ -თან (6.30 — 6.38)	0.08	H_0: $\mu_{A1} = \mu_{A2}$ H_1: $\mu_{A1} \neq \mu_{A2}$	არ არის უარყოფილი არ არის მიღებული
$\overline{X}_{A1}$ $\overline{X}_{A3}$ -თან (6.30 — 7.08)	0.78	H_0: $\mu_{A1} = \mu_{A3}$ H_1: $\mu_{A1} \neq \mu_{A3}$	უარყოფილია მიღებულია
$\overline{X}_{A1}$ $\overline{X}_{A4}$ -თან (6.30 — 7.79)	1.49	H_0: $\mu_{A1} = \mu_{A4}$ H_1: $\mu_{A1} \neq \mu_{A4}$	უარყოფილია მიღებულია
$\overline{X}_{A2}$ $\overline{X}_{A3}$ -თან (6.38 — 7.08)	0.70	H_0: $\mu_{A2} = \mu_{A3}$ H_1: $\mu_{A2} \neq \mu_{A3}$	უარყოფილია მიღებულია
$\overline{X}_{A2}$ $\overline{X}_{A4}$ -თან (6.38 — 7.79)	1.41	H_0: $\mu_{A2} = \mu_{A3}$ H_1: $\mu_{A2} \neq \mu_{A3}$	უარყოფილია მიღებულია
$\overline{X}_{A3}$ $\overline{X}_{A4}$ -თან (7.08 — 7.79)	0.71	H_0: $\mu_{A3} = \mu_{A4}$ H_1: $\mu_{A3} \neq \mu_{A4}$	უარყოფილია მიღებულია

დასკვნა: ერთადერთი შედარება, რომელიც ნაკლებია *CD*-ზე — 0.34 წამზე, არის პირველ და მეორე საათებს შორის. ეს სხვაობა არამნიშვნელოვანია. ყველა სხვა სხვაობა სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია. ასე რომ, შედარებებმა გვაჩვენა, რომ შემჩნევის დროებში არ არის ზრდა დავალების შესრულების პირველ და მეორე საათებს შორის, მაგრამ სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი ზრდა აღინიშნება მე-2 და მე-3 საათებს შორის და მე-3 და მე-4 საათებს შორის. ეფექტის სიძლიერე, η^2 = .84, გვიჩვენებს, რომ დროის პერიოდი პასუხს აგებს შემჩნევის დროის ცვალებადობის დიდ ნაწილზე მას შემდეგ, რაც ინდივიდუალური განსხვავებების ცვალებადობა ექსპერიმენტში უგულებელყოფილია.

მაგალითი № 12.2

ცდის პირთა შიდა ერთფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზის გამოყენება დამოუკიდებელი ცვლადის ორი დონით

ამოცანა: როდესაც სტუდენტი ლექციის დროს ამთქნარებს, ლექტორი ამას ხშირად მოწყენის ნიშნად აღიქვამს. მაგრამ არის თუ არა მთქნარება ნამდვილად მოწყ-

ენის ნიშანი? ამ ჰიპოთეზის გამოსაკვლევად პროვინმა და პამერნიკმა (Provine & Hamernik, 1986) ჩაატარეს ექსპერიმენტი იმის შესამოწმებლად, ნამდვილად ზრდის თუ არა მთქნარების სიხშირეს უინტერესო მასალის სწავლა. ამ ექსპერიმენტში ორი სხვადასხვა სესიის დროს სტუდენტები 30 წუთის განმავლობაში უყურებდნენ როკ-მუსიკის ვიდეოკლიპებს (A_1, საინტერესო სტიმული) და 30 წუთის განმავლობაში — ვერტიკალურ ფერადზოლებიან ეკრანს (A_2, უინტერესო სტიმული). აღირიცხებოდა დამთქნარების რაოდენობა ორი სესიის დროს. დავუშვათ, ეს ექსპერიმენტი 11 ცდის პირზე გავიმეორეთ და აღვრიცხეთ დამთქნარების რაოდენობა ცხრილში № 12.9. თითოეულ მოცემულ სესიაში მოქმედებს თუ არა ვიდეოკლიპის ტიპი მთქნარების რაოდენობაზე?

ცხრილი № 12.9

მთქნარების მიღებული რაოდენობა როგორც ნანახი ვიდეოკლიპის ფუნქცია 11 ცდის პირისათვის

ცდის პირი	ვიდეოკლიპის ტიპი *(A)*	
	საინტერესო (A_1)	უინტერესო (A_2)
1	5	7
2	2	1
3	4	7
4	3	8
5	0	2
6	4	5
7	7	6
8	6	9
9	3	3
10	1	4
11	8	9
$\overline{X}_A$	3.9	5.5
s_A	2.47	2.77

ამოხსნა. ცდის პირთა შიდა ერთფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზი შესაბამისი სტატისტიკური კრიტერიუმია ამ მონაცემებისათვის. რამდენადაც გამოყენებული იყო მხოლოდ ორი ჩარევის პირობა, $t_{\text{დამოუკიდებული}}$ ასევე შესაბამისი სტატისტიკური კრიტერიუმი იქნებოდა. ვიყენებთ .05 მნიშვნელოვნობის დონეს.

საჭირო სტატისტიკა: $F = MS_A/MS_{A\times S}$

გამოსაყენებელი დაშვებები:

1. თითოეული ცდის პირი მონმდება ვიდეოკლიპის ორივე ტიპის პირობაში;
2. შერჩევის მონაცემები შემთხვევითად არის აღებული პოპულაციიდან;
3. მთქნარების მონაცემების პოპულაცია ჩარევის განსხვავებული პირობისათვის ნორმალურადაა განაწილებული;
4. მთქნარების მონაცემების დისპერსიები პოპულაციაში ჩარევის განსხვავებული პირობებისათვის ერთნაირია;
5. ცდის პირის ინდივიდუალური განსხვავებების წვლილი იგივე რჩება მისი ქულებისათვის ვიდეოკლიპის ორივე ტიპის პირობაში.

სტატისტიკური ჰიპოთეზები: H_0: $\mu_{A1} = \mu_{A2}$

H_1: μ_A-ები არ არის ტოლი.

მნიშვნელოვნობის დონე: $\alpha = .05$.

***df*:**

$$df_A = a - 1 = 2 - 1 = 1$$
$$df_S = n_A - 1 = 11 - 1 = 10$$
$$df_{AxS} = (a - 1)(n_A - 1) = (2 - 1)(11 - 1) = 10$$
$$df_{სრული} = N - 1 = 22 - 1 = 21$$

***F*-ის კრიტიკული მნიშვნელობა:** $F_{კრიტიკული}(1,10) = 4.96$.

უარყოფის არე: $F_{რეალური}$ მნიშვნელობები ტოლია ან მეტი 4.96-ზე.

გამოთვლა: ამ თავის დამატებაში მოცემული ფორმულების გამოყენებით, ამ ანალიზის შეჯამება ასეთია:

წყარო	SS	*df*	*MS*	*F*
ვიდეოკლიპის ტიპი (*A*)	14.728	1	14.728	8.53*
ცდის პირები (*S*)	120.364	10	12.036	
AxS	17,272	10	1.727	
სულ	152.364	21		

* $p < .05$

გადაწყვეტილება: $F_{რეალური}$ ხვდება უარყოფის არეში; ამიტომ უარვყოფთ H_0-ს და ვიღებთ H_1-ს.

ეფექტის სიძლიერე:
$$\eta^2 = \frac{14.728}{14.728 + 17.272} = .46.$$

დასკვნა: სხვაობა ორი ჩარევის პირობის საშუალოს შორის — 3.9 და 5.5 დამთქნარებას შორის — სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია. როდესაც საინტერესო ვიდეოკლიპებს უყურებდნენ, ცდის პირები ნაკლებად ამთქნარებდნენ, ვიდრე უინტერესო ვიდეოკლიპების ყურებისას. რადგანაც მხოლოდ ორი საშუალოა ჩართული, მრავლობითი შედარების კრიტერიუმი არ არის საჭირო. η^2 მიუთითებს, რომ დამოკიდებული ცვლადის დისპერსიის 46 პროცენტზე პასუხს აგებს ვიდეოკლიპის ტიპი, მას შემდეგ, რაც ექსპერიმენტიდან ამოღებულია SS_S.

დისპერსიული ანალიზის შედეგების პრეზენტაცია

ილუზიის პირობასა და ხაზის აღქმულ სიგრძეზე (იხ. ცხრილები № 12.2 და 12.3) მოყვანილი მაგალითის ანალიზის შედეგების აღწერა, რომელიც მისდევს *ამერიკის ფსიქოლოგთა ასოციაციის პუბლიკაციების სახელმძღვანელოს* (1994) სტილს, სტატიის შედეგების სექციაში ასე შეიძლება დაიწეროს:

> ხაზის აღქმული სიგრძეების საშუალოები ილუზიის სტანდარტული, სუბიექტური კონტურების, მთლიანი წერტილების და საკონტროლო პირობებისათვის აღმოჩნდა 16.92 (*SD* = 0.24), 15.90 (*SD* = 0.29), 15.02 (*SD* = 0.26) და 14.10 (*SD* = 0.25) სმ, შესაბამისად. ალფას .05 დონეზე, ცდის პირთა შიდა ერთფაქტორიანმა დისპერსიულმა ანალიზმა გვიჩვენა, რომ საშუალოები მნიშვნელოვნად განსხვავდება, $F(3,12) = 111.95$, $MSE = 0.065$, $p < .01$. წყვილთაშორისი შედარებებისას ტუკის კრიტერიუმმა აჩვენა, რომ ილუზიის თითოეული პირობა მნიშვნელოვნად განსხვავდებოდა ილუზიის ყოველი სხვა პირობისაგან, $p < .05$ (*CD* = 0.48 სმ). ეტა კვადრატი ქულებისათვის იყო .97.

ამ ანგარიშში ინფორმაციის დიდი ნაწილი ცდის პირთა შორის სქემის მსგავსია. მოკლედ განვიხილოთ ეს პრეზენტაცია.

შერჩევის საშუალო	შერჩევის საშუალოების და სტანდარტული გადახრების მიღებული მნიშვნელობები წარმოდგენილია პირველ წინადადებაში. რადგანაც მიღებული იყო მხოლოდ ოთხი საშუალო, ისინი წარმოდგენილია წინადადების და არა ცხრილის ან სურათის სახით.
$\alpha = .05$	მიუთითებს კრიტერიუმისათვის შერჩეულ მნიშვნელოვნობის დონეს.
$F\ (3,12)$	აღნიშნავს კრიტერიუმის სტატისტიკის სახელს, როგორც F-ს. ფრჩხილებში ნაჩვენები რიცხვები აღნიშნავს $F_{\text{რეალური}}$ მრიცხველის და მნიშვნელის df-ებს (შესაბამისად, 3 და 12).
$= 111.95$	იძლევა $F_{\text{რეალური}}$ მნიშვნელობას.
$p < .01$	აღნიშნავს, რომ:
	ა. $F_{\text{რეალური}}$ ალბათობა, თუ H_0 მართლდება, ნაკლებია ან ტოლი .01-ის. ეს მნიშვნელობა არის $F_{\text{კრიტიკული}}$ ალბათობა ან $F_{\text{რეალური}}$ კიდევ უფრო უკიდურესი მნიშვნელობა, თუ H_0 ჭეშმარიტია.
	ბ. H_0: $\mu_{A1} = \mu_{A2} = \mu_{A3} = \mu_{A4}$ უარყოფილია. H_1: μ_A-ები არ არის ტოლი, მიღებულია.
	გ. არსებობს სულ მცირე ერთი სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი სხვაობა პირობების საშუალოებს შორის.
	დ. შერჩევის შეცდომის გარდა კიდევ სხვა მიზეზი აგებს პასუხს პირობების საშუალოებს შორის სხვაობაზე.
$MSE = 0.065$	გვაძლევს $MS_{A\times S}$ მნიშვნელობას $F_{\text{რეალურისათვის}}$. ეს MS არის შეცდომის ნაწილი F შეფარდებისათვის; აგრეთვე, ის შეიძლება განისაზღვროს, როგორც $MS_{A\times S}$.
$CD = 0.48$ სმ	გვაძლევს კრიტიკულ სხვაობას წყვილთაშორისი შედარებებისათვის ტუკის HSD კრიტერიუმის გამოყენებით. შემდეგ აღინერება სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი წყვილთაშორისი შედარებები.
$\eta^2 = .97$	გვიჩვენებს, რომ ხაზის აღქმული ტოლი სიგრძეების დისპერსიის 97 პროცენტი ამ ექსპერიმენტში ილუზიის პირობის გამო ხდება მას შემდეგ, რაც ინდივიდუალური განსხვავებების გამო არსებული ცვალებადობა გაუქმებულია.

კვლევის სქემის არჩევა: ცდის პირებს შორის თუ ცდის პირებს შიდა

როგორ უნდა გადაწყვიტოს ბიჰევიორისტმა მეცნიერმა, კვლევის რომელი სქემა გამოიყენოს კვლევის ჰიპოთეზის შესაფასებლად — ცდის პირებს შორის თუ ცდის პირებს შიდა? სქემის თითოეულ ტიპს აქვს უპირატესობები და შეზღუდვები. ზოგადად, ამ გადაწყვეტილების მიღებისას სამი საკითხი დგება: (1) ცდის პირთა საჭირო რაოდენობა; (2) დამოუკიდებელი ცვლადის მოსალოდნელი ეფექტურობა და (3) ჩარევის მრავალჯერადი ეფექტების მიღების ალბათობა.

ცდის პირთა საჭირო რაოდენობა

ცდის პირთა შიდა სქემაში ცდის პირს ჩარევის ყოველ პირობაში ზომავენ; ასე რომ, აქ ნაკლები ცდის პირებია საჭირო, ვიდრე ცდის პირთა შორის სქემაში. ცხრილში № 12.2 ნაჩვენებ მაგალითში ილუზიის პირობის ოთხი დონიდან თითოეულისათვის მიღებულია ხუთი ქულა, შესაბამისად, სულ 20 ქულაა. მაგრამ მხოლოდ ხუთი ცდის პირია საჭირო ამ 20 ქულის მისაღებად. ცდის პირთა შორის სქემაში ამ 20 ქულის მისაღებად საჭირო იქნებოდა 20 სხვადასხვა ცდის პირი. ასე რომ, როდესაც ცდის პირების მოძიება ძნელია ან როდესაც ცდის პირების მოძიება და მათთვის ინსტრუქციების მიცემა ბევრად მეტ დროს მოითხოვს, ვიდრე თვითონ ექსპერიმენტული დავალების შესრულება, ცდის პირთა შიდა სქემა შეიძლება უპირატესი იყოს ცდის პირთა შორის სქემასთან შედარებით ცდის პირების გამოყენების თვალსაზრისით.

დამოუკიდებელი ცვლადის ეფექტურობა

ის, თუ რამდენად ადვილად ხდება ექსპერიმენტში დამოუკიდებელი ცვლადის ეფექტის დადგენა, ნაწილობრივ დამოკიდებულია ამ ცვლადის ეფექტის სიძლიერეზე. ცდის პირთა შიდა სქემა ხშირად უფრო მგრძნობიარეა დამოუკიდებელი ცვლადის ეფექტის აღმოჩენის მხრივ, ვიდრე ცდის პირთა შორის სქემა. ამდენად, ცდის პირთა შიდა სქემას შეიძლება უპირატესობა მიენიჭოს, როდესაც დამოუკიდებელი ცვლადის მოსალოდნელი ეფექტი სუსტია. ცდის პირთა შიდა სქემა მეტად მგრძნობიარეა იმის გამო, რომ თითოეული ცდის პირი იღებს დამოუკიდებელი ცვლადის ყოველ დონეს და ხვდება ჩარევის ყველა პირობაში. ცდის პირთა შიდა დისპერსიული ანალიზი გამოაცალკევებს ცვალებადობას ცდის პირთა შორის ინდივიდუალური განსხვავებების გამო (ანუ S ფაქტორის გამო ცვალებადობას - MS_S), ასე რომ, ამ უკანასკნელს არ შეაქვს წვლილი F-ის შეცდომის ნაწილში (ანუ $MS_{A\times S}$). ცდის პირთა შორის სქემაში ეს ცვალებადობა შედის $MS_{შეცდომაში}$. ასე რომ, შეცდომის ვექტორი ცდის პირთა შიდა სქემაში (ანუ $MS_{A\times S}$) უფრო მცირე იქნება, ვიდრე შეცდომის ვექტორი ცდის პირთა შორის სქემაში (ანუ $MS_{შეცდომა}$). უფრო მცირე შეცდომის ვექტორი ინვევს $F_{რაღაცის}$ უფრო დიდ მნიშვნელობას, რის შედეგადაც უფრო მოსალოდნელია, რომ H_0-ის უარყოფა მივიღოთ. ამგვარად, ექსპერიმენტში, სადაც ცდის პირთა შორის დიდი ინდივიდუალური განსხვავებებია და დამოუკიდებელი ცვლადის ეფექტი არ უნდა იყოს ძლიერი, ცდის პირთა შიდა სქემა უფრო კარგად გამოავლენს დამოუკიდებელი ცვლადის ეფექტს, ვიდრე ცდის პირთა შორის სქემა.

ჩარევის მრავალჯერადი ეფექტები

ჩარევის მრავალჯერადი ეფექტი – ცდის პირთა შორის სქემაში შესრულების ცვლილებები, რომლებიც ხდება იმის გამო, რომ მონმდება დამოუკიდებელი ცვლადის ყოველ დონეზე.

გავარჯიშების ეფექტი – ჩარევის მრავალჯერადი ეფექტი, რომელიც ხდება იმის გამო, რომ ცდის პირები შეიძლება გავარჯიშდნენ ან დაიღალონ ექსპერიმენტის დავალების შესრულებისას.

ცდის პირთა შიდა სქემაში ცდის პირს დამოუკიდებელი ცვლადის ყოველ დონეზე ზომავენ დროის გარკვეული პერიოდის განმავლობაში. ჩარევების ეს თანმიმდევრობა ცდის პირთა შიდა სქემაში **ჩარევის მრავალჯერადი ეფექტების** მოხდენის შესაძლებლობას ქმნის; დამოუკიდებელი ცვლადის დონის ეფექტი შეიძლება დამოკიდებული იყოს მის წინამორბედ დონეებზე. ჩარევის მრავალჯერადი ეფექტები მოიცავს როგორც გავარჯიშების, ასევე ჩარევის გადატანის ეფექტებს.

გავარჯიშების ეფექტები არის შესრულების ცვლილებები, რომლებიც იმის გამო ხდება, რომ ექსპერიმენტული დავალება განმეორებით სრულდება. ამ ცვლილებებმა შეიძლება გამოინვიოს ან გაუმჯობესებული, ან გაუარესებული შესრულება ექსპერიმენტის მსვლელობისას. ვთქვათ, ექსპერიმენტის მაგალითში, სადაც იზომება ილუზიის ხარისხი ილუზიის ოთხ განსხვავებულ პირობაში, ცდის პირებს შეიძლება

მობეზრდეთ ექსპერიმენტი მისი მსვლელობისას, ან შეიძლება ისინი, რაც უფრო მეტ შეფასებებს აკეთებენ, მით უფრო სკრუპულოზურნი ხდებიან თავიანთ შეფასებებში. ორივე შემთხვევაში ცდის პირის შესრულებამ შეიძლება გავლენა მოახდინოს იმაზე, მოქმედებს თუ არა ქცევაზე ილუზიის პირობა.

ჩარევის გადატანის ეფექტი – ჩარევის მრავალჯერადი ეფექტი, რომელიც ხდება მაშინ, როდესაც დამოუკიდებელი ცვლადის ერთი დონის ერთი ეფექტი გადაიტანება, გავლენას ახდენს შესრულებაზე დამოუკიდებელ ცვლადის მეორე დონეზე.

ჩარევის გადატანის ეფექტები არის დამოუკიდებელი ცვლადის ერთი დონის სპეციფიკური ეფექტები, რომლებიც შეიძლება ისე იქნენ გადატანილი, რომ გავლენა მოახდინონ შესრულებაზე დამოუკიდებელი ცვლადის შემდგომ დონეზე. მაგალითად, ამოცანაში, სადაც ილუზიების აღქმა განიხილება, როგორც ილუზიის პირობის ფუნქცია, თუ ცდის პირები საკონტროლო ილუზიას ყოველთვის ბოლო რიგში ხედავდნენ, მათ შეიძლება აღექვათ ილუზია, რადგან საკონტროლო პირობის წინ ისინი ხედავდნენ ილუზიის შემქმნელ პირობებს. მათ აქვთ ილუზიის დანახვის მოლოდინი, რომელიც გადაიტანება საკონტროლო პირობაზე. თუ ისინი საკონტროლო პირობას პირველ რიგში ნახავდნენ ილუზიის დანახვის მოლოდინის გარეშე, ისინი მას არ აღიქვამდნენ როგორც ილუზიას.

გავარჯიშების ეფექტები და ჩარევის გადატანის ეფექტები მნიშვნელოვანია, რადგან თუ ისინი ჩნდებიან და არ არიან კონტროლირებადი, ისინი ართულებენ ექსპერიმენტს. ამ ეფექტების კონტროლი, ჩვეულებრივ, ხორციელდება ცდის პირებისათვის ჩარევის პირობების სხვადასხვა თანმიმდევრობით მინოდების გზით.

განხილული საკითხებიდან – ცდის პირების საჭირო რაოდენობა, დამოუკიდებელი ცვლადის მოსალოდნელი ეფექტურობა და ჩარევის მრავალჯერადი ეფექტების მიღების ალბათობა – თითოეული უნდა მივიღოთ მხედველობაში, როდესაც კვლევის სქემას ვირჩევთ. ცდის პირების ეფექტურად გამოყენება და უფრო მეტი მგრძნობიარობა დამოუკიდებელი ცვლადის ეფექტის დასაფიქსირებლად ცდის პირთა შიდა სქემის უპირატესობებია. ხოლო ჩარევის მრავალჯერადი ეფექტების მიღების შესაძლებლობა ამ სქემის ნაკლოვანებაა. ჩარევის მრავალჯერადი ეფექტები არ შეიძლება მოხდეს ცდის პირთა შორის სქემაში, რადგანაც ყოველი ცდის პირი ექვემდებარება დამოუკიდებელი ცვლადის მხოლოდ ერთი დონეს. ასე რომ, როდესაც ექსპერიმენტში მოსალოდნელია ჩარევის მრავალჯერადი ეფექტების მიღება და მათი გაკონტროლება არ არის ადვილი ჩარევების თანმიმდევრობის გზით, სასურველია ცდის პირთა შორის სქემის გამოყენება. რადგანაც ჩარევის მრავალჯერადი ეფექტები ხდება მაშინ, როდესაც მრავალი დამოუკიდებელი ცვლადი გვაქვს და ამ ეფექტების გაკონტროლება არ არის ადვილი ცდის პირთა შიდა სქემაში, ბიჰევიორისტები ხშირად არჩევენ ცდის პირთა შორის სქემის გამოყენებას.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა XII – 3

1. განსაზღვრეთ: ჩარევის მრავალჯერადი ეფექტები, გავარჯიშების ეფექტი, ჩარევის გადატანის ეფექტი.

2. როდესაც ადამიანები გეოგრაფიულ ადგილმდებარეობებზე ფიქრობენ, მათ მიერ ადგილის იდენტიფიკაციაზე ხშირად გავლენას ახდენს თანადაქვემდებარების გადახრა. ეს ნიშნავს, რომ ისეთი გეოგრაფიული ადგილები, როგორიცაა ქალაქები, მოთავსებულია უფრო დიდ გეოგრაფიულ არეალში, როგორიცაა რეგიონი ან ქვეყანა. უფრო დიდი გეოგრაფიული არეალები (ანუ თანადაქვემდებარებული ადგილები) შეიძლება გავლენას ახდენდნენ იმაზე, თუ როგორ წარმოვიდგენთ მათში მოთავსებულ ადგილებს. მაგალითად, კანადა ამერიკის შეერთებული შტატებისაგან ჩრდილოეთით არის განლაგებული, თუმცა არსებობს ზოგიერთი კანადური ქალაქი, რომელიც ბევრად უფრო სამხრეთით მდებარეობს, ვიდრე ზოგიერთი აშშ-ის ქალაქი. მაგრამ ადამიანების უმეტესობა ჩათვლიდა, რომ აშშ-ს ქალაქები უფრო სამხრეთითაა, უბრალოდ, იმის გამო, რომ შეერთებული შტატები კანადის სამხრეთით მდებარეობს. მართლაც, ფრიდმანმა და ბრაუნმა (Friedman and Brown, 2000) აღმოაჩინეს, რომ ადამიანები თვლიდნენ, რომ ვანკუვერში მდებარე სიეტლი (შეერთებული შტატები) ბევრად უფრო სამხრეთითაა, ვიდრე ნიუფაუნდლენდში მდებარე სენტ-ჯონსი (კანადა), თუმცა ორივე ქალაქი ერთსა და იმავე განედზეა. დაეუშვათ, თქვენ გაინტერესებთ ეს საკითხი და სთხოვეთ ცდის პირებს, დაესახელებინათ სამი, არსებითად ერთ განედზე განლაგებული ქალაქის განედები. ეს ქალაქებია დალასი, ტეხასის შტატი (აშშ), ტიჰუანა (მექსიკა) და ტრიპოლი (ლიბია). ყოველ ცდის პირებს ეძლევა ინსტრუქცია და უტარდება განედის დადგენის მცირე სავარჯიშო, ამის შემდეგ კი სთხოვენ, დაასახელოს ყოველი ქალაქის განედი. მიღებული იყო შემდეგი მონაცემები:

	ქალაქი (A)		
ცდის პირი	დალასი (A_1)	ტიჰუანა (A_2)	ტრიპოლი (A_3)
1	33	18	20
2	29	27	24
3	35	21	26
4	28	17	19
5	30	18	27
6	40	26	23
7	32	25	25
8	31	19	24
9	30	23	17
10	25	20	21
11	27	20	20
12	36	24	23
13	26	22	18
14	29	23	20

იპოვეთ საშუალო და სტანდარტული გადახრა ჩარევის თითოეული პირობისათვის. შემდეგ ამ ქულებზე ჩაატარეთ ცდის პირთა შიდა ერთფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზი იმის განსასაზღვრად, არსებობს თუ არა თანადაქვემდებარების გადახრა განედების დასახელებისას და უპასუხეთ შემდეგ კითხვებს:

ა. ჩამოაყალიბეთ F კრიტერიუმის სტატისტიკური ჰიპოთეზები ამ ქულებისათვის.

ბ. რა არის $F_{\text{ჩვალური}}$ მნიშვნელობა?

გ. რა არის $F_{\text{ჩვალური}}$ df-ები?

დ. რა არის $F_{\text{კრიტიკული}}$ .05 დონეზე?

ე. რა არის უარყოფის არე $F_{\text{ჩვალურისათვის}}$?

ვ. ხედება თუ არა $F_{\text{ჩვალური}}$ უარყოფის არეში?

ზ. რა გადაწყვეტილებებს მიიღებთ სტატისტიკური ჰიპოთეზების შესახებ? უარყოფთ თუ არ უარყოფთ H_0-ს? მიიღებთ თუ არ მიიღებთ H_1-ს?

თ. რას დაასკვნით, საშუალოები ერთი და იმავე თუ სხვადასხვა პოპულაციებიდანაა?

ი. არსებობს თუ არა სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი სხვაობა სულ მცირე საშუალოების ერთ წყვილს შორის?

კ. საჭიროა თუ არა ამ ექსპერიმენტში მრავალობითი შედარების კრიტერიუმები? დაასაბუთეთ თქვენი პასუხი.

ლ. რა არის ტუკის CD-ს მნიშვნელობა?

მ. რომელი წყვილთაშორისი სხვაობებია სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი?

ნ. რა არის η^2 ამ ექსპერიმენტისათვის?

ო. აღწერეთ ამ ექსპერიმენტის შედეგები იმ სტილის გამოყენებით, რომელიც ილუსტრირებული იყო ამ თავის სექციაში „დისპერსიული ანალიზის შედეგების პრეზენტაცია".

სავარჯიშოები № 3 და 4 წარმოადგენს ცდის პირთა შიდა ერთფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზის ანგარიშის ნიმუშებს. თითოეული სავარჯიშოსათვის უპასუხეთ შემდეგ კითხვებს:

ა. დამოუკიდებელი ცელადის რამდენი დონე იყო გამოყენებული ექსპერიმენტში?

ბ. რამდენი ცდის პირი იღებდა მონაწილეობას ექსპერიმენტში?

გ. რა არის $F_{ფაქტიური}$ მნიშვნელობა?

დ. რა არის $F_{კრიტიკული}$ მნიშვნელობა .05 მნიშვნელოვნობის დონეზე?

ე. უარყოფთ თუ არ უარყოფთ H_0-ს?

ვ. მიიღებთ თუ არ მიიღებთ H_1-ს?

ზ. არსებობს თუ არა სულ მცირე ერთი სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი სხვაობა საშუალოებს შორის?

თ. რომელი ჩარევის პირობები განსხვავდებიან მნიშვნელოვნად, თუკი ასეთები საერთოდ არსებობენ?

3. საშუალო რეაქციის დრო მარტივი სტიმულის პირობაში 396 მილიწამი (მწ) იყო, მაშინ, როდესაც რთული სტიმულის პირობაში - 412 მწ. ალფას .05 დონეზე ცდის პირთა შიდა ერთფაქტორიანმა დისპერსიულმა ანალიზმა აჩვენა საშუალოებს შორის მნიშვნელოვანი სხვაობა, $F(1,18) = 4.76$, $MSE = 510.924$, $p < .05$.

4. სწორად ამოცნობილი სახეების საშუალო რაოდენობა 13.9 იყო პირველ ცდაში, 14.6 – მეორე ცდაში და 14.1 – მესამე ცდაში. ალფას .05 დონეზე ცდის პირთა შიდა ერთფაქტორიანმა დისპერსიულმა ანალიზმა არ აჩვენა სხვაობა ცდებში სწორად ამოცნობის რაოდენობებს შორის, $F(2,22) = 2.81$, $MSE = 0.555$, $p > .05$.

შეჯამება

- ცდის პირთა შიდა ერთფაქტორიან სქემაში ცდის პირთა ერთი ჯგუფი განიცდის დამოუკიდებელი ცვლადის ყოველი დონის ზემოქმედებას.
- ცდის პირთა შიდა ერთფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზი გამოიყენება ცდის პირთა შიდა ერთფაქტორიანი მრავალდონიანი სქემის ქულების გასაანალიზებლად.
- ცდის პირთა შიდა ერთფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზიდან მიიღება სამი კვადრატების საშუალო: MS_A, რომელიც იცვლება დამოუკიდებელი ცვლადის ეფექტთან ერთად და ჩარევის პირობებისა და ცდის პირთა ურთიერთქმედება MS_S, რომელიც იცვლება ცდის პირთა შორის განსხვავებებთან ერთად, და $MS_{A\times S}$, რომელიც იცვლება პირობების ცდის პირებთან ურთიერთქმედებასთან ერთად და იძლევა ექსპერიმენტში შეცდომის ცვალებადობის საზომს.
- F სტატისტიკა, რომელიც გამოიყენება ცდის პირთა შიდა ერთფაქტორიან დისპერსიულ ანალიზში, არის $F = MS_A / MS_{A\times S}$.
- F სტატისტიკის გამოყენება მისდევს სტატისტიკური ჰიპოთეზების ჩამოყალიბების ჩვეულებრივ ნაბიჯებს, როგორებიცაა მნიშვნელოვნობის დონის დადგენა, უარყოფის არის დადგენა, $F_{ფაქტიური}$ გამოთვლა და სტატისტიკურ ჰიპოთეზებთან დაკავშირებული გადაწყვეტილებების მიღება.
- როდესაც დამოუკიდებელ ცვლადს სამი ან მეტი დონე აქვს, სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი F მოითხოვს მრავლობითი შედარების კრიტერიუმის გამოყენებას, რათა დადგინდეს სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი წყვილთაშორისი შედარებები.
- ტუკის კრიტერიუმი გამოიყენება ყველა შესაძლებელი წყვილთაშორისი საბოლოო შედარებისათვის.
- η^2 შეიძლება გამოყენებულ იქნეს, როგორც ჩარევის ეფექტის სიძლიერის საზომი.
- ცდის პირთა შორის და ცდის პირთა შიდა სქემებს შორის არჩევანის გაკეთება მოითხოვს შემდეგი საკითხების განხილვას: ცდის პირთა საჭირო რაოდენობა, დამოუკიდებელი ცვლადის მოსალოდნელი ეფექტურობა და ჩარევის მრავალჯერადი ეფექტების მიღების შესაძლებლობა.

ძირითადი ტერმინები და სიმბოლოები

კრიტიკული სხვაობა (*CD*)	n_A
df_A	გავარჯიშების ეფექტი
df_S	განმეორებითი გაზომვის სქემა
df_{AxS}	SS_A
$df_{სრული}$	SS_S
ეტა კვადრატი (η^2)	SS_{AxS}
A ფაქტორი	$SS_{სრული}$
S ფაქტორი	ჩარევის გადატანის ეფექტი
MS_A	ჩარევის პირობების და ცდის პირების ურთიერთქმედების სქემა
MS_S	ჩარევის პირობების და ცდის პირების ურთიერთქმედება *(AxS)*
MS_{AxS}	ცდის პირთა შიდა სქემა
ჩარევის მრავალჯერადი ეფექტები	

თავის დამატება
ცდის პირთა შორის ორფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზის გამოთვლა ფორმულების მეშვეობით

ამ დამატებაში მოცემულია გამოთვლითი ფორმატი ცდის პირთა შიდა ერთფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზისათვის. ექსპერიმენტი *A* დამოუკიდებელი ცვლადის ოთხი დონით და ხუთი ცდის პირით ყოველ დონეზე ქვემოთაა წარმოდგენილი:

ცდის პირი	*A* ფაქტორი				
	A_1	A_2	A_3	A_4	
S_1	X_{11}	X_{12}	X_{13}	X_{14}	T_{S1}
S_2	X_{21}	X_{22}	X_{23}	X_{24}	T_{S2}
S_3	X_{31}	X_{32}	X_{33}	X_{34}	T_{S3}
S_4	X_{41}	X_{42}	X_{43}	X_{44}	T_{S4}
S_5	X_{51}	X_{52}	X_{53}	X_{54}	T_{S5}
	T_{A1}	T_{A2}	T_{A3}	T_{A4}	G

სადაც :

X_{ij} ცდის პირის ქულაა;

T_a – ქულების ჯამი დამოუკიდებელი ცვლადის დონისათვის;

T_S – ქულების ჯამი ცდის პირისათვის;

G – ქულების საერთო სრული ჯამი;

n_A – ქულების ჯამი დამოუკიდებელი ცვლადის დონეზე;

a – დამოუკიდებელი ცვლადის დონეების რაოდენობა;

N – ქულების სრული რაოდენობა.

ამ აღნიშვნების გამოყენებით მიიღება ოთხი რიცხვითი მნიშვნელობა:

$[1] = \sum\sum X_i^2$ ყველა ქულის კვადრატების ჯამი;

$[2] = \frac{\sum T_A^2}{n_A}$ დამოუკიდებელი ცვლადის თითოეული დონის კვადრატების ჯამი, გაყოფილი ცდის პირების რაოდენობაზე;

$[3] = \frac{\sum T_S^2}{a}$ თითოეული ცდის პირის ქულების კვადრატების ჯამი, გაყოფილი A ფაქტორის დონეების რაოდენობაზე;

$[4] = \frac{G^2}{N}$ საერთო სრული ჯამის კვადრატი, გაყოფილი ქულების სრულ რაოდენობაზე.

ამ რიცხვითი მნიშვნელობების გამოყენებით მიიღება შემდეგი დისპერსული ანალიზი:

წყარო	*SS*	*df*	*MS*	*F*
A ფაქტორი	[2] — [4]	$a - 1$	$\frac{SS_A}{df_A}$	$\frac{MS_A}{MS_{AxS}}$
ცდის პირები (*S*)	[3] — [4]	$n_A - 1$	$\frac{SS_S}{df_S}$	
AxS	[1] — [2] — [3] + [4]	$(a - 1)(n_A - 1)$	$\frac{SS_{AxS}}{df_{AxS}}$	
სულ	[1] — [4]	$N - 1$	არ გამოითვლება	

ამ გამოთელების ილუსტრაციისათვის გამოვიყენოთ ცხრილში № 12.2 მოყვანილი მონაცემები, რომელთა დისპერსიული ანალიზი შევჯამებულია ცხრილში № 12.3.

ცდის პირი	*A* ფაქტორი				ცდის პირის ჯამები
	A_1	A_2	A_3	A_4	
1	16.6	15.8	14.7	14.4	$T_{S1} = 61.50$
2	16.9	15.6	15.1	13.8	$T_{S2} = 61.40$
3	17.1	16.1	14.8	13.9	$T_{S3} = 61.90$
4	17.2	16.3	15.2	14.1	$T_{S4} = 62.80$
5	16.8	15.7	15.3	14.3	$T_{S5} = 62.10$
	$T_A = 84.60$	79.50	75.10	70.50	$G = 309.70$

$n_A = 5$, $a = 4$ და $N = 20$.

რიცხვითი მნიშვნელობებია:

$[1] = [(16.6)^2 + \ldots + (16.8)^2 + (15.8)^2 + \ldots + (15.7)^2 + (14.7)^2 + \ldots (15.3)^2 + (14.4)^2 + \ldots + (14.3)^2] = 4818.630;$

$$[2] = \frac{(84.60)^2 + (79.50)^2 + (75.10)^2 + (70.50)^2}{5} = 4817.534;$$

$$[3] = \frac{(61.50)^2 + (61.40)^2 + (61.90)^2 + (62.80)^2 + (62.10)^2}{4} = 4796.018;$$

$$[4] = \frac{(309.70)^2}{20} = 4795.704.$$

შემდეგ

$$SS_A = [2] - [4] = 4817.534 - 4795.704 = 21.830,$$
$$df_A = a - 1 = 4 - 1 = 3,$$
$$MS_A = \frac{21.830}{3} = 7.277.$$

$$SS_S = [3] - [4] = 4796.018 - 4795.704 = 0.314,$$
$$df_S = n_A - 1 = 5 - 1 = 4,$$
$$MS_S = \frac{0.314}{4} = 0.078.$$

$$SS_{AxS} = [1] - [2] - [3] + [4] = 4818.630 - 4817.534 - 4796.018 + 4795.704 = 0.782,$$
$$df_{AxS} = (a - 1)(n_A - 1) = (4 - 1)(5 - 1) = 12,$$
$$MS_{AxS} = \frac{0.782}{12} = 0.065.$$

$$SS_{\text{სრული}} = [1] - [4] = 4817.534 - 4795.704 = 22.926,$$
$$df_{\text{სრული}} = N - 1 = 20 - 1 = 19,$$
$$F_{\text{რეალური}} = \frac{MS_A}{MS_{AxS}} = \frac{7.277}{0.065} = 111.95.$$

დისპერსიული ანალიზის შეჯამებაა:

წყარო	SS	*df*	*MS*	*F*
A ფაქტორი	21.830	3	7.277	111.95*
ცდის პირები	0.314	4	0.078	
AxS	0.782	12	0.065	
სულ	22.926	19		

* $p < .01$

ამ გამოთვლითი მიდგომის შედეგად მიღებული მნიშვნელობები იდენტურია იმ მნიშვნელობებისა, რომელიც ნარმოდგენილია ცხრილში № 12.3 დისპერსიული ანალიზის განმარტებითი ფორმულებიდან.

კითხვები

1. დავუშვათ, გაინტერესებთ, მოქმედებს თუ არა სიტყვით (მხიარული, ნეიტრალური ან სევდიანი) გამოხატული ხასიათის ტიპი იმაზე, თუ რამდენად კარგად ხდება მოცემული სიიდან სიტყვის დამახსოვრება. შეადგენთ ექვსი სამხიარულო სიტყვისაგან (მაგალითად, მხიარული, გაცისკროვნებული), ექვსი ნეიტრალური სიტყვისაგან (მაგალითად, გამოყვანა, გადაცემა) და ექვსი სევდიანი სიტყვისაგან (მაგალითად, დაღვრემილი, მარტოსული) შემდგარ სიას. შემდეგ რვა ცდის პირიდან თითოეული შეისწავლის სიას,

სანამ ორჯერ სრული სიზუსტით არ გაიმეორებს მას. ერთი კვირის შემდეგ თითოეული ცდის პირი ცდილობს სიის გახსენებას. სწორად აღდგენილი ერთეულების რაოდენობები, როგორც სიტყვის ტიპის ფუნქცია, ასე გამოიყურება:

ცდის პირი	სიტყვის ტიპი		
	ბედნიერი	ნეიტრალური	მოწყენილი
1	5	4	3
2	6	3	4
3	4	5	2
4	5	3	1
5	3	1	2
6	6	3	4
7	2	2	3
8	5	3	1

ა. სიტყვის პირობის თითოეული ტიპისათვის იპოვეთ საშუალო და სტანდარტული გადახრა. შემდეგ გააანალიზეთ ქულები ცდის პირთა შიდა ერთფაქტორიანი ანალიზის მეშვეობით, რათა უპასუხოთ შემდეგ კითხვებს: მოქმედებს თუ არა სიტყვის ტიპი აღდგენაზე? გამოიყენეთ .05 მნიშვნელოვნობის დონე. თუ საჭიროა, გამოიყენეთ ტუკის HSD კრიტერიუმი მრავლობითი შედარებისათვის.

ბ. რა არის დამოუკიდებელი ცვლადის – სიტყვის ტიპის – ეფექტის სიძლიერე?

გ. აღწერეთ შედეგები იმ სტილის გამოყენებით, რომელიც ილუსტრირებული იყო ამ თავის სექციაში „დისპერსიული ანალიზის შედეგების პრეზენტაცია".

2. სანიმუშო მაგალითში 10.3 წარმოდგენილი იყო ცდის პირთა შიდა სქემის მიხედვით აგებული მორინაგას (Morinaga) შეუთავსებლობის ილუზიის კვლევა [იხ. სურათი № 10.3, პანელი (ა)]. დავუშვათ, ექსპერიმენტატორს სურს, იცოდეს, შეცვლის თუ არა ცდის პირების მიერ ილუზიის აღქმას მათი ინსტრუქტირება ამ ილუზიის შესახებ. თავდაპირველად ექსპერიმენტატორმა სთხოვა 12 ცდის პირს, შეეთავსებინათ (ერთ ხაზზე განელაგებინათ) კუთხეების წეროები და გაზომა შეცდომის რაოდენობა ყოველი ადამიანისთვის. მას შემდეგ, რაც ცდის პირებმა შეათავსეს წეროები, მათ შეატყობინეს ილუზიის შესახებ და კიდევ ერთხელ სთხოვეს კუთხეების შეთავსება. მიღებულ იქნა შეცდომის ორი გაზომვა (მილიმეტრებში) ყოველი ცდის პირისათვის:

ცდის პირი	ინსტრუქციის პირობა *(A)*	
	ინსტრუქციამდე *(A_1)*	ინსტრუქციის შემდეგ *(A_2)*
1	1.3	1.4
2	2.1	2.0
3	2.5	2.7
4	1.9	2.0
5	3.0	3.4
6	2.5	2.8
7	1.8	1.6
8	2.4	2.5
9	3.1	3.3
10	3.4	3.4
11	2.5	2.3
12	2.9	2.8

ა. ინსტრუქციის თითოეული პირობისათვის იპოვეთ საშუალო და სტანდარტული გადახრა. შემდეგ გააანალიზეთ ქულები ცდის პირთა შიდა ერთფაქტორიანი ანალიზის მეშვეობით, რათა უპასუხოთ შემდეგ კითხვებს: იქონია თუ არა ინსტრუქციამ გავლენა აღქმული ილუზიის რაოდენობაზე? გამოიყენეთ .05 მნიშვნელოვნობის დონე.

ბ. შეადარეთ $F_{\text{რეალური}}$ მე-9 თავის "კითხვებიდან" მეოთხეში მოყვანილ $t_{\text{დამოუკიდებული}}$. სწორია თუ არა $\sqrt{F_{\text{რეალური}}} = t_{\text{დამოუკიდებული}}$?

გ. დისპერსიული ანალიზისა და $t_{\text{დამოუკიდებული}}$ კრიტერიუმის გამოყენების შედეგად გააკეთებთ დამოუკიდებელი ცვლადის ეფექტის შესახებ ერთსა და იმავე დასკვნებს თუ განსხვავებულებს?

დ. აღწერეთ ამ ექსპერიმენტის შედეგები იმ სტილის გამოყენებით, რომელიც ილუსტრირებული იყო ამ თავის სექციაში „დისპერსიული ანალიზის შედეგების პრეზენტაცია".

3. დავუშვათ, გეგმავთ, ჩაატაროთ ცდის პირთა შიდა ერთფაქტორიანი ექსპერიმენტი დამოუკიდებელი ცვლადის ხუთი დონითა და 12 ცდის პირით.

ა. დაწერეთ დისპერსიული ანალიზით შემონმებული სტატისტიკური ჰიპოთეზები იმ ქულებისათვის, რომლებსაც თქვენ მიიღებდით.

ბ. იპოვეთ *df* ამ სქემის დისპერსიული ანალიზისათვის.

გ. რა არის $F_{\text{კრიტიკული}}$ მნიშვნელობა .05 მნიშვნელოვნობის დონეზე ამ სქემის დისპერსიული ანალიზისათვის?

დ. დავუშვათ, რომ $F_{\text{რეალური}}$ მნიშვნელობა უფრო დიდი იყო, ვიდრე $F_{\text{კრიტიკული}}$ მნიშვნელობა. რა გადაწყვეტილებებს მიიღებდით H_0-სა და H_1-თან დაკავშირებით?

ე. დავუშვათ, რომ ამ ექსპერიმენტისათვის თქვენ უარყავით H_0 და მიიღეთ H_1. რა დასკვნას გააკეთებდით ამ გადაწყვეტილებებიდან ჩარევის საშუალობის შესახებ?

4. ქვემოთ მოყვანილია დისპერსიული ანალიზის არასრული შეჯამების ცხრილები. *SS*-ს, *df*-სა და *MS*-ს შორის არსებული მიმართებების გამოყენებით თითოეულ ცხრილში შეიტანეთ გამოტოვებული მნიშვნელობები. შემდეგ თითოეული ცხრილისათვის უპასუხეთ შემდეგ კითხვებს:

ა. რამდენი დონე ჰქონდა დამოუკიდებელ ცელადს?

ბ. დამოუკიდებელი ცვლადის თითოეულ დონეზე რამდენი ქულა იყო მიღებული?

გ. რამდენი ცდის პირი იღებდა მონაწილეობას კელეევაში?

დ. არის თუ არა $F_{\text{რეალური}}$ მნიშვნელობა სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი .05 დონეზე?

ე. რა გადაწყვეტილებებს მიიღებთ H_0-ისა და H_1-ისათვის ყოველ ანალიზში?

ცხრილი № 1

წყარო	SS	*df*	*MS*	*F*
A ფაქტორი	–	–	11.00	–
S ფაქტორი	138.00	23	6.00	
AxS	253.00	46	–	
სულ	–	71		

ცხრილი № 2

წყარო	SS	*df*	*MS*	*F*
A ფაქტორი	60.00	–	–	–
S ფაქტორი	133.00	19	7.00	
AxS	–	95	–	
სულ	573.00	–		

5. რამდენიმე ექსპერიმენტატორმა გამოიკვლია ჩვილის ინტერესი უცნობი სახეების მიმართ ნაცნობ სახეებთან შედარებით. 14 ჩვილიდან თითოეული ათვალიერებდა ნაცნობი სახეების (მაგალითად, დედის და მამის ფოტოები), უცნობი სახეების (მაგალითად, ჩვილისთვის უცნობი მამაკაცებისა და ქალების ფოტოები) და სახის ზომის ცარიელი ოვალების ფოტოებს. ექსპერიმენტატორები აფიქსირებდნენ დროს, რომლის განმავლობაშიც თითოეული ჩვილი აკვირდებოდა სახეს. ცხრილში № 1 წარმოდგენილია სტიმულის პირობა და დროის საშუალო ხანგრძლივობა, რომელიც იხარჯებოდა

სტიმულზე თითოეულ პირობაში. ცხრილში № 2 ნარმოდგენილია ამ მონაცემების დისპერსიული ანალიზი.

ცხრილი № 1

დაკვირვების საშუალო დრო (წამებში) როგორც სტიმულის პირობის ფუნქცია

სტიმულის პირობა		
ნაცნობი სახე (A_1)	უცნობი სახე (A_2)	ცარიელი ოვალი (A_3)
34.2	26.8	18.5

ცხრილი № 2

დისპერსიული ანალიზის შეჯამება ცხრილში № 1 წარმოდგენილი დაკვირვების საშუალო დროებისათვის

წყარო	*SS*	*df*	*MS*	*F*
სტიმულის პირობა (*A*)	1727.32	2	863.66	15.99*
ცდის პირები (*S*)	2047.37	13	157.49	
AxS	1404.52	26	54.02	
სულ	5179.21	41		

* $p < .01$

ტუკის HSD-მ მოგვცა $CD = 6.9$ წუთი მნიშვნელოვნობის .05 დონეზე.

ა. რა არის სტიმულის პირობის ეფექტი დაკვირვების დროზე?

ბ. აღწერეთ ამ ექსპერიმენტის შედეგები იმ სტილის გამოყენებით, რომელიც ილუსტრირებული იყო ამ თავის სექციაში „დისპერსიული ანალიზის შედეგების პრეზენტაცია".

13

კორელაცია

ᲬᲔᲠᲢᲘᲚᲗᲐ ᲒᲐᲒᲜᲔᲕᲘᲡ ᲓᲘᲐᲒᲠᲐᲛᲔᲑᲘ
- დადებითი კავშირი
- უარყოფითი კავშირი

ᲞᲘᲠᲡᲝᲜᲘᲡ ᲙᲝᲠᲔᲚᲐᲪᲘᲘᲡ ᲙᲝᲔᲤᲘᲪᲘᲔᲜᲢᲘ
- კორელაციის საზომის მიღება: ჯვარედინა ნამრავლები
- CP_{xy} -ის შედარება მონაცემების საერთო ცვალებადობის საზომთან

ᲞᲘᲠᲡᲝᲜᲘᲡ ᲙᲝᲠᲔᲚᲐᲪᲘᲘᲡ ᲙᲝᲔᲤᲘᲪᲘᲔᲜᲢᲘᲡ ᲐᲚᲢᲔᲠᲜᲐᲢᲘᲣᲚᲘ ᲤᲝᲠᲛᲣᲚᲔᲑᲘ
- *r*-ის სტანდარტული ქულების ფორმულა
- *r*-ის გამოთელითი ფორმულა

r-ᲘᲡ ᲤᲝᲠᲛᲣᲚᲔᲑᲘ – ᲨᲔᲯᲐᲛᲔᲑᲐ

r-ᲘᲡ ᲗᲕᲘᲡᲔᲑᲔᲑᲘ
- კავშირის მიმართულება
- კავშირის ხარისხი
- დიაპაზონის შეზღუდვა და *r*-ის მნიშვნელობა
- დეტერმინაციის კოეფიციენტი
- კორელაცია და მიზეზობრიობა

ᲞᲘᲠᲡᲝᲜᲘᲡ *r* ᲙᲝᲔᲤᲘᲪᲘᲔᲜᲢᲘᲡ ᲡᲢᲐᲢᲘᲡᲢᲘᲙᲣᲠᲘ ᲛᲜᲘᲨᲕᲜᲔᲚᲝᲕᲜᲝᲑᲘᲡ ᲨᲔᲛᲝᲬᲛᲔᲑᲐ
- პოპულაციის კორელაცია, ρ
- არანულოვანი კორელაციის შემოწმება პოპულაციაში

ᲙᲝᲠᲔᲚᲐᲪᲘᲣᲠᲘ ᲙᲕᲚᲔᲕᲘᲡ ᲨᲔᲓᲔᲒᲔᲑᲘᲡ ᲬᲐᲠᲛᲝᲓᲒᲔᲜᲐ

ᲡᲞᲘᲠᲛᲔᲜᲘᲡ ᲠᲐᲜᲒᲣᲚᲘ ᲙᲝᲠᲔᲚᲐᲪᲘᲘᲡ ᲙᲝᲔᲤᲘᲪᲘᲔᲜᲢᲘ
- r_s-ის გამოყენების მაგალითი
- სპირმენის რანგული კორელაციის კოეფიციენტის სტატისტიკური მნიშვნელოვნობა
- r_s-ის თვისებები

მეცხრედან მეთორმეტე თავების ჩათვლით განიხილებოდა სტატისტიკის გამოყენება ექსპერიმენტებში, რომლებშიც ხდება დამოუკიდებელ ცვლადზე მანიპულაცია და იზომება დამოკიდებული ცელადი. თუმცა ბევრ კვლევაში მკვლევარი მხოლოდ იმით არის დაინტერესებული, რომ აღმოაჩინოს, დაკავშირებულია თუ არა ერთმანეთთან ორი ცვლადი. **კორელაციური კვლევა** გულისხმობს კვლევას, რომელშიც იზომება ორი ან რამდენიმე ცვლადი, რათა გაირკვეს მათი კავშირის მიმართულება და ხარისხი. ამ კვლევებში არც ერთ ცვლადზე არ ხდება მანიპულირება და, შესაბამისად, არ არსებობს დამოუკიდებელი და დამოკიდებული ცვლადები. ამ თავში გაგაცნობთ კორელაციის ცნებებს, რომლებიც საჭიროა ასეთი კვლევების გასაგებად, და სტატისტიკას, რომელსაც კორელაციის კოეფიციენტი ეწოდება. ერთმანეთთან კორელაციაში მყოფი ქულების გამოყენება იმისათვის, რომ ერთის მიხედვით მეორე ვინინასწარმეტყველოთ, განხილულია მე-14 თავში. კორელაციური კვლევის უმარტივესი შემთხვევა გულისხმობს ცდის პირთა ჯგუფის თითოეული წევრისგან ორი განსხვავებული ცვლადის მონაცემის მიღებას. შემდეგ ხდება მონაცემთა ამ წყვილების სტატისტიკური ანალიზი, რათა დადგინდეს, არსებობს თუ არა რაიმე კავშირი მათ შორის. განვიხილოთ შემდეგი მაგალითი:

კორელაციური კვლევები (Correlational studies) – კვლევები, რომლებშიც იზომება ორი ან მეტი ცვლადი მათი კორელაციის მიმართულებისა და ხარისხის დასადგენად.

მარტოობა ფსიქოლოგიური მდგომარეობაა, რომელსაც ყველა ჩვენგანი გინიცდის ოდესმე. ბევრისათვის მარტოობა ხანგრძლივი მდგომარეობაა და ის შეიძლება დაკავშირებული იყოს ფსიქიკური ჯანმრთელობის პრობლემებთან (Roberts, Lewinsohn, & Seeley, 1993). დავუშვათ, რომ გვაინტერესებს მარტოობასა და დეპრესიას შორის კავშირის კვლევა. ვიღებთ 10 ადამიანისაგან შემდგარ შერჩევას და ვზომაეთ მათი დეპრესიისა და მარტოობის დონეს. მარტოობის გასაზომად ადამიანს ვთხოვთ, უპასუხოს 10 დებულებას, როგორიცაა, მაგალითად, „თავს სხვებისგან გარიყულად ვგრძნობ“. შესაძლო პასუხებია: არასოდეს (0), იშვიათად (1), ზოგჯერ (2), ხშირად (3). ფრჩხილებში მოცემული ციფრები გამოხატავს პასუხებისათვის მინიჭებულ რიცხვით მნიშვნელობას (წონას). სუბიექტი, რომლის პასუხი იქნება „არასოდეს“ ათივე დებულებაზე, მიიღებს ნულ ქულას მარტოობის სკალაზე მაშინ, როცა სუბიექტი, რომლის პასუხი იქნება „ხშირად“ ათივე დებულებაზე, მიიღებს 30 ქულას მარტოობის სკალაზე. დეპრესიაც ასევე 10 დებულებით იზომება, როგორიცაა „მე მონყენილი ვარ“. აქაც ცდის პირი უპასუხებს: არასოდეს (1), იშვიათად (2), ზოგჯერ (3), ხშირად (4). თუმცა ყურადღება მიაქციეთ იმას, რომ ამ სკალაზე პასუხებისათვის მინიჭებული რიცხვითი მნიშვნელობები განსხვავებულია მარტოობის სკალის პასუხების რიცხვითი მნიშვნელობებისაგან. ყველაზე დაბალი ქულაა 10, რომელსაც იღებს ადამიანი, რომელიც უპასუხებს „არასოდეს“ ათივე დებულებაზე და უმაღლესი ქულაა 40, რომელსაც იღებს ადამიანი, რომელიც პასუხობს „ხშირად“ ათივე დებულებაზე. მაშასადამე, თითოეული სუბიექტისაგან მივიღეთ ორი ქულა: პირველი – მარტოობის და მეორე – დეპრესიის.

დავუშვათ, რომ მიღებული მარტოობის ქულები (აღნიშნული როგორც X ცელადი) და დეპრესიის ქულები (აღნიშნული როგორც Y ცვლადი) ნარმოდგენილია ცხრილში №13.1. ცვლადის X-ით ან Y-ით აღნიშვნა პირობითია. თუმცა ზოგადად მკლევარი სვამს კითხვას: როგორია Y-ის როგორც X-ის ფუნქციის მნიშვნელობა?

ეს დებულება გამოხატავს, რომ მკელევარი დაინტერესებულია, ერთი ცვლადის (X) მნიშენელობის მიხედვით ინინასწარმეტყველოს მეორე ცელადის (Y) მნიშვნელობა. ცელადი, რომელსაც პრედიქტორად ვიყენებთ, აღინიშნება X-ით, ხოლო ნაწინასწარმეტყველები ცვლადი – Y-ით. მაშასადამე, როდესაც მკელევარი სვამს კითხვას: „რას უდრის დეპრესიის ქულა მარტოობის გარკვეული ქულის შემთხვევაში?“ ის ცდილობს, დეპრესიის დონე (Y) ინინასწარმეტყველოს მარტოობის დონის (X) მიხედვით.. ერთი ქულის წინასწარმეტყველებისათვის მეორე ცვლადის გამოყენების დეტალები წარმოდგენილია მე-14 თავში.

ორგანზომილებიანი განაწილება (Bivariate Distribution) – განაწილება, რომელშიც თითოეული ცდის პირისაგან მიიღება ორი მონაცემი (ქულა).

ქულათა წყვილები ცხრილში № 13.1 წარმოადგენს ქულების **ორგანზომილებიან (ბივარიაციულ) განაწილებას.**

პრეფიქსი „ბი“ ნიშნავს ორს (2); ეს ქულები ორგანზომილებიანია, რადგან თითოეული ცდის პირისგან მიღებულია 2 მონაცემი (ქულა). დაკავშირებულია თუ არა ეს ქულები ერთმანეთთან? იქნებ მარტოობის მაღალი ქულები დაკავშირებულია

დეპრესიის მაღალ ქულებთან, ხოლო მარტოობის დაბალი ქულები – დეპრესიის დაბალ ქულებთან? ან იქნებ კავშირი შებრუნებულია: მარტოობის მაღალი ქულები დაკავშირებულია დეპრესიის დაბალ ქულებთან და მარტოობის დაბალი ქულები – დეპრესიის მაღალ ქულებთან. ასევე შესაძლებელია, რომ ქულები არ კორელირებდეს და მარტოობისა და დეპრესიის ქულები ურთიერთდამოუკიდებელი იყოს. იმისათვის, რომ დავადგინოთ, დაკავშირებულია თუ არა ქულები, თავდაპირველად ვაგებთ მონაცემების გრაფიკს, რომელსაც *წერტილთა გაბნევის* დიაგრამა ეწოდება; შემდეგ ამ მონაცემებისთვის ვითვლით *პირსონის კორელაციის კოეფიციენტს*.

ცხრილი № 13.1
10 ცდის პირის ჰიპოთეტური ქულები მარტოობისა და დეპრესიის სკალებზე

ცდის პირი	მარტოობის ქულა: X	დეპრესიის ქულა: Y
1	4	16
2	27	37
3	18	33
4	7	23
5	30	34
6	12	32
7	18	24
8	23	29
9	19	26
10	12	26

წერტილთა გაბნევის დიაგრამები

წერტილთა გაბნევის დიაგრამა (Scatterplot) – ორგანზომილებიანი განაწილების გრაფიკი, რომელშიც X ცვლადი გადაზომილია ჰორიზონტალურ ღერძზე და Y ცვლადი – ვერტიკალურ ღერძზე.

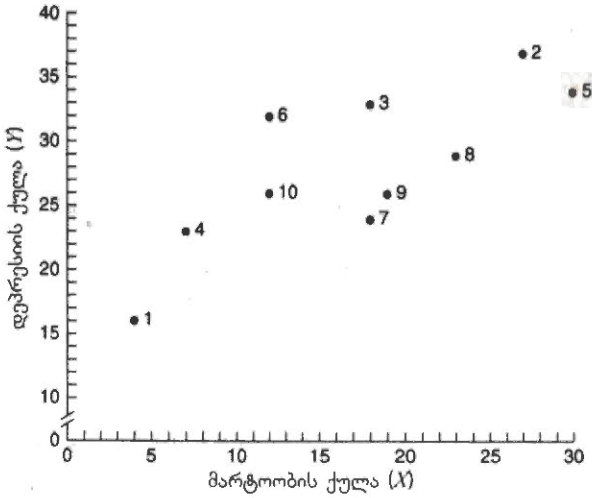
ცხრილის №13.1 მონაცემების წერტილთა გაბნევის დიაგრამა წარმოდგენილია სურათზე №13.1. **წერტილთა გაბნევის დიაგრამაზე** X-ით აღნიშნული ცვლადი (ჩვენს მაგალითში მარტოობის ქულა) გადაზომილია ჰორიზონტალურ ღერძზე (აბსცისაზე), ხოლო Y ცვლადი (ჩვენს მაგალითში დეპრესიის ქულა) – ვერტიკალურ ღერძზე (ორდინატაზე). ცდის პირის მიერ თითოეულ სკალაზე მიღებული ქულა გაფანტულობის დიაგრამაზე ერთი წერტილით გამოისახება. მაგალითად, გრაფიკზე №13.1 პირველი ცდის პირის ქულები წარმოდგენილია მარტოობის შესაბამისი 4 ქულისა და დეპრესიის 16 ქულის გადაკვეთის წერტილით. იმის საჩვენებლად, თუ როგორ აიგება წერტილთა გაბნევის დიაგრამა, გრაფიკზე №13.1 თითოეული ცდის პირის შესაბამისი წერტილის გვერდით მითითებულია ამ ცდის პირის ნომერი. თუმცა, ჩვეულებრივ, წერტილთა გაბნევის დიაგრამაზე ცდის პირების სახელით ან ნომრით არ აღინიშნებიან.

დადებითი კავშირი

კორელაცია (covary) – ორი ცვლადი კორელირებს, როდესაც ერთი ცვლადის ცვლილება დაკავშირებულია მეორე ცვლადის შეთანხმებულ ცვლილებასთან.

დადებითი კავშირი (positive relationship): ორ ცვლადს შორის კავშირი, რომლის დროსაც ერთი ცვლადის მნიშვნელობის ზრდასთან ერთად იზრდება მეორე ცვლადის მნიშვნელობაც.

წერტილთა გაბნევის დიაგრამა გვიჩვენებს, რომ მონაცემებს აქვთ კორელაციის ტენდენცია: დეპრესიის შედარებით მაღალი ქულები დაკავშირებულია მარტოობის შედარებით მაღალ ქულებთან, ხოლო დეპრესიის შედარებით დაბალი ქულები – მარტოობის შედარებით დაბალ ქულებთან. მონაცემები **კორელირებს** (მსგავსად ვარირებს), როდესაც ერთი ქულის ცვლილებას თან ახლავს მეორე ქულის შეთანხმებული ცვლილება. გრაფიკზე №13.1 მონაცემებს შორის კავშირი დადებითია. **დადებითი კავშირის** შემთხვევაში (რასაც პირდაპირი კავშირიც ეწოდება), X ცვლადის მნიშვნელობის ზრდასთან ერთად იზრდება Y ცვლადის მნიშვნელობაც.



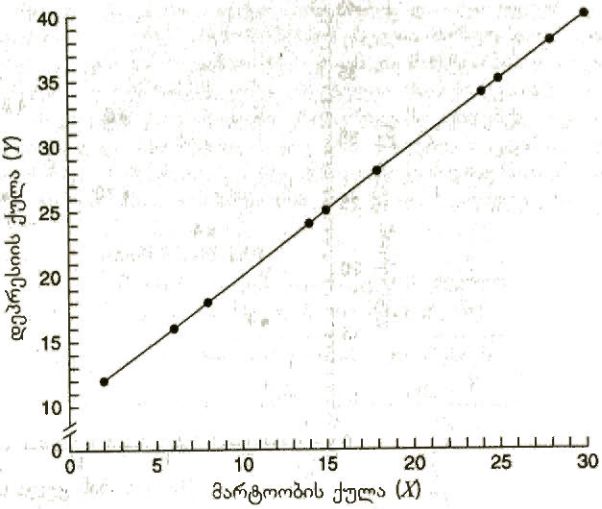
სურათი №13.1
10 ცდის პირის მარტოობისა და დეპრესიის ქულების წერტილთა გაბნევის დიაგრამა. წერტილების გეერდით მითითებული რიცხვები აღნიშნავს ცდის პირებს. ქულები აღებულია 13.1 ცხრილიდან.

მაშასადამე, გრაფიკზე №13.1 მარტოობის ქულების ზრდასთან ერთად დეპრესიის ქულებიც იზრდება. რადგან ორიეე ცელადს ვზომავთ და არც ერთით არ ვახდენთ მანიპულირებას, თანაბრად მართებულია ვთქვათ, რომ დეპრესიის ქულების ზრდასთან ერთად იზრდება მარტოობის ქულებიც. მაგრამ გრაფიკზე №13.1 გამოსახული კავშირი არ არის სრული. მაგალითად, მე-9 ცდის პირს უფრო მაღალი მარტოობის ქულა აქვს, ეიდრე მე-10 ცდის პირს, მაგრამ ორივეს დეპრესიის ქულაა 26. ანალოგიურად, მე-6 და მე-10 ცდის პირების მარტოობის ქულაა 12, მაგრამ პირველის დეპრესიის ქულაა 32 და მეორის – 26.

სრული დადებითი კავშირი დეპრესიისა და მარტოობის ქულებს შორის გამოსახულია სურათზე 13.2. ამ შემთხვევაში წერტილთა გაბნეეის დიაგრამა გვაძლევს წრფეს. ორ ცვლადს შორის კავშირს, რომელიც შეიძლება აღიწეროს წრფით, **წრფივი კავშირი** ეწოდება.

წრფივი კავშირი (linear relationship) – ორ ცვლადს შორის კავშირი, რომელიც შეიძლება აღიწეროს წრფივი განტოლებით.

სრული დადებითი კაეშირის შემთხვევაში, როგორიც გამოსახულია სურათზე №13.2, X-ის თითოეულ მნიშვნელობას შეესაბამება Y-ის მხოლოდ ერთი მნიშვნელობა. ამგვარად, ერთი ცვლადის მნიშვნელობის ცოდნა საშუალებას გვაძლევს, ზუსტად გავიგოთ ან ვიწინასწარმეტყველოთ მეორე ცელადის მნიშვნელობა. მაგალითად, ცდის პირს, რომელსაც აქვს 8 ქულა მარტოობის სკალაზე, ექნება 18 ქულა დეპრესიის სკალაზე; ან ცდის პირმა, რომელმაც მიიღო 24 ქულა დეპრესიის სკალაზე, მიიღო 14 ქულა მარტოობის სკალაზე. სრული კაეშირის შემთხვევაში ერთი ქულის მიხედვით მეორის ნინასწარმეტყველება შეცდომასთან არ არის დაკავშირებული. თუმცა, რეალური კვლევის მონაცემებს შორის სრული დადებითი კავშირები იშვიათად ან არასოდეს აღინიშნება.



სურათი №13.2
10 ცდის პირის მარტოობისა და დეპრესიის ქულებს შორის სრული დადებითი კავშირი

უარყოფითი კავშირი

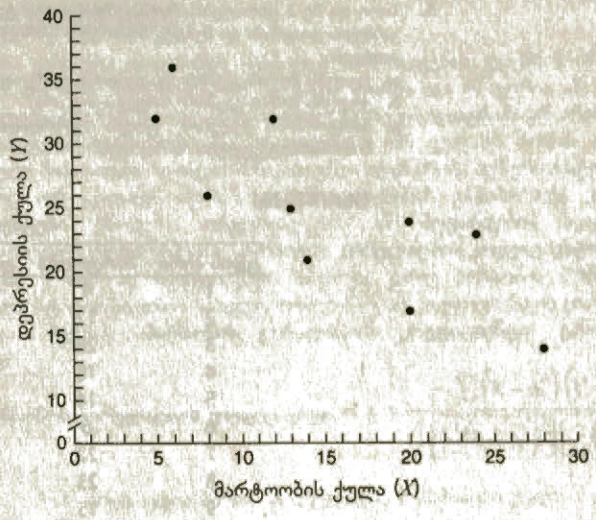
უარყოფითი კავშირი (negative relationship) – ორ ცვლადს შორის კავშირი, რომლის დროსაც ერთი ცვლადის მნიშვნელობის ზრდასთან ერთად მეორე ცვლადის მნიშვნელობა მცირდება.

დავუშვათ, რომ მარტოობისა და დეპრესიის მიღებულ მაჩვენებლებს შორის კავშირი ნაჩვენებია სურათზე №13.3. ეს გრაფიკი გამოხატავს **უარყოფით კავშირს** ამ ორ ცვლადს შორის: X ცვლადის მნიშვნელობის მატებასთან ერთად Y ცვლადის მნიშვნელობა მცირდება.

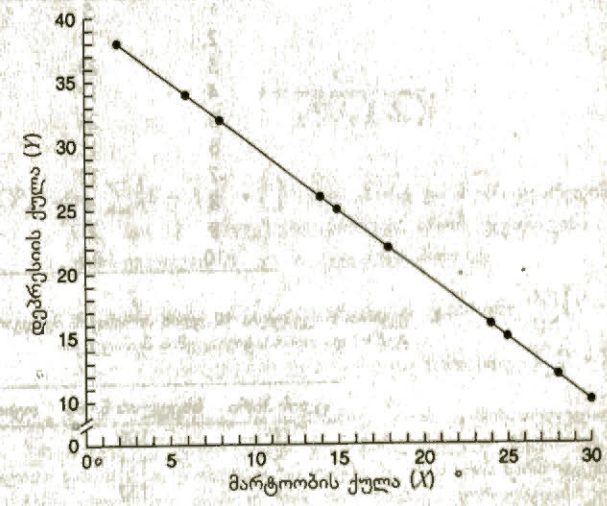
გრაფიკზე №13.3 ხედავთ, რომ მარტოობის დაბალი ქულები დაკავშირებულია დეპრესიის მაღალ ქულებთან, ხოლო მარტოობის მაღალი ქულები – დეპრესიის დაბალ ქულებთან. უარყოფით კავშირს ზოგჯერ **შებრუნებულ (ინვერსიულ) კავშირსაც** უწოდებენ, რადგან ცვლადები შებრუნებულად არის ერთმანეთთან დაკავშირებული: X-ის დაბალი მნიშვნელობები დაკავშირებულია Y-ის მაღალ მნიშვნელობებთან და X-ის მაღალი მნიშვნელობები დაკავშირებულია Y-ის დაბალ მნიშვნელობებთან.

სურათზე №13.3 გამოსახული უარყოფითი კავშირი არ არის სრული კავშირი მარტოობისა და დეპრესიის ქულებს შორის. მაგალითად, ორი ცდის პირის მარტოობის ქულაა 20, მაგრამ მათი შესაბამისი დეპრესიის ქულებია 17 და 24. ასევე, ორი ცდის პირის დეპრესიის ქულაა 32, მაგრამ ერთის მარტოობის ქულაა 5 და მეორის – 12.

დეპრესიისა და მარტოობის ქულებს შორის სრული უარყოფითი კავშირი ნაჩვენებია ცხრილზე №13.4. ამ შემთხვევაში წერტილთა გაბნევის დიაგრამა ქმნის წრფეს და ერთი მონაცემის (ქულის) ცოდნა მეორე მონაცემის (ქულის) ზუსტი ნინასწარმეტყველების საშუალებას იძლევა. მაგალითად, თუ ჩემთვის ცნობილია, რომ ცდის პირის მარტოობის ქულაა 8, ასევე ცნობილია, რომ მისი დეპრესიის ქულა არის 32. ასევე, თუ ვიცით, რომ ცდის პირმა მიიღო 22 ქულა დეპრესიის სკალაზე, მაშინ მისი მარტოობის ქულა არის 18. სრული დადებითი კავშირის მსგავსად, რეალური მონაცემების შემთხვევაში სრული უარყოფითი კავშირიც იშვიათად გვხვდება. ყურადღება მიაქციეთ იმას, რომ „დადებითი“ და „უარყოფითი“ წერტილთა გაბნევის დიაგრამასთან მიმართებაში გამოხატავს ამ კავშირის მხოლოდ მიმართულებას და არა სიძლიერეს. ერთი ქულის მიხედვით მეორის წინასწარმეტყველებისათვის დადებითი და უარყოფითი კავშირები თანაბრად გამოსადეგია.



სურათი №13.3
10 ცდის პირის მარტოობისა და დეპრესიის ქულებს შორის უარყოფითი კავშირი



სურათი №13.4
10 ცდის პირის მარტოობისა და დეპრესიის ქულებს შორის სრული უარყოფითი კავშირი

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა XIII-1

1. განმარტეთ: მონაცემების ორგანზომილებიანი განანილება, კორელაციური კლევა, კორელაცია, პირდაპირი კავშირი, შებრუნებული კავშირი, წრფივი კავშირი, უარყოფითი კავშირი, დადებითი კავშირი, ნერტილთა გაბნევის დიაგრამა.
2. ცხრილისათვის №13.1 შეაბრუნეთ X და Y ცვლადების აღნიშვნა (ე.ი. დეპრესიის ქულა აღნიშნეთ X -ით და მარტოობის ქულა Y -ით) და შემდეგ ამ ნერტილებისათვის ააგეთ სურათზე №13.1 გამოსახულის მსგავსი ნერტილთა გაბნევის დიაგრამა. ცვლადის X -ით ან Y -ით აღნიშვნა ცვლის თუ არა ქულებს შორის კავშირს?

3. 1-ლი და მე-2 ცხრილების მონაცემებისათვის უჯრიან ფურცელზე ააგეთ წერტილთა გაბნევის დიაგრამა და შემდეგ თითოეულ ცხრილთან დაკავშირებით უპასუხეთ შემდეგ კითხვებს:
   ა. ქულებს შორის კავშირი დადებითია, უარყოფითი თუ კავშირი არ არსებობს?
   ბ. ქულებს შორის კავშირი სრულია თუ არა?
   გ. მარტოობის ქულების ცოდნა გაზრდიდა თუ არა დეპრესიის ქულების წინასწარმეტყველების სიზუსტეს?

ცხრილი №1

ცდის პირი	მარტოობა	დეპრესია
1	4	19
2	12	20
3	28	33
4	18	32
5	14	26
6	6	19
7	22	28
8	23	36
9	15	30
10	18	27

ცხრილი №2

ცდის პირი	მარტოობა	დეპრესია
1	5	29
2	11	31
3	23	23
4	17	17
5	28	16
6	13	21
7	12	26
8	4	28
9	21	14
10	16	25

4. ქვემოთ მოცემულია 10 ცდის პირისაგან შემდგარი შერჩევის სხეულის წონისა (ფუნტებში) და თვითპატივისცემის მონაცემები

ცდის პირი	სხეულის წონა	თვითპატივისცემა
1	100	39
2	111	47
3	117	54
4	124	23
5	136	35
6	139	30
7	143	48
8	151	20
9	155	28
10	164	46

   ა. უჯრიან ფურცელზე ააგეთ ნერტილთა გაბნევის დიაგრამა. მონაცემებს შორის კავშირი დადებითია, უარყოფითი, თუ კავშირი არ არსებობს?
   ბ. მონაცემებს შორის კავშირი სრულია თუ არა?
   გ. ცდის პირის სხეულის წონის ცოდნა გააუმჯობესებდა თუ არა ამ ცდის პირის თვითპატივისცემის ქულის წინასწარმეტყველების სიზუსტეს?

პირსონის კორელაციის კოეფიციენტი

პირსონის კორელაციის კოეფიციენტი (Pearson correlation coefficient) – სტატისტიკა, რომელიც აღინიშნება r -ით და ასახავს ინტერვალების ან შეფარდების სკალაზე ორ ცვლადს შორის წრფივი კავშირის ხარისხს.

წერტილთა გაბნევის დიაგრამის შესწავლა წარმოდგენას გვიქმნის იმის შესახებ, არსებობს თუ არა მიმართება ორ ცვლადს შორის და როგორია ამ მიმართების მიმართულება. მაგრამ მხოლოდ წერტილთა გაბნევის დიაგრამა არ არის საკმარისი იმის დასადგენად, არსებობს თუ არა კავშირი ორ ცვლადს შორის. დიაგრამაზე გამოსახული მიმართება რაოდენობრივად უნდა აღიწეროს. აღწერით სტატისტიკებს, რომლებიც ორ ცვლადს შორის კავშირის ხარისხს გამოხატავს, **კორელაციის კოეფიციენტები** ეწოდება. ინტერვალების ან შეფარდების სკალებისათვის გავრცელებული კოეფიციენტია **პირსონის კორელაციის კოეფიციენტი**, რომელიც აღინიშნება r -ით. ამ სტატისტიკას მიენიჭა კარლ პირსონის (1857-1936), იმ ბრიტანელი სტატისტიკოსის სახელი, რომელმაც ამ კოეფიციენტის გამოსათვლელი ფორმულა შექმნა. **პირსონის კორელაციის კოეფიციენტი** განისაზღვრება, როგორც:

$$\text{პირსონოს კორელაციის კოეფიციენტი} = r = \frac{\sum(X-\bar{X})(Y-\bar{Y})}{\sqrt{\left[\sum(X-\bar{X})^2\right]\left[\sum(Y-\bar{Y})^2\right]}},$$

სადაც X არის ცდის პირის X ცვლადის შესაბამისი ქულა;

$\bar{X}$ – X ცელადის შესაბამისი ყველა ქულის საშუალო;

Y – ცდის პირის Y ცვლადის შესაბამისი ქულა;

$\bar{Y}$ – Y ცვლადის შესაბამისი ყველა ქულის საშუალო.

ეს ფორმულა შეიძლება ჩაიწეროს უფრო მარტივი აღნიშვნების გამოყენებით, როგორც:

$$r = \frac{CP_{XY}}{\sqrt{(SS_X)(SS_Y)}},$$

სადაც CP_{XY} არის $\sum(X-\bar{X})(Y-\bar{Y})$, ანუ X -სა და Y -ის ჯვარედინა ნამრავლი (X და Y ინდექსები ნიშნავს, რომ ჯვარედინა ნამრავლები გამოთვლილია X და Y ცვლადებისთვის);

SS_X – X მონაცემების კვადრატების ჯამი (ანუ $\sum(X-\bar{X})^2$);

SS_Y – Y მონაცემების კვადრატების ჯამი (ანუ $\sum(Y-\bar{Y})^2$).

განმარტებითი ფორმულა, ჩვეულებრივ, r -ის გამოსათვლელად არ გამოიყენება. მის ნაცვლად გამოიყენება ან სტანდარტული ქულის ფორმულა, ან გამოთვლითი ფორმულა, რომლებიც ამ თავში ქვემოთ არის ნარმოდგენილი. მაგრამ განმარტებითი ფორმულა ასახავს, თუ რას ზომავს კორელაციის კოეფიციენტი. განვიხილავთ ამ ფორმულას და შემდეგ წარმოვადგენთ სტანდარტული ქულისა და გამოთვლით ფორმულებს.

კორელაციის საზომის მიღება: ჯვარედინა ნამრავლები

იმისათვის, რომ დავინახოთ, როგორ არის r იმის საზომი, რამდენად ძლიერია კორელაცია ორ ცვლადს შორის, დავუბრუნდეთ ცხრილის №13.1 მონაცემებს. ამ მონაცემების წერტილთა გაბნევის დიაგრამა (იხ. სურათი 13.1) გამოხატავდა, რომ მონაცემები დადებით კავშირშია: მარტოობის დაბალი ქულები დაკავშირებულია დეპრესიის დაბალ ქულებთან, ხოლო მარტოობის მაღალი ქულები – დეპრესიის მაღალ ქულებთან. მე განვიხილავ სტატისტიკას, რომელიც ორ ცვლადს შორის

კორელაციის სიძლიერეს გამოხატავს სხვაობის ქულის გამოყენებით, რომელიც აჩვენებს, თუ რამდენად განსხვავდება ქულა თავისი საშუალოსაგან, $X - \overline{X}$ ან $Y - \overline{Y}$. მაგალითად, ცხრილში №13.1 მარტოობის ქულების საშუალოა 17. მე-2 ცდის პირს აქვს მარტოობის 27 ქულა. თუ გამოვთელით $X_2 - \overline{X}$, ანუ 27-17 = +10-ს, დავინახავთ, რომ ცდის პირმა მიიღო მარტოობის ქულების საშუალოზე 10-ით მაღალი ქულა. მე-4 ცდის პირმა მიიღო 7 ქულა მარტოობის სკალაზე. ამ ცდის პირის მარტოობის ქულა შეიძლება ასევე გამოისახოს, როგორც $X_4 - \overline{X}$; ამ შემთხვევაში 7 — 17 = - 10, ანუ 10 ქულა მარტოობის ქულის საშუალოს ქვემოთ. ქულის გარდაქმნა ამ ქულის საშუალოსაგან განსხვავებად იმასაც გამოხატავს, ქულა საშუალოზე მეტია თუ ნაკლები და იმასაც, თუ რამდენად მეტია ან ნაკლები.

Y ქულებიც ასევე შეიძლება გამოისახოს ამ ქულების საშუალოსთან, $\overline{Y}$-თან, მიმართებით. მაგალითად, დეპრესიის ქულების საშუალოა 28. მე-2 ცდის პირმა მიიღო დეპრესიის 37 ქულა. საშუალოსგან განსხვავებაში ამ ქულის გადაყვანით ვიღებთ: $Y_2 - \overline{Y}$ = 37-28 = +9. მეორე მხრივ, მე-4 ცდის პირმა მიიღო დეპრესიის 23 ქულა. საშუალოსგან განსხვავების სახით გამოსახული ეს ქულა უდრის: $Y_4 - \overline{Y}$ = 23 – 28 = -5, ანუ დეპრესიის საშუალო ქულაზე 5 ქულით დაბალია.

სხვაობის ამ მონაცემებიდან ჩანს, რომ მე-2 ცდის პირს აქვს საშუალოზე მაღალი ქულები როგორც მარტოობის, ასევე დეპრესიის სკალებზე, მაშინ, როცა 44-ე ცდის პირის ორივე ქულა საშუალოზე დაბალია. დავუშვათ, მე ყველა ცდის პირისათვის ვითვლი მარტოობისა და დეპრესიის სხვაობის ქულებს, როგორც ეს ცხრილის №13.2 ბ და დ სვეტებშია ნაჩვენები. ყურადღება მიაქციეთ იმას, რომ იმ 6 ცდის პირიდან, რომელთა მარტოობის ქულა საშუალოზე მაღალია (სვეტი ბ, ცდის პირები 2, 3, 5 და 8), 4 ცდის პირის დეპრესიის ქულაც საშუალოზე მაღალია (სვეტი დ). ასევე, 3 ცდის პირს იმ 4-დან, რომელთა მარტოობის ქულა საშუალოზე დაბალია (სვეტი ბ, ცდის პირები 1, 4 და 10), დეპრესიის ქულაც საშუალოზე დაბალი აქვს (სვეტი დ).

ცხრილი №13.2

X-სა და Y-ის ჯვარედინა ნამრავლების გამოთვლა. ა და გ სვეტებში მოცემული ქულები ცხრილის №13.1 მარტოობისა და დეპრესიის ქულებია

	(ა)	(ბ)	(გ)	(დ)	(ე)
	მარტოობა		დეპრესია		
ცდის პირი	X	$X - \overline{X}$	Y	$Y - \overline{Y}$	$(X - \overline{X})(Y - \overline{Y})$
1	4	-13	16	-12	+156
2	27	+10	37	+9	+90
3	18	+1	33	+5	+5
4	7	-10	23	-5	+50
5	30	+13	34	+6	+78
6	12	-5	32	+4	-20
7	18	+1	24	-4	-4
8	23	+6	29	+1	+6
9	19	+2	26	-2	-4
10	12	-5	26	-2	+10
	$\overline{X}$ 17		$\overline{Y}$ 28		ჯამი +367

ქულების კოვარიაციის სიძლიერის საზომი მიიღება თითოეული ცდის პირის ქულების X ცვლადის საშუალოსგან სხვაობისა და Y ცვლადის საშუალოსგან სხვაობის ერთმანეთზე გამრავლებით და შემდეგ ყველა ცდის პირის ნამრავლის შეკრებით. ეს პროცესი ნაჩვენებია ცხრილის №13.2 ე სვეტში. მაგალითად, მე-4 ცდის პირისათვის $(X - \overline{X})(Y - \overline{Y}) = (-10)(-5) = +50$. ამ სვეტში ნამრავლების ჯამი არის +367.

X -ისა და Y -ის ჯვარედინა ნამრავლები (Cross products of X and Y)- $\sum(X - \overline{X})(Y - \overline{Y})$ მნიშვნელობა X და Y ცვლადებისთვის

$\sum(X - \overline{X})(Y - \overline{Y})$ სიდიდეს ეწოდება ***X -ისა და Y -ის ჯვარედინა ნამრავლი.*** იგი აღინიშნება CP_{XY}-ით და ნარმოადგენს r -ის ფორმულის მრიცხველს. CP_{XY} ასახავს მონაცემების ორ სიმრავლეს შორის კავშირის სიძლიერესა და მიმართულებას. თუ მონაცემები დადებით კავშირშია, როგორც 13.2 ცხრილში, მაშინ ჯვარედინა ნამრავლი დადებით მნიშვნელობას იღებს; რაც უფრო ძლიერია კორელაცია X -სა და Y -ს შორის, მით უფრო იზრდება CP_{XY}-ის მნიშვნელობა. უარყოფითად დაკავშირებული მონაცემებისათვის CP_{XY} უარყოფითია და მისი მნიშვნელობა მით უფრო დიდია, რაც უფრო ძლიერია კავშირი.

ცხრილში №13.3ა ნაჩვენებია CP_{XY}-ის მნიშვნელობა სურათის №13.3 შესაბამისი X -ისა და Y -ის უარყოფითი კაეშირისათვის. ამ მონაცემებისათვის CP_{XY} არის 399.

ცხრილი №13.3

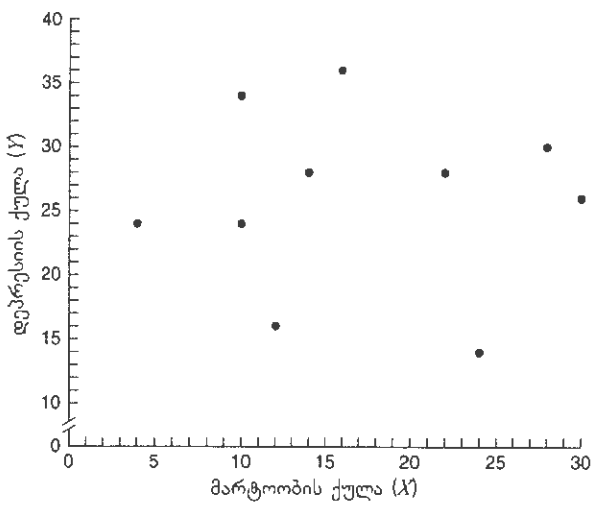
ა) X -ისა და Y -ის ჯვარედინა ნამრავლები მარტოობისა და დეპრესიის ქულებისათვის

	მარტოობა		დეპრესია		
ცდის პირი	X	$X - \overline{X}$	Y	$Y - \overline{Y}$	$(X - \overline{X})(Y - \overline{Y})$
1	5	-10	32	+7	-70
2	24	+9	23	-2	-18
3	20	+5	17	-8	-40
4	12	-3	32	+7	-21
5	14	-1	21	-4	+4
6	20	+5	24	-1	-5
7	28	+13	14	-11	-143
8	13	-2	25	0	0
9	6	-9	36	+11	-99
10	8	-7	26	+1	-7
	$\overline{X}$ 15		$\overline{Y}$ 25		ჯამი -399

ბ) X -ისა და Y -ის ჯვარედინა ნამრავლები იმ შემთხვევისათვის, როცა მარტოობისა და დეპრესიის ქულებს შორის კაეშირის არ არის.

ცდის პირი	მარტოობა X	$X-\overline{X}$	დეპრესია Y	$Y-\overline{Y}$	$(X-\overline{X})(Y-\overline{Y})$
1	24	+7	14	-12	-84
2	16	-1	36	+10	-10
3	4	-13	24	-2	+26
4	12	-5	16	-10	+50
5	22	+5	28	+2	+10
6	30	+13	26	0	0
7	10	-7	34	+8	-56
8	28	+11	30	+4	+44
9	14	-3	28	+2	-6
10	10	-7	24	-2	+14
	$\overline{X}$ 17		$\overline{Y}$ 26		ჯამი -12

როდესაც X და Y ქულები ერთმანეთთან კავშირში არ არის, CP_{XY} ნულს უახლოვდება. CP_{XY} იმ შემთხვევისათვის, როცა X და Y არ არის კავშირში, ნაჩვენებია ცხრილში №13.3ბ. სურათზე №13.5 ამ ქულების წერტილთა გაბნევის დიაგრამაა ნაჩვენები. ყურადღება მიაქციეთ იმას, რომ X და Y ქულები არ კორელირებს: X-ის მაღალი მაჩვენებლები შეთანხმებულად არ არის დაკავშირებული Y-ის მაღალ ან დაბალ ქულებთან. ასევე, X-ის დაბალი ქულები არ არის შეთანხმებულად დაკავშირებული Y-ის მაღალ ან დაბალ ქულებთან. ცხრილში №13.3ბ გამოთვლილი CP_{XY} = -12 შეესაბამება კავშირის არარსებობას.



სურათი №13.5
10 ცდის პირის მარტოობისა და დეპრესიის ქულებს შორის კავშირი არ არსებობს. ქულები აღებულია 13.3ბ ცხრილიდან

r :CP_{XY} -ის შედარება მონაცემების საერთო ცვალებადობის საზომთან

CP_{XY} გამოხატავს ორ ცვლადს შორის კავშირის მიმართულებას, მაგრამ CP_{XY} -ის რიცხვითი მნიშვნელობა დამოკიდებულია X -ისა და Y -ის გაზომვის ერთეულზე და ჩვენს ხელთ არსებული ქულების რაოდენობაზე. ქულების ორ განსხვავებულ სიმრავლეს შეიძლება ჰქონდეს ერთნაირი სიძლიერის კავშირი, მაგრამ CP_{XY}-ის განსხვავებული მნიშვნელობები, რადგან ამ ქულებით გაზომილია განსხვავებული ერთეულები, ან ქულების ერთი სიმრავლე უფრო დიდი შერჩევიდანაა მიღებული, ვიდრე მეორე. იმისათვის, რომ CP_{XY}, როგორც X -ისა და Y -ის კორელაციის საზომი, გამოსადეგი იყოს, ის წარმოდგენილი უნდა იყოს ისეთი ფორმით, რომელიც სტანდარტულ მნიშვნელობებს მიიღებს გაზომვის ერთეულის, და მონაცემების რაოდენობის მიუხედავად.

ჯვარედინა ნამრავლები სტანდარტულ მნიშვნელობებს მაშინ იღებს, როდესაც მათ ქულების თითოეული სიმრავლის საერთო ცვალებადობის საზომებს ვადარებთ. ცვალებადობის ერთ-ერთი საზომი, რომელსაც ჩვეულებრივ ვიყენებთ, არის კვადრატების ჯამი (SS). X ცვლადით აღნიშნული მონაცემებისათვის $SS_X = \sum\left(X - \overline{X}\right)^2$ და Y ცვლადით აღნიშნული მონაცემებისათვის $SS_Y = \sum\left(Y - \overline{Y}\right)^2$. იმისათვის, რომ SS გადავიყვანოთ ჯვარედინა ნამრავლის ერთეულებში, თითოეული SS-დან ვიღებთ კვადრატულ ფესვს. შემდეგ SS_X-ის კვადრატული ფესვის გამრაელებით SS_Y-ის კვადრატულ ფესვზე ვიღებთ მონაცემთა ორი სიმრავლის საერთო ცვალებადობის საზომს, $\sqrt{(SS_X)(SS_Y)}$. პირსონის კორელაციის კოეფიციენტი, r, არის CP_{XY}-ის შეფარდება საერთო ცვალებადობის ამ საზომთან. შესაბამისად, ჩვენ ვხედავთ, რომ შემდეგი ორი ფორმულა r -ის მისაღებად ერთსა და იმავე რიცხვით მნიშვნელობებს იყენებს:

$$r = \frac{\sum\left(X - \overline{X}\right)\left(Y - \overline{Y}\right)}{\sqrt{\left[\sum\left(X - \overline{X}\right)^2\right]\left[\sum\left(Y - \overline{Y}\right)^2\right]}}$$

და

$$r = \frac{CP_{XY}}{\sqrt{(SS_X)(SS_Y)}}.$$

ყურადღება მიაქციეთ იმას, რომ r -ის ფორმულის მნიშვნელი ყოველთვის დადებით მნიშვნელობას იღებს, რადგან სხეაობის კვადრატს შეიცავს. მაშასადამე, კორელაციის კოეფიციენტის დადებით (+) თუ უარყოფით (–) ნიშანს მრიცხველის ნიშანი განსაზღვრავს. ცხრილში №13.4 ნაჩვენებია ცხრილის №13.1 10 ქულისათვის განმარტებითი ფორმულის გამოყენებით r -ის გამოთვლა. თითოეული ცდის პირისათვის:

- სვეტი ა არის მარტოობის ქულა;
- სვეტი ბ არის ცდის პირის მარტოობის ქულისა და მარტოობის ქულების საშუალოს შორის სხვაობა (ანუ $(X - \overline{X})$);
- სვეტი გ არის ბ სვეტის მნიშვნელობის კვადრატი;
- სვეტი დ არის დეპრესიის ქულა;
- სვეტი ე არის ცდის პირის დეპრესიის ქულისა და დეპრესიის ქულების საშუალოს შორის სხეაობა (ანუ $(Y - \overline{Y})$);
- სვეტი ვ არის ე სვეტის მნიშვნელობის კვადრატი;
- სვეტი ზ წარმოადგენს ბ და ე სვეტების ნამრაელს $((X - \overline{X})(Y - \overline{Y}))$, ანუ CP_{XY}-ს.

SS_X მიიღება გ სვეტის მონაცემების დაჯამებით, SS_Y – ვ სვეტის მონაცემების დაჯამებით და CP_{XY}– ზ სვეტის მონაცემების დაჯამებით. შემდეგ ხდება ამ ჯამების

ფორმულაში ჩასმა r-ის რიცხვითი მნიშვნელობის მისაღებად, რომელსაც $r_{\text{რეალური}}$ ეწოდება (იხ. ცხრილის №13.4 მე-2 საფეხური). ცხრილის №13.1 მონაცემებისათვის, $r_{\text{რეალური}} = +0,78$. სანამ $r_{\text{რეალური}}$ ინტერპრეტაციას განვიხილავდეთ, წარმოგიდგენთ ორ ალტერნატიულ ფორმულას, რომლებიც ხშირად გამოიყენება კორელაციის კოეფიციენტის გამოსათვლელად.

ცხრილი №13.4

r-ის გამოთვლა ცხრილის №13.1 მარტოობისა და დეპრესიის ქულებისათვის განმარტებითი ფორმულის გამოყენებით

საფეხური 1. ვითელით $SS_X = \sum\left(X-\overline{X}\right)^2$-ს, $SS_Y = \sum\left(Y-\overline{Y}\right)^2$-ს და $CP_{XY} = \sum\left(X-\overline{X}\right)\left(Y-\overline{Y}\right)$-ს.

	(ა)	(ბ)	(გ)	(დ)	(ე)	(ვ)	(ზ)
	მარტოობა			დეპრესია			
ცდის პირი	X	$X-\overline{X}$	$\left(X-\overline{X}\right)^2$	Y	$Y-\overline{Y}$	$\left(Y-\overline{Y}\right)^2$	$(X-\overline{X})(Y-\overline{Y})$
1	4	-13	169	16	-12	144	+156
2	27	+10	100	37	+9	81	+90
3	18	+1	1	33	+5	25	+5
4	7	-10	100	23	-5	25	+50
5	30	+13	169	34	+6	36	+78
6	12	-5	25	32	+4	16	-20
7	18	+1	1	24	-4	16	-4
8	23	+6	36	29	+1	1	+6
9	19	+2	4	26	-2	4	-4
10	12	-5	25	26	-2	4	+10
	$\overline{X}$ 17		SS_X 630	$\overline{Y}$ 28		SS_Y 352	CP_{XY} +367,0

საფეხური 2. ვითელით r-ს:

$$\sum\left(X-\overline{X}\right)^2 = SS_X = 630,$$
$$\sum\left(Y-\overline{Y}\right)^2 = SS_Y = 352,$$
$$\sum\left(X-\overline{X}\right)\left(Y-\overline{Y}\right) = CP_{XY} = +367,$$

და

$$r = \frac{\sum\left(X-\overline{X}\right)\left(Y-\overline{Y}\right)}{\sqrt{\left[\sum\left(X-\overline{X}\right)^2\right]\left[\sum\left(Y-\overline{Y}\right)^2\right]}}$$

ან

$$r = \frac{CP_{XY}}{\sqrt{(SS_X)(SS_Y)}}$$

რიცხვითი მნიშვნელობების ჩასმით:

$$r_{\text{რეალური}} = \frac{+367}{\sqrt{(630)(352)}} = +0,779 = +0,78.$$

პირსონის კორელაციის კოეფიციენტის ალტერნატიული ფორმულები

r-ის სტანდარტული ქულების ფორმულა

r-ის განმარტებითი ფორმულა შეიძლება ჩაიწეროს მნიშვნელის დაყოფით მის შემადგენელ კვადრატების ორ ჯამად:

$$r = \frac{\sum(X - \overline{X})(Y - \overline{Y})}{\sqrt{[\sum(X - \overline{X})^2][\sum(Y - \overline{Y})^2]}}$$

ან

$$r = \frac{\sum(X - \overline{X})(Y - \overline{Y})}{(\sqrt{SS_X})(\sqrt{SS_Y})}.$$

ყურადღება მიაქციეთ, რომ $(X - \overline{X}) / \sqrt{SSx}$ ძალიან ჰგავს სტანდარტულ ქულას, $z = (X - \overline{X})/S$, რომელიც მე-6 თავშია წარმოდგენილი. იმისათვის, რომ ეს გამოსახულება სტანდარტულ მონაცემად გარდავქმნათ და მივიღოთ S_X, X მონაცემების შერჩევის სტანდარტული გადახრა, საჭიროა SS_X გავყოთ N-ზე, ანუ SS_Y -ის შემადგენელი მონაცემების რაოდენობაზე. იგივე მსჯელობა ეხება $(Y - \overline{Y})$ / $\sqrt{SS_Y}$ -საც. შესაბამისად, r-ის სტანდარტული ქულის ფორმულაა:

$$r = \frac{\sum(z_X z_Y)}{N_{\text{წყვილი}}},$$

სადაც: z_X არის $(X - \overline{X})/S_X$;

z_Y არის $(Y - \overline{Y})/S_Y$;

$N_{\text{წყვილი}}$ არის მონაცემების წყვილების რაოდენობა.

S_X-ს, X ქულების შერჩევის სტანდარტულ გადახრას, შემდეგნაირად ეპოულობთ:

$$S_X = \sqrt{\frac{\sum(X - \overline{X})^2}{N}}$$

და S_Y-ს, Y მონაცემების შერჩევის სტანდარტულ გადახრას, შემდეგნაირად:

$$S_Y = \sqrt{\frac{\sum(Y - \overline{Y})^2}{N}}.$$

ცხრილი №13.5 გვიჩვენებს, როგორ ხდება ამ ფორმულის გამოყენება $r_{\text{რაოდენობის}}$ გამოსათვლელად ცხრილის №13.1 მონაცემებისათვის. პირველი საფეხურია z ქულების გამოსათვლელად საჭირო S_X-ის და S_Y-ის მიღება. ამ საფეხურზე მოცემული $\sum(X - \overline{X})^2 = 630$ და $\sum(Y - \overline{Y})^2 = 352$ აღებულია ცხრილიდან №13.4. ამ გამოთვლებით ჩვენ ვიგებთ, რომ X ქულების სტანდარტულ ქულებად გარდასაქმნელად $z_X = (X - 17{,}0)/7{,}937$. ასეევე, Y მონაცემებისათვის $z_Y = (Y - 28{,}0)/5{,}933$ (იხილეთ ცხრილის მე-2 საფეხური).

მესამე საფეხურზე ხდება თითოეული ნედლი ქულის სტანდარტულ ქულად გარდაქმნა z-ის ფორმულების გამოყენებით. მე-3 საფეხურის ა სვეტში წარმოდგენილია თითოეული ცდის პირის X ქულა, ბ სვეტში – $X-\overline{X}$ სხვაობა თითოეული ცდის პირისათვის და გ სვეტში – თითოეული ცდის პირის z ქულა. დ სვეტში წარმოდგენილია თითოეული ცდის პირის Y ქულა, ე სვეტში – $Y-\overline{Y}$ სხვაობა და ვ სვეტში – z ქულა თითოეული Y-თვის. ზ სვეტში გამრავლებულია თოთოეული ცდის პირის z_X და z_Y ქულები და ამ სვეტის მონაცემების ჯამი, +7,794, გვაძლევს $\Sigma(z_X z_Y)$ სიდიდეს, რაც საჭიროა r-ის ფორმულის მრიცხველისათვის.

ცხრილის მე-4 საფეხური გვიჩვენებს, თუ როგორ ხდება $\Sigma(z_X z_Y)$-ისა და $N_{წყვილის}$ მნიშვნელობების ჩასმა ფორმულაში. მიღებულია $r_{რეალური}$ = +0,78, ანუ იგივე მნიშვნელობა, რაც განმარტებითი ფორმულის გამოყენებით ცხრილში №13.4. როდესაც თქვენი მონაცემები სტანდარტული ქულებით არის წარმოდგენილი, გირჩევთ, სტანდარტული ქულების მეთოდი გამოიყენოთ. თუ მონაცემები სტანდარტული ქულებით არ არის წარმოდგენილი, მაშინ გირჩევთ, გამოიყენოთ ქვემოთ მოცემული გამოთელითი ფორმულა.

ცხრილი №13.5

r-ის გამოთვლა ცხრილის №13.1 მარტოობისა და დეპრესიის ქულებისათვის სტანდარტული ქულის ფორმულის მიხედვით

საფეხური I. S_X-ისა და S_Y-ის მიღება:

$$S_X = \sqrt{\frac{\sum(X-\overline{X})^2}{N_{წყვილი}}}, \qquad S_Y = \sqrt{\frac{\sum(Y-\overline{Y})^2}{N_{წყვილი}}}.$$

ცხრილის №13.4 გ სვეტიდან

$$\sum(X-\overline{X})^2 = 630$$

$$N_{წყვილი} = 10.$$

$$S_X = \sqrt{\frac{630,0}{10}} = 7,937.$$

ცხრილის №13.4 ვ სვეტიდან

$$\sum(Y-\overline{Y})^2 = 353$$

$$N_{წყვილი} = 10.$$

$$S_Y = \sqrt{\frac{352,0}{10}} = 5,933$$

საფეხური II. z_X-ის, z_Y-სა და $\sum z_X z_Y$-ის მიღება:

X ქულების სტანდარტულ ქულებში გადასაყვანად

$\overline{X}$=17,0 S_X = 7,937

მაშასადამე,

$$z_X = \frac{X-17,0}{7,937}$$

Y ქულების სტანდარტულ ქულებში გადასაყვანად

$\overline{Y}$ =28,0 S_Y = 5,933

მაშასადამე,

$$z_Y = \frac{Y-28,0}{5,933}.$$

საფეხური III. ნედლი ქულების z ქულებში გადაყვანა

	(ა)	(ბ)	(გ)	(დ)	(ე)	(ვ)	(ზ)
	მარტოობა			დეპრესია			
ცდის პირი	X	$X-\overline{X}$	z_X	Y	$Y-\overline{Y}$	z_Y	$z_X z_Y$
1	4	-13,0	-1,638	16	-12,0	-2,023	+3,314
2	27	+10,0	+1,260	37	+9,0	+1,517	+1,911
3	18	+1,0	+0,126	33	+5,0	+0,843	+0,106
4	7	-10,0	-1,260	23	-5,0	-0,843	+1,062
5	30	+13,0	+1,638	34	+6,0	+1,011	+1,656
6	12	-5,0	-0,630	32	+4,0	+0,674	-0,425
7	18	+1,0	+0,126	24	-4,0	-0,674	-0,085
8	23	+6,0	+0,756	29	+1,0	+0,168	+0,128
9	19	+2,0	+0,252	26	-2,0	-0,337	-0,085
10	12	-5,0	-0,630	26	-2,0	-0,337	+0,212
	$\overline{X}$ 17,0			$\overline{Y}$ 28,0		ჯამი	+7,794

საფეხური IV. r-ის გამოთვლა:

$\sum(z_X z_Y) = +7,794$ (იხილეთ ზ სვეტი),

$N_{წყვილი} = 10$,

$$r = \frac{\sum(z_X z_Y)}{N_{წყვილი}}$$

რიცხვითი მნიშვნელობების ჩასმით,

$$r_{პირსონი} = \frac{+7,794}{10}$$

$= +0,779$

$= +0,78.$

ცხრილი №13.6

ცხრილის №13.1 მარტოობისა და დეპრესიის ქულებისათვის გამოთვლითი ფორმულის მიხედვით r-ის გამოთვლა

საფეხური I. $\sum X$-ის, $\sum Y$-ის, $\sum X^2$-ის, $\sum Y^2$-სა და $\sum XY$-ის გამოთვლა:

	(ა)	(ბ)	(გ)	(დ)	(ე)
ცდის პირი	X	Y	X^2	Y^2	XY
1	4	16	16	256	64
2	27	37	729	1369	999
3	18	33	324	1089	594
4	7	23	49	529	161
5	30	34	900	1156	1020
6	12	32	144	1024	384
7	18	24	324	576	432
8	23	29	529	841	667
9	19	26	361	676	494
10	12	26	144	676	312
ჯამები	170,0	280,0	3520,0	8192,0	5127,0

საფეხური II. r-ის გამოთვლა:

$$\sum X = 170$$
$$\left(\sum X\right)^2 = (170)^2 = 28.900$$
$$\sum X^2 = 3520 \qquad \sum Y = 280$$
$$\sum XY = 5127 \qquad \left(\sum Y\right)^2 = (280)^2 = 78.400$$
$$N_{წყვილი} = 10 \qquad \sum Y^2 = 8192$$

$$r = \frac{(N_{წყვილი})(\sum XY) - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{\left[(N_{წყვილი})(\sum X^2) - (\sum X)^2\right]\left[(N_{წყვილი})(\sum Y^2) - (\sum Y)^2\right]}}$$

რიცხვითი მნიშვნელობების ჩასმით მივიღებთ:

$$r_{რეალური} = \frac{(10)(5127) - (170)(280)}{\sqrt{\left[(10)(3520) - 28.900\right]\left[(10)(8192) - 78.400\right]}}$$

$$= \frac{51.270 - 47.600}{\sqrt{(35.200 - 28.900)(81.920 - 78.400)}} = \frac{+3670}{4709{,}14} = +0{,}779 = +0{,}78.$$

r-ის გამოთვლითი ფორმულა

r-ის მნიშვნელობის **გამოთვლითი ფორმულაა:**

$$r = \frac{(N_{წყვილი})(\sum XY) - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{\left[(N_{წყვილი})(\sum X^2) - (\sum X)^2\right]\left[(N_{წყვილი})(\sum Y^2) - (\sum Y)^2\right]}}$$

ეს ფორმულა იყენებს უშუალოდ ნედლ ქულებს და არ საჭიროებს ქულასა და ქულების საშულოს შორის სხვაობის გამოთვლას. ცხრილი №13.6 გვიჩვენებს, თუ როგორ ხდება ამ ფორმულის გამოყენება ცხრილის №13.1 მონაცემებისათვის. ცხრილის №13.6 ა და ბ სვეტები წარმოადგენს შესაბამისად, მარტოობის (X) და დეპრესიის (Y) ქულებს. ამ სვეტების მონაცემების ჯამები, $\sum X = 170$ და $\sum Y = 280$, გვაძლევს ფორმულისათვის საჭირო $\sum X$-სა და $\sum Y$-ს. გ სვეტი გვიჩვენებს თითოეულ X^2-ს და ამ სვეტის მონაცემების ჯამი, 3520, გვაძლევს $\sum X^2$-ს. დ სვეტი წარმოადგენს თითოეულ Y^2-ს და ამ სვეტის მონაცემების ჯამი, 8192, $\sum Y^2$-ია. ე სვეტში მიღებულია XY-ის მნიშვნელობა თითოეული ცდის პირისათვის და ამ სვეტის მონაცემების ჯამი, 5127, $\sum XY$-ის მნიშვნელობაა.

ცხრილის №13.6 მე-2 საფეხური გვიჩვენებს r-ის ფორმულაში რიცხვითი მნიშვნელობების ჩასმას, $r_{რეალური}$ = +0,78. ყურადღება მიაქციეთ იმას, რომ მიუხედავად იმისა, თუ რა ფორმულა იქნა გამოყენებული (განმარტებითი, z ქულის თუ გამოთვლითი), ცხრილის №13.1 მონაცემებისათვის $r_{რეალური}$ = + 0,78.

აქ საჭიროა კიდევ ერთ მნიშვნელოვან საკითხზე გამახვილდეს ყურადღება. როგორც აღვნიშნეთ, ცვლადების X-ით ან Y-ით აღნიშვნა აბსოლუტურად პირობითია. ჩვენს მაგალითში მარტოობის ქულა აღინიშნა X-ით და დეპრესიის ქულა Y-ით. თუმცა, აღნიშვნა რომ შეგვებრუნებინა და დეპრესიის ქულა აღგვენიშნა

X-ით და მარტოობის ქულა – Y-ით, თითოეული ფორმულის გამოყენებით წარმოებული გამოთვლების შედეგები ისეთივე იქნებოდა, როგორიც მოცემულია ცხრილებში №13.4, 13.5 და 13.6. ცხრილში №13.1 მარტოობისა და დეპრესიის ქულებს შორის კორელაცია არის 0,78, მიუხედავად იმისა, თუ გამოთვლის მიზნებისათვის რომელი ცვლადი აღინიშნა X-ით და რომელი –Y-ით.

r -ის ფორმულები – შეჯამება

r -ის 4 სხვადასხვა ფორმულის შეჯამება მოცემულია ცხრილში №13.7. ყველა ფორმულა $r_{\text{რეალური}}$ ერთსა და იმავე მნიშვნელობას იძლევა, როცა მათ ქულების ერთი სიმრავლისთვის ვიყენებთ.

ცხრილი №13.7
r -ის ფორმულების შეჯამება

განსაზღვრებითი ფორმულა

$$r = \frac{\sum(X - \bar{X})(Y - \bar{Y})}{\sqrt{\left[\sum(X - \bar{X})^2\right]\left[\sum(Y - \bar{Y})^2\right]}}$$

CP_{XY}-ით, SS_X-ითა და SS_Y-ით **ჩანერილი განმარტებითი ფორმულა**

$$r = \frac{CP_{XY}}{\sqrt{(SS_X)(SS_Y)}}$$

სტანდარტული ქულის ფორმულა

$$r = \frac{\sum(z_X z_Y)}{N_{\text{წყვილი}}}$$

გამოთვლითი ფორმულა

$$r = \frac{(N_{\text{წყვილი}})(\sum XY) - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{\left[(N_{\text{წყვილი}})(\sum X^2) - (\sum X)^2\right]\left[(N_{\text{წყვილი}})(\sum Y^2) - (\sum Y)^2\right]}}$$

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა XIII-2

1. განსაზღვრეთ: ჯვარედინა ნამრავლი, CP_{XY}, r, SS_X, SS_Y
2. ახსენით, თუ რატომ არის ჯვარედინა ნამრავლები მონაცემთა ორ სიმრავლეს შორის კორელაციის საზომი.
3. მოცემულია შემდეგი მონაცემები:

ცდის პირი	მარტოობა	დეპრესია
1	4	19
2	12	20
3	28	33
4	18	32
5	14	26
6	6	19
7	22	28
8	23	36
9	15	30
10	18	27

ა. ამ ქულებისათვის განმარტებითი ფორმულის გამოყენებით გამოთვალეთ $r_{\text{რეალური}}$.

ბ. ამ კითხვის ქულები გადმოტანილია დავალებიდან *შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა XIII-1*, კითხვა №3, ცხრილი №1. $r_{\text{რეალური}}$ შეადარეთ იმ კითხვისათვის აგებულ წერტილთა გაბნევის დიაგრამას. ეს შედარება გამოგადგებათ, რათა თვალსაჩინოდ წარმოიდგინოთ მიმართება, რომელსაც $r_{\text{რეალური}}$ აღწერს.

4. მოცემულია შემდეგი მონაცემები:

ცდის პირი	მარტოობა	დეპრესია
1	5	29
2	11	31
3	23	23
4	17	17
5	28	16
6	13	21
7	12	26
8	4	28
9	21	14
10	16	25

ა. ამ მონაცემებისათვის სტანდარტული ქულის ფორმულის გამოყენებით გამოთვალეთ $r_{\text{რეალური}}$.

ბ. ამ კითხვის მონაცემები გადმოტანილია დავალებიდან *შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა XIII–1*, კითხვა №3, ცხრილი №2. $r_{\text{რეალური}}$ შეადარეთ იმ კითხვისათვის აგებულ წერტილთა გაბნევის დიაგრამას. ეს შედარება გამოგადგებათ, რათა თვალსაჩინოდ წარმოიდგინოთ მიმართება, რომელსაც $r_{\text{რეალური}}$ აღწერს.

5. მოცემულია შემდეგი მონაცემები:

ცდის პირი	სხეულის წონა	თვითპატივისცემა
1	100	39
2	111	47
3	117	54
4	124	23
5	136	35
6	139	30
7	143	48
8	151	20
9	155	28
10	164	46

ა. ამ მონაცემებისათვის განმარტებითი ფორმულის გამოყენებით გამოთვალეთ $r_{\text{რეალური}}$.

ბ. ამ კითხვის მონაცემები გადმოტანილია დავალებიდან *შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა XIII–1*, კითხვა №4. $r_{\text{რეალური}}$ შეადარეთ იმ შეკითხვისათვის აგებულ წერტილთა გაბნევის დიაგრამას. ეს შედარება გამოგადგებათ იმისათვის, რათა თვალსაჩინოდ წარმოიდგინოთ მიმართება, რომელსაც $r_{\text{რეალური}}$ აღწერს.

r-ის თვისებები

კორელაციის კოეფიციენტი გამოხატავს ორ ცვლადს შორის წრფივი კავშირის როგორც მიმართულებას, ასევე ხარისხს. კავშირის მიმართულება გამოიხატება კორელაციის კოეფიციენტის დადებითი ან უარყოფითი ნიშნით. იმის აღმნიშვნელ ხარისხს, თუ რამდენად უახლოვდება ნერტილთა გაბნევის დიაგრამის ნერტილების განლაგება წრფეს, გვაძლევს r-ის აბსოლუტური მნიშვნელობა, სიდიდე, რომელიც შეიძლება იღებდეს 0-დან 1-მდე მნიშვნელობებს. ნიშნისა (+ ან –) და რიცხვითი მნიშვნელობის გათვალისწინებით r იღებს მნიშვნელობებს -1-დან 0-ის გავლით +1-მდე.

კავშირის მიმართულება

ზემოთ განვიხილეთ ნერტილთა გაბნევის დიაგრამაზე ქულებს შორის დადებითი და უარყოფითი კავშირები. კორელაციის კოეფიციენტი კავშირის მიმართულებას პლუს ან მინუს ნიშნით ასახავს. დადებითი r (მაგ., $r_{რეალური}$ = +0,86) ასახავს X-სა და Y-ს შორის დადებით კავშირს; X ცვლადის ქულების ზრდასთან ერთად იზრდება Y ცვლადის ქულებიც. 13.1 და 13.2 ცხრილებში ქულები ასახავს დადებით კავშირებს; ცხრილში №13.1 $r_{რეალური}$= +0,78 და ცხრილში №13.2 $r_{რეალური}$= +1,00.

უარყოფითი r (მაგალითად, $r_{რეალური}$= –0,86) აღნიშნავს ცვლადებს შორის შებრუნებულ კავშირს: როცა X ცვლადის ქულები იზრდება, Y ცვლადის ქულები კლებულობს. უარყოფითი კავშირი ნაჩვენებია ცხრილებში №13.3 და 13.4. ცხრილში №13.3 $r_{რეალური}$ უდრის –0,83-ს და ცხრილში №13.4 უდრის –1,00-ს.

კავშირის ხარისხი

r-ის რიცხვითი მნიშვ[illegible] 1,00 [illegible] ნერტილთა გაბნევის დიაგრამაზე ყველა ნერტილი წრფეზე ძევს. სურათი №13.2 გვიჩვენებს სრული დადებითი კავშირის ამსახველ ნერტილთა გაბნევის დიაგრამას, $r_{რეალური}$ = +1,00 მარტოობისა და დეპრესიის ქულებისათვის. სრული უარყოფითი კავშირი, $r_{რეალური}$ = –1,00, წარმოდგენილია სურათზე №13.4. როდესაც r უდრის პლუს ან მინუს 1,00-ს, X-ის ყოველი მნიშვნელობისთვის არსებობს მისი შესაბამისი Y-ის მხოლოდ ერთი მნიშვნელობა. ასეთ კავშირს ხედავთ სურათებზე №13.2 და 13.4. მარტოობის თითოეული ქულისათვის არსებობს დეპრესიის მხოლოდ ერთი ქულა. ასეთი კავშირი გვაძლევს საშუალებას, X ქულების მიხედვით ზუსტად ვიწინასწარმეტყველოთ Y. სურათებზე №13.2 და 13.4 თუ იცით მარტოობის ქულა, ზუსტად შეგიძლიათ იწინასწარმეტყველოთ ამ ქულასთან დაკავშირებული დეპრესიის ქულა.

მეორე უკიდურეს შემთხვევაში, თუ ცვლადებს შორის კავშირი არ არსებობს, მაშინ კორელაციის კოეფიციენტის მნიშვნელობა ნულს უახლოვდება. როდესაც r დაახლოებით 0-ის ტოლია, ერთი ქულის მნიშვნელობა არ არის კანონზომიერად დაკავშირებული მეორე ქულის მნიშვნელობასთან. ასეთი მაგალითი ნაჩვენებია სურათზე №13.5, სადაც $r_{რეალური}$ = –0,2.

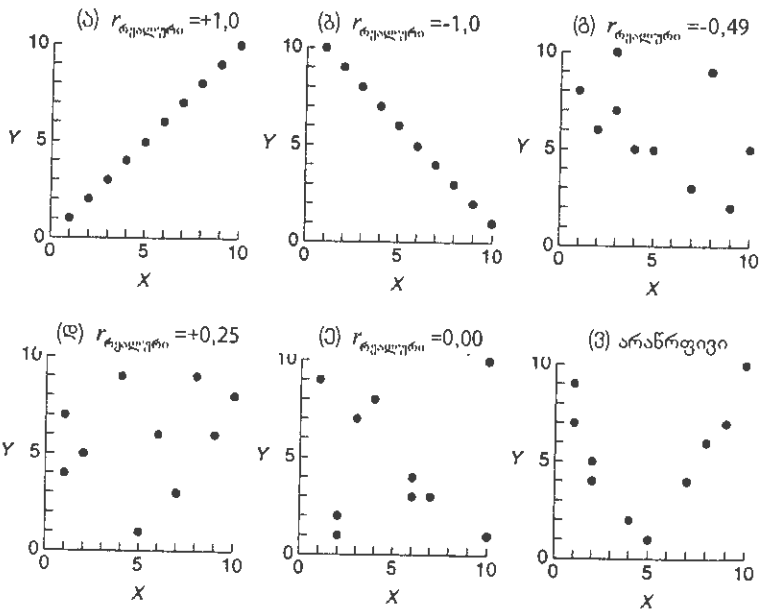
კორელაციის კოეფიციენტის 0-დან +1,00-მდე მნიშვნელობები გამოხატავს, რომ X-სა და Y-ს შორის არსებობს კავშირი, მაგრამ არა სრული. თვალსაჩინოებისთვის აღვნიშნავთ, რომ სურათზე №13.1, რომლისთვისაც r = +0,78, X და Y ცვლადები არ არის სრულ კავშირში. მარტოობის ქულების ზრდასთან ერთად დეპრესიის ქულებიც იზრდება, მაგრამ მარტოობის ქულის ცოდნა დეპრესიის ქულის ზუსტი წინასწარმეტყველების საშუალებას არ გვაძლევს. მაგალითად, ორმა ცდის პირმა მიიღო 12 ქულა მარტოობის სკალაზე, მაგრამ დეპრესიის სკალაზე ერთ ცდის პირს ჰქონდა 32 ქულა და მეორეს — 26 ქულა.

ცხრილში №13.3 წარმოდგენილია მსგავსი უარყოფითი კავშირი, რომლისთვისაც

$r_{\text{რეალური}} = -0{,}83$. ამ შემთხვევაში მარტოობის ქულების ზრდისას დეპრესიის ქულები მცირდება. მაგრამ კავშირი აქაც არ არის სრული; მარტოობის ქულის ცოდნა არ გვაძლევს მასთან დაკავშირებული დეპრესიის ქულის ზუსტი წინასწარმეტყველების საშუალებას. მაგალითისათვის, ყურადღება მიაქციეთ, რომ ორმა ცდის პირმა მიიღო 20 ქულა მარტოობის სკალაზე, მაგრამ მათგან ერთმა დეპრესიის სკალაზე მიიღო 17, მეორემ კი – 24 ქულა.

ხშირად ძნელია, თვალსაჩინოდ წარმოვიდგინოთ, თუ როგორ სახეს მიიღებდა r-ის მნიშვნელობა, მონაცემები ნერტილთა გაბნევის დიაგრამაზე რომ ყოფილიყო წარმოდგენილი. ეს შესაძლებელი ხდება მხოლოდ r-ის მნიშვნელობების იმ ქულების ნერტილთა გაბნევის დიაგრამასთან შედარებით, რომლებისთვისაც კორელაცია გამოითვალეთ. სურათი №13.6 წარმოადგენს r-ის განსხვავებული მნიშვნელობების შესაბამის ნერტილთა გაბნევის დიაგრამებს. ა-დან ე-მდე გრაფიკები ასახავს 1,00-დან 0,00-მდე კორელაციებს. ყურადღება მიაქციეთ იმას, რომ r-ის კლებასთან ერთად X-სა და Y-ს შორის წრფივი კავშირი ნაკლებად ძლიერი ხდება, სანამ $r_{\text{რეალური}} = 0{,}00$, როცა კავშირი აღარ არსებობს.

პირსონის r არის X და Y ცვლადებს შორის წრფივი კავშირის საზომი. გრაფიკი №13.6ვ X და Y ცვლადებს შორის არაწრფივ, U-ს ფორმის კავშირს წარმოადგენს. ამ კავშირის დროს X-ის მცირე მნიშვნელობები დაკავშირებულია Y-ის დიდ მნიშვნელობებთან. გარკვეულ წერტილამდე X-ის მატებასთან ერთად Y მცირდება; X-ის შემდგომი მატება კი დაკავშირებულია Y-ის მატებასთან. X-სა და Y-ს შორის ასეთი კავშირის წრფით წარმოდგენა შეუძლებელია და მისი აღწერისათვის r-ის გამოყენება არ შეიძლება.



სურათი №13.6

წერტილთა გაბნევის დიაგრამები გამოხატავს X და Y ცვლადის მონაცემებს შორის სხვადასხვა კორელაციებს 10 ცდის პირის ქულებისათვის. ქულების ნაკრებებს შორის პირსონის კორელაციის კოეფიციენტის მნიშვნელობა მოცემულია $r_{\text{რეალური}}$-ით.

დიაპაზონის შეზღუდვა და r -ის მნიშვნელობა

r -ის მნიშვნელობა მგრძნობიარეა მნიშვნელობათა იმ დიაპაზონისადმი, რაც X -მა და Y -მა შეიძლება მიიღოს. ერთ-ერთი ან ორივე ცვლადის მნიშვნელობათა დიაპაზონის შემცირებასთან ერთად r -ის მნიშნელობაც მცირდება. ასეთი კავშირის საილუსტრაციოდ განვიხილოთ სურათის №13.1 მონაცემები, რომელთათვისაც $r_{\text{რეალური}}$= +0,78. დავუშვათ, რომ მინდა ვიკვლიო კავშირი მარტოობასა და დეპრესიას შორის მხოლოდ იმ 6 ცდის პირთან, რომელთაც მარტოობის ყველაზე მაღალი ქულები აქვთ. ეს არის მარტოობის ქულები 18-დან 30-მდე (ანუ მარტოობის ქულები №№ 2, 3, 5, 7, 8 და 9 ცდის პირებისაგან). დეპრესიის ქულების დიაპაზონი ამ ცდის პირებისათვის 24-დან 37-მდეა. ათივე ცდის პირის მარტოობისა და დეპრესიის მონაცემების დიაპაზონთან შედარებით, მაღალი ქულების მქონე ცდის პირების მარტოობისა და დეპრესიის მონაცემების დიაპაზონი შეიზღუდა, ანუ დამოკლდა. ამ ექვსი მონაცემისათვის $r_{\text{რეალური}}$ არის +0,69, რაც უფრო ნაკლებია, ვიდრე +0,78-ის ტოლი $r_{\text{რეალური}}$ მონაცემების სრული სიმრავლის შემთხვევაში.

ამ მაგალითის მნიშნელობა ნათელია. შეზღუდული დიაპაზონის მქონე მონაცემებისთვის გამოთელილმა კორელაციის კოეფიციენტმა შეიძლება გვაფიქრებინოს, რომ ორ ცვლადს შორის კავშირი არ არსებობს, მაშინ, როცა კავშირის აღმოჩენა შესაძლებელი იქნებოდა, მონაცემების უფრო დიდი დიაპაზონი რომ გამოგვეყენებინა. ამიტომ, კორელაციის კოეფიციენტის გამოთვლამდე კარგად შეისწავლეთ მოპოვებული მონაცემები, რათა განსაზღვროთ, ნარმოადგენენ თუ არა ისინი შეზღუდულ დიაპაზონს.

დეტერმინაციის კოეფიციენტი

დეტერმინაციის კოეფიციენტი (Coefficient of determination) – r^2 -ის მნიშვნელობა, რომელიც X და Y ცვლადების საერთო ცვალებადობას ასახავს.

მე-9 თავში ნარმოვადგინეთ η^2 (ეტა კვადრატი), როგორც ექსპერიმენტში დამოუკიდებელი ცვლადის დამოკიდებულ ცვლადზე გავლენის სიძლიერის საზომი. კორელაციურ კვლევებში **დეტერმინაციის კოეფიციენტი**, r^2 (r-ის მნიშვნელობის კვადრატი), ნარმოადგენს X-სა და Y-ს შორის კავშირის სიძლიერის ანალოგიურ საზომს.

r^2-ის ინტერპრეტაცია η^2-ის ინტერპრეტაციის მსგავსია. კერძოდ, r^2 გამოხატავს, ქულების ერთი სიმრავლის ცვალებადობის რა პროპორციაა დაკავშირებული ქულების მეორე სიმრავლის ცვალებადობასთან. მაგალითად, ცხრილის №13.1 მონაცემებისათვის, r = +0,78; მაშასადამე, $r^2_{\text{რეალური}}$ -ს მნიშვნელობაა (+0,78)², ანუ 0,61. ეს სიდიდე ნიშნავს, რომ ქულების ამ წყვილებს საერთო აქვთ ცვალებადობის 61 პროცენტი. სხვა სიტყვებით, მარტოობის ქულების ცვალებადობის 61 პროცენტი დეპრესიის ქულების ცვალებადობასთან არის დაკავშირებული.

კორელაცია და მიზეზობრიობა

ბევრი ცვლადი ძლიერადაა დაკავშირებული ერთმანეთთან, თუმცა X და Y ცვლადებს შორის კორელაციის არსებობა არ ნიშნავს, რომ ერთი იწვევს მეორეს. თუ X და Y ცვლადები კორელაციაშია, მაშინ ამ ცვლადებს შორის მიზეზშედეგობრივი კავშირის სულ მცირე სამი ვარიანტი არსებობს:

- X იწვევს Y-ს;
- Y იწვევს X-ს;
- არც X და არც Y მიზეზობრივ გავლენას არ ახდენენ ერთმანეთზე, ორივე გამოწვეულია მესამე, Z ცვლადით.

განვიხილოთ მარტოობისა (X ცვლადი) და დეპრესიის (Y ცვლადი) კორელაციის მაგალითი. მივიღეთ +0,78 კორელაცია, რაც ნიშნავს, რომ შედარებით მარტოსული ადამიანები უფრო დეპრესიულებიც არიან. რომელი ცვლადი ახდენს მეორეზე მიზეზშედეგობრიე გავლენას, თუ ასეთი გავლენა არსებობს – მარტოობა იწვევს დეპრესიას, თუ დეპრესიულობა იწვევს მარტოობას, თუ ამ შემთხვევაში არც ერთი ასეთი გავლენა არ არსებობს, და მესამე ცელადი, Z (მაგალითად, მეგობრული

ურთიერთობების ჩამოყალიბებისათვის საჭირო სოციალური უნარების ნაკლებობა), იწვევს ადამიანის როგორც მარტოსულობას, ასევე დეპრესიულობას? ეს სამი მიზეზშედეგობრივი მიმართება ნაჩვენებია ცხრილში №13.8. ორ ცვლადს შორის კორელაცია მიუთითებს მხოლოდ იმაზე, რომ ისინი წრფივად არიან დაკავშირებული; ის არ გვაწვდის ინფორმაციას იმის შესახებ, თუ რა იწვევს მათ კავშირს.

სხვა მაგალითში სიგარეტის მოწევა (*X* ცვლადი) და სტრესის დონე (*Y* ცვლადი) დადებით კავშირშია; სიგარეტის მწეველებს, ჩვეულებრივ, სტრესის უფრო მაღალი დონე აქვთ, ვიდრე არამწეველებს (Parrott, 1999). ეს კავშირი კორელაციურია და მიღებულია ადამიანების გამოკითხვით სიგარეტის მოწევის ჩვევისა და სტრესის დონის შესახებ. ამ შემთხვევაში საეჭვოა არა თავისთავად კავშირი, არამედ ამ კავშირის მიზეზი (Kassel, 2000). მის ასახსნელად გამოთქმული ერთ-ერთი ვარაუდის თანახმად, მწეველებს სტრესის უფრო მაღალი დონე აქვთ ისეთი მიზეზის გამო (*Z* ცვლადი), როგორიცაა არამწეველებთან შედარებით უფრო ძლიერი სამსახურებრივი ან ოჯახური სტრესები და მოწევა ამ სტრესების შესუსტების მეთოდია. მეორე შემოთავაზებული ახსნის მიხედვით, სტრესის მაღალ დონეს რეალურად მოწევა იწვევს და ის ნიკოტინზე დამოკიდებულების შედეგია. თუმცა მარტივ კორელაციურ აღმოჩენას არ შეუძლია უპასუხოს კითხვას, თუ ამ ორიდან რომელი ახსნაა ჭეშმარიტი.

სხვა კვლევაში მიღებული იყო უარყოფითი კორელაცია ღამის ძილის ხანგრძლივობასა (*X* ცვლადი) და დღის განმავლობაში ენერგიის დონეს (*Y* ცვლადი) შორის; ის ადამიანები, რომელთაც ნაკლებად სძინავთ, აცხადებენ, რომ დღის განმავლობაში მეტი ენერგია აქვთ. შეიძლება თუ არა ამ მიმართებიდან დავასკვნათ, რომ თუ დღის განმავლობაში ენერგიის ნაკლებობას განიცდი, ღამით ნაკლები უნდა იძინო? პასუხია – არა, რადგან კორელაციური კავშირი არ გვაძლევს ასეთი მიზეზშედეგობრივი დასკვნის გაკეთების საშუალებას. ალბათ, მიღებულ მიმართებაზე პასუხისმგებელია მესამე ცვლადი, როგორიცაა ფიზიოლოგიური მდგომარეობა, რომელიც გავლენას ახდენს დღის განმავლობაში ენერგიის რაოდენობაზეც და ძილის საჭირო ხანგრძლივობაზეც. ამ მაგალითებიდან გამომდინარე, ყოველთვის უნდა გვახსოვდეს, რომ კორელაციური კავშირი გამოხატავს მხოლოდ ორ ცვლადს შორის კავშირს, მაგრამ არაფერს გვეუბნება ამ კავშირის მიზეზზე.

ცხრილი №13.8

ორი ცვლადის, მარტოობისა (*X*) და დეპრესიის (*Y*), კორელაციის შესაბამისი შესაძლო მიზეზშედეგობრივი კავშირები

ა) მიღებული კორელაცია:

მიღებულია *X* და *Y* ცვლადებს შორის **დადებითი** კორელაცია

ადამიანებს, რომელთაც აქვთ მარტოობის მაღალი ქულა (*X*), აქვთ დეპრესიის მაღალი ქულა (*Y*).	ადამიანებს, რომელთაც აქვთ მარტოობის დაბალი ქულა (*X*), აქვთ დეპრესიის დაბალი ქულა (*Y*).

ბ) მიღებული კორელაციის ამხსნელი შესაძლო მიზეზშედეგობრივი კავშირები:

პირველი შესაძლებლობა

X ცვლადი იწვევს *Y* ცელადს

პიროვნების მარტოსულობა (*X*) იწვევს მის დეპრესიულობას (*Y*).

მეორე შესაძლებლობა

Y ცვლადი იწვევს *X* ცვლადს

პიროვნების დეპრესიულობა (*Y*) იწვევს მის მარტოსულობას (*X*).

მესამე შესაძლებლობა

Z ცვლადი იწვევს *X* და *Y* ცვლადებს

სათანადო სოციალური უნარების ნაკლებობა (*Z* ცვლადი) იწვევს პიროვნების მარტოსულობასა (*X*) და დეპრესიულობას (*Y*).

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა XIII-3

1. რას გვეუბნება r -ის პლუს ან მინუს ნიშანი X და Y ცვლადების კავშირის შესახებ?
2. რას გვეუბნება r -ის რიცხვითი მნიშვნელობა X და Y ცვლადების კავშირის შესახებ?
3. რა გაელენა შეიძლება ჰქონდეს X ან Y ცვლადის მონაცემების დიაპაზონის შეზღუდვას r -ის მნიშვნელობაზე?
4. გამოთვალეთ დეტერმინაციის კოეფიციენტი $r_{\text{პირსონი}}$ შემდეგი მნიშვნელობებისათვის:

   ა. +0,12 გ. –0,74 ე. –0,59
   ბ. –0,36 დ. +0,23 ვ. +0,19

5. თქვენ აკვირდებით კავშირს X და Y ცვლადებს შორის. განსაზღვრეთ ის სამი შესაძლო მიზეზშედეგობრივი კავშირი, რითაც შეიძლება კორელაციის ახსნა.
6. მრაველმა მკვლევარმა დაადგინა ქვემოთ ჩამოთვლილი კორელაციები. განსაზღვრეთ მესამე ცვლადი, რომელიც, შესაძლოა, მიღებულ კორელაციაზე პასუხისმგებელი იყოს:
   ა. უარყოფითი კორელაცია შემოსავალსა და სისხლის წნევას შორის;
   ბ. დადებითი კორელაცია ყავის სმასა და სიგარეტის მონევას შორის;
   გ. დადებითი კორელაცია ბავშვების მიერ ტელევიზით ძალადობის ყურებასა და მათ აგრესიულ ქცევას შორის.

პირსონის r კოეფიციენტის სტატისტიკური მნიშვნელოვნობის შემოწმება

პოპულაციის კორელაცია, ρ

პირსონის r კოეფიციენტი აღწერს შერჩევის X და Y ქულებს შორის ნრფივ კავშირს. როგორც ქულების ნებისმიერი სიმრავლის შემთხვევაში, შერჩევა მიღებულია ქულების უფრო დიდი პოპულაციიდან და შეიძლება გვსურდეს, შევამოწმოთ, პოპულაციაში არსებობს თუ არა X და Y მონაცემებს შორის კორელაცია. პოპულაციაში X და Y მონაცემებს შორის ნრფივ კავშირს ნარმოადგენს პარამეტრი **ρ** (ბერძნული ანბანის მე-17 ასო, *რო*). მარტოობისა და დეპრესიის ქულების კორელაციის შესახებ მაგალითში მიღებული $r_{\text{პირსონი}} = +0,78$ გვაძლევს **ρ**-ს სავარაუდო მნიშვნელობას. თუმცა, შერჩევის შეცდომის გამო, $r_{\text{პირსონი}}$ **ρ**-ს ტოლი არ იქნება. რადგან შერჩევის საფუძველზეა მიღებული, სხვადასხვა შერჩევისათვის გამოთვლილი $r_{\text{პირსონი}}$, ისევე როგორც ნებისმიერი სხვა სტატისტიკა, სხვადასხვა მნიშვნელობას მოგვცემს, მიუხედავად იმისა, რომ ეს შერჩევები აღებულია ერთი და იმავე პოპულაციიდან. აქედან გამომდინარე, შესაძლებელია, შევამოწმოთ პოპოთეზა იმის შესახებ, რომ $r_{\text{პირსონი}}$ ახასიათებს გარკვეული **ρ**-ს მქონე პოპულაციიდან აღებულ შერჩევას. თუმცა, შესაძლებელია შევამოწმოთ ჰოპოთეზა **ρ**-ს ნებისმიერ მნიშვნელობასთან დაკავშირებით. ყველაზე გავრცელებულია შემოწმება პოპოთეზისა იმის შესახებ, რომ იმ პოპულაციაში, საიდანაც აღებულია შერჩევა, **ρ** ნულის ტოლია.

ρ — რო, პოპულაციის კორელაციის კოეფიციენტის აღმნიშვნელი სიმბოლო.

არანულოვანი კორელაციის შემოწმება პოპულაციაში

სტატისტიკური შემოწმება იმისა, პოპულაციაში შემთხვევითად განსხვავდება თუ არა r ნულოვანი კორელაციისაგან, მარტივია. საჭიროა პოპოთეზების სტატისტიკური შემოწმების ნაცნობი საფეხურების გაცლა:

- ვახდენთ ნულოვანი პოპოთეზის, H_0 -ისა, და ალტერნატიული პიპოთეზის, H_1 -ის, ფორმულირებას;

- ვადგენთ r-ის შერჩევით განაწილებას იმ ვარაუდით, რომ H_0 ჭეშმარიტია. ეს განაწილება მოცემულია ცხრილში №A.5;
- ვირჩევთ მნიშვნელოვნობის დონეს;
- ცხრილში №A.5 მოცემული r-ის შერჩევითი განაწილების მიხედვით ვპოულობთ r-ის კრიტიკულ მნიშვნელობას, რომელიც აღინიშნება, როგორც $r_{\text{კრიტიკული}}$;
- r-ის შერჩევით განაწილებაში განესაზღვრავთ უარყოფის არეს.
- შერჩეის მონაცემების მიხედეით ეითვლით კორელაციის კოეფიციენტს, რომელიც აღინიშნება $r_{\text{რეალური}}$;
- იმის მიხედეით, ხედება თუ არა $r_{\text{რეალური}}$ უარყოფის არეში, ეიღებთ გადაწყეეტილებას H_0-ის მიღების ან უარყოფის შესახებ.

სტატისტიკური ჰიპოთეზა

ნულოვანი ჰოპოთეზა. ნულოვანი ჰოპოთეზა ასეთია:

$$H_0: \rho = 0.$$

ამ ჰიპოთეზის მიხედვით, პოპულაციაში X და Y ცელადებს შორის კორელაცია ნულის ტოლია.

ალტერნატიული ჰიპოთვზა. ალტერნატიული ჰიპოთეზა შემდეგნაირია:

$$H_1: \rho \neq 0.$$

ამ ჰიპოთეზის მიხედვით, პოპულაციაში X და Y ცვლადებს შორის კორელაცია არ არის ნულის ტოლი.

r-ის შერჩეითი განაწილება და კრიტიკული მნიშვნელობები

რადგან r-ს შეუძლია 0-დან 1-მდე მნიშვნელობები მიიღოს, მისი შერჩევითი განაწილება $H_0: \rho = 0$-სთვის შეიძლება ადვილად განისაზღვროს. თუმცა, როგორც სხვა სტატისტიკური კრიტერიუმების შემთხვეეაში, r-ის შერჩეითი განაწილება დამოკიდებულია მის თავისუფლების ხარისხზე. r-ისათვის df უდრის $N_{\text{წყვილი}} - 2$, სადაც $N_{\text{წყვილი}}$ არის იმ ქულათა წყვილების რაოდენობა, საიდანაც გამოთელილია r. r-ის კრიტიკული მნიშვნელობები, ანუ $r_{\text{კრიტიკული}}$, r-ის შერჩეითი განაწილებებიდან იმ შემთხვეევებისთვის, როცა df მერყეობს 1-დან 100-მდე, და როცა $\alpha = 0{,}05$ და 0,01-ს, წარმოადგენილია დანართის ცხრილში №A.5.

უარყოფის ზონის დადგენა

თუ H_1 ჭეშმარიტია, მოსალოდნელია r-ის ისეთი მნიშვნელობების მიღება, რომლებიც აღემატება ნულს. შესაბამისად, $r_{\text{რეალური}}$ უარყოფის ზონა არის r-ის ის მნიშვნელობა, რომელიც უდრის ან მეტია $r_{\text{კრიტიკული}}$-ზე. როცა $r_{\text{რეალური}}$ აბსოლუტური მნიშვნელობით (ანუ + ან − ნიშანს ყურადღებას თუ არ მიეაქცეეთ,) $r_{\text{კრიტიკული}}$-ის ტოლია ან მასზე მეტი, ის ხედება უარყოფის არეში. თუ H_0 ჭეშმარიტია, ასეთი $r_{\text{რეალური}}$-ის ალბათობა ალფას მნიშვნელობის ტოლი ან მასზე ნაკლებია.

გადაწყვეტილების მიღებისათვის საჭირო წესები

სტატისტიკური ჰიპოთეზის შესახებ გადაწყვეტილების მიღების წესები ნაცნობი ნიმუშის მიხედვით დგინდება:

- თუ $r_{\text{რეალური}}$ უარყოფის არეშია, მაშინ:

  უარყავით $H_0: \rho = 0$.

  მიიღეთ $H_1: \rho \neq 0$.

- თუ $r_{\text{რეალური}}$ არ ხვდება უარყოფის არეში, მაშინ

  არ უარყოთ H_0.

  არ მიიღოთ H_1.

ამ პროცესს გიჩვენებთ ქვემოთ მოცემული მაგალითი. ცხრილი №13.9 აჯამებს იმ გადაწყვეტილებებსა და დასკვნებს, რასაც r-ის მიხედვით ვიღებთ.

ცხრილი №13.9

შეჯამება: სტატისტიკური ჰიპოთეზების r-ის მიხედვით შემოწმებისას გადაწყვეტილებების მიღება და დასკვნების გაკეთება. გამოყენებულია მნიშვნელოვნობის 0,05 დონე

თუ $r_{\text{რეალური}}$ ხვდება უარყოფის არეში, როცა $\alpha = 0{,}05$, მაშინ:	თუ $r_{\text{რეალური}}$ არ ხვდება უარყოფის არეში, როცა $\alpha = 0{,}05$, მაშინ:
• $r_{\text{რეალური}}$ ალბათობა 0,05-ზე ნაკლებია ან მისი ტოლია, ანუ $p \leq 0{,}05$;	• $r_{\text{რეალური}}$ ალბათობა 0,05-ზე მეტია, ანუ $p > 0{,}05$;
• უარვყოფთ $H_0: \rho = 0$-ს;	• ვერ უარვყოფთ H_0-ს;
• ვიღებთ $H_1: \rho \neq 0$-ს. $r_{\text{რეალური}}$ გვიჩვენებს, რომ პოპულაციის ρ ნულისაგან განსხვავებულია;	• უარვყოფთ H_1-ს. $r_{\text{რეალური}}$ გვიჩვენებს, რომ პოპულაციის ρ ნულისაგან არ განსხვავდება;
• $r_{\text{რეალური}}$ სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია 0,05 დონეზე;	• $r_{\text{რეალური}}$ არ არის სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი 0,05 დონეზე;
• ვიღებთ გადაწყვეტილებას, რომ იმ პოპულაციაში, საიდანაც შერჩევა იყო აღებული, X და Y ცვლადები კორელაციაშია.	• ვიღებთ გადაწყვეტილებას, რომ იმ პოპულაციაში, საიდანაც შერჩევა იყო აღებული, X და Y ცვლადები არ არის კორელაციაში.

ორგანზომილებიანი ნორმალური განაწილება (Bivariate normal distribution) – X და Y ცვლადების ისეთი განაწილება, რომლისთვისაც (1) X ქულები ნორმალურად არის განაწილებული იმ პოპულაციაში, საიდანაც აღებულია შერჩევა; (2) Y ქულები ნორმალურად არის განაწილებული იმ პოპულაციაში, საიდანაც აღებულია შერჩევა; (3) თითოეული X ქულისათვის Y ქულების განაწილება პოპულაციაში ნორმალურია და (4) თითოეული Y ქულისათვის X ქულების განაწილება პოპულაციაში ნორმალურია.

დაშვებები r-ის სტატისტიკური მნიშვნელოვნობის შემოწმებისათვის

r-ის სტატისტიკური მნიშვნელოვნობის შემოწმებისას იგულისხმება, რომ პოპულაციაში X და Y ორგანზომილებიან ნორმალურ განაწილებას ქმნის. ორგანზომილებიანი **ნორმალური განაწილების** მახასიათებლებია:

- X ქულები, მარტოობის ქულები ჩვენს მაგალითში ნორმალურად არის განაწილებული იმ პოპულაციაში, საიდანაც აღებულია შერჩევა;
- Y ქულები, დეპრესიის ქულები ჩვენს მაგალითში ნორმალურად არის განაწილებული იმ პოპულაციაში, საიდანაც აღებულია შერჩევა;

- თოთოეული X ქულის შესაბამისი Y ქულების განაწილება პოპულაციაში ნორმალურია. ჩვენი მაგალითის მიხედვით, ეს პირობა ნიშნავს, რომ მარტოობის თითოეული ქულისთვის პოპულაციაში არსებობს დეპრესიის ქულების ნორმალური განაწილება;
- თოთოეული Y ქულისათვის X ქულების განანილება პოპულაციაში ნორმალურია. ეს პირობა წინა პირობის მსგავსია, მაგრამ ახლა დეპრესიის თითოეული ქულისთვის პოპულაციაში არსებობს მარტოობის ქულების ნორმალური განაწილება.

ორი ქცევის გაზომვისას შეიძლება დაეუშვათ, რომ ისინი პოპულაციაში ორგანზომილებიან ნორმალურ განაწილებას ქმნიან და, შესაბამისად, შეგეიძლია შევამოწმოთ ჰიპოთეზა პოპულაციის ქულების არანულოვანი კორელაციის შესახებ.

მაგალითი №13.1



მარტოობასა და დეპრესიას შორის $r_{\text{რეალური}}$ სტატისტიკური მნიშვნელოვნობის შემოწმება

ამოცანა

ცხრილში №13.1 მარტოობისა და დეპრესიის ქულებისთვის პირსონის კორელაციის კოეფიციენტია $r_{\text{რეალური}} = +0,78$. გამოხატავს თუ არა შერჩევისათვის მიღებული ეს მნიშვნელობა არანულოვანი კორელაციის არსებობას დეპრესიისა და მარტოობის ქულებს შორის იმ პოპულაციაში, საიდანაც მოხდა ცდის პირების შერჩევა? გამოიყენეთ მნიშვნელოვნობის 0,05 დონე.

ამოხსნა: ამოცანა მოითხოვს, შევამოწმოთ სტატისტიკური ჰიპოთეზა იმის შესახებ, რომ მარტოობისა და დეპრესიის ქულებისთეის პოპულაციის კორელაცია, **ρ**, ნულის ტოლია.

საჭირო სტატისტიკა: $r_{\text{რეალური}} = +0,78$.

დაშვება გამოყენებისათეის: მარტოობისა და დეპრესიის მონაცემებს ორგანზომილებიანი ნორმალური განაწილება აქვს იმ პოპულაციაში, საიდანაც აღებულია შერჩევა.

სტატისტიკური ჰიპოთეზები:

$$H_0: \rho = 0$$

$$H_1: \rho \neq 0$$

მნიშვნელოვნობის დონე: $\alpha = 0,05$.

თავისუფლების ხარისხი (*df*): $df = N_{\text{წყვილი}} - 2 = 10 - 2 = 8$.

***r*-ის კრიტიკული მნიშვნელობა:** ცხრილის №A.5 მიხედვით, $r_{\text{კრიტიკული}}(8) = 0,632$.

უარყოფის ზონები: $r_{\text{რეალური}}$-ის მნიშვნელობები, რომელთა აბსოლუტური მნიშვნელობა უდრის **ან** მეტია 0,632-ზე.

გადაწყვეტილება: $r_{\text{რეალური}} = +0,78$-ის აბსოლუტური მნიშვნელობა მეტია, ვიდრე $r_{\text{კრიტიკული}} = 0,632$. აქედან გამომდინარე, ის ხვდება უარყოფის არეში. მაშასადამე,

უარვყოფთ $H_0: \rho = 0$-ს,

ვიღებთ H_1: $\rho \neq 0$-ს.

დასკვნა: პოპულაციაში მარტოობისა და დეპრესიის ქულებს შორის მნიშვნელოვანი კორელაცია არსებობს. $r_{\text{რანგური}} = +0,78$ მხოლოდ შემთხვევით არ განსხვავდება პოპულაციაში ჭეშმარიტი ხულოვანი კორელაციისგან. პოპულაციის კორელაციის არსებული საუკეთესო შეფასება არის $r_{\text{რანგური}} = +0,78$. მარტოსული ადამიანები დეპრესიულებიც არიან. დეტერმინაციის კოეფიციენტი, $r^2_{\text{რანგური}} = (+0,78)^2 = 0,61$, გამოხატავს, რომ მარტოობისა და დეპრესიის ქულებს ცვალებადობის 61 პროცენტი საერთო აქვთ.

მაგალითი №13.2

დაკავშირებულია თუ არა იუმორის გრძნობა ფიზიკურ ჯანმრთელობასთან?

ამოცანა

ერთ-ერთი თვისება, რომელსაც სხვების დახასიათებისას ვიყენებთ, არის იუმორის გრძნობა. ქეროლის და შმიდტის (Caroll & Shmidt, 1992) ჰიპოთეზის მიხედვით, იუმორის კარგი გრნობა შეიძლება დაკავშირებული იყოს კარგ ფიზიკურ ჯანმრთელობასთან, რადგან ის ადამიანები, რომლებიც შფოთვის გამომწვევ სიტუაციებს იუმორით უმკლავდებიან, შესაძლებელია, უფრო ადვილად ახერხებდნენ სტრესული სიტუაციების კონტროლს. დავუშვათ, რომ ამ ჰიპოთეზას ამოწმებთ და ამისათვის 16 ცდის პირს იუმორის გრძობასა და ფიზიკურ ჯანმრთელობას უზომავთ. იუმორის გრძნობა იზომება სიტუაციაზე იუმორით პასუხის კითხვარით (Situation Humor Response Questionnaire, Martin & Lefcourt, 1984). ამ კითხვარში წარმოდგენილია 18 სიტუაციის აღწერა და ცდის პირს მოეთხოვება, თითოეული სიტუაცია 1-დან 5-მდე სკალაზე შეაფასოს იმის მიხედვით, თუ რამდენად სახალისოდ ეჩვენება ის. შესაბამისად, ამ კითხვარზე მიღებული ქულები შეიძლება მერყეობდეს 18-დან 90-მდე, სადაც უფრო მაღალი ქულები მიუთითებს ადამიანის მიერ სიტუაციებში მეტი იუმორის გამოყენებაზე. ფიზიკური ჯანმრთელობის გასაზომად ცდის პირებს ავსებინებენ 20-კითხვიან თვითშეფასების კითხვარს ჯანმრთელობის პრობლემების შესახებ. ამ კითხვარის ქულები შეიძლება მერყეობდეს ნულიდან (ჯანმრთელობის პრობლემების არარსებობა) 20-მდე (ჯანმრთელობის 20 პრობლემა). ამ ორ საზომზე თქვენ შემდეგ მონაცემებს იღებთ:

ცდის პირი	იუმორის კითხვარი: X	ფიზიკური ჯანმრთელობა: Y
1	36	9
2	68	3
3	61	12
4	47	12
5	35	15
6	48	17
7	42	10
8	30	17
9	56	11
10	39	17
11	51	14
12	54	8
13	60	3
14	29	13
15	65	7
16	47	8

არის თუ არა იუმორის კითხვარის ქულა დაკავშირებული ჯანმრთელობის პრობლემების რაოდენობასთან? გამოიყენეთ მნიშვნელოვნობის 0,05 დონე.

ამოხსნა: ამოცანა მოითხოვს, შევამოწმოთ სტატისტიკური ჰიპოთეზა იმის შესახებ, რომ პოპულაციაში იუმორის კითხვარისა და ჯანმრთელობის პრობლემების მონაცემებს შორის კორელაცია, **ρ,** ნულის ტოლია.

საჭირო სტატისტიკა: *r.*

დაშვება გამოყენებისათვის: იუმორის კითხვარისა და ჯანმრთელობის მონაცემებს ორგანზომილებიანი ნორმალური განაწილება აქვს იმ პოპულაციაში, საიდანაც აღებულია შერჩევა.

სტატისტიკური ჰიპოთეზები: $H_0: \rho = 0$

$H_1: \rho \neq 0$

მნიშვნელოვნობის დონე: $\alpha = 0,05$.

თავისუფლების ხარისხი (*df*): $df = N_{წყვილი} - 2 = 16 - 2 = 14$.

***r* -ის კრიტიკული მნიშვნელობა:** ცხრილის №A.5 მიხედვით, $r_{კრიტიკული}\ (14) = 0,497$.

უარყოფის ზონები: $r_{რეალური}$ ის მნიშვნელობები, რომელთა აბსოლუტური მნიშვნელობა უდრის ან მეტია 0,497-ზე.

გამოთვლა: $r_{რეალური}$ გამოსათვლელად გამოვიყენებთ გამოთვლით ფორმულას:

$$r = \frac{(N_{წყვილი})(\sum XY) - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{[(N_{წყვილი})(\sum X^2) - (\sum X)^2][(N_{წყვილი})(\sum Y^2) - (\sum Y)^2]}}$$

ამ ფორმულისათვის საჭირო რიცხვითი მნიშვნელობებია:

$$N_{წყვილი} = 16$$
$$\sum XY = 7908$$
$$\sum X = 768$$
$$\sum Y = 176$$
$$\sum X^2 = 39,092$$
$$\sum Y^2 = 2242$$
$$(\sum X)^2 = 589.824$$
$$(\sum Y)^2 = 30.976.$$

ამ ფორმულაში რიცხვითი მნიშვნელობების ჩასმით მივიღებთ:

$$r_{რეალური} = \frac{16(7908) - (768)(176)}{\sqrt{[16(39.092) - 589.824][16(2242) - 30.976]}} = \frac{-8640}{13.211,079} = -0,65$$

$$r^2_{\text{რეალური}} = (-0,65)^2 = 0,42.$$

გადაწყვეტილება: $r_{\text{რეალური}} = -0,65$-ის აბსოლუტური მნიშვნელობა მეტია, ვიდრე $r_{\text{კრიტიკული}} = +0,497$ და მაშასადამე, ხვდება უარყოფის არეში. გადაწყვეტილებები H_0-სა და H_1-თან დაკავშირებით ასეთია:

უარვყოფთ H_0: ρ = 0-ს,

ვიღებთ H_1: ρ ≠ 0-ს.

დასკვნა: პოპულაციაში, საიდანაც აღებულია შერჩევა, არსებობს მნიშვნელოვანი უარყოფითი კორელაცია იუმორის კითხვარის მონაცემებსა და ჯანმრთელობის პრობლემებს შორის. იმ ცდის პირებს, რომელთაც იუმორის კითხვარში მაღალი ქულები მიიღეს, ნაკლები ჯანმრთელობის პრობლემები ჰქონდათ, ვიდრე იმ ცდის პირებს, რომელთაც უფრო დაბალი ქულები მიიღეს იუმორის სკალაზე. დეტერმინაციის კოეფიციენტი აღნიშნავს, რომ იუმორის კითხვარისა და ჯანმრთელობის მონაცემებს საერთო აქვთ ცვალებადობის 42 პროცენტი.

კორელაციური კვლევის შედეგების წარმოდგენა

კორელაციური კვლევის ანგარიში უნდა შეიცავდეს $r_{\text{რეალური}}$ მნიშვნელობას, თავისუფლების ხარისხს (df) $r_{\text{რეალურისათვის}}$, გამოყენებულ მნიშვნელოვნობის დონეს და ინფორმაციას იმის შესახებ, იყო თუ არა $r_{\text{რეალური}}$ სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი. ხშირად ანგარიშში მოცემულია მონაცემების საშუალო და სტანდარტული გადახრაც. ილუსტრაციისათვის გამოვიყენებ მარტოობასა და დეპრესიას შორის კორელაციის მაგალითს.

> ალფას 0,05 დონეზე, მარტოობისა (M = 17,0; SD = 8,4) და დეპრესიის (M = 28,0; SD = 6,3) მონაცემებს შორის არსებობს მნიშვნელოვანი კორელაცია, r (8) = +0,78, p < 0,01, მარტოობისა და დეპრესიის ქულები მნიშვნელოვან დადებით კავშირშია.

სპირმენის რანგული კორელაციის კოეფიციენტი

პირსონის r კოეფიციენტი შესაფერისია მაშინ, როცა იმ ცვლადების შესაბამისი ქულები, რომელთა კორელაციის დადგენასაც ვაპირებთ, ინტერვალების ან შეფარდების სკალაზეა. თუმცა, ზოგჯერ ქულები X და Y ცვლადების რანგებს წარმოადგენს. როდესაც რიგის მიხედვით დალაგებული ქულები გვაქვს, ჩვეულებრივ მონაცემთა ორ სიმრავლეს შორის მიმართების რიცხვითი მნიშვნელობის დასადგენად გამოიყენება **სპირმენის რანგული კორელაციის კოეფიციენტი**, რაც აღინიშნება r_s-ით. სპირმენის რანგული კორელაციის კოეფიციენტი გამოითვლება ფორმულით:

სპირმენის რანგული კორელაციის კოეფიციენტი, r_s (Spearman rank-order correlation coefficient) — კორელაციის კოეფიციენტი, რომელიც რიგის სკალაზე გამოიყენება.

$$r_s = 1 - \left[\frac{6 \sum D^2}{\left(N_{\text{წყვილი}}\right)\left(N^2_{\text{წყვილი}} - 1\right)} \right],$$

სადაც D ცდის პირის მონაცემების რანგებს შორის განსხვავებაა;

$N_{\text{წყვილი}}$ – კვლევაში რანგების წყვილების რაოდენობა.

როგორც პირსონის r კოეფიციენტის შემთხვევაში, r_s-ის მნიშვნელობებიც შეიძლება იყოს დადებითი ან უარყოფითი და იღებდეს მნიშვნელობას -1,00-დან ნულის გავლით +1,00-მდე.

r_S -ის გამოყენების მაგალითი

ყველას შეგვიმჩნევია, რომ ერთი და იმავე სახეობის ცხოველები განსხვავებულად იქცევიან. ცხოველების ქცევის განსხვავებების შესასწავლად ფივერმა, მენდლმა და ბეითსონმა (Feaver, Mendl, & Bateson, 1986) შექმნეს ისეთი ქცევების გაზომვის მეთოდი, როგორიცაა თამაში, დევნა, გაქცევა, მიწაზე გართხმა და ასე შემდეგ. დავუშვათ, რომ მკვლევარს, რომელიც ამ მეთოდს იყენებს, აქვს ჰიპოთეზა, რომ კატების თამაშისა (X) და დევნის (Y) ქცევები კორელაციაშია. გარკვეული დროის განმავლობაში აკვირდებიან 10 კატას ერთსა და იმავე გარემოში და მათი თამაშისა და დევნის ქცევების რანგებს ანიჭებენ. ის კატა, რომელიც ყველაზე მეტს თამაშობს, მიიღებს რანგს 1, ხოლო ის, რომელიც ყველაზე ნაკლებს თამაშობს, – რანგს 10. იმავე ნესის მიხედვით, კატა, რომელიც ყველაზე ხშირად ავლენს დევნის ქცევას, მიიღებს რანგს 1 და კატა, რომელიც ყველზე იშვიათად ავლენს დევნის ქცევას, რანგს 10.

10 კატის თამაშისა და დევნის ქცევების ქულები ნარმოდგენილია ცხრილის №13.10 ა და ბ სვეტებში. 1-ლი და მე-10 კატები დევნის ქცევის მიხედვით ერთნაირად შეაფასეს. მაშასადამე, ორივე კატას მიანიჭეს რანგი 6,5, რაც არის 6-ისა და 7-ის, იმ ორი რანგის საშუალო, რაც მათ იმ შემთხვევაში მიენიჭებოდა, ქულები ბმული რომ არ ყოფილიყო.

r_S -ის გამოთვლისათვის საჭირო პროცედურები ნაჩვენებია ცხრილის №13.10 მომდევნო ნაწილში. პირველი საფეხურია სხვაობის, D-ს, პოვნა რანგების თითოეული წყვილის ერთი რანგის მეორისათვის გამოკლებით. ეს საფეხური ნაჩვენებია გ სვეტში, რომელშიც თითოეული კატის თამაშის რანგს (X) გამოკლებულია დევნის რანგი (Y). შემდეგ თითოეული D აყვანილია კვადრატში, რაც ნაჩვენებია დ სვეტში. ამ სვეტის მონაცემების ჯამი, 80,50, გვაძლევს $\sum D^2$ -ს მნიშვნელობას. ფორმულაში ვსვამთ $\sum D^2$ -ისა და $N_{\text{წყვილის}}$ მნიშვნელობებს და ვითვლით r_S -ს: $r_{S\text{რანგული}}$ = +0,51.

სპირმენის რანგული კორელაციის კოეფიციენტის სტატისტიკური მნიშვნელოვნობა

r_S -ის სტატისტიკური მნიშვნელოვნობის შემოწმება ისევე ხდება, როგორც პირსონის r -ისა. ნულოვანი ჰიპოთეზაა, რომ პოპულაციაში რანგული კორელაცია, ρ_s, ნულის ტოლია, ანუ H_0: $\rho_s = 0$. ალტერნატიული ჰიპოთეზის მიხედვით, პოპულაციაში კორელაცია არ არის ნული ტოლი, ანუ H_1: $\rho_s \neq 0$. r_S -ის კრიტიკული მნიშვნელობები 0,05 და 0,01 დონეებზე წარმოდგენილია დანართის ცხრილში №A-9. კრიტიკული მნიშვნელობები დამოკიდებულია $N_{\text{წყვილზე}}$ და არა თავისუფლების ხარისხზე. თუ $r_{S\text{რანგული}}$ მეტია ან ტოლი კრიტიკული მნიშვნელობისა, მაშინ უნდა მიეიღოთ H_0 -ის უარყოფისა და H_1 -ის მიღების გადაწყვეტილება.

მაგალითისათვის, r_S -ის კრიტიკული მნიშვნელობა მაშინ, როცა $N_{\text{წყვილი}}$ = 10 და α = 0,05, არის 0,648. რადგან $r_{S\text{რანგული}}$ = +0,51 კრიტიკულ მნიშვნელობაზე ნაკლებია, 0,05 დონეზე ნულოვან ჰიპოთეზას არ უარვყოფთ. თამაშისა და დევნის ქცევების რანგებს შორის მიმართება არ არის სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი; შერჩევაში, რომელზეც ხდებოდა დაკვირვება, თამაშისა და დევნის ქცევები ერთმანეთთან დაკავშირებული არ იყო.

r_S -ის თვისებები

სპირმენის კორელაციის კოეფიციენტი გვიჩვენებს ორი ცვლადის რანგებს შორის შეთანხმებას. თუ X და Y ცვლადებს ერთნაირი რანგები აქვს მინიჭებული, მაშინ r_S იქნება +1,00. თუ ცვლადები საპირისპიროდ არის შეფასებული ისე, რომ X ცვლადის რანგი 1 შეესაბამება Y ცვლადის ყველაზე დაბალ რანგს და X ცვლადის

ყველაზე დაბალი რანგი შეესაბამება Y ცვლადის რანგს 1, მაშინ r_S იქნება –1,00. თუ რანგებს მორის არსებობს გარკვეული, მაგრამ არა სრული შეთანხმება, მაშინ 0-სა და 1,00-ს შორის მნიშვნელობას მიიღებს. კაეშირის მიმართულებას გამოხატავს კორელაციის პლუს ან მინუს ნიშანი.

ცხრილი №13.10

სპირმენის რანგული კორელაციის კოეფიციენტის (r_S) გამოთელა 10 კატის თამამისა და დეენის ქცევებისათვის. ა და ბ სვეტებში ნარმოდგენილია თითოეული კატის თამაშისა და დეენის ქცევების რანგები

	(ა)	(ბ)	(გ)	(დ)
კატა	თამაში: X	დეენა: Y	$D = (X - Y)$	$D^2 = (X - Y)^2$
1	2	6,5	-4,5	20,25
2	6	8	-2	4,00
3	8	4	4	16,00
4	4	1	3	9,00
5	7	5	2	4,00
6	5	9	-4	16,00
7	10	10	0	0,00
8	3	2	1	1,00
9	1	3	-2	4,00
10	9	6,5	2,5	6,25
			ჯამი	80,50

r_S-ის ფორმულაა

$$r_{S\ \text{რანგული}} = 1 - \left[\frac{6\sum D^2}{\left(N_{\text{წყვილი}}\right)\left(N^2_{\text{წყვილი}} - 1\right)}\right].$$

თუ ჩავსვამთ $\sum D^2 = 80{,}50$ და $N_{\text{წყვილი}} = 10$ მნიშვნელობებს,

$$r_{S\ \text{რანგული}} = 1 - \left[\frac{(6)(80{,}50)}{(10)(10^2 - 1)}\right]$$

$$= 1 - 0{,}448$$

$$= +0{,}512 = +0{,}51,$$ თუ მეასედებამდე დავამრგვალებთ.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა XIII-4

1. განსაზღვრეთ: ორგანზომილებიანი ნორმალური განაწილება, ρ.
2. ჩამოაყალიბეთ სტატისტიკური ჰიპოთეზა, რომელიც საჭიროა იმისთვის, რომ შევამოწმოთ, მნიშვნელოვნად განსხვავდება თუ არა $r_{\text{რანგული}}$ ნულისაგან.
3. $N_{\text{წყვილის}}$ მოცემული მნიშვნელობებიდან თითოეულისათვის განსაზღვრეთ თავისუფლების ხარისხი (*df*) და შემდეგ ცხრილის №A.5 მიხედვით იპოვეთ $r_{\text{კრიტიკული}}$, როცა α = 0,05 და α = 0,01. $N_{\text{წყვილი}}$ =

ა. 8 გ. 15 ვ. 20
ბ. 32 დ. 43 ვ. 75

4. ქვემოთ მოცემული თითოეული $r_{\text{რეალური}}$ და $N_{\text{ზომა}}$-სათვის ჩამოაყალიბეთ ნულოვანი და ალტერნატიული ჰიპოთეზები; შემდეგ იპოვეთ $r_{\text{კრიტიკული}}$ მნიშვნელოვნობის 0,05 დონეზე. განსაზღვრეთ, ხედება თუ არა $r_{\text{რეალური}}$ უარყოფის არეში და შემდეგ მიუთითეთ, თუ რა გადაწყვეტილებას იღებთ სტატისტიკურ ჰიპოთეზებთან დაკავშირებით.

	$r_{\text{რეალური}}$	$N_{\text{ზომა}}$
ა.	+0,580	12
ბ.	-0,346	12
გ.	-0,682	20
დ.	+0,204	24
ე.	+0,249	80
ვ.	-0,731	9

5. კოლეჯის პროფესორები ხშირად მიიჩნევენ, რომ ლექციებზე დასწრება და საბოლოო შეფასება (ნიშანი) კორელაციაშია. დავუშვათ, პროფესორი აღრიცხავდა 12 სტუდენტის დასწრებას და მიიღო გაცდენებისა და გამოცდის შეფასებების შემდეგი ქულები:

სტუდენტი	გაცდენები	გამოცდის შეფასებების საშუალო
1	22	72
2	6	88
3	1	99
4	8	68
5	6	66
6	11	77
7	10	52
8	6	78
9	10	76
10	0	96
11	5	91
12	10	86

ა. ამ მონაცემებისათვის გამოთვლითი ფორმულის მეშვეობით იპოვეთ $r_{\text{რეალური}}$ მნიშვნელობა.

ბ. შეამოწმეთ, მნიშვნელოვნად განსხვავდება თუ არა $r_{\text{რეალური}}$ პოპულაციაში ნულოვანი კორელაციისაგან.

გ. რა დასკვნას აკეთებთ გაცდენებისა და გამოცდების საშუალო მაჩვენებლების მიმართების შესახებ?

6. r_S-ისა და $N_{\text{ზომის}}$ თითოეული მნიშნელობისათვის განსაზღვრეთ სტატისტიკური ნულოვანი ჰიპოთეზები; შემდეგ იპოვეთ $r_{\text{კრიტიკული}}$ მნიშვნელოვნობის 0,05 დონეზე. ჯერ მიუთითეთ, ხედება თუ არა მიღებული r_S უარყოფის არეში და შემდეგ – რა გადაწყვეტილებას იღებთ სტატისტიკურ ჰიპოთეზებთან დაკავშირებით.

	r_S	$N_{\text{ზომა}}$
ა.	+0,401	17
ბ.	-0,620	12
გ.	+0,541	24
დ.	-0,366	10
ე.	+0,544	21
ვ.	-0,377	30

შეჯამება

- კორელაციური კვლევის მიზანია ორ ან მეტ ცვლადს შორის კავშირის ხარისხის დადგენა.
- ნერტილთა გაბნეების დიაგრამაზე, ორი მონაცემიდან ერთ-ერთი (X ცვლადი) ნარმოდგენილია ჰორიზონტალურ ღერძზე (აბსცისაზე) და მეორე (Y ცვლადი) გადაზომილია ვერტიკალურ ღერძზე (ორდინატაზე). ცდის პირის ქულას ორიდან თითოეულ ცვლადზე ნერტილთა გაბნევის დიაგრამაზე ერთი ნერტილი ნარმოადგენს.
- დადებითი ანუ პირდაპირი კავშირის შემთხვევაში X ცვლადის მნიშვნელობის ზრდასთან ერთად იზრდება Y ცვლადის მნიშვნელობაც.
- უარყოფითი, ანუ შებრუნებული კავშირის შემთხვევაში X ცვლადის მნიშვნელობის ზრდასთან ერთად Y ცვლადის მნიშვნელობა მცირდება.
- პირსონის კორელაციის კოეფიციენტი განისაზღვრება შემდეგნაირად:

$$r = \frac{\sum(X-\overline{X})(Y-\overline{Y})}{\sqrt{[\sum(X-\overline{X})^2][\sum(Y-\overline{Y})^2]}}.$$

- $\sum(X-\overline{X})(Y-\overline{Y})$ არის X და Y ცვლადების ჯვარედინა ნამრალი და აღინიშნება CP_{XY}-ით. შესაბამისად, კორელაციის კოეფიციენტი შეიძლება ასევე გამოისახოს, როგორც:

$$r = \frac{CP_{XY}}{\sqrt{(SS_X)(SS_Y)}}.$$

- სტანდარტული ქულების გამოყენებით r-ის მნიშვნელობა მოცემულია ფორმულით:

$$r = \frac{\Sigma(z_X z_Y)}{N_{\text{წყვილი}}}.$$

- r-ის მნიშვნელობა გამოთელითი ფორმულის გამოყენებით შემდეგია:

$$r = \frac{(N_{\text{წყვილი}})(\sum XY)-(\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{[(N_{\text{წყვილი}})(\sum X^2)-(\sum X)^2][(N_{\text{წყვილი}})(\sum Y^2)-(\sum Y)^2]}}.$$

- კავშირის მიმართულებას გამოხატავს r-ის დადებითი ან უარყოფითი ნიშანი.
- ხარისხი იმისა, თუ რამდენად ქმნის ნერტილთა გაბნევის დიაგრამის ნერტილები წრფეს, ნარმოდგენილია r-ის აბსოლუტური მნიშვნელობით, რომელიც შეიძლება იცვლებოდეს 0,00-დან 1,00-მდე.
- პოპულაციაში X და Y ცვლადებს შორის წრფივი კავშირი წარმოდგენილია ρ-თი.
- r-ის სტატისტიკური მნიშვნელოვნობის შემოწმებისათვის გამოიყენება ცხრილი №A.5.
- დეტერმინაციის კოეფიციენტი r^2 გამოხატავს X ცვლადის ცვალებადობის იმ პროპორციას, რომელიც დაკავშირებულია Y ცვლადის ცვალებადობასთან.
- თუ X და Y ცვლადებს შორის კორელაცია არსებობს, მაშინ ცვლადებს შორის მიზეზ-შედეგობრივი მიმართების, სულ მცირე, სამი შესაძლებლობა არსებობს:
  - X – Y-ის მიზეზია;
  - Y – X-ის მიზეზი.
  - არც X და არც Y არ ახდენს ერთმანეთზე მიზეზშედეგობრივ გავლენას და ორივეს მიზეზია მესამე, Z ცვლადი.
- სპირმენის რანგული კორელაციის კოეფიციენტი გამოითვლება ფორმულით:

$$r_s = 1-\left[\frac{6\sum D^2}{(N_{\text{წყვილი}})(N^2_{\text{წყვილი}}-1)}\right].$$

- r_S-ის სტატისტიკური მნიშვნელოვნობა მოწმდება ცხრილის №A.6 გამოყენებით.

ძირითადი ტერმინები და სიმბოლოები

- დადებითი კავშირი
- დეტერმინაციის კოეფიციენტი (r^2)
- კორელაცია
- კორელაციის კოეფიციენტი
- კორელაციური კვლევა
- ორგანზომილებიანი განაწილება
- ორგანზომილებიანი ნორმალური განაწილება
- პირსონის კორელაციის კოეფიციენტი (r)
- ρ
- ρ_S
- სპირმენის რანგული კორელაციის კოეფიციენტი (r_S)
- SS_X
- SS_Y
- უარყოფითი კავშირი
- წერტილთა გაბნევის დიაგრამა
- წრფივი კავშირი
- X-ისა და Y-ის ჯვარედინა ნამრაველები (CP_{XY})

კითხვები

1. პირველი თავის კითხვაში №3 მოცემული იყო კვლევა მამაკაცების გაბრაზების დონესა და სისხლის წნევას შორის კავშირის შესახებ. დავუშვათ, რომ ამ საკითხით დაინტერესებული ექსპერიმენტატორი 16 მამაკაცისაგან მოიპოვებს გაბრაზების დონის ქულებს და სისხლის სისტოლურ წნევას (მერკურის მილიმეტრებში). გაბრაზების დონის ქულები მიღებული იყო შეფასების სკალის გამოყენებით, რომელზეც შესაძლო ქულები მერყეობდა 10-დან 100-მდე და მაღალი ქულები ნიშნავდა ბრაზის უფრო მაღალ დონეს. მიღებული იყო შემდეგი ქულები:

ცდის პირი	ბრაზის დონე	სისხლის წნევა
1	64	170
2	30	132
3	37	129
4	39	144
5	17	145
6	29	122
7	36	124
8	34	145
9	44	137
10	32	115
11	37	127
12	47	148
13	50	148
14	41	144
15	46	133
16	61	158

ა. ააგეთ წერტილთა გაბნევის დიაგრამა გაბრაზების ქულისა (აბსცისაზე) და სისხლის წნევის მონაცემებისათვის (ორდინატაზე).

ბ. წერილთა გაბნევის დიაგრამის მონაცემებისათვის კავშირი დადებითია, უარყოფითი, თუ კავშირი არ ელინდება?

გ. გამოთვლითი ფორმულის გამოყენებით გამოთვალეთ $r_{\text{ჯვარედინა}}$ და შეამოწმეთ, მნიშვნელოვნად განსხვავდება თუ არა ის პოპულაციაში ნულოვანი კორელაციისაგან 0,05 დონეზე.

დ. შერჩევის საფუძველზე რა დასკვნას აკეთებთ გაბრაზების დონესა და სისხლის სისტოლურ წნევას შორის კავშირის შესახებ?

ე. გამოთვალეთ r^2. ამ ორი საზომისათვის გაბრაზების დონისა და სისხლის წნევის ცვალებადობის რა პროპორციაა საერთო?

ვ. თქვენი კვლევის მონაცემები წარმოადგინეთ ამ თავის შესაბამის განყოფილებაში (კორელაციური კვლევის შედეგების წარმოდგენა) მოცემული მაგალითის მიხედვით.

2. ადამიანების მიმართ ჩვენს რეაქციას ხშირად მათი გარეგნობა განსაზღვრავს. როგორც ჩანს, მამაკაცების შემთხვევაში მაინც, სიმაღლე ხშირად სხვათა მხრიდან დადებით რეაქციებს ინვევს. როგორც ძველი გამონათქვამი ამბობს, „მაღალი, შავგვრემანი და სიმპათიური". ასეთი ტიპის მსჯელობიდან გამომდინარე, ვილიმეზს, აისენბერგსა და კეროლს (Villimez, Eisenberg, & Carroll, 1986) აინტერესებდათ დაედგინათ, არსებობდა თუ არა რაიმე კავშირი დანყებითი სკოლის ბავშვების ფიზიკურ სიდიდესა და აკადემიურ მოსწრებას შორის. მათ მიიღეს ბავშვების სიდიდის რამდენიმე მაჩვენებელი და შეადარეს ისინი ტესტის ქულებსა და ნიშნების ფურცლის ნიშნებს. იმისათვის, რომ გაეკონტროლებინათ სიმაღლეში ასაკთან დაკავშირებული განსხვავებები, ყველა გამოკვლეული ბავშვის ასაკი ერთი და იგივე იყო. მათ მიიღეს —0,12-ის ტოლი $r_{\text{რეალური}}$ სიმაღლესა და ნიშნების ფურცლის ნიშნებს შორის 53 მესამეკლასელ გოგონასთან და +0,32-ის ტოლი $r_{\text{რეალური}}$ – 42 მესამეკლასელ ბიჭთან.

ა. დაადგინეთ, მნიშვნელოვნად განსხვავდება თუ არა თითოეული კორელაციის კოეფიციენტი პოპულაციაში ნულოვანი კორელაციისაგან 0,05 დონეზე.

ბ. $r_{\text{რეალური}}$ თითოეული მნიშვნელობისათვის გამოთვალეთ დეტერმინაციის კოეფიციენტი.

გ. შერჩევის საფუძველზე რა დასკვნას აკეთებთ დანყებითი სკოლის ბავშვების სიმაღლესა და ნიშნების ფურცლის ნიშნებს შორის მიმართების შესახებ?

3. სტუდენტებს ხშირად აინტერესებთ, ინინასწარმეტყველონ თავისი საბოლოო შეფასება შუალედური გამოცდის შეფასების მიხედვით. ასეთი ნინასწარმეტყველების გასაკეთებლად საჭიროა შუალედური და საბოლოო გამოცდების შეფასებების კორელაცია. დავუშვათ, რომ ელემენტარული სტატისტიკის კლასში შუალედურ და საბოლოო გამოცდებზე 10-მა სტუდენტმა მიიღო შემდეგი შეფასებები:

	გამოცდა	
სტუდენტი	შუალედური: X	საბოლოო: Y
1	87	84
2	89	91
3	97	96
4	80	87
5	73	66
6	85	90
7	81	79
8	74	80
9	80	89
10	89	86

ა. დახაზეთ ნერტილთა გაბნევის დიაგრამა შუალედური (გადაზომეთ აბსცისაზე) და საბოლოო (გადაზომეთ ორდინატაზე) გამოცდებისათვის.

ბ. ნერტილთა გაბნევის დიაგრამის მონაცემებისათვის კავშირი დადებითია, უარყოფითი, თუ კავშირი არ ვლინდება?

გ. გამოთველეთ $r_{\text{რეალური}}$ გამოთვლითი ფორმულის გამოყენებით და შეამოწმეთ, მნიშვნელოვნად განსხვავდება თუ არა ის პოპულაციაში ნულოვანი კორელაციისაგან 0,05 დონეზე.

დ. შერჩევის საფუძველზე რა დასკვნას აკეთებთ შუალედური გამოცდის ნიშნებსა და საბოლოო გამოცდის ნიშნებს შორის კავშირის შესახებ?

4. კრანცმა (Krantz, 1987) დაადგინა, რომ ფიზიკური მომხიბვლელობა და პოპულარობა დადებით კორელაციაშია საბავშვო ბაღის აღსაზრდელ გოგონებში, მაგრამ არა ბიჭებში. დავუშვათ, რომ თქვენ ჩაატარეთ მსგავსი კვლევა, რომლისთვისაც დამკვირვებელი საბავშვო ბაღის მოსნავლეებს აფასებდა ფიზიკური მომხიბვლელობისა და პოპულარობის მიხედვით. 12 გოგონასა და 14 ბიჭის შეფასების შედეგად მიიღეთ შემდეგი რანგები:

გოგონები	
ფიზიკური მიმზიდველობა: X	პოპულარობა: Y
3	1
6	7
2	3
9	10
12	11
1	3
7	8
8	7
4	5
10	9
5	6
11	12

ბიჭები	
ფიზიკური მიმზიდველობა: X	პოპულარობა: Y
5	9
11	1
3	10
9	4
4	6
8	12
12	5
1	13
14	8
10	14
6	2
13	11
2	7
7	3

ა. გამოთვალეთ $r_{S\text{რეალური}}$ გოგონების მონაცემებისათვის და შეამოწმეთ, მნიშვნელოვნად განსხვავდება თუ არა ის პოპულაციაში ნულოვანი კორელაციისაგან 0,05 დონეზე.

ბ. შერჩევის საფუძველზე რა დასკვნას აკეთებთ გოგონებში ფიზიკური მომხიბვლელობისა და პოპულარობის რანგებს შორის კავშირის შესახებ?

გ. გამოთვალეთ $r_{S\text{რეალური}}$ ბიჭების მონაცემებისათვის და შეამოწმეთ, მნიშვნელოვნად განსხვავდება თუ არა ის პოპულაციაში ნულოვანი კორელაციისაგან 0,05 დონეზე.

დ. შერჩევის საფუძველზე რა დასკვნას აკეთებთ ბიჭებში ფიზიკური მომხიბვლელობისა და პოპულარობის რანგებს შორის კავშირის შესახებ?

5. უონგის (Wong, 1993) კვლევა აფასებდა კოლეჯის 76 სტუდენტს ვექსლერის ინტელექტის სკალით (Wechsler Adult Intelligence Scale - Revised) და ითვლიდა მიღებული IQ-ს კორელაციას სტუდენტების ნიშნების საშუალოსთან. IQ-ს ქულების დიაპაზონი იყო 83-დან 133-მდე. IQ ქულებსა და ნიშნების საშუალოს შორის $r_{\text{რეალური}}$ იყო +0,18, რაც არამნიშვნელოვანია 0,05 დონეზე. განსაზღვრეთ ერთი შესაძლო მიზეზი იმისა, თუ რატომ არ არის კორელაცია ორ ცვლადს შორის ამ კვლევაში.

6. სამსახურსა და სახლში კომპიუტერების სულ უფრო და უფრო ხშირ გამოყენებასთან ერთად იზრდება ინტერესი იმის მიმართ, თუ რა გავლენას ახდენს კომპიუტერის ეკრანის ხანგრძლივად ყურება აღქმის უნარზე. ვაისი, ქიმელი და შტაინი (Weiss, Kimmel, & Stein, 1993) ადგენდნენ კორელაციას სიღრმის აღქმის მაჩვენებელსა და უშუალოდ აღქმის ტესტის ჩატარებამდე კომპიუტერთან გატარებული საათების რაოდენობას შორის. ისინი ზომავდნენ ცდის პირის მიერ კომპიუტერთან გატარებული საათების რაოდენობას და იმ შეცდომის სიდიდეს (სანტიმეტრებში), რასაც ცდის პირი უშვებდა სიღრმის აღქმის ტესტში ორი ვერტიკალური ხაზის ერთმანეთის პარალელურად დალაგებისას. თუ ცდის პირის სიღრმის აღქმა იდეალური იყო, შეცდომის ქულა ნული სანტიმეტრი იქნებოდა.

შეცდომად ჩაითვლებოდა შემთხვევა, როცა ცდის პირი ვერ შეძლებდა ორი ხაზის პარალელურად განლაგებას; რაც უფრო დიდია შეცდომა, მით ცუდია სილრმის აღქმა. დავუშვათ, რომ თქვენ შეაფასეთ 13 ცდის პირი მათ მიერ კომპიუტერთან გატარებული საათებისა და სილრმის აღქმის ტესტის მიხედვით, უშუალოდ კომპიუტერთან მუშაობის დამთავრების შემდეგ და მიიღეთ შემდეგი მონაცემები:

ცდის პირი	კომპიუტერთან მუშაობის ხანგრძლივობა (სთ.): X	სილრმის აღქმის შეცდომა (სმ.): Y
1	0,5	4,3
2	1,7	3,1
3	4,2	2,1
4	6,0	0,4
5	2,8	6,3
6	5,3	3,7
7	0,9	1,6
8	3,4	1,2
9	1,4	2,4
10	5,1	5,2
11	1,9	0,6
12	4,8	4,1
13	2,6	5,4

ა. ააგეთ წერტილთა გაბნევის დიაგრამა კომპიუტერთან მუშაობის ხანგრძლივობისა (გადაზომეთ აბსცისაზე) და სილრმის აღქმის შეცდომის (გადაზომეთ ორდინატაზე) მონაცემებისათვის.

ბ. წერილთა გაბნევის დიაგრამის მონაცემებისათვის კავშირი დადებითია, უარყოფითი, თუ კავშირი არ ვლინდება?

გ. გამოთვალითი ფორმულის გამოყენებით გამოთვალეთ r პირსონის კორელაციის კოეფიციენტი და შეამოწმეთ, მნიშვნელოვნად განსხვავდება თუ არა ის პოპულაციაში ნულოვანი კორელაციისაგან 0,05 დონეზე.

დ. შერჩევის საფუძველზე რა დასკვნას აკეთებთ კომპიუტერთან მუშაობის საათებსა და სილრმის აღქმის შეცდომას შორის კავშირის შესახებ?

7. ჰუბნერი და მაკკალაფი (Huebner & McCullough, 2000) იკვლევდნენ მოზარდების სკოლით კმაყოფილებასთან დაკავშირებულ ფაქტორებს. ერთ-ერთი გამოკვლეული ცვლადი სკოლასთან დაკავშირებული ყოველდღიური უარყოფითი მოვლენების რაოდენობა იყო. ყოველდღიური უარყოფითი მოვლენები მოიცავს ისეთ ასპექტებს, როგორიცაა ღელვა აკადემიური მოსწრების გამო, ცუდი მასწავლებელი ან მათთვის არმოსაწონ ადამიანებთან ურთიერთობა. დავუშვათ, რომ ამ საკითხით დაინტერესებული მკვლევარი 15 მოზარდს სთხოვს, აწარმოონ სკოლასთან დაკავშირებული ყოველდღიური უარყოფითი მოვლენების ჩაწერა და სკოლით კმაყოფილება შეაფასონ სკალაზე, რომელზეც ქულები მერყეობს 6-დან (ძალიან დაბალი კმაყოფილება) 48-მდე (ძალიან მაღალი კმაყოფილება). მკვლევარმა შემდეგი მონაცემები მიიღო:

სტუდენტი	უარყოფითი მოვლენები	სკოლით კმაყოფილება
1	7	34
2	14	14
3	8	24
4	19	15
5	6	29
6	10	27
7	17	14
8	7	38
9	12	19
10	17	21
11	6	29
12	9	27
13	13	18
14	22	18
15	5	30

ა. დახაზეთ წერტილთა გაბნევის დიაგრამა უარყოფითი მოვლენების რაოდენობისა (გადაზომეთ აბსცისაზე) და სკოლით კმაყოფილებისათვის (გადაზომეთ ორდინატაზე).

ბ. წერტილთა გაბნევის დიაგრამის მონაცემებისათვის კავშირი დადებითია, უარყოფითი, თუ კავშირი არ ვლინდება?

გ. გამოთვალეთ $r_{\text{რეალური}}$ გამოთვლითი ფორმულის გამოყენებით და შეამოწმეთ, მნიშვნელოვნად განსხვავდება თუ არა ის პოპულაციაში ნულოვანი კორელაციისაგან 0,05 დონეზე.

დ. შერჩევის საფუძველზე რა დასკვნას აკეთებთ უარყოფითი მოვლენების რაოდენობასა და სკოლით კმაყოფილებას შორის კავშირის შესახებ?

8. პირველ თავში წარმოდგენილი იყო ვოერისა და ქეიველის (Woehr & Cavell, 1993) და ქეიველისა და ვოერის (Cavell & Woehr, 1994) ნაშრომი ფსიქოლოგიის შესავლის კურსის პირველი გამოცდაზე წარმატების კორელატების შესახებ. ერთ-ერთი გაზომილი ცვლადი იყო იმ საათების რაოდენობა, რომელთა განმავლობაშიც სტუდენტი კვირის მანძილზე ტელეგადაცემებს უყურებდა. დაეუშვათ, რომ თქვენს 17 მეგობარს სთხოვეთ, ჩაეწერათ კვირაში რამდენი საათის განმავლობაში უყურებდნენ ტელეგადაცემებს, რათა ამ მონაცემებით მათი პირველი გამოცდების შედეგებთან კორელაცია დაგედგინათ. მონაცემების მიხედვით მიიღეთ შემდეგი მნიშვნელობები: ტელეგადაცემების ყურებისათვის SS_X =652; პირველი გამოცდის ნიშნისათვის SS_Y =2094 და CP_{XY}= –859.

ა. ამ მონაცემების გამოყენებით იპოვეთ $r_{\text{რეალური}}$ ტელეგადაცემების ყურებასა და გამოცდის ნიშანს შორის.

ბ. $r_{\text{რეალური}}$ მნიშვნელობა სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია 0,05 დონეზე?

გ. დავუშვათ, რომ ერთი მეგობარი ტელეგადაცემებს უყურებს კვირაში 4 საათის განმავლობაში, ხოლო მეორე — 15 საათის განმავლობაში. თქვენ მიერ გამოთვლილი კორელაციით რა საგამოცდო ქულას იწინასწარმეტყველებდით?

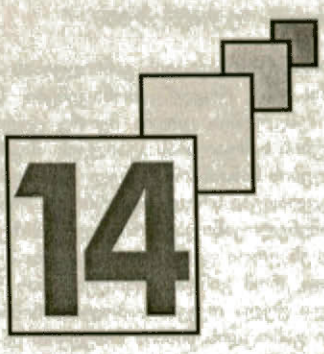
9. მასწავლებელმა, რომელიც დაინტერესებული იყო ბავშვის კლასელების მიერ მოწონებასა და ბავშვის კლასში ჩართულობას შორის კავშირით, ამ ორი განზომილების მიხედვით მეხუთეკლასელი ბავშვების რანჟირება მოახდინა. დავუშვათ, რომ 16 ბაშვისათვის მიღებულია შემდეგი რანგები:

ბავშვი	მოწონებადობის დონე	ჩართულობის დონე
1	6	8
2	9	12
3	1	2
4	2	4
5	16	14
6	3	1
7	8	11
8	4	3
9	10	5
10	5	6
11	15	13
12	12	9
13	7	7
14	13	10
15	14	16
16	11	15

ა. ამ ქულებისათვის იპოვეთ r_S -ის მნიშვნელობა.

ბ. შეამოწმეთ და განსაზღვრეთ, მნიშვნელოვნად განსხვავდება თუ არა მიღებული r_S პოპულაციაში ნულოვანი კორელაციისაგან.

გ. რა დასკვნას აკეთებთ მოწონებადობასა და კლასში ჩართულობას შორის კავშირის შესახებ?



14

რეგრესია და წინასწარმეტყველება

წრფივი კავშირი
- წრფივი კავშირის განსაზღვრება
- წრფის დახრილობა
- წრფის Y თანაკვეთა
- წრფივი კავშირის მაგალითები და მათი განტოლებები

რეგრესიის წრფის დადგენა
- მაგალითი
- უფრო რეალური მაგალითი
- უმცირეს კვადრატთა მეთოდი
- X-ის მიხედვით Y-ის წინასწარმეტყველებისათვის უმცირეს კვადრატთა რეგრესიის წრფის დახრილობა და Y თანაკვეთა
- უმცირეს კვადრატთა რეგრესიის წრფის მორგება მონაცემებისათვის

წინასწარმეტყველების შეცდომა
- ნაშთი: წინასწარმეტყველების შეცდომის საზომი
- შეფასების სტანდარტული შეცდომა
- S_{YX}-ის გამოთვლითი ფორმულა
- S_{YX}-ის გამოთვლა r-ის მიხედვით
- ინფორმაცია, რომელსაც გვაძლევს შეფასების სტანდარტული შეცდომა

X-ის წინასწარმეტყველება Y-ის მიხედვით

რეგრესიის წრფის გამოყენება

მრავლობითი რეგრესია

მე-13 თავში კორელაციის განხილვისას აღვნიშნეთ, რომ თუ ორი ცვლადი სრულ კავშირშია, ისე, როგორც მონაცემები სურათებზე №13.2 და 13.4, ერთი ცვლადის მნიშვნელობის ცოდნა მეორე ცვლადის მნიშვნელობის ზუსტი წინასწარმეტყველების საშუალებას გვაძლევს. მაგრამ ერთი ცვლადის ქულები მეორე ცვლადის ქულების წინასწარმეტყველებისათვის მაშინაც შეგვიძლია გამოვიყენოთ, როცა X და Y ცვლადები სრულ კავშირში არ არიან, მაგრამ მათ შორის არის სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი კავშირი. ბევრი მიზეზი არსებობს იმისა, თუ რატომ შეიძლება გვინდოდეს ერთი ცვლადის მიხედვით მეორის წინასწარმეტყველება. მაგალითად, დავუშვათ, რომ გინდათ იცოდეთ, რას შეიძლება ნიშნავდეს პირველ გამოცდაზე მიღებული ქულა თქვენი საბოლოო ნიშნისათვის. ამ შემთხვევაში თქვენ გინდათ, პირველი გამოცდის ნიშნის მიხედვით იწინასწარმეტყველოთ საბოლოო შეფასება. კოლეჯის მიმღები კომისიის წევრებს სურთ, სტანდარტიზებული მიღწევის ტესტების მიხედვით იწინასწარმეტყველონ ნიშნების საშუალო. პერსონალის მენეჯერებს შეუძლიათ თანამშრომლების სამსახურში წარმატება სამსახურებრივი ტესტის ქულების მიხედვით იწინასწარმეტყველონ. თქვენს ექიმს კი შეუძლია თქვენი სამედიცინო გამოკვლევის შედეგების მიხედვით ინინასწარმეტყველოს გარკვეული დაავადების რისკი. სხვა მაგალითები ქვემოთაა მოყვანილი.

ეს თავი ეხება ერთი ცვლადის მიხედვით მეორის წინასწარმეტყველებას იმ შემთხვევაში, როცა ეს ორი ცვლადი წრფივ კავშირშია. ჩვენ მიერ გამოყენებული მიდგომა გულისხმობს ერთი ქულის მიხედვით მეორის წინასწარმეტყველების მიზნით ორი ცვლადის წერტილთა გაბნევის დიაგრამისთვის წრფის მორგებას, რომელსაც *რეგრესიის წრფე* ეწოდება. ორი ცვლადი შეიძლება არაწრფივადაც იყოს დაკავშირებული, მაგრამ ჩვენი მსჯელობა მხოლოდ წრფივ კავშირს ეხება. შემდეგ გაგაცნობთ მარტოობის კითხვარის პასუხების მიხედვით დეპრესიის ქულების წინასწარმეტყველების მაგალითს.

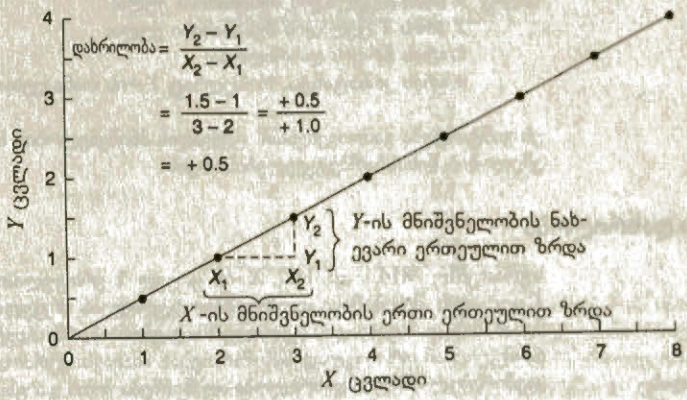
წრფივი კავშირი

წრფივი კავშირის განსაზღვრა

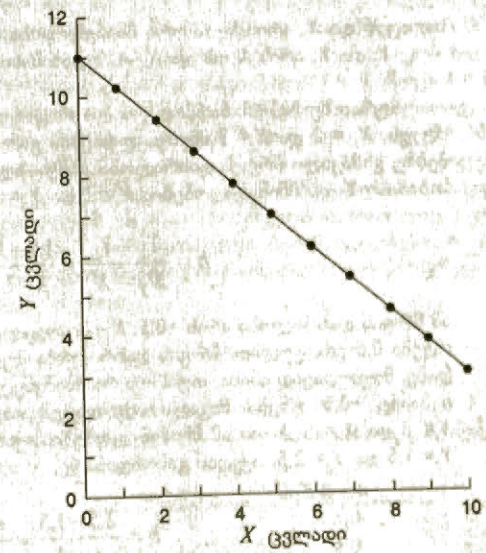
ორ ცვლადს შორის წრფივი კავშირი არის ცვლადებს შორის კავშირი, რომელიც წრფით აღიწერება. სურათზე №14.1 წარმოდგენილია ორი ცვლადი, X და Y, რომლებიც სრულ წრფივ კავშირშია. ეს სურათი საშუალებას გვაძლევს წრფივი კავშირი უფრო კარგად განვსაზღვროთ. **წრფივი კავშირის** დროს, ყოველთვის, როცა ერთი ცვლადი ერთი ერთეულით იცვლება, მეორე ცვლადიც განიცდის მუდმივ ცვლილებას. სურათზე №14.1 X-ის ყოველი ერთი ერთეულით ზრდისას Y 0,5 ერთეულით იზრდება. მაგალითად, როცა X იზრდება 2-დან 3-მდე (ერთი ერთეულით X ღერძზე), Y იზრდება 1,0-დან 1,5-მდე (0,5 ერთეული Y ღერძზე). ასევე, როცა X იზრდება 4-დან 5-მდე (ერთი ერთეულით X ღერძზე), Y იზრდება 2,0-დან 2,5-მდე (0,5 ერთეული Y ღერძზე). შესაბამისად, ამ მაგალითში X-ის ერთი ერთეულით ცვლილებას შესაბამის საზომზე მოსდევს Y საზომზე 0,5 ერთეულით მუდმივი ცვლილება.

წრფივი კავშირი – კავშირი ორ ცვლადს შორის, რომლის დროსაც X ცვლადის ყოველი ერთი ერთეულით ცვლილებისას Y ცვლადი მუდმივი სიდიდით იცვლება.

წრფივი კავშირის მოთხოვნა, რომ X ცვლადის ერთი ერთეულით ცვლილებას უნდა ახლდეს Y ცვლადის მუდმივი სიდიდით ცვლილება, ძალაშია როგორც დადებითი, ასევე უარყოფითი კავშირის შემთხვევაში. სურათი №14.2 გვიჩვენებს X-სა და Y-ს შორის სრულ უარყოფით კავშირს. ყოველთვის, როცა X 1 ერთეულით იცვლება, Y მუდმივი სიდიდით იცვლება. მაგალითად, X-ის ერთი ერთეულით, 2-დან 3-მდე, ცვლილებისას Y 9,4-დან 8,6-მდე იცვლება, ანუ Y ცვლადის –0,8-ით იცვლება. ასევე, X-ის ცვლილებას 8-დან 9-მდე თან ახლავს Y-ის 4,6-დან 3,8-მდე ცვლილება, ანუ Y ცვლადი ისევ –0,8-ით იცვლება. სურათზე №14.2 წრფივი კავშირისათვის X-ის ყოველი 1 ერთეულით ცვლილებას თან ახლავს Y-ის შესაბამისი და მუდმივი ცვლილება –0,8 ერთეულით.



სურათი №14.1
X და *Y* ცვლადებს შორის სრული დადებითი წრფივი კავშირი +0,5 დახრილობით



სურათი №14.2
X და *Y* ცვლადებს შორის სრული უარყოფითი წრფივი კავშირი –0,8 დახრილობითა და +11 *Y* თანაკვეთით

წრფის განტოლება –
$Y = bX+a$

წრფის განტოლებას შემდეგი სახე აქვს:
$Y = bX+a,$

სადაც X არის X ცვლადის შესაბამისი ქულა;
Y არის Y ცვლადის შესაბამისი ქულა;
b არის წრფის დახრილობა;
a არის კონსტანტა, რომელსაც Y—ის თანაკვეთა ეწოდება.

ეს განტოლება გამოიყენება X ცვლადის მნიშვნელობის მიხედვით Y ცვლადის მნიშვნელობის წინასწარმეტყველებისათვის.

წრფის დახრილობა

სურათებზე №14.1 და 14.2, X -ის ყოველ 1 ერთეულით ცვლილებას თან ახლავს Y ცვლადის შესაბამისი და მუდმივი ცვლილება. X ცვლადის ცელილებასა და მის შესაბამისად Y ცელადის ცელილების კაეშირს ნარმოადგენს იმ წრფის დახრილობა, რომელიც ამ ორი ცვლადის მიმართებას ასახავს. კერძოდ, X და Y **ცვლადების დამაკავშირებელი წრფის დახრილობა** აღინიშნება b-თი და განისაზღვრება, როგორც

წრფის დახრილობა –
წრფის დახრილობა
მოცემულია ტოლობით
$b = \frac{Y\text{-ის მნიშვნელობის ცვლილება}}{X\text{-ის მნიშვნელობის ცვლილება}}$.

$$\text{დახრილობა} = b = \frac{Y - \text{ის მნიშვნელობის ცვლილება}}{X - \text{ის მნიშვნელობის ცვლილება}}.$$

ეს კავშირი გამოისახება, როგორც:

$$b = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1},$$

სადაც X_2 და X_1 არის X-ის ორი მნიშვნელობა;
Y_1 და Y_2 არის X_1-ის და X_2-ის შესაბამისი Y-ის მნიშვნელობები.

სურათზე №14.1 წარმოდგენილი რიცხვითი მნიშვნელობები საშუალებას გვაძლევს, $X_1 = 2$ და $X_2 = 3$ მნიშვნელობების გამოყენებით X -ისა და Y-ის მნიშვნელობებზე გამავალი წრფის დახრილობა განვსაზღეროთ. X -ის ამ მნიშვნელობების შესაბამისი Y -ის მნიშვნელობებია $Y_1 = 1$ და $Y_2 = 1,5$. მაშასადამე,

$$b = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1} = \frac{1,5-1}{3-2} = \frac{+0,5}{+1} = +0,5.$$

ამ წრფის დახრილობა არის +0,5; X -ის ყოველი ერთი ერთეულით გაზრდისას Y იზრდება 0,5 ერთეულით. წრფის დახრილობა მუდმივია მის მთელ სიგრძეზე. მაშასადამე, მიუხედავად იმისა, თუ X -ის რა მნიშვნელობებს გამოვიყენებთ, ამ მაგალითში b მაინც +0,5 იქნება. მაგალითად, დავუშვათ, რომ გამოვიყენეთ მნიშვნელობები $X_1 = 3$ და $X_2 = 5$. X -ის ამ მნიშვნელობებისთვის, Y -ის შესაბამისი მნიშვნელობებია $Y_1 = 1,5$ და $Y_2 = 2,5$. აქედან გამომდინარე,

$$b = \frac{2,5-1,5}{5-3} = \frac{+1}{+2} = +0,5.$$

როცა ვიცით სურათზე №14.1 გამოსახული წრფის დახრილობა, შეგვიძლია დავწეროთ ამ წრფის X და Y მნიშვნელობების დამაკავშირებელი განტოლება. ეს განტოლებაა:

$$Y = +0,5X.$$

ეს განტოლება გვაძლევს X -ის თითოეული მნიშვნელობის შესაბამისი Y-ის მნიშვნ-

ელობას და შეგვიძლია $Y=+0,5X$ X -ის სხვადასხვა მნიშვნელობებისთვის შემდეგნაირად ამოვხსნათ:

თუ $X=$___,	მაშინ $Y=$___.
0	0
1	0,5
2	1,0
3	1,5
4	2,0
5	2,5
6	3,0
7	3,5
8	4,0

შეადარეთ Y -ის ეს მნიშენელობები გრაფიკზე №14.1 დატანილ Y-ის მნიშვნელობებს X -ის თითოეული მნიშვნელობის შემთხვევაში. მხედველობაში მიიღეთ, რომ $Y=+0,5X$ არის განტოლება, რომლიც აღწერს სურათზე №14.1 ნარმოდგენილ წრფივ კავშირს. მაშასადამე, რომ გვცოდნოდა მხოლოდ ეს განტოლება და ცდის პირის X ქულა, ზუსტად შევძლებდით Y ქულის წინასწარმეტყველებას.

$Y=bX$ განტოლება წარმოადგენს წრფის ზოგადი განტოლების ნაწილს და აღწერს X -სა და Y-ს შორის ნებისმიერ კავშირს იმ პირობით, რომ როცა $X = 0$, $Y = 0$. მაგრამ თუ Y არ უდრის ნულს, როცა $X = 0$? ამ პრობლემას ქვემოთ დავუბრუნდებით.

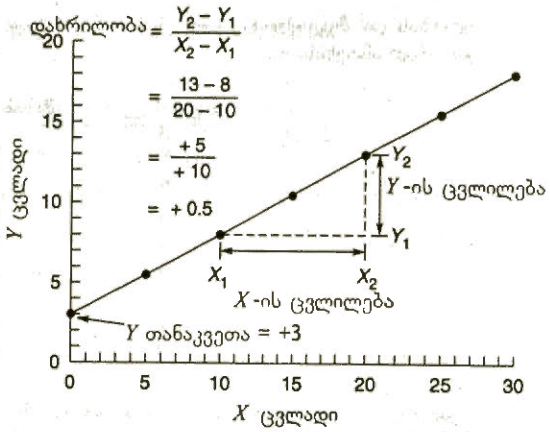
წრფის Y თანაკვეთა

დააკვირდით სურათზე №14.3 გამოსახულ კავშირს X და Y ცვლადებს შორის. ამ წრფის დახრილობაც +0,5-ია, X -ის ყოველი ერთი ერთეულით ცვლილებისას Y +0,5 ერთეულით იცვლება. მაგრამ არ შეიძლება, ეს წრფე $Y=+0,5X$ განტოლებით აღიწეროს, რადგან, ამ განტოლების მიხედვით, Y უნდა იყოს ნულის ტოლი, როცა $X = 0$. მაგრამ, სურათზე №14.3 ვხედავთ, რომ $Y = 3$, როცა $X = 0$. მოდით, $Y=+0,5X$ განტოლებაში ჩავსვათ X -ის სხვა მნიშვნელობა, მაგალითად, $X = 10$. ამის შედეგად აღმოვაჩენთ, რომ Y უნდა იყოს 5-ის ტოლი, როცა $X = 10$. თუმცა, სურათზე №14.3 ვხედავთ, რომ $Y = 8$, როცა $X = 10$. $Y=+0,5X$ განტოლებიდან მიღებული Y -ისა და გრაფიკზე №14.3 დატანილი Y -ის შედარებით დავადგენთ, რომ $Y=+0,5X$ განტოლება გვაძლევს Y -ის ისეთ მნიშვნელობას, რომელიც 3 ერთეულით ნაკლებია გრაფიკზე დატანილ Y -თან შედარებით. მაშინ, დავუშვათ, რომ ვიყენებთ $Y=+0,5X$ განტოლებას და მისგან მიღებული Y -ის თითოეულ მნიშვნელობას ვუმატებთ 3-ს. მაშინ განტოლება ასეთია:

$$Y=+0,5X + 3.$$

ეს განტოლება უკვე აღწერს სურათზე №14.3 X -სა და Y -ს შორის კავშირს. $Y=+0,5X + 3$ განტოლების ამოხსნით X -ის სხვადასხვა მნიშვნელობებისათვის ვიღებთ შემდეგს:

თუ $X=$___,	მაშინ $Y=$___.
0	3,0
2	4,0
4	5,0
10	8,0
13	9,5
19	12,5
24	15,0
26	16,0
30	18,0



სურათი №14.3
X და *Y* ცვლადებს შორის წრფივი კავშირი +0,5 დახრილობით და +3 *Y* თანაკვეთით

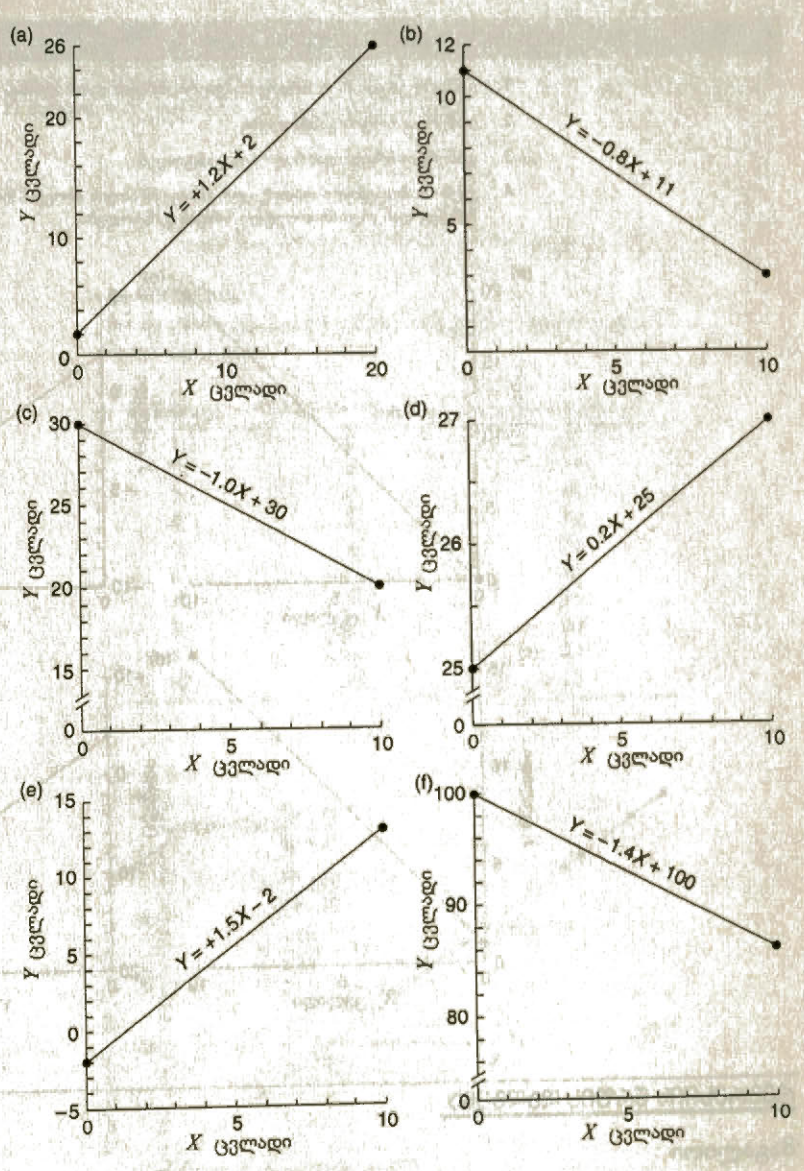
Y -ის ეს მნიშვნელობები ზუსტად შეესაბამება სურათზე №14.3 აღნიშნულ *Y*-ის მნიშვნელობებს. მაშასადამე, $Y=+0,5X + 3$ არის განტოლება, რომელიც აღწერს სურათზე №14.3 გამოსახულ წრფეს.

ეს მაგალითი გვაძლევს *X* -სა და *Y* -ს შორის წრფივი კავშირის განტოლების კერძო შემთხვევას. წრფის ზოგადი განტოლების გამოსახვისათვის, ამ $Y=+0,5X + 3$ განტოლებაში +0,5 დახრილობას ჩავანაცვლებთ *b* ასოთი და კონსტანტა 3-ს – *a* ასოთი. შედეგად მიეიღეთ $Y=bX + a$, წრფის ზოგადი განტოლება *b* დახრილობითა და *a*-ს ტოლი *Y* თანაკვეთით. ***Y* თანაკვეთა** არის *Y*-ის მნიშვნელობა, როცა $X = 0$. როცა $X = 0$, წრფე კვეთს *Y* ღერძს და ამ წერტილში *Y*-ის მნიშვნელობა უდრის *Y*-თანაკვეთას. სურათზე №14.3 *Y* თანაკვეთა არის +3, მაშინ როცა სურათზე №14.1 *Y* თანაკვეთა არის 0.

***Y* თანაკვეთა** – $Y=bX+a$ განტოლებაში *Y*-ის მნიშვნელობა, როცა $X = 0$.

წრფივი კავშირების მაგალითები და მათი განტოლებები

წრფივი კავშირების და მათი აღმწერი განტოლებების გასაცნობად სურათზე №14.4 წარმოდგენილია *X* -სა და *Y* -ს შორის როგორც დადებითი, ასევე უარყოფითი წრფივი კავშირების მაგალითები. თითოეული ნაჩვენები კავშირისათვის წარმოდგენილია წრფის განტოლება დახრილობითა და *Y* თანაკვეთით. მაგალითად, (ბ) გრაფიკი *X* -სა და *Y* -ს შორის უარყოფითი კავშირის საჩვენებლად წარმოადგენს სურათზე №14.2 გამოყენებულ წრფივ კავშირს. ამ კავშირის შესაბამისი განტოლებაა $Y= -0,8X + 1$. აქ ჩვენ ვხედავთ, რომ დახრილობა არის –0,8, მინუს ნიშანი კი მიუთითებს, რომ კავშირი უარყოფითია. ერთი ერთეულით *X* -ის ყოველი მატებისას *Y* 0,8 ერთეულით მცირდება. როცა *X* ნულის ტოლია, წრფე *Y* ღერძს კვეთს +11 მნიშვნელობაზე; მაშასადამე, ამ განტოლებისათვის *Y* თანაკვეთა არის +11. შეისწავლეთ თითოეული მაგალითი და თითოეული წარმოდგენილი კავშირისათვის გაწსაზღვრეთ *b* და *a*.



სურათი №14.4

X და Y ცვლადებს შორის სხვადასხვაგვარი წრფივი კავშირები:

ა) $Y = +1{,}2\,X + 2$;

ბ) $Y = -0{,}8\,X + 11$;

გ) $Y = -0{,}1\,X + 30$;

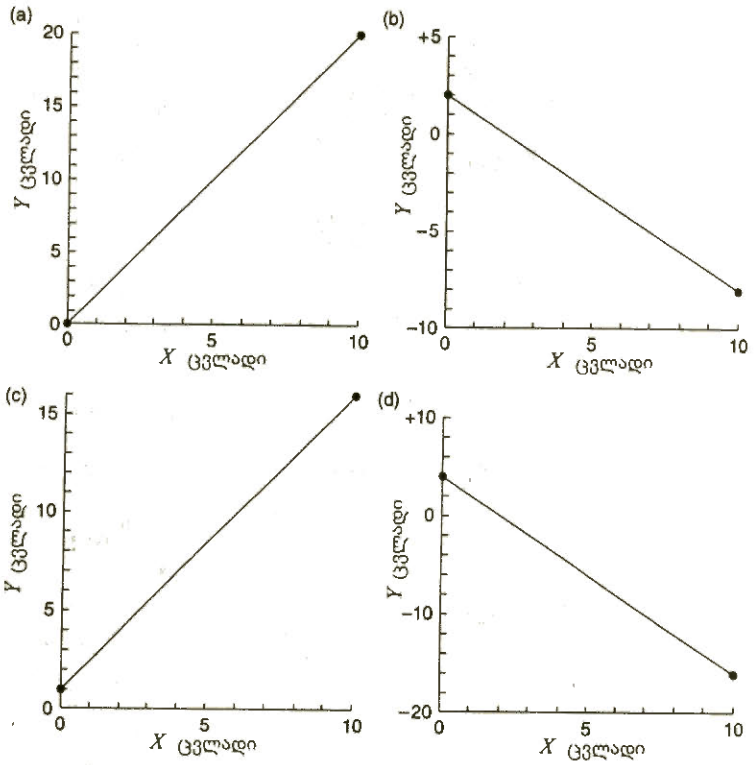
დ) $Y = +0{,}2\,X + 25$;

ე) $Y = +1{,}5\,X - 2$;

ვ) $Y = -1{,}4\,X + 100$

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა XIV–1

1. განსაზღვრეთ: *a*, *b*, წრფივი კავშირი, წრფის დახრილობა, *Y* თანაკვეთა.
2. დაწერეთ წრფის განტოლება.
3. დაწერეთ წრფის დახრილობის განტოლება.
4. ქვემოთ მოცემული თითოეული გრაფიკისათვის იპოვეთ დახრილობა და *Y* თანაკვეთა. შემდეგ დაწერეთ თითოეული წრფის განტოლება.



რეგრესიის წრფის დადგენა

მაგალითი

წინა მაგალითები ეხებოდა ცვლადებს, რომლებიც აღნიშნული იყო, როგორც უბრალოდ X და Y, და $Y=bX+a$ განტოლება გამოიყენებოდა X-ის მიხედვით Y-ის წინასწარმეტყველებისათვის. იმის გასაცნობად, თუ როგორ ვადგენთ განტოლებას, რომელიც მონაცემთა ორ სიმრავლეს შორის წრფივ კავშირს აღწერს, დავუბრუნდები მე-13 თავში წარმოდგენილ ამოცანას მარტოობისა და დეპრესიის ქულების კავშირის შესახებ. ჩვენი მიზანია, შევადგინოთ ისეთი განტოლება, რომელიც საშუალებას მოგვცემს, მარტოობის ქულების მიხედვით დეპრესიის ქულები ვიწინასწარმეტყველოთ.

დავუშვათ, რომ ცხრილის №14.1 მონაცემები მიღებული იყო 10 ადამიანისაგან. ეს ქულები სრულ დადებით კაეშირშია, $r_{\text{რეალური}} = +1{,}00$. შესაბამისად, მოველით, გაბნეიის დიაგრამამ გამოავლინოს, რომ ქულები წრფეზეა განლაგებული, როგორც ამას სურათი №14.5 გვიჩვენებს. მარტოობისა და დეპრესიის ქულებს შორის წრფი-

ვი კავშირის განტოლებას ვიღებთ წრფის დახრილობისა და Y თანაკვეთის დადგენით. ორივე ეს მნიშვნელობა ვიპოვეთ გრაფიკის მიხედვით: $b = +1$ და $a = +10$. აქედან გამომდინარე, განტოლება, რომელიც ცხრილის №14.1 დეპრესიის ქულებს (Y) მარტოობის ქულებთან (X) აკავშირებს, არის:

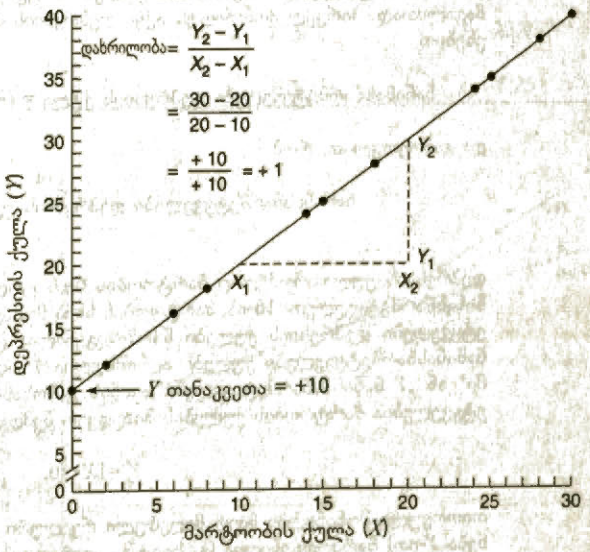
$$Y = 1X + 10$$

ანუ

დეპრესიის ქულა = (+1)(მარტოობის ქულა) + 10.

ცხრილი №14.1
მარტოობისა და დეპრესიის ჰოპოთეტური ქულები ცდის 10 მონაწილისათვის

მონაწილე	მარტოობის ქულა: X	დეპრესიის ქულა: Y
1	6	16
2	15	25
3	28	38
4	2	12
5	24	34
6	8	18
7	25	35
8	30	40
9	14	24
10	18	28



სურათი №14.5
ცხრილში №14.1 მოცემული მარტოობისა და დეპრესიის ქულების წერტილთა გაბნევის დიაგრამა

რადგან ქულებს შორის კორელაცია არის +1,00, თუ ვიცით თოთოეული ცდის პირის მხოლოდ მარტოობის ქულა, ამ განტოლების გამოყენებით შეგვიძლია ზუსტად ვიწინასწარმეტყველოთ მისი დეპრესიის ქულა.

ცხრილი №14.2

მარტოობის ქულების მიხედვით ნაწინასწარმეტყველები დეპრესიის ქულები შემდეგი განტოლების გამოყენებით:

დეპრესიის ქულა = (+1,00) (მარტოობის ქულა) +10

ა სვეტში მოცემულია მარტოობის რეალური ქულა, ბ სვეტში – განტოლების მიხედვით ნაწინასწარმეტყველები დეპრესიის ქულა და გ სვეტში – დეპრესიის რეალური ქულა ცხრილიდან №14.1

მონაწილე	(ა) მარტოობის ქულა: X	(ბ) ნაწინასწარმეტყველები დეპრესიის ქულა: Y'	(გ) დეპრესიის რეალური ქულა: Y
1	6	16	16
2	15	25	25
3	28	38	38
4	2	12	12
5	24	34	34
6	8	18	18
7	25	35	35
8	30	40	40
9	14	24	24
10	18	28	28

ნაწინასწარმეტყველები დეპრესიის ქულები მოცემულია ცხრილის №14.2 ბ სვეტში. მაგალითად, პირველ მონაწილეს აქვს დეპრესიის 6 ქულა. ამ განტოლების გამოყენებით,

ნაწინასწარმეტყველები დეპრესიის ქულა = (+1) (მარტოობის ქულა) +10

და გამოვთვლით, რომ

ნაწინასწარმეტყველები დეპრესიის ქულა = (+1)(6) + 10
= 6 + 10 = 16.

დეპრესიის ქულა, რომელიც მარტოობის 6-ის ტოლი მნიშვნელობის მიხედვით ვიწინასწარმეტყველეთ, 16-ია. მარტოობის სხვა მონაცემების მიხედვით ნაწინასწარმეტყველები დეპრესიის ქულები წარმოდგენილია ცხრილის №14.2 (ბ) სვეტში. ეს ნაწინასწარმეტყველები ქულები აღნიშნულია Y'-ით, (იკითხება, როგორც „Y პრიმი" ან „Y ნაწინასწარმეტყველები"), იმის გამოსახატად, რომ ისინი ნაწინასწარმეტყველებია მარტოობის ქულების მიხედვით შემდეგი განტოლების მეშვეობით:

$$Y' = 1X + 10.$$

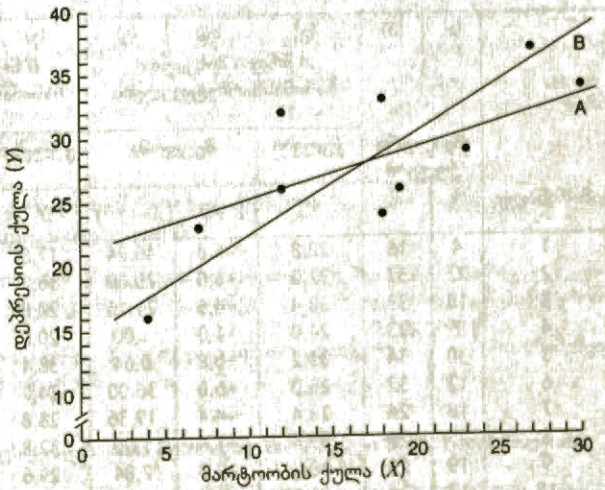
თითოეული მონაწილის მიერ მიღებული რეალური დეპრესიის ქულა (რაც აღინიშნება Y-ით) წარმოდგენილია (გ) სვეტში. ყურადღება მიაქციეთ იმას, რომ ნაწინასწარმეტყველები და რეალური დეპრესიის ქულები იდენტურია. რადგან $r_{\text{რეალური}}$ = +1,00, Y' და Y ერთი და იგივეა და მარტოობის ქულების მიხედვით დეპრესიის ქულების წინასწარმეტყველება შეცდომასთან არ არის დაკავშირებული.

უფრო რეალური მაგალითი

გამოყენებითი თვალსაზრისით, ცხრილის №14.1 მონაცემები (ქულები) უჩვეულოა. იშვიათად ან არასდროს არის ქულები ისეთ სრულ კავშირში, როგორც ცხრილის №14.1 მონაცემებშია. უფრო რეალისტურ შემთხვევებში ორი ცვლადის ქულები გამოავლენს სრულზე ნაკლებ კორელაციას, როგორც ეს ცხრილის №14.3 მონაცემების შემთხვევაშია. ეს მონაცემები გამოვიყენეთ მე-13 თავში პირსონის კორელაციის კოეფიციენტის ნარმოსადგენად (იხ. ცხრილი №13.1). $r_{\text{რეალური}}$ ამ მონაცემებისთვის არის +0,78, რაც სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია 0,05 დონეზე.

ცხრილი №14.3
10 მონაწილის მარტოობისა და დეპრესიის ჰიპოთეტური ქულები. ქულების თითოეული ნაკრებისათვის მოცემულია საშუალო და სტანდარტული გადახრა

მონაწილე	მარტოობის ქულა: X	დეპრესიის ქულა: Y
1	4	16
2	27	37
3	18	33
4	7	23
5	30	34
6	12	32
7	18	24
8	23	29
9	19	26
10	12	26
	$\overline{X}$ 17,0	$\overline{Y}$ 28,0
	s_X 8,37	s_Y 6,25



სურათი №14.6
ცხრილში №14.3 მოცემული მარტოობისა და დეპრესიის ქულების წერტილთა გაბნევის დიაგრამა. წერტილტა გაბნევის დიაგრამაზე *A* და *B* წრფეები პირობითად არის გავლებული

ცხრილის №14.3 მონაცემები ნარმოდგენილია სურათზე №14.6 გამოსახულ წერტილთა გაბნევის დიაგრამაზე. როგორც $r_{\text{რეალური}} = +0{,}78$ გვიჩვენებს, ეს მონაცემები დადებით კავშირშია; დეპრესიის მაღალი ქულები დაკავშირებულია მარტოობის მაღალ ქულებთან და დეპრესიის დაბალი ქულები –მარტოობის დაბალ ქულებთან. მიუხედავად იმისა, რომ კავშირი მარტოობისა და დეპრესიის ქულებს შორის სურათზე №15.6 არ არის სრული, ის წრფივია. მაგრამ რომელი იქნებოდა ამ მონაცემების აღსაწერი საუკეთესო წრფე? ცხადია, შეიძლება, რომ გაბნევის დიაგრამაზე რამდენიმე წრფე გაივლოს. მაგალითად, ჩვენ ამ გრაფიკზე ორი, დეპრესიის ქულა A და B წრფე გავავლეთ. წრფეები პირობითად არის გაყვებული, გარდა იმ პირობისა, რომ თითოეული წრფე გადის $\overline{X} = 17$ და $\overline{Y} = 28$ წერტილზე. A წრფე უკეთესად შეესაბამება და აღწერს მონაცემებს თუ B წრფე? ამ კითხვაზე პასუხის გასაცემად, რათა გადავწყვიტოთ რამდენად კარგად შეესაბამება თითოეული წრფე კორელაციაში მყოფი მონაცემების ნაკრებს, საჭიროა გარკვეული მეთოდი.

უმცირეს კვადრატთა მეთოდი

სურათზე №14.6 თითოეული A და B წრფე X-ის თითოეული მნიშვნელობისთვის Y-ის მნიშვნელობის (ანუ Y'-ის) წინასწარმეტყველების საშუალებას გვაძლევს. მაგალითად, მარტოობის 7 ქულას A წრფის მიხედვით შეესაბამება 24,0-ის ტოლი Y', ხოლო 27-ის ტოლ მარტოობის ქულას – 32,0-ის ტოლი Y'. მეორეს მხრივ, B წრფე პროგნოზირებს 20-ის ტოლ Y'—ს 36,0-ის ტოლი მარტოობის 7 ქულისათვის და 36-ის ტოლ Y'-ს მარტოობის 27 ქულისათვის. ეს ნაწინასწარმეტყველები Y ქულები წარმოდგენილია ცხრილის №14.4 გ სვეტში A წრფისათვის და ვ სვეტში B წრფისათვის.

ცხრილი №14.4

A ან B წრფეების გამოყენებით სურათის №14.6 X ქულების მიხედვით Y ქულების წინასწარმეტყველების შეცდომა. შეცდომა წარმოდგენილია რეალურ Y ქულასა და X-ის მიხედვით ნაწინასწარმეტყველებ Y' ქულას შორის სხვაობით, ანუ $Y - Y'$-ით. ა და ბ სვეტებში წარმოდგენილია რეალური X და Y ქულები. გ სვეტში წარმოდგენილია A წრფის მიხედვით ნაწინასწარმეტყველები Y, სვეტებში დ და ე - A წრფის მიხედვით ნაწინასწარმეტყველები Y ქულის შეცდომა და შეცდომის კვადრატი, ვ სვეტში — B წრფის მიხედვით ნაწინასწარმეტყველები Y, ზ და თ სვეტებში — B წრფის მიხედვით ნაწინასწარმეტყველები ქულების შეცდომა და შეცდომის კვადრატი

	(ა)	(ბ)	(გ)	(დ)	(ე)	(ვ)	(ზ)	(თ)
			A წრფის მიხედვით ნაწინასწარმეტყველები			B წრფის მიხედვით ნაწინასწარმეტყველები		
	რეალური ქულები		ქულები	შეცდომა		ქულები	შეცდომა	
მონაწილე	X	Y	Y'	$Y - Y'$	$(Y - Y')^2$	Y'	$Y - Y'$	$(Y - Y')^2$
1	4	16	22,8	–6,8	46,24	17,6	–1,6	2,56
2	27	37	32,0	+5,0	25,00	36,0	+1,0	1,00
3	18	33	28,4	+4,6	21,16	28,8	+4,2	17,64
4	7	23	24,0	–1,0	1,00	20,0	+3,0	9,00
5	30	34	33,2	+0,8	0,64	38,4	–4,4	19,36
6	12	32	26,0	+6,0	36,00	24,0	+8,0	64,00
7	18	24	28,4	–4,4	19,36	28,8	–4,8	23,04
8	23	29	30,4	–1,4	1,96	32,8	–3,8	14,44
9	19	26	28,8	–2,8	7,84	29,6	–3,6	12,96
10	12	26	26,0	0,0	0,00	24,0	+2,0	4,00
ჯამი				0,0	159,20		0,0	168,00

თითოეული Y' ქულა ცდომილია რეალურად მიღებულ Y ქულასთან შედარებით და $Y - Y'$ სხვაობა არის X ქულიდან Y ქულის წინასწარმეტყველებისას დაშვებული შეცდომის საზომი. ცხრილი №14.4 გვიჩვენებს სურათის №14.6 *A* (დ სვეტი) და *B* (ზ სვეტი) წრფეების გამოყენებით X ქულების მიხედვით თითოეული Y ქულის წინასწარმეტყველებასთან დაკავშირებულ შეცდომებს.

თითოეული ამ წრფის მიხედვით წინასწარმეტყველება შეცდომასთან არის დაკავშირებული, მაგრამ რომელიმე წრფეს მივყავართ თუ არა უფრო მცირე წინასწარმეტყველების შეცდომასთან, ვიდრე მეორეს? შეგვიძლია, ვცადოთ, ამ კითხვას ვუპასუხოთ ცხრილის №14.4 ე და თ სვეტებში მოცემული შეცდომების შეკრებით. მაგრამ თუ სვეტებს შევაჯამებთ, როგორც ეს ცხრილში №14.4, აღმოვაჩენთ, რომ შეცდომების (ცდომილებების) ჯამი $\sum(Y - Y')$ თითოეული წრფისათვის ნულის ტოლია. ამიტომ შეცდომების ჯამს ვერ გამოვიყენებთ როგორც კრიტერიუმს ნერტილთა გაბნეეის დიაგრამისა და წრფის შესაბამისობის დასადგენად; ის ყოველთვის ნულის ტოლი იქნება. იგივე პრობლემა გვქონდა მე-5 თავში, როდესაც ვცდილობდით საშუალოს გარშემო ქულების ცვალებადობის საზომის დადგენას. იმ შემთხვევაში დავადგინეთ, რომ $\sum(X - \overline{X})$ ყოველთვის ნულის ტოლი იყო. პრობლემის გადასაჭრელად $X - \overline{X}$ სხვაობების დაჯამებამდე თითოეული ავიყვანეთ კვადრატში, შემდეგ $\sum(X - \overline{X})^2$ გამოვიყენეთ ქულებში ცდომილების ცვალებადობის საზომის მისაღებად.

ამჟამინდელი პრობლემაც შეიძლება მსგავსად გადაიჭრას თითეული $Y - Y'$ სხვაობის კვადრატში აყვანით და $Y - Y'$ სხვაობების კვადრატების შეჯამებით. შემდეგ $\sum(Y - Y')^2$ -ს გამოვიყენებთ, რომ განვსაზღვროთ, რომელი წრფე შეესაბამება საუკეთესოდ ნერტილთა გაბნევის დიაგრამას. ცხრილი №14.4 ე და ზ სვეტებში გვიჩვენებს თითოეული, *A* და *B*, წრფისათვის $\sum(Y - Y')^2$ -ის მიღებას. $\sum(Y - Y')^2$ *A* წრფისათვის არის 159,20 (იხ. სვეტი ე), მაშინ, როცა *B* წრფისათვის ეს არის 168,0 (იხ. სვეტი ზ). $\sum(Y - Y')^2$ -ზე, როგორც წინასწარმეტყველების შეცდომის საზომზე დაყრდნობით, *A* წრფე ნაკლებ ცდომილებას იწვევს, ვიდრე *B* წრფე.

უმცირეს კვადრატთა მეთოდით მიღებული რეგრესიის წრფე – წრფე, რომელიც მინიმუმამდე ამცირებს $\sum(Y - Y')^2$ -ის მნიშვნელობას.

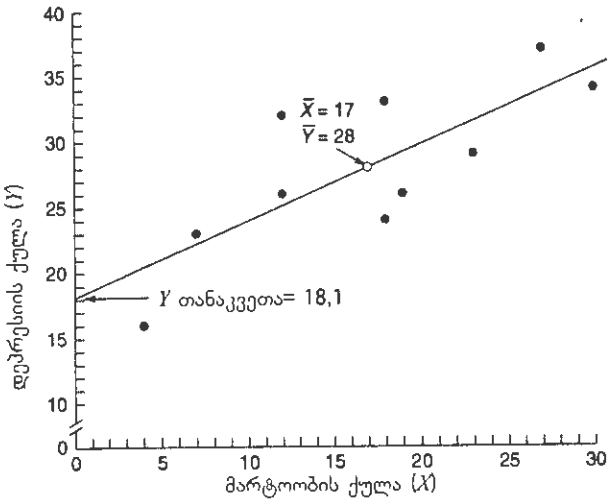
წრფეს, რომელიც მინიმუმამდე ამცირებს $\sum(Y - Y')^2$ -ის მნიშვნელობას, **უმცირეს კვადრატთა მეთოდით მიღებული რეგრესიის წრფე** ეწოდება, რადგან ის მინიმალურ მნიშვნელობას ანიჭებს თითოეული პროგნოზირებული Y' ქულის რეალური ქულისაგან Y სხვაობის კვადრატების ჯამს. ანუ, ის მინიმუმამდე ამცირებს $\sum(Y - Y')^2$ -ს. სურათზე №14.7 ნაჩვენებია უმცირეს კვადრატთა რეგრესიის წრფე, რომელიც შეესაბამება ცხრილის №14.3 მონაცემების გაბნევის დიაგრამას. ამ წრფის განტოლებაა $Y' = + 0,583\ X + 18,1$. ამ წრფის მახასიათებელია ის, რომ, $\sum(Y - Y')^2$ მინიმალურია; ცხრილის №14.3 მონაცემების შესაბამის სხვა არც ერთ წრფეს არ ექნება $\sum(Y - Y')^2$ -ის უფრო მცირე მნიშვნელობა. ახლა კი ავხსნი, თუ როგორ უნდა ვიპოვოთ უმცირეს კვადრატთა რეგრესიის წრფის დახრილობა და Y თანაკვეთა.

უმცირეს კვადრატთა რეგრესიის წრფის დახრილობა და Y თანაკვეთა Y-ის X-ის მიხედვით წინასწარმეტყველებისათვის

იმისათვის, რომ X ცვლადის მიხედვით Y ცვლადის წინასწარმეტყველებისათვის ვიპოვოთ უმცირეს კვადრატთა რეგრესიის წრფე, უნდა განვსაზღვროთ იმ წრფის დახრილობა (*b*) და Y თანაკვეთა (*a*), რომელიც $\sum(Y - Y')^2$ -ის მნიშვნელობას მინიმუმამდე ამცირებს.

უმცირეს კვადრატთა მეთოდით მიღებული წრფის დახრილობა

არსებობს უმცირეს კვადრატთა მეთოდით მიღებული წრფის დახრილობის პოვნის რამდენიმე ალტერნატიული ფორმულა; თითოეული ფორმულა გვაძლევს *b*-ს ერთსა და იმავე მნიშვნელობას.



სურათი №14.7
უმცირეს კვადრატთა მეთოდით მიღებული რეგრესიის წრფე 14.3 ცხრილში მოცემული მარტოობისა და დეპრესიის ქულებისათვის

გადახრათა და ჯვარედინა ნამრავლების ფორმულა. ორი ცვლადის უმცირეს კვადრატთა რეგრესიის წრფის დახრილობა ამ ქულების მათი საშუალოდან გადახრების გამოყენებით მოცემულია ფორმულით:

$$\text{დახრილობა} = b = \frac{\sum\left(X - \bar{X}\right)\left(Y - \bar{Y}\right)}{\sum\left(X - \bar{X}\right)^2}.$$

გაიხსენეთ, რომ ამ ფორმულის მრიცხველი $\sum\left(X - \bar{X}\right)\left(Y - \bar{Y}\right)$ არის X-ისა და Y-ის ჯვარედინა ნამრავლი და აღინიშნება CP_{XY}-ით. ამ ფორმულის მნიშვნელი,

$$\sum\left(X - \bar{X}\right)^2,$$

არის X-ის კვადრატების ჯამი, ანუ SS_X. შესაბამისად, ეს განტოლება შემიძლია ასევე ჩავწერო b-ს ჯვარედინა ნამრავლებისა და კვადრატების ჯამის სახით, როგორც:

$$\text{დახრილობა} = b = \frac{CP_{XY}}{SS_X}.$$

გამოთვლითი ფორმულა. ფორმულა, რომელიც გამოთვლის უფრო ადვილ ხერხს გვთავაზობს, შემდეგია:

$$\text{დახრილობა} = b = \frac{\left(N_{\text{წყვილი}}\right)\left(\sum XY\right) - \left(\sum X\right)\left(\sum Y\right)}{\left(N_{\text{წყვილი}}\right)\left(\sum X^2\right) - \left(\sum X\right)^2},$$

სადაც $N_{\text{წყვილი}}$ არის ქულების წყვილების რაოდენობა.

კორელაციური ფორმულა. b-ს მნიშვნელობა შეიძლება აგრეთვე მივიღოთ r-ის მეშვეობით შემდეგი განტოლების გამოყენებით:

$$\text{დახრილობა} = b = r\left(\frac{s_Y}{s_X}\right),$$

სადაც r არის $r_{\text{პირსონი}}$ მონაცემთა ორ წყებას შორის;
S_Y არის პოპულაციისათვის გამოთვლილი Y ქულების სტანდარტული გადახრა;
S_X არის პოპულაციისათვის გამოთვლილი X ქულების სტანდარტული გადახრა.

ამ განტოლების გამოყენებას გიჩვენებთ მაგალითი №14.1.

რომელი ფორმულა უნდა გამოიყენოთ b-ს გამოსათვლელად? ცხრილში №14.5 წარმოდგენილია დახრილობის გამოსათვლელი თითოეული ზემოთ მოცემული ფორმულა. მონაცემთა სიმრავლეზე გამოყენებისას თითოეული ფორმულა გვაძლევს b-ს ერთსა და იმავე მნიშვნელობას. რომელი ფორმულა უნდა ამოვირჩიოთ მონაცემთა სიმრავლის მიხედვით b-ს გამოსთვლელად? ზოგადად, გამოთვლითი ფორმულისათვის საჭირო გამოთვლები უფრო მარტივი შესასრულებელია და ნაკლებად მოსალოდნელია, რომ შეცდომამდე მიგვიყვანს, ვიდრე ის გამოთვლები, რომლებიც საჭიროა გადახრათა და ჯვარედინა ნამრავლთა ფორმულებისათვის. აქედან გამომდინარე, გამოთვლითი ფორმულა უმჯობესია გამოიყენოთ მონაცემთა მიხედვით b-ს გამოსათვლელად და მისი გამოყენება ქვემოთ იქნება ნაჩვენები. თუმცა, თუ თქვენ უკვე იპოვეთ $r_{\text{პირსონის}}$ მნიშვნელობა, ყველაზე მარტივი იქნება კორელაციური ფორმულა, რადგან ამ შემთხვევაში $r_{\text{პირსონის}}$ მნიშვნელობის გარდა თქვენ მხოლოდ S_X და S_Y უნდა იპოვოთ.

ცხრილი №14.5
უმცირეს კვადრატთა მეთოდით მიღებული წრფის დახრილობის ფორმულები

გადახრათა ფორმულა

$$b = \frac{\sum\left(X - \overline{X}\right)\left(Y - \overline{Y}\right)}{\sum\left(X - \overline{X}\right)^2}$$

ჯვარედინა ნამრავლებისა და კვადრატების ჯამის ფორმულა

$$b = \frac{CP_{XY}}{SS_X}$$

გამოთელითი ფორმულა

$$b = \frac{\left(N_{\text{წყვილი}}\right)\left(\sum XY\right) - \left(\sum X\right)\left(\sum Y\right)}{\left(N_{\text{წყვილი}}\right)\left(\sum X^2\right) - \left(\sum X\right)^2},$$

$N_{\text{წყვილი}}$ არის ქულების წყვილების რაოდენობა.

კორელაციის ფორმულა

$$b = r\left(\frac{s_Y}{s_X}\right)$$

b-ს პოვნა გამოთვლითი ფორმულის მეშვეობით

ცხრილი №14.6 გვიჩვენებს, თუ როგორ ხდება გამოთვლითი ფორმულის გამოყენება სურათის №14.7 უმცირეს კვადრატთა რეგრესიის წრფის დახრილობის საპოვნელად, რომელიც ცხრილის №14.3 დეპრესიისა და მარტოობის ქულებს შეესაბამება. ცხრილის №14.7 ა და ბ სვეტები წარმოადგენს X და Y ქულებს. ამ სვეტების ჯამები გვაძლევს საჭირო $\sum X$-სა და $\sum Y$-ს: $\sum X = 170$ და $\sum Y = 280$. გ სვეტში მიღე-

ბულია თითოეული X^2 და ამ სვეტის მონაცემების ჯამი, 3520, გვაძლევს $\sum X^2$-ს. დ სვეტი გვაძლევს თითოეული XY-ის მნიშვნელობას (ანუ თითოეული X ქულის ნამრავლს) მის შესაბამის Y ქულაზე და ამ სვეტის მონაცემების ჯამი, 5127, გვაძლევს $\sum XY$-ს.

ცხრილის №14.6 მეორე საფეხური გვიჩვენებს ამ განტოლებაში $\sum X$-ის, $\sum Y$-ის, $\sum XY$-ისა და $\sum X^2$-ის მნიშვნელობების ჩასმას. ცხრილის №14.3 ქულებისათვის მიღებული b-ს მნიშვნელობა არის +0,583. პლუს ნიშანი მიუთითებს, რომ დახრილობა დადებითია.

Y თანაკვეთა და უმცირეს კვადრატთა რეგრესიის წრფე

უმცირეს კვადრატთა რეგრესიის წრფის Y თანაკვეთა გამოითვლება b-ს მნიშვნელობის მიხედვით შემდეგი ფორმულით:

$$a = \overline{Y} - b\overline{X},$$

სადაც $\overline{Y}$ არის Y ქულების საშუალო;

$\overline{X}$ არის X ქულების საშუალო;

b არის უმცირეს კვადრატთა რეგრესიის წრფის დახრილობა, მიღებული წინა ქვეთავში მოცემული ერთ-ერთი ფორმულის მეშვეობით.

ვაჩვენოთ, თუ როგორ ხდება ამ ფორმულის გამოყენება 14.3 ცხრილის ქულებისათვის, სადაც $\overline{Y} = 28$, $\overline{X} = 17$ და $b = +0{,}583$. შესაბამისად,

$$a = 28 - (+\,0.583)\,(17) = 28 - 9.911 = 18.089 = 18.1$$

მეათედებამდე დამრგვალების შემდეგ. ამ ქულებისათვის უმცირეს კვადრატთა მეთოდით დადგენილი რეგრესიის წრფე Y ღერძს კვეთს Y=18,1 მნიშვნელობაზე.

ცხრილი №14.6

b-ს გამოანგარიშება გამოთვლითი ფორმულის გამოყენებით. მარტოობის ქულები (X) ა სვეტში და დეპრესიის ქულები (Y) ბ სვეტში აღებულია 14.3 ცხრილიდან

საფეხური I. $\sum X$-ის, $\sum Y$-ის, $\sum X^2$-ისა და $\sum XY$-ის გამოთვლა:

	(ა)	(ბ)	(გ)	(დ)
ცდის პირი	X	Y	X^2	XY
1	4	16	16	64
2	27	37	729	999
3	18	33	324	594
4	7	23	49	161
5	30	34	900	1020
6	12	32	144	384
7	18	24	324	432
8	23	29	529	667
9	19	26	361	494
10	12	26	144	312
ჯამები	170	280	3520	5127

საფეხური II. b -ს გამოთვლა:

$$\sum X = 170,$$
$$\left(\sum X\right)^2 = 170^2 = 28.900,$$
$$\sum Y = 280,$$
$$\sum X^2 = 3520,$$
$$\sum XY = 5127,$$
$$N_{\text{წყვილი}} = 10.$$

და

$$b = \frac{\left(N_{\text{წყვილი}}\right)\left(\sum XY\right) - \left(\sum X\right)\left(\sum Y\right)}{\left(N_{\text{წყვილი}}\right)\left(\sum X^2\right) - \left(\sum X\right)^2}.$$

თუ ჩავსვამთ რიცხვით მნიშვნელობებს,

$$b = \frac{(10)(5127) - (170)(280)}{(10)(3520) - 28,900}$$
$$= \frac{+3670}{6300} = +0,583.$$

უმცირეს კვადრატთა მეთოდით დადგენილი რეგრესიის წრფის განტოლება

როცა a -სა და b -ს მნიშვნელობებს ჩავსვამთ წრფის განტოლებაში

$$Y' = bX + a,$$

მივიღებთ, რომ

$$Y' = +0.583X + 18.1.$$

მაშასადამე, უმცირეს კვადრატთა რეგრესიის წრფეს ცხრილის №14.3 ქულებისათვის აღწერს განტოლება $Y' = +0.583X + 18.1$. იმისათვის, რომ მივიღოთ Y-ის ნაწინასწარმეტყველები მნიშვნელობები, ამ განტოლებაში უნდა ჩავსვათ X-ის მნიშვნელობა და განტოლება ამოვხსნათ Y'-ის მიმართ. Y-ის ნაწინასწარმეტყველები მნიშვნელობები ცხრილის №14.3 ქულებისათვის შემდეგია:

ცდის პირი	თუ $X =$ ____	მაშინ $Y' =$ ____
1	4	20,4
2	27	33,8
3	18	28,6
4	7	22,2
5	30	35,6
6	12	25,1
7	18	28,6
8	23	31,5
9	19	29,2
10	12	25,1

Y'-ის ეს მნიშვნელობები ჩანს სურათზე №14.7 გამოსახულ წრფეზე.

უმცირეს კვადრატთა რეგრესიის წრფის მორგება მონაცემებისათვის

ახლა გიჩვენებთ, თუ როგორ ხდება $Y' = +0.583X + 18.1$-ით ნარმოდგენილი უმცირეს კვადრატთა რეგრესიის წრფის მორგება სურათზე №14.7 დატანილი ქულებისათვის. თუ ცნობილია ნებისმიერი ორი წერტილი წრფეზე, მაშინ ჩვენ საკმარისი ინფორმაცია გვაქვს გრაფიკზე წრფის ასაგებად. რეგრესიის წრფისათვის წრფის ერთ-ერთი წერტილია Y თანაკვეთა, – Y'-ის მნიშვნელობა, როცა $X=0$. ჩვენი მაგალითისათვის Y თანაკვეთა არის 18,1. მაშასადამე, წრფის ერთი წერტილის კოორდინატებია $X=0$, $Y=18,1$.

მეორე წერტილის გაგება შეგვიძლია განტოლებაში X-ის სხვა მნიშვნელობის ჩასმით და Y'-ის მიმართ ამოხსნით. მიუხედავად იმისა, რომ შეგვიძლია ჩავსვათ X-ის ნებისმიერი მნიშვნელობა, ვიყენებთ $\overline{X}$-ის მნიშვნელობას, როცა, მაგალითად, $\overline{X}=17,0$. განტოლებაში $\overline{X}=17,0$-ის ჩასმით ვიღებთ:

$$Y' = +0.583(17) + 18.1 = 28.0$$ მეათედებამდე დამრგვალებით.

შესაბამისად, როცა $\overline{X}=17, Y' = 28.0$. Y-ის ნანინასწარმეტყველები მნიშვნელობა, $Y' = 28.0$, უდრის $\overline{Y}$-ის მნიშვნელობას. უმცირეს კვადრატთა მეთოდით მიღებული ნებისმიერი ნრფისათვის, როცა X-ის მნიშვნელობა X ქულების საშუალოს ტოლია, Y' ტოლი იქნება რეალური Y ქულების საშუალოსი. მაშასადამე, მეორე წერტილი რეგრესიის წრფეზე ყოველთვის იქნება $\overline{X}, \overline{Y}$ კოორდინატების მქონე წერტილი. სურათზე №14.7 წარმოდგენილი ქულებისათვის $\overline{X}=17$, $\overline{Y}=28$ და სურათზე №14.7 რეგრესიის წრფე ამ კოორდინატებზე გადის.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა XIV–2

1. განსაზღვრეთ: უმცირეს კვადრატთა რეგრესიის წრფე, Y'.
2. ჩანერეთ წრფის მეშვეობით X-ის მიხედეით Y-ის მნიშვნელობის განსასაზღვრი ზოგადი განტოლება.
3. ტესტი №2-ის ნიშნების (Y) ტესტი №1-ის ნიშნებზე (X) რეგრესიის წრფის დახრილობა და Yთანაკვეთა არის $b = +0,08$ და $a = 9$.
   ა. დაწერეთ ტესტი №2-ის ნიშნების ტესტი №1-ის ნიშნებზე რეგრესიის განტოლება
   ბ. იპოვეთ ტესტი №2-ის წაწინასწარმეტყველები ნიშნების მნიშვნელობები (ანუ Y') ტესტი №1-ის შემდეგი ქულებისათვის (ანუ X-სთვის): 60, 65, 80, 85, 90.
   გ. უჯრიან ფურცელზე ააგეთ რეგრესიის წრფე. $\overline{X}=76$.
4. დავალება №2-ის ქულების (Y) დავალება №1-ის ქულებზე (X) რეგრესიის წრფის დახრილობა და Yთანაკვეთა არის $b = -1,4$ და $a = 23$.
   ა. დაწერეთ დაეალება №2-ის ქულების დავალება №1-ის ქულებზე რეგრესიის განტოლება
   ბ. იპოვეთ დავალება №2-ის ნაწინასწარმეტყველები ქულების მნიშვნელობები (ანუ Y') დაეალება №1-ის შემდეგი ქულებისათვის: (ანუ X-სთვის): 5, 8, 11, 14, 17.
   გ. უჯრიან ფურცელზე ააგეთ რეგრესიის წრფე. $\overline{X}=11$.

წინასწარმეტყველების შეცდომა

ნაშთი: წინასწარმეტყველების შეცდომის საზომი

ნაშთი - $Y - Y'$-ის მნიშვნელობა.

როგორც სურათიდან №14.7 დავინახეთ, Y ცელადის წინასწარმეტყველებისათვის X ცელადის გამოყენება პროგნოზირების გარკვეულ შეცდომასთან არის დაკავშირებული, თუ, რა თქმა უნდა, X-სა და Y-ს შორის სრული კორელაცია არ არის. სხვაობა ქულასა და მის ნაწინასწარმეტყველებ მნიშვნელობას შორის, $Y - Y'$, არის ამ შეცდომის საზომი და მას **ნაშთი** ეწოდება. ნაშთი გამოიყენება, როგორც საფუძველი წინასწარმეტყველების სიზუსტის საზომისა, რომელსაც *შეფასების სტანდარტული შეცდომა* ეწოდება. შეფასების სტანდარტული შეცდომის განსახილველად დავუბრუნდეთ ცხრილს №14.7.

ცხრილის №14.7 ა და ბ სვეტებში წარმოდგენილია ცხრილის №14.3 მარტოობისა და დეპრესიის ქულები. რეგრესიის განტოლებიდან $Y' = + 0.583X + 18.1$ მიღებული დეპრესიის ნაწინასწარმეტყველები ქულები (ანუ Y') ნაჩვენებია გ სვეტში. მაგალითად, Y' მე-6 ცდის პირისთვის, რომლის მარტოობის ქულაა 12, უდრის

$$Y_6' = (+ 0.583)(12) + 18.1 = 25.10.$$

იმისათვის, რომ მინიმუმამდე შეგვემცირებინა დამრგვალების შეცდომა შემდეგი გამოთვლებისას, გ სვეტის ნაწინასწარმეტყველები მნიშვნელობები მეასედებამდე დავამრგვალეთ. კარგი იქნება, თუ გამოთვლით დანარჩენ Y' მნიშვნელობებს გ სვეტში, რათა დარწმუნდეთ, რომ შეგიძლიათ ამ ქულებისთვის რეგრესიის განტოლებაზე მუშაობა.

თითოეული ცდის პირისათვის ნაშთი, $Y - Y'$, ნაჩვენებია დ სვეტში. ამ ნაშთების ჯამი ნულის ტოლია (დამრგვალების შეცდომის ფარგლებში), ამიტომ მას წინასწარმეტყველების შეცდომის საზომად ვერ გამოვიყენებთ. მაშასადამე, წინასწარმეტყველების შეცდომის საზომის მისაღებად ნაშთები კვადრატში აგვყავს, როგორც ეს ე სვეტშია ნაჩვენები. ე სვეტში $Y - Y'$ მნიშვნელობების კვადრატების შეჯამებით ვიღებთ კვადრატების ჯამს, რასაც $SS_{\text{ნაშთი}}$, ნაშთების კვადრატების ჯამი, ეწოდება. ამ მაგალითისათვის $SS_{\text{ნაშთი}}$ უდრის $\sum (Y - Y')^2$-ს, ანუ 138,1597-ს.

$SS_{\text{ნაშთი}} - \sum (Y - Y')^2$ -ის მნიშვნელობა.

ცხრილი №14.7

რეგრესიის $Y' = + 0.583X + 18.1$ განტოლების გამოყენებით ცხრილის №14.3 მარტოობის ქულების (X, ა სვეტი) მიხედვით დეპრესიის ნაწინასწარმეტყველები ქულების (Y', გ სვეტი) ნაშთის გამოთვლა. ნაშთი, ანუ წინასწარმეტყველების შეცდომა, მოცემულია დ სვეტში და ნაშთის კვადრატები წარმოდგენილია ე სვეტში

ცდის პირი	(ა) X	(ბ) Y	(გ) Y'	(დ) $Y-Y'$	(ე) $(Y-Y')^2$
1	4	16	20,43	-4,43	19,6249
2	27	37	33,84	3,16	9,9856
3	18	33	28,59	4,41	19,4481
4	7	23	22,18	0,82	0,6724
5	30	34	35,59	-1,59	2,5281
6	12	32	25,10	6,90	47,6100
7	18	24	28,59	-4,59	21,0681
8	23	29	31,51	-2,51	6,3001
9	19	26	29,18	-3,18	10,1124
10	12	26	25,10	0,90	0,8100
ჯამი:					138,1597

შეფასების სტანდარტული შეცდომა

მე-5 თავში ქულების სიმრავლისათვის ცდომილების ცვალებადობის საზომი, სტანდარტული გადახრა, S, მივიღეთ ქულების ამ ნაკრების SS-ის გაყოფით მის თავისუფლების ხარისხზე და შემდეგ მიღებული მნიშვნელობიდან კვადრატული ფესვის ამოღებით. Y-ის X-ის მიხედვით წინასწარმეტყველების შეცდომის ცვალებადობის მსგავს საზომს, *შეფასების სტანდარტული შეცდომას*, ვიღებთ $SS_{\text{ნაშთ}}$ მის თავისუფლების ხარისხზე განაყოფიდან კვადრატული ფესვის ამოღებით. $SS_{\text{ნაშთისთვის}}$ თავისუფლების ხარისხი (*df*) უდრის $N_{\text{წყვილი}}$ – 2-ს, სადაც $N_{\text{წყვილი}}$ არის ქულათა წყვილების რაოდენობა. აქედან გამომდინარე, **გაზომვის სტანდარტული შეცდომა,** რომელიც აღინიშნება როგორც S_{YX} და გამოხატავს, რომ Y ნაწინასწარმეტყველებია X-ის მიხედვით, განისაზღვრება, როგორც:

$$\text{გაზომვის სტანდარტული შეცდომა} = s_{Y \cdot X} = \sqrt{\frac{SS_{\text{ნაშთი}}}{N_{\text{წყვილი}} - 2}}.$$

შეფასების სტანდარტული შეცდომა (S_{YX}) – $\sqrt{\frac{\sum (Y - Y')^2}{N_{\text{წყვილი}} - 2}}$ გამოსახულების მნიშვნელობა

ეს იგივეა, რაც

$$\text{გაზომვის სტანდარტული შეცდომა} = s_{Y \cdot X} = \sqrt{\frac{\sum (Y - Y')^2}{N_{\text{წყვილი}} - 2}}.$$

ამ მაგალითში, $SS_{\text{ნაშთი}} = 138,1597$ და $N_{\text{წყვილი}} = 10$; შესაბამისად, მარტოობის ქულების მიხედვით, დეპრესიის ქულების წინასწარმეტყველების შეფასების სტანდარტული შეცდომა არის

$$s_{Y \cdot X} = \sqrt{\frac{138,1597}{10 - 2}} = 4,16, \text{ დამრგვალებული მეასედამდე.}$$

S_{YX}-ის განსაზღვრება

$$s_{Y \cdot X} = \sqrt{\frac{\sum (Y - Y')^2}{N_{\text{წყვილი}} - 2}}$$

გვიჩვენებს, რომ ის წარმოადგენს ნაწინასწარმეტყველები ქულების რეალურ (მიღებულ) ქულებთან შედარების შეცდომის ცვალებადობის საზომს. თუმცა, რადგან ამ ფორმულისათვის საჭიროა $Y - Y'$ სხვაობის გამოთვლა, ის ძალიან ბევრ დროს მოითხოვს და გამოთელის შეცდომასთან არის დაკავშირებული. ამიტომ შეიქმნა ორი ალტერნატიული ფორმულა: ერთია გამოთვლითი ფორმულა, რომელიც შეიძლება გამოვიყენოთ $Y - Y'$ სხვაობის გამოთვლის გარეშე და მეორეა ფორმულა r-ის გამოყენებით.

S_{YX}-ის გამოთვლითი ფორმულა

გამოთვლითი ფორმულა S_{YX}-ის უშუალოდ ქულების მიხედვით გამოთვლისათვის, ნაშთის პოვნის გარეშე, შემდეგია:

$$s_{Y \cdot X} = \sqrt{\left[\frac{1}{N_{\text{წყვილი}}\left(N_{\text{წყვილი}} - 2\right)}\right]\left[N_{\text{წყვილი}} \sum Y^2 - \left(\sum Y\right)^2 - \frac{\left[N_{\text{წყვილი}} \left(\sum XY\right) - \left(\sum X\right)\left(\sum Y\right)\right]^2}{N_{\text{წყვილი}} \sum X^2 - \left(\sum X\right)^2}\right]}$$

სადაც $N_{\text{წყვილი}}$ არის ქულათა წყვილების რაოდენობა.

ეს განტოლება არ არის ისეთი რთული, როგორიც ერთი შეხედვით შეიძლება ჩანდეს. ის გამოთვლები, რაც ამ ფორმულის გამოყენებით მარტოობისა და დეპრესიის ქულებისთვის S_{YX}-ის მისაღებად არის საჭირო, ნაჩვენებია ცხრილში №14.8. ამ ცხრილის პირველი საფეხური მოიცავს ამ ფორმულის ამოსახსნელად საჭირო რიცხვით მნიშვნელობებს. თითოეული ცდის პირისათვის:

ა სვეტში მოცემულია მარტოობის ქულა, X;
ბ სვეტში მოცემულია დეპრესიის ქულა, Y;
გ სვეტში მოცემულია მარტოობის ქულის კვადრატი, (X^2);
დ სვეტში მოცემულია დეპრესიის ქულის კვადრატი (Y^2);
ე სვეტში მოცემულია მარტოობისა და დეპრესიის ქულის ნამრავლი (XY).

ცხრილი №14.8

S_{YX}-ის გამოანგარიშება გამოთელითი ფორმულის გამოყენებით. მარტოობის ქულები (X, ა სვეტი) და დეპრესიის ქულები (Y, ბ სვეტი) აღებულია ცხრილიდან №14.3

საფეხური I. $\sum X$-ის, $\sum Y$-ის, $\sum X^2$-ის, $\sum Y^2$-სა და $\sum XY$-ის გამოთვლა:

ცდის პირი	(ა) X	(ბ) Y	(გ) X^2	(დ) Y^2	(ე) XY
1	4	16	16	256	64
2	27	37	729	1369	999
3	18	33	324	1089	594
4	7	23	49	529	161
5	30	34	900	1156	1020
6	12	32	144	1024	384
7	18	24	324	576	432
8	23	29	529	841	667
9	19	26	361	676	494
10	12	26	144	676	312
ჯამები	170	280	3520	8192	5127

საფეხური II. S_{YX}-ის გამოთვლა:

$$\sum X = 170, \qquad \sum Y = 280$$
$$\left(\sum X\right)^2 = 170^2 = 28.900, \qquad \left(\sum Y\right)^2 = 280^2 = 78.400$$
$$\sum Y = 280, \qquad \sum Y^2 = 8192$$
$$\sum X^2 = 3520,$$
$$\sum XY = 5127,$$
$$N_{\text{წყვილი}} = 10.$$

და

$$S_{Y.X} = \sqrt{\left[\frac{1}{N_{\text{წყვილი}}\left(N_{\text{წყვილი}} - 2\right)}\right]\left[N_{\text{წყვილი}}\sum Y^2 - \left(\sum Y\right)^2 - \frac{\left[N_{\text{წყვილი}}\left(\sum XY\right) - \left(\sum X\right)\left(\sum Y\right)\right]^2}{N_{\text{წყვილი}}\sum X^2 - \left(\sum X\right)^2}\right]}$$

$$= \sqrt{\left[\frac{1}{10(8)}\right]\left[10(8192) - 78.400 - \frac{\left[10(5127) - (170)(280)\right]^2}{10(3520) - 28.900}\right]}$$

$$= \sqrt{\left[\frac{1}{80}\right]\left[3520 - \frac{(3670)^2}{6300}\right]} = \sqrt{\left(\frac{1}{80}\right)1382.079}$$

= 4.16 მეასედებამდე დამრგვალების შედეგად

$\sum X$ არის ა სვეტის ჯამი, $\sum Y$ – ბ სვეტის ჯამი, $\sum X^2$ – გ სვეტის ჯამი, $\sum Y^2$ – დ სვეტის ჯამი და $\sum X^2$ – ე სვეტის ჯამი. მე-2 საფეხური გვიჩვენებს ამ ფორმულაში მნიშვნელობების ჩასმას. S_{YX} -ის მიღებული მნიშვნელობა არის 4,16, ანუ იგივე, რაც განმარტებითი ფორმულის გამოყენებით მივიღეთ.

S_{YX}-ის გამოთვლა *r*-ის მიხედვით

გაზომვის სტანდარტული შეცდომა შეიძლება აგრეთვე გამოითვალოს X-სა და Y-ს შორის $r_{\text{რეალური}}$ და Y ცელადის სტანდარტული გადახრის გამოყენებით შემდეგი ფორმულით:

$$s_{Y \cdot X} = s_Y \sqrt{\left[\frac{N_{\text{წყვილი}} - 1}{N_{\text{წყვილი}} - 2}\right]\left(1 - r^2_{\text{რეალური}}\right)}.$$

ცხრილის №14.3 მონაცემებისათვის

$$S_Y = 6.25,$$

$$r_{\text{რეალური}} = +0.78,$$

$$N_{\text{წყვილი}} = 10.$$

მაშასადამე,

$$s_{Y \cdot X} = (6,25)\sqrt{\left[\frac{10-1}{10-2}\right]\left[1-(+0,78)^2\right]} = (6,25)(0,6638) = 4,15.$$

დამრგვალების შეცდომის საზღვრების გათვალისწინებით ეს იგივეა, რაც განმარტებითი ან გამოთელითი ფორმულის მეშვეობით მიღებული მნიშნელობა.

როდესაც $N_{\text{წყვილს}}$ მნიშვნელობა დიდია, $N_{\text{წყვილი}}$– 1-ის $N_{\text{წყვილი}}$– 2-თან შეფარდება უახლოვდება 1,00-ს და ფორმულა ხშირად ჩაიწერება, როგორც

$$s_{Y \cdot X} = s_Y \sqrt{1 - r^2_{\text{რეალური}}}.$$

S_{YX}-ის გამოსათელელი ფორმულები შეჯამებულია ცხრილში №14.9.

ცხრილი №14.9

შეფასების სტანდარტული შეცდომის (S_{YX}) ფორმულები

ნაშთების ფორმულა

$$s_{Y \cdot X} = \sqrt{\frac{S_{\text{ნაშთი}}}{N_{\text{წყვილი}} - 2}}$$

ან

$$s_{Y \cdot X} = \sqrt{\frac{\sum (Y - Y')^2}{N_{\text{წყვილი}} - 2}},$$

გამოთვლითი ფორმულა

$$s_{Y \cdot X} = \sqrt{\left[\frac{1}{N_{\text{წყვილი}}\left(N_{\text{წყვილი}} - 2\right)}\right]\left[N_{\text{წყვილი}} \sum Y^2 - \left(\sum Y\right)^2 - \frac{\left[N_{\text{წყვილი}}\left(\sum XY\right) - \left(\sum X\right)\left(\sum Y\right)\right]^2}{N_{\text{წყვილი}} \sum X^2 - \left(\sum X\right)^2}\right]}$$

ფორმულა $r_{\text{რეალური}}$ გამოყენებით

$$s_{Y \cdot X} = s_Y \sqrt{\left[\frac{N_{\text{წყვილი}} - 1}{N_{\text{წყვილი}} - 2}\right]\left(1 - r^2_{\text{რეალური}}\right)}$$

ინფორმაცია, რომელსაც გვაძლევს შეფასების სტანდარტული შეცდომა

იმისათვის, რომ გავიგოთ, თუ რა ინფორმაციას გვაძლევს შეფასების სტანდარტული შეცდომა, ცოტა ხნით მივუბრუნდებით სტანდარტული გადახრის, s-ის, განხილვას. ქულების სიმრავლის სტანდარტული გადახრა გვაძლევს ამ ქულების შეცდომის (ცდომილების) ცვალებადობას. თუ ქულების შესახებ არაფერი ვიცით გარდა მათი საშუალოსი, საუკეთესო წინასწარმეტყველება ამ ქულებისათვის არის მათი საშუალო. რა თქმა უნდა, სავარაუდოა, რომ ეს წინასწარმეტყველება მცდარი იქნება და საშუალოდ, ეს შეცდომა (ცდომილება) სტანდარტული გადახრის მნიშვნელობის ტოლი იქნება. მაგალითად, დავუშვათ, თქვენ გითხრეს, რომ ცხრილის №14.3 მონაცემების დეპრესიის საშუალო ქულა არის 28. თუ გთხოვენ, იწინასწარმეტყველოთ ცალკეული ქულა, მაშინ, როცა არაფერი იცით იმის გარდა, რომ $\overline{Y} = 28{,}0$, თქვენი საუკეთესო წინასწარმეტყველება იქნება 28,0. მაგრამ ცხრილის №14.3 ნებისმიერი ქულისათვის ეს წინასწარმეტყველება მცდარია; არც ერთ ცდის პირს არ მიუღია დეპრესიის 28 ქულა. ქულათა ამ სიმრავლისათვის ასეთი წინასწარმეტყველების საშუალო შეცდომა არის სტანდარტული გადახრის მნიშვნელობა, $S_Y = 6{,}25$.

ახლა დავუშვათ, თქვენთვის ცნობილი გახდა, რომ მარტოობისა და დეპრესიის ქულებს შორის არსებობს წრფივი კავშირი, გამოხატული, როგორც

$$Y' = +0{,}583\ X + 18.1.$$

გარდა ამისა, დავუშვათ, თქვენთვის ასევე ცნობილი გახდა, რომ პირველ ცდის პირს აქვს დეპრესიის 4 ქულა. ამ ქულის მიხედვით და რეგრესიის განტოლების გამოყენებით თქვენ ინინასწარმეტყველებთ, რომ პიროვნების Y ქულა იქნება 20,43. მიუხედავად იმისა, რომ ეს წინასწარმეტყველებაც მცდარია (ცდის პირის რეალური ქულა იყო 16), ნაწინასწარმეტყველები 20,43 უფრო ახლოსაა რეალურ ქულასთან, ვიდრე $\overline{Y}$-ის მიხედვით ნაწინასწარმეტყველები 28,0. შეფასების სტანდარტული შეცდომა არის ნანინასწარმეტყველები ქულების მეცდომის სტანდარტული გადახრა. მაშასადამე, S_{YX} გამოხატავს რეგრესიის წრფის მიხედვით პროგნოზირებისას დაშვებულ საშუალო შეცდომას. ყურადღება მიაქცეთ იმის, რომ ჩვენს მაგალითში $S_{YX} = 4{,}16$ ნაკლებია $S_Y = 6{,}25$-ზე. აქედან გამომდინარე, თუ Y-ს ვინინასწარმეტყველებთ X-ის მიხედვით, ნინასწარმეტყველების შეცდომა, ჩვეულებრივ, ნაკლები იქნება იმასთან შედარებით, უბრალოდ $\overline{Y}$ რომ გამოგვეყენებინა ყველა Y მნიშვნელობის წინასწარმეტყველებისათვის. ცხრილში №14.10 ნარმოდგენილია S_Y-სა და S_{YX}-ს შორის კავშირი, როგორც X და Y ცვლადებს შორის კორელაციის ფუნქცია. ცხრილი შედგენილია $r_{\text{რეალური}}$ მნიშვნელობების ჩასმით შემდეგ ფორმულაში:

$$s_{Y \cdot X} = s_Y \sqrt{1 - r^2_{XY\ \text{რეალური}}}.$$

ყურადღება მიაქციეთ იმას, რომ როცა $r_{\text{რეალური}}$ ნულის ტოლია, მაშინ $S_{YX} = S_Y$ და ცდის პირის მარტოობის ქულის ცოდნა მისი დეპრესიის ქულის პროგნოზირების სიზუსტეს არ ზრდის. r-ის მცირე მნიშვნელობებისთვის (მაგალითად, r-ის მნიშვნელობაა 0,1, 0,2 ან 0,3), X ცვლადის ცოდნა Y ცვლადის ქულის ნინასწარმეტყველების სიზუსტის გაზრდისათვის ბევრს არაფერს აკეთებს. მეორე მხრივ, r-ის დიდი მნიშვნელობები (მაგალითად, r=0,7; 0,8 ან 0,9) მნიშვნელოვნად აუმჯობესებს წინასწარმეტყველების სიზუსტეს. მაგალითად, თუ X-სა და Y-ს შორის კორელაცია არის 0,8, მაშინ S_{YX} 0,6-ჯერ ნაკლებია S_Y-ზე. როცა r უდრის 1,00-ს, მაშინ $S_{YX} = 0$; Y

ქულის წინასწარმეტყველება X ქულის მიხედვით ზუსტია და წინასწარმეტყველებისას შეცდომას არ ვუშვებთ.

ცხრილი №14.10

S_{YX}-სა და S_Y-ს შორის კავშირი როგორც r-ის ფუნქცია

თუ $r_{\text{რეალური}}$ = _____,	მაშინ S_{YX}=_____ S_Y
0	1,000
0,1	0,995
0,2	0,980
0,3	0,954
0,4	0,917
0,5	0,866
0,6	0,800
0,7	0,714
0,8	0,600
0,9	0,436
1,0	0,000

X -ის წინასწარმეტყველება Y -ის მიხედვით

აქამდე მოყვანილ მაგალითებში მარტოობის ქულები (X) გამოიყენებოდა დეპრესიის ქულების (Y) წინასწარმეტყველებისათვის. მაგრამ შეგვეძლო, შეგვებრუნებინა პროცესი და დეპრესიის ქულები გამოგვეყენებინა მარტოობის წინასწარმეტყველებისათვის. ეს მოგვცემდა იმისგან განსხვავებულ რეგრესიის განტოლებას, რაც დეპრესიის მარტოობის მიხედვით წინასწარმეტყველებისათვის გვქონდა. ცხრილში №14.11 წარმოდგენილია მარტოობისა და დეპრესიის ქულები ცხრილის №14.3 შებრუნებული X და Y აღნიშვნებით; დეპრესიის ქულები ახლა აღნიშნულია X-ით (ა სვეტი) და მარტოობის ქულები Y-ით (ბ სვეტი). გ და დ სვეტებში მოცემულია $\sum X^2$-სა და $\sum XY$-ის მნიშვნელობები, რაც საჭიროა გამოთვლითი ფორმულის გამოყენებით წრფის დახრილობის გამოთვლისათვის, როგორც ამას ცხრილის მე-2 საფეხური გვიჩვენებს. მე-3 საფეხურზე მიღებულია Y თანაკვეთა, a. დეპრესიის მიხედვით მარტოობის წინასწარმეტყველების რეგრესიის წრფე ნარმოდგენილია მე-4 საფეხურზე. ეს რეგრესიის წრფე გამოიყენებოდა ე სვეტში ნაჩვენები Y' მნიშვნელობების გამოსათვლელად. ნაშთები ნარმოდგენილია ვ სვეტში და ნაშთების კვადრატში აყვანილი მნიშვნელობები — ზ სვეტში. მე-5 საფეხურზე ნაჩვენებია ნაშთების მიხედვით S_{YX}-ის გამოთელა.

ყურადღება მიაქციეთ იმას, რომ რეგრესიის წრფის დახრილობა და Y თანაკვეთა დამოკიდებულია იმაზე, თუ რომელი ცვლადია აღნიშნული X -ით და რომელი – Y-ით. თუ მარტოობა არის აღნიშნული X -ით, მაშინ რეგრესიის წრფეა $Y' = + 0,583X + 18,1$. მაგრამ, თუ დეპრესიაა აღნიშნული X -ით, მაშინ რეგრესიის წრფეა $Y' = + 1,043X + 12,2$. თუმცა ორივე წრფე Y-ით აღნიშნული ცვლადის ერთნაირად ზუსტი წინასწარმეტყველების საშუალებას გვაძლევს. ეს თვისება შეიძლება დავინახოთ თითოეული წრფის S_{YX}-ის S_Y-თან შედარებით. თუ მარტოობა არის X ცვლადი, მაშინ S_{YX} არის 4,16 და S_Y არის 6,25. ამ შემთხვევაში S_{YX}/S_Y უდრის 4,16/6,25, რაც ტოლია 0,67-ის. მეორე მხრივ, თუ დეპრესიაა X ცვლადი, S_{YX} უდრის 5,56-ს და S_Y არის 8,37. აქ S_{YX}/S_Y უდრის 5,56/8,37-ს, რაც უდრის 0,66-ს. დამრგვალების შეცდომის ფარგლებში, თითოეული წრფე ქულების წინასწარმეტყველებისას ერთნაირ შეცდომასთან არის დაკავშირებული. შემთხვევათა უმეტესობაში მკვლევარს გარკვეული მიზეზი აქვს იმისათვის, რომ რომელიმე ცვლადი აღნიშნოს X -ით და ის Y-ის წინასწარმეტყველებისათვის გამოიყენოს. მაშასადამე, მონაცემების უმეტესობისათვის მხოლოდ ერთი რეგრესიის წრფე დგინდება.

ცხრილი №14.11

უმცირეს კვადრატთა რეგრესიის წრფის, ნაწინასწარმეტყველები ქულებისა და ნაშთების გამოთვლა მარტოობის ქულების დეპრესიის ქულების მიხედვით წინასწარმეტყველებისათვის

საფეხური I. $\sum X$-ის, $\sum Y$-ის, $\sum X^2$-ისა და $\sum XY$-ის გამოთვლა:

ცდის პირი	(ა) დეპრესია (X)	(ბ) მარტოობა (Y)	(გ) X^2	(დ) XY	(ე) Y'	(ვ) $Y-Y'$	(ზ) $(Y-Y')^2$
1	16	4	256	64	4,488	-0,488	0,238
2	37	27	1369	999	26,391	0,609	0,371
3	33	18	1089	594	22,219	-4,219	17,800
4	23	7	529	161	11,789	-4,789	22,935
5	34	30	1156	1020	23,262	6,738	45,401
6	32	12	1024	384	21,176	-9,176	84,199
7	24	18	576	432	12,832	5,168	26,708
8	29	23	841	667	18,047	4,953	24,532
9	26	19	676	494	14,918	4,082	16,663
10	26	12	676	312	14,918	-2,918	8,515
ჯამები	280	170	8192	5127			247,362

საფეხური II. ვითვლით b-ს გამოთვლითი ფორმულის გამოყენებით:

$$\sum X = 280$$

$$\left(\sum X\right)^2 = 280^2 = 78.400$$

$$\sum Y = 170$$

$$\sum X^2 = 8192$$

$$\sum XY = 5127$$

$$N_{წყვილი} = 10.$$

$$b = \frac{\left(N_{წყვილი}\right)\left(\sum XY\right) - \left(\sum X\right)\left(\sum Y\right)}{\left(N_{წყვილი}\right)\left(\sum X^2\right) - \left(\sum X\right)^2}$$

რიცხვითი მნიშვნელობების ჩასმით:

$$b = \frac{(10)(5127) - (280)(170)}{(10)(8192) - 78400} = +\frac{3670}{3520} = +1,043$$

საფეხური 3. a-ს გამოთვლა:

$$\overline{X} = 28,$$

$$\overline{Y} = 17$$

$$a = \overline{Y} - b\overline{X} = 17 - 1,043(28) = -12,2.$$

საფეხური 4. რეგრესიის წრფეა:

$$Y' = +1,043X - 12,2$$

საფეხური 5. ნაშთების მიხედვით S_{YX}-ის გამოანგარიშება:

$$\sum (Y - Y')^2 = 247,362$$

$$N_{წყვილი} - 2 = 8$$

$$s_{Y \cdot X} = \sqrt{\sum (Y - Y')^2 \div \left(N_{წყვილი} - 2\right)}$$

$$= \sqrt{247,362 \div 8} = 5,56$$

რეგრესიის წრფის გამოყენება

წრფივი რეგრესიის სათანადოდ გამოყენებისათვის საჭიროა ორი პირობა. პირველი, ამ ქულების $r_{წყვილი}$ სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი უნდა იყოს. თუ ქულებს შორის კორელაცია არ არის, მაშინ Y ქულის საუკეთესო წინასწარმეტყველება იქნება Y ქულების საშუალოს გამოყენება. თუ X და Y ცვლადებს შორის კორელაცია არ

არის და თქვენ გაძლევენ X ქულას და გთხოვენ Y ქულის წინასწარმეტყველებას, Y -ის წაუკეთესო წინასწარმეტყველება იქნება უბრალოდ $\overline{Y}$. X-ის ცოდნა არავითარ ინფორმაციას არ გაძლევთ Y -ის მნიშვნელობის შესახებ.

მეორე პირობა არის ის, რომ კავშირი X და Y ცვლადებს შორის წრფივი უნდა იყოს. უმცირეს კვადრატთა მეთოდით მიღებული წირი არის წრფე. თუ X და Y ცვლადები არ არის წრფივად დაკავშირებული, მაშინ მათთვის უმცირეს კვადრატთა რეგრესიის წრფის მისადაგება მართებული არ არის. მაგალითად, თუ X და Y ცვლადებს შორის კავშირი არის U-ს ან შებრუნებული U-ს (ანუ $\cap$) ფორმის, მაშინ ამ ქულებისათვის უმცირეს კვადრატთა რეგრესიის წრფის აგება არ მიგვიყვანდა ზუსტ წინასწარმეტყველებამდე, რადგან ეს ქულები წრფივად დაკავშირებული არ არის.

ასევე ფრთხილად უნდა ვიყოთ და არ გავავრცელოთ წინასწარმეტყველება იმ შერჩევის ქულების მიღმა, რომლიდანაც წინასწარმეტყველების განტოლება იქნა მიღებული. ჩვენი შერჩევის საზღვრებს მიღმა მნიშვნელობებისათვის ეს კავშირი შეიძლება არაწრფივი იყოს.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა XIV–3

1. განმარტეთ: უმცირეს კვადრატთა მეთოდით მიღებული რეგრესიის წრფე, ნაშთი, $SS_{\text{ნაშთი}}$, შეფასების სტანდარტული შეცდომა, $S_{Y|X}$, Y-Y'.
2. რატომ არ გამოიყენება $\sum(Y-Y')$, როგორც X-ის მიხედვით Y-ის მნიშვნელობის წინასწარმეტყველების შეცდომის საზომი?
3. რატომ არის შესაძლებელი გამოვიყენოთ $\sum(Y-Y')^2$, როგორც X-ის მიხედვით Y-ის მნიშვნელობის წინასწარმეტყველების შეცდომის საზომი?
4. დაწერეთ შეფასების სტანდარტული შეცდომის განმარტებითი ფორმულა.
5. კელევაში, რომლის მიზანი იყო გამოცდის ნიშნების წინასწარმეტყველება მეცადინეობისათვის დათმობილი საათების მიხედვით, ქულათა 16 წყვილისათვის მიიღეს შემდეგი მნიშვნელობები: $\sum X = 72, \sum X^2 = 408, (\sum X)^2 = 5184, \sum Y = 1264,$ $\sum Y^2 = 102{,}636, (\sum Y)^2 = 1.597.696$ და $\sum XY = 6140$. რას უდრის $S_{Y|X}$-ის მნიშვნელობა ამ კვლევის მონაცემებისათვის?
6. ფიზიოლოგმა 45 ადამიანზე 3 თვის დაკვირვების შედეგად დაადგინა $r_{\text{რეალური}} = +0{,}41$-ის ტოლი კორელაცია ფიზიკური ვარჯიშის ოდენობასა და წონის კლებას შორის. S_Y-ის მნიშვნელობა იყო 5,2 ფუნტი. ამ კვლევის მონაცემებისათვის რას უდრის $S_{Y|X}$?
7. მასწავლებელმა, რომელსაც სურს, რომ შუალედური გამოცდის შედეგების მიხედვით ინინასწარმეტყველოს საბოლოო გამოცდის ნიშანი, 27 სტუდენტისაგან შედგენილ კლასში დაადგინა, რომ $SS_{\text{ნაშთი}} = 462{,}25$. რას უდრის ამ კვლევის მონაცემებისათვის $S_{Y|X}$?

მაგალითი №14.1

რეგრესიის წრფის დადგენა კორელაციის კოეფიციენტის მიხედვით

ამოცანა

კვებითი დარღვევების - ანორექსიისა და ბულიმიის - კვლევის ერთი მიმართულება შეისწავლის პიროვნების სხეულის ხატსა და მის სხვა მახასიათებლებს (სქესობრივი როლი, აღქმული მომხიბვლელობა ან თვითშეფასება) შორის მიმართებას. მაგალითად, მინცი და ბეტცი (Mintz & Betz, 1986) კოლეჯის სტუდენტებში თვითშეფასების სკალების გამოყენებით ზომავდნენ საკუთარი სხეულით კმაყოფილებასა და დეპრესიისადმი მიდრეკილებას. სხეულით კმაყოფილების ქულები მერყეობდა 1-დან (რაც გამოხატავდა საკუთარი სხეულის მიმართ ძლიერ დადებით დამოკიდებულებას) 7-მდე (რაც გამოხატავდა საკუთარი სხეულის მიმართ ძლიერ უარყოფით დამოკიდებულებას). დეპრესიისადმი მიდრეკილების ქულებიც ასევე მერყეობდა

1-დან (რაც გამოხატავდა დეპრესიისადმი ძლიერ მდგრადობას) 7-მდე (გამოხატავდა დეპრესიისადმი მიდრეკილებას). ჯგუფში, რომელიც შედგებოდა 23 საშუალოზე ოდნავ ნაკლები წონის მდედრობითი სქესის სტუდენტისაგან, მინცმა და ბეტცმა აღმოაჩინეს სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი კორელაცია სხეულით კმაყოფილების შეფასებასა (*X* ცვლადი) და დეპრესიისადმი მიდრეკილების მაჩვენებელს (*Y* ცვლადი) შორის, $r_{\text{რეალური}} = +0{,}44$. დავუშვათ, გავიმეორეთ ეს კელევა საშუალოზე ოდნავ ნაკლები წონის მქონე 15 ქალზე და მივიღეთ სხეულით კმაყოფილებასა და დეპრესიისადმი მიდრეკილებას შორის +0,58-ის ტოლი კორელაცია $r_{\text{რეალური}}$. როცა თავისუფლების ხარისხი (*df*) არის 13, $r_{\text{კრიტიკული}} = 0{,}514$, მაშასადამე, $r_{\text{რეალური}}$ სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია. სხეულით კმაყოფილების ქულების საშუალო იყო $\overline{X} = 3{,}7$ და სტანდარტული გადახრა 1,8. დეპრესიისადმი მიდრეკილებისათვის $\overline{Y} = 3{,}8$ და S_Y=1,9. იპოვეთ: (ა) დეპრესიისადმი მიდრეკილების უმცირეს კვადრატთა რეგრესიის წრფე სხეულით კმაყოფილებაზე; (ბ) დეპრესიისადმი მიდრეკილების ნაწინასწარმეტყველები ქულები, როგორც სხეულით კმაყოფილების ქულების ფუნქცია და (გ) შეფასების სტანდარტული შეცდომა.

ამოხსნა: ამოცანა მოითხოვს რეგრესიის წრფის დახრილობისა და *Y* თანაკვეთის მნიშვნელობების პოვნას. რადგან $r_{\text{რეალური}}$ მოცემულია, დახრილობას ვპოულობთ კორელაციის ფორმულის გამოყენებით, რომელიც წარმოდგენილია ცხრილში №14.5.

დახრილობის დადგენა: დახრილობას, *b*-ს, ვპოულობთ *r*-ის მიხედვით შემდეგნაირად:

$$b = r\left(\frac{S_Y}{S_X}\right).$$

$r_{\text{რეალური}}$, S_X-ისა და S_Y-ის მნიშვნელობების ჩასმით ვიღებთ:

$$b = +0{,}58\left(\frac{1{,}9}{1{,}8}\right) = +0{,}61.$$

***Y* თანაკვეთის პოვნა:** *Y* თანაკვეთას ვპოულობთ შემდეგნაირად

$$a = \overline{Y} - b\overline{X} = 3{,}8 - (+0{,}61)(3{,}7) = 1{,}54$$

რეგრესიის განტოლების მიღება: სხეულით კმაყოფილებაზე (*X*) დეპრესიისადმი მიდრეკილების (*Y*) რეგრესიის განტოლება ასეთია:

$$Y' = +0{,}61X + 1{,}54.$$

დეპრესიისადმი მიდრეკილების ნაწინასწარმეტყველები ქულების (*Y'*) მიღება: სხეულით კმაყოფილების ქულების (*X*) მიხედვით დეპრესიისადმი მიდრეკილების ნაწინასწარმეტყველები ქულები (*Y'*) მიიღება რეგრესიის განტოლების *X*-ის მიმართ ამოხსნით. მაგალითად, სხეულით კმაყოფილების 1-ის ტოლი შეფასებისათვის რეგრესიის განტოლება შემდეგ სახეს იღებს:

$$Y' = +0{,}61(1) + 1{,}54 = 2{,}15.$$

1-ის ტოლი სხეულის კმაყოფილების შეფასების მიხედვით ნაწინასწარმეტყველები დეპრესიისადმი მიდრეკილების ქულა არის 2,15, ანუ, თუ მეათედებამდე დავამრგვალებთ – 2,2.

რეგრესიის წრფის აგება: რეგრესიის წრფე, რომლის განტოლებაა

$$Y' = +0{,}61X + 1{,}54,$$

გავლებულია სურათზე №14.8. სხეულით კმაყოფილების მნიშვნელობა, – ის ცვლადი, რომლის მიხედვითაც ხდება წინასწარმეტყველება (X), გადაზომილია აბსცისაზე და ნაწინასწარმეტყველები ცვლადის, დეპრესიისადმი მიდრეკილების (Y') მნიშვნელობა – ორდინატაზე. რეგრესიის წრფის გავლება ხდება გრაფიკზე Y თანაკვეთისა და $\overline{X}, \overline{Y}$ კოორდინატების (შესაბამისად 3,7 და 3,8) აღნიშვნით და ამ ორი წერტილის შემაერთებელი წრფის გავლებით. დეპრესიისადმი მიდრეკილების ნაწინასწარმეტყველები ქულები X-ის თითოეული მნიშვნელობისათვის წრფეზე წერტილებით არის აღნიშნული.

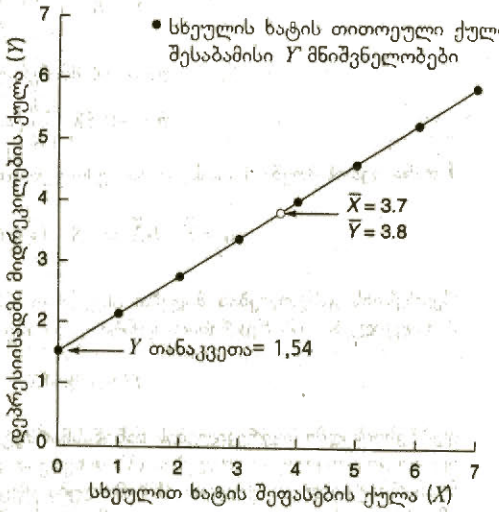
შეფასების სტანდარტული შეცდომის პოვნა: S_{YX} გამოითვლება შემდეგნაირად:

$$s_{Y \cdot X} = s_Y \sqrt{\left[\frac{N_{\text{წყვილი}} - 1}{N_{\text{წყვილი}} - 2}\right]\left(1 - r^2_{\text{რეალური}}\right)}.$$

თუ ჩავსვამთ: s_Y=1,9, $N_{\text{წყვილი}} = 15$, $r_{\text{რეალური}}$ = +0,58-ს, მივიღებთ

$$s_{Y \cdot X} = (1{,}9)\sqrt{\left[\frac{15-1}{15-2}\right]\left(1 - (+0{,}58)^2\right)} = 1{,}6$$

მეათედებამდე დამრგვალების შედეგად.



სურათი №14.8
უმცირეს კვადრატთა მეთოდით მიღებული რეგრესიის წრფე სხეულის ხატისა და დეპრესიისადმი მიდრეკილების ქულებისათვის. დეპრესიისადმი მიდრეკილების ნაწინასწარმეტყველები მნიშვნელობები რეგრესიის წრფეზე წერტილებით არის აღნიშნული.

ეს S_{YX} ნაკლებია, ვიდრე S_Y=1,9. პიროვნების სხეულით კმაყოფილების ქულის ცოდნა აუმჯობესებს დეპრესიისადმი მიდრეკილების ქულის წინასწარმეტყველების სიზუსტეს, $\overline{Y}$=3,8-ს, ყველა ცდის პირისათვის ნაწინასწარმეტყველები მნიშვნელობის გამოყენებასთან შედარებით.

მაგალითი №14.2

რეგრესიის წრფისა და შეფასების სტანდარტული შეცდომის დადგენა გამოთვლითი ფორმულის მიხედვით

ამოცანა

ამოცანაში №14.1 მოყვანილი იყო მინცისა და ბეტცის (Minz & Betz, 1986) კვლევა სხეულით კმაყოფილებასა და დეპრესიისადმი მიდრეკილების ქულების მიმართების შესახებ. ცდის პირებისაგან მათ ასევე მიიღეს სოციალური თვითპატივისცემის მონაცემები. თვითპატივისცემის სკალები იძლეოდა 20-დან (რაც აღნიშნავდა დაბალ თვითპატივისცემას) 100-მდე (აღნიშნავდა მაღალ თვითპატივისცემას) ქულას. სხეულით კმაყოფილების ქულები იცვლებოდა 1-დან (რაც აღნიშნავდა ძლიერ დადებით დამოკიდებულებას საკუთარი სხეულის მიმართ) 7-მდე (რაც აღნიშნავს ძლიერ უარყოფით დამოკიდებულებას საკუთარი სხეულის მიმართ). საშუალოზე ოდნავ ნაკლები წონის მქონე ქალების კვლევისას მინცმა და ბეტცმა მიიღეს სხეულით კმაყოფილების ქულებსა (X) და სოციალურ თვითპატივისცემას (Y) შორის სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი კორელაცია $r_{რეალური}$ = – 0,60. დაეუშვათ, რომ ამ კვლევის 15 სტუდენტზე გამეორებისას მიეიღეთ სხეულით კმაყოფილებისა და სოციალური თვითშეფასების შემდეგი ქულები:

სტუდენტი	სხეულით კმაყოფილება: X	თვითპატივისცემა: Y
1	2	76
2	4	48
3	6	27
4	1	70
5	3	41
6	5	38
7	6	37
8	3	61
9	7	33
10	1	91
11	4	36
12	2	55
13	3	49
14	5	51
15	4	52

გვინდა, ვიპოვოთ: (ა) სოციალური თეითპატივისცემის ქულების სხეულით კმაყოფილების ქულებზე უმცირეს კვადრატთა რეგრესიის წრფე, (ბ) თვითპატივისცემის ნაწინასწარმეტყველები ქულები როგორც სხეულით კმაყოფილების ფუნქცია, (გ) S_{YX}-ის მნიშვნელობა Y-Y' ნაშთების მიხედვით და (დ) S_{YX}-ის მნიშვნელობა გამოთვლითი ფორმულის გამოყენებით.

ამოხსნა: ცხრილი №14.12 გვაძლევს მოთხოვნილი ინფორმაციის მოსაძიებლად საჭირო მნიშვნელობებს. ამ ცხრილში მოცემულია შემდეგი მნიშვნელობები:

სვეტი	
ა	სხეულით კმაყოფილების ქულები (X) და $\sum X$
ბ	თვითკმაყოფილების ქულები (Y) და $\sum Y$
გ	სხეულით კმაყოფილების ქულების კვადრატი (X^2) და $\sum X^2$
დ	თვითპატივისცემის ქულების კვადრატი (Y^2) და $\sum Y^2$
ე	სხეულით კმაყოფილებისა და თვითპატივისცემის ქულების ჯვარედინა ნამრავლები და $\sum XY$
ვ	დადგენილი რეგრესიის წრფის მიხედვით ნაწინასწარმეტყველები Y'-ის მნიშვნელობები
ზ	ნაშთი თვითპატივისცემის თითოეული ქულისათვის

ცხრილი №14.12
უმცირეს კვადრატთა რეგრესიის წრფის, ნაწინასწარმეტყველები ქულების და ნაშთების დადგენა თვითპატივისცემისა და სხეულით კმაყოფილების ქულებისათვის

	(ა)	(ბ)	(გ)	(დ)	(ე)	(ვ)	(ზ)
სტუდენტი	X	Y	X^2	Y^2	XY	Y'	$Y - Y'$
1	2	76	4	5776	152	64,859	+11,141
2	4	48	16	2304	192	48,837	-0,837
3	6	27	36	729	162	32,815	-5,815
4	1	70	1	4900	70	72,870	-2,870
5	3	41	9	1681	123	56,848	-15,848
6	5	38	25	1444	190	40,826	-2,826
7	6	37	36	1369	222	32,815	+4,185
8	3	61	9	3721	183	56,848	+4,152
9	7	33	49	1089	231	24,804	+8,196
10	1	91	1	8281	91	72,870	+18,130
11	4	36	16	1296	144	48,837	-12,837
12	2	55	4	3025	110	64,859	-9,859
13	3	49	9	2401	147	56,848	-7,848
14	5	51	25	2601	255	40,826	+10,174
15	4	52	16	2704	208	48,837	+3,163
ჯამები	56	765	256	43,321	2480		
საშუალო	3,73	51,00					
s	1,83	17,54					

რეგრესიის წრფის პოვნა
b-ს გამოანგარიშება გამოთვლითი ფორმულის საშუალებით:

$$\sum X = 56;$$
$$\left(\sum X\right)^2 = 56^2 = 3136;$$
$$\sum X^2 = 256;$$
$$\sum Y = 765;$$
$$\sum XY = 2480;$$
$$N_{წყვილი} = 15.$$

და

$$b = \frac{(N_{წყვილი})(\sum XY) - (\sum X)(\sum Y)}{(N_{წყვილი})(\sum X^2) - (\sum X)^2}$$

რიცხვითი მნიშვნელობების ჩასმით,

$$b = \frac{(15)(2480) - (56)(765)}{(15)(256) - (3136)} = \frac{-5640}{704} = -8,011.$$

გამოვთვალოთ a: $\overline{X} = 3,73$ და $\overline{Y} = 51,00$. ამ მნიშვნელობების ჩასმით $a = \overline{Y} - b\overline{X}$-ში ვიღებთ

$$a = 51,00 - (-8,011)(3,73) = 80,881.$$

რეგრესიის წრფე: რეგრესიის წრფე ნარმოდგენილია განტოლებით:

$$Y' = -8,011X + 80,881.$$

თვითპატივისცემის ნაწინასწარმეტყველები ქულები: რეგრესიის განტოლებიდან ნანინასნარმეტყველები თვითპატივისცემის ქულები მოცემულია ცხრილის ვ სვეტში. იმისათვის, რომ მინიმუმამდე შევამციროთ დამრგვალების შეცდომა ნაშთების მიხედვით S_{YX}-ის გამოთვლისას, Y'-ის მნიშვნელობებს ვამრგვალებთ მეათასედებამდე.

S_{YX} ნაშთების მიხვდვით: ნაშთების მნიშვნელობები მოცემულია ცხრილის ზ სვეტში. S_{YX}-ის მნიშვნელობა ამ ნაშთებიდან შემდეგნაირად მიიღება:

$$s_{Y \cdot X} = \sqrt{\frac{\sum (Y - Y')^2}{N_{წყვილი} - 2}}.$$

$\sum (Y - Y')^2$-ის მისაღებად ზ სვეტში მოცემული თითოეული ნაშთი აგვყავს კვადრატში და შემდეგ ვკრებთ კვადრატში აყვანილ 15 მნიშვნელობას. $\sum (Y - Y')^2 = 1293,7380$. $N_{წყვილი} - 2 = 15 - 2 = 13$.

რიცხვითი მნიშვნელობების ჩასმით,

$$s_{Y \cdot X} = \sqrt{\frac{1293,7380}{13}} = 9,98.$$

S_{YX} გამოთვლითი ფორმულის მიხედვით: გამოთვლითი ფორმულაა:

$$s_{Y \cdot X} = \sqrt{\left[\frac{1}{N_{წყვილი}(N_{წყვილი} - 2)}\right]\left[N_{წყვილი}\sum Y^2 - (\sum Y)^2 - \frac{[N_{წყვილი}(\sum XY) - (\sum X)(\sum Y)]^2}{N_{წყვილი}\sum X^2 - (\sum X)^2}\right]}$$

რიცხვითი მნიშვნელობების ჩასმით,

$$s_{Y \cdot X} = \sqrt{\left[\frac{1}{(15)(13)}\right]\left[15(43.321) - (765)^2 - \frac{[(15)(2480) - (56)(765)]^2}{(15)(256) - (56)^2}\right]}$$

$$= \sqrt{\left[\frac{1}{195}\right]\left[64.590 - \frac{(-5640)^2}{704}\right]}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{1}{195}\right)19.405,909} = 9,98.$$

ამ ფორმულით მიღებული S_{YX}-ის მნიშვნელობა იგივეა, რაც განმარტებითი ფორმულისა და ნაშთების გამოყენებით მიღებული მნიშვნელობა.

დასკვნა: რეგრესიის განტოლება

$$Y' = -8{,}011X + 80{,}881$$

საშუალებას გვაძლევს, ნინასწარმეტყველების მნიშვნელოვნად შემცირებული შეცდომით ვინინასწარმეტყველოთ თვითპატივისცემის ქულები სხეულით კმაყოფილების ქულების მიხედვით. S_{YX}= 9,98 სიდიდე – რეგრესიის განტოლების მიხედვით გამოთვლილი თვითპატივისცემის ქულის წინასწარმეტყველებასთან დაკავშირებული საშუალო შეცდომა – უფრო მცირეა, ვიდრე S_Y=17,54 – შეცდომის ის საშუალო სიდიდე, რაც Y-ის (ანუ 51,0), როგორც ყველა ცდის პირისათვის თვითშეფასების ნაწინასწარმეტყველები ქულის, გამოყენებასთან არის დაკავშირებული.



მაგალითი №14.3

სამსახურებრივი წარმატების წინასწარმეტყველება რეგრესიის განტოლების მიხედვით

ამოცანა

შრომის ფსიქოლოგიის ძირითადი ასპექტია ბიზნეს და სამთავრობო ორგანიზაციებში სამსახურის დაწყების მსურველების (აპლიკანტების) სამსახურებრიეი წარმატების წინასწარმეტყველება. ამ წინასწარმეტყველებების გასაკეთებლად ხშირად რეგრესიული ანალიზი გამოიყენება. აპლიკანტებს უტარდებათ სამუშაოსთან დაკავშირებული ტესტი და ამ ტესტის ქულები გამოიყენება სამუშაოზე პოტენციური წარმატების წინასწარმეტყველებისათვის. განვიხილოთ მარტივი მაგალითი. დავუშვათ, რომ კომპანია სამუშაოს მსურველს (აპლიკანტს) უტარებს ტესტს „სამუშაოს ნიმუში". ტესტი „სამუშაოს ნიმუში" არის კომპანიაში შესაბამისი სამსახურის მინიატურული ვერსია. ტესტის „სამუშაოს ნიმუში" შედეგები (X ცვლადი) გამოიყენება სამსახურში რეალური წარმატების (Y') პროგნოზირებისათვის რეგრესიის განტოლებაზე დაყრდნობით:

$$Y' = +0{,}7X + 55.$$

დავუშვათ, რომ 12 აპლიკანტს ჩაუტარდა ტესტი „სამუშაოს ნიმუში" და მიღებულია შემდეგი ქულები:

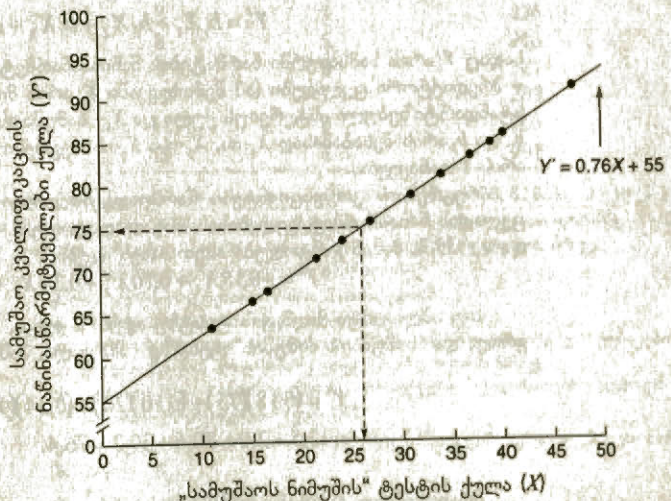
აპლიკანტი	ტესტის „სამუშაოს ნიმუში" ქულა: X
1	12
2	37
3	27
4	34
5	17
6	39
7	24
8	40
9	47
10	15
11	31
12	21

კომპანია არ დაიქირაებს ისეთ ადამიანს, რომლის სამუშაო კვალიფიკაცია 75 პროცენტზე ნაკლებია. რომელ აპლიკანტებს შეუძლიათ სამსახურში მოხვედრა მათი „სამუშაოს ნიმუშის" ქულების მიხედვით?

ამოხსნა: ამოხსნისათვის საჭიროა რეგრესიის განტოლებაში ჩავსვათ თითოეული აპლიკანტის „სამუშაოს ნიმუშის" ტესტის ქულა, რათა მივიღოთ სამუშაო კვალიფიკაციის ნაწინასწარმეტყველები ქულა. ქვემოთ ნაჩვენებია თითოეული აპლიკანტის სამუშაო კვალიფიკაციის ნაწინასწარმეტყველები ქულა:

აპლიკანტი	სამუშაოზე ეფექტურობის წანინასწარმეტყველები ქულა: Y'
1	64,1
2	83,1
3	75,5
4	80,8
5	67,9
6	84,6
7	73,2
8	85,4
9	90,7
10	66,4
11	78,6
12	71,0

№ 1, 5, 7, 10 და 12 აპლიკანტების წანინასწარმეტყვები ქულები საჭირო 75 ქულაზე დაბალია; შესაბამისად, ეს აპლიკანტები სამუშაოზე მისაღებად შესაფერისები არ არიან. ყველა სხვა აპლიკანტის ქულა 75 ან უფრო მაღალია, მაშასადამე, ეს აპლიკანტები სამუშაოზე მისაღებად შესაფერისები არიან. $Y' = +0{,}7X + 55$ რეგრესიის წრფე ნაჩვენებია სურათზე №14.9.



სურათი №14.9
რეგრესიის წრფე $Y' = +0{,}7X + 55$, რომელიც გამოიყენება სამუშაოში ეფექტურობის დასადგენად სამსახურის ნიმუშის ტესტის მიხედვით. სამუშაოს ნიმუშისათვის წანინასწარმეტყველები სამუშაოში ეფექტურობის ქულების რეგრესიის წრფეზე ნერტილებით არის აღნიშნული

გაითვალისწინეთ, რომ სამუშაო კვალიფიკაციის წაწინასწარმეტყველები 75 ქულა შეესაბამება „სამუშაოს ნიმუშის" ტესტის 26,3 ქულას. ნებისმიერი, 26,3-ზე დაბალი „სამუშაოს ნიმუშის" ტესტის ქულა ნიშნავს სამუშაო კვალიფიკაციის ეფექტურობის წანინასწარმეტყველებ 75 ქულაზე ნაკლებს. აქედან გამომდინარე, იმ აპლიკანტებს, რომელთაც ექნებათ 26,3 ქულაზე ნაკლები „სამუშაოს ნიმუშის" ტესტში, სამსახურში არ მიიღებენ (არ დაიქირავებენ).

მრავლობითი რეგრესია

მრავლობითი რეგრესია - Y ქულის მნიშვნელობების ნინასწარმეტყველება X ცვლადის რამდენიმე მნიშვნელობის გამოყენებით

რეგრესიული ანალიზი ფართოდ გამოიყენება ბიჰეიორისტულ მეცნიერებებსა და მთელ რიგ პრაქტიკულ შემთხვევებში. მაშინ, როცა ჩვენს ყველა ამოცანაში ნარმოდგენილი იყო X და Y ცვლადები, პრაქტიკაში X ცვლადის მიხედვით Y ცვლადის წინასწარმეტყველებისათვის შესაძლებელია ცნობილი იყოს მხოლოდ X ცვლადი და რეგრესიის განტოლება, სადაც რეგრესიის განტოლება მიღებულია იმ შემთხვევებიდან, როცა ცნობილი იყო X-ცა და Y-ც. მაგალითად, სათბობი საწვაიით მოვაჭრეს ნინა კვირის საშუალო ტემპერატურის (X ცვლადი) მიხედვით შეუძლია ინინასწარმეტყველოს, რამდენი სანვავის შეკვეთა დასჭირდება მას შემდეგი კვირისათვის (Y ცვლადი). ანდა გამყიდველს შეუძლია, იწინასწარმეტყველოს ეაჭრობის მოცულობა (Y ცვლადი) რეკლამაზე დახარჯული თანხის ოდენობის (X ცვლადი) მიხედვით. თითოეულ ჩვენს მაგალითში Y ცვლადის ნინასწარმეტყველებისთვის გამოიყენებოდა მხოლოდ ერთი X ცვლადი. თუმცა პრაქტიკაში რეგრესიის განტოლებები უფრო რთულია იმასთან შედარებით, რაც წარმოგიდგინეთ და Y-ის წინასწარმეტყველებისათვის იყენებს რამდენიმე X ცვლადს. ამ მიდგომას **მრავლობითი რეგრესია** ენოდება, რადგან გამოიყენება მრავალი პრედიქტორი. მაგალითად, დამქირავებელს შეიძლება აინტერესებდეს პოტენციური თანამშრომლის სამუშაოზე წარმატება, როგორც მიღწევის ტესტის ქულის, სტანდარტიზებული ინტერვიუს ქულისა და სამუშაოს ნიმუშის ტესტის ქულის ფუნქცია. ამ მიდგომის გამომხატველი ზოგადი რეგრესიის განტოლება ასეთია:

$$Y' = b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3 + a,$$

სადაც Y' არის სამსახურში ნარმატების ნანინასწარმეტყველები ქულა, X_1, X_2 და X_3 – პრედიქტორი ცვლადები (ამ შემთხვევაში X_1 არის მიღწევის ტესტის ქულა, X_2 – სტანდარტიზებული ინტერვიუს ქულა და X_3– სამუშაოს ნიმუშის ტესტის ქულა); b_1, b_2 და b_3 არის შესაბამისად X_1-ის, X_2-ისა X_3-ის რეგრესიის კოეფიციენტები, ხოლო a არის Y თანაკვეთა.

რეგრესიის კოეფიციენტები წარმოადგენს თითოეული X ცვლადის წონას Y ცვლადის წინასწარმეტყველებისას. მაგალითად, თუ b_1= +0,18, b_2= +0,10, b_3= +0,34 და a = 30,3, მაშინ განტოლება ასეთ სახეს იღებს:

$$Y' = +0.18X_1 + 0.10X_2 + 0.34X_3 + 30.3.$$

თუ აპლიკანტს მიღწევის ტესტზე აქვს 75 ქულა, ინტერვიუზე 20 ქულა დააგროვა და "სამუშაოს ნიმუშის" ტესტზე - 90 ქულა, მაშინ

$$Y' = (0.18)(75) + (0.10)(20) + (0.34)(90) + 30.3$$
$$= 13.5 + 2.0 + 30.6 + 30.3 = 76.4.$$

მრავლობითი რეგრესიის განტოლებები ფართოდ გამოიყენება ქცევით მეცნიერებებში ნინასწარმეტყველებისათვის. მაგალითად, ფრიდმენი და კოლეგები (Friedman et al., 1993) სიცოცხლის ხანგრძლივობის ნინასწარმეტყველებისათვის იყენებდნენ ბავშვის პიროვნების შეიდ განზომილებას: კომუნიკაბელურობას, ფიზიკურ ენერგიას, მხიარულობას, კეთილსინდისიერებას, მოტივაციას, გუნება-განწყობილების მდგრადობას და ინტელექტს. სხვა შემთხვევაში მოზარდების მიერ სიგარეტის მოწევის ნინასწარმეტყველებისათვის უილიამსმა და კოვინგტონმა (Williams & Covington, 1997) მრავლობითი რეგრესიის განტოლებისათვის გამოიყენეს შემდეგი ცვლადები: რასა, ასაკი, თანატოლებთან ურთიერთობა, ოჯახური სიახლოვე, მწეველი მეგობრების რაოდენობა, მწეველი ოჯახის წევრების რაოდენობა და მოზარდის მიერ ჯანმრთელობისათვის რისკის აღქმა. თუმცა ამ რთული განტოლებებისათვის რეგრესიის კოეფიციენტების გამოთვლა ისეთ ცოდნას მოითხოვს, რაც ამ შესავალი თავის ფარგლებს სცილდება.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა XIV-4

1. პიროვნული თვისებები და გარკვეული დავალებების წარმატებით შესრულება ხშირად დაკავშირებულია. მაგალითად, გორმლიმ და გორმლიმ (Gormly & Gormly, 1986) იკვლიეს კორელაცია სოციალური ინტროვერსიის შეფასებებსა და კუბიკების აწყობის ტესტს შორის, რომელიც სივრცით უნარებს ზომავდა. მათ მიიღეს სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი დადებითი კორელაცია: სოციალურად უფრო ინტროვერტმა ადამიანებმა უფრო მალე აანყვეს კუბიკებით საჭირო კონსტრუქცია. დავუშვათ, რომ თქვენ გაიმეორეთ ეს კვლევა და ცდის პირებს აფასებდით სოციალური ინტროვერსიის 9-ქულიან სკალაზე, სადაც 1 ნიშნავს სოციალურად ძლიერ ინტროვერტს და 9 აღნიშნავს სრულიად არაინტროვერტს. აღრიცხავდით დროს (წამებში), რაც თითოეულ ცდის პირს 9 ფერადი კუბიკის გამოყენებით გარკვეული კონსტრუქციის ასანყობად დასჭირდა. 12 ცდის პირისაგან მიღებული ქულები შემდეგნაირია:

ცდის პირი	ინტროვერსია: (X)	კუბიკების აწყობის დრო (Y)
1	6	217
2	3	230
3	9	315
4	1	224
5	4	271
6	2	198
7	3	256
8	5	263
9	8	321
10	7	289
11	8	265
12	6	291

კუბიკების აწყობის საშუალო დრო იყო 261,67 წამი და s_Y= 38, 82 წამი. ამ ქულების $r_{\text{კრიტიკული}}$ სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია 0,05 დონეზე. b-ს გამოთვლითი ფორმულის გამოყენებით გააკეთეთ კუბიკების აწყობის იტროვერსიის ქულებზე რეგრესიის წრფე.

ა. როგორია რეგრესიის წრფის დახრილობა?

ბ. რას უდრის რეგრესიის წრფის Y თანაკვეთა?

გ. ჩაწერეთ რეგრესიის წრფის განტოლება.

დ. აგეთ წერტილთა გაბნევის დიაგრამა ინტროვერსიისა და კუბიკების აწყობის ქულებისათვის. დიაგრამაზე გააკეთეთ რეგრესიის წრფე.

ე. რას უდრის ინტროვერსიის თითოეული ქულისათვის კუბიკების აგების ნაწინასწარმეტყველები ქულა (Y')?

ვ. თითოეული ცდის პირისათვის მოცემული Y'-ის გამოყენებით იპოვეთ ნაშთი.

ზ. იპოვეთ $SS_{\text{ნაშთი}}$.

თ. $SS_{\text{ნაშთის}}$ გამოყენებით იპოვეთ $s_{Y|X}$.

ი. შეადარეთ ამ ქულების $s_{Y|X}$ და S_Y= 38,82. ინტროვერსიის ქულების მიხედვით კუბიკების აწყობის ქულების წინასწარმეტყველებისათვის რეგრესიის განტოლების გამოყენება ამცირებს თუ არა წინასწარმეტყველების შეცდომას იმასთან შედარებით, როცა კუბიკების აწყობის ყველა ქულის წანინასწარმეტყველებ მნიშვნელობად კუბიკების აწყობის საშუალო ქულა (ანუ 261,7 წამი) გამოიყენებოდა?

2. ფრინველებზე დამკვირვებლებს შემჩნეული აქვთ, რომ ფრინველთა ბევრი სახეობა გარემოს დათვალიერებას საკმაო დროს უთმობს. ელგარი, მაკკეი და ვუნი (Elgar, McKey, & Woon, 1986) აკვირდებოდნენ ბელურებს, რათა დაედგინათ კავშირი გარემოს დათვალიერების სიხშირესა და კვების სისწრაფეს შორის. მათ ამ ორ ცვლადს შორის სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი კავშირი აღმოაჩინეს. დავუშვათ, რომ თქვენ გაიმეორეთ ეს კვლევა 15 ბელურაზე დაკვირვებით. თქვენ ინერდით თითოეული ბელურის მიერ წუთში განხორციელებული გარემოს დათვალიერების რაოდენობას (X ცვლადი) და თითოეული ფრინველის მიერ წუთში განხორციელებული საკვების აკენკვის რაოდენობას (Y ცვლადი). დათვალიერების საშუალო რაოდენობა ($\bar{X}$) იყო 26,3 დათვალიერება წუთში, s= 8,7. აკენკვების საშუალო რაოდენობა იყო 13,3 წუთში და s_Y=4,5. ამ ორ ცვლადს შორის $r_{\text{კრიტიკული}}$ არის –0,84. b-ს გამოსათვლელი კორელაციური ფორმულის გამოყენებით დათვალიერებების სიხშირეზე (X) აგეთ აკენკვის სიხშირის (Y) რეგრესიის წრფე.

ა. როგორია რეგრესიის წრფის დახრილობა?
ბ. რას უდრის რეგრესიის წრფის Y თანაკვეთა?
გ. ჩაწერეთ რეგრესიის წრფის განტოლება.
დ. როგორია აკენკვის ნაწინასწარმეტყველები სიხშირე იმ შემთხვევისათვის, როცა გარემოს დათვალიერების რაოდენობა წუთში 41-ია? როცა წუთში 18-ია?

შეჯამება

- წრფივი რეგრესიის შემთხვევაში X ცვლადის ყოველი ერთი ერთეულით ცვლილებისას Y ცვლადი განიცდის მუდმივ ცვლილებას.
- წრფის ზოგადი განტოლება გადმოცემულია ფორმულით: $Y = bX + a$.
- დახრილობა b განისაზღვრება, როგორც:

$$b = \frac{Y\text{-ის მნიშვნელობის ცვლილება}}{X\text{-ის მნიშვნელობის ცვლილება}}$$

- Y-თანაკვეთა, a, არის Y-ის მნიშვნელობა, როცა X=0.
- წრფის ზოგადი განტოლება შეიძლება გამოვიყენოთ X-ის ცნობილი ქულების მიხედვით Y ქულების წინასწარმეტყველებისათვის: $Y' = bX + a$. Y' არის Y-ის ნაწინასწარმეტყველები მნიშვნელობა.
- ნაშთი, $Y - Y'$, არის სხვაობა Y რეალურ ქულასა და X-ის მიხედვით ნაწინასწარმეტყველებ ქულას Y' შორის.
- უმცირეს კვადრატთა რეგრესიის წრფე მინიმუმამდე ამცირებს ნაშთების კვადრატების ჯამის მნიშვნელობას.
- შეფასების სტანდარტული შეცდომა შემდეგნაირად გამოითვლება:

$$s_{Y \cdot X} = \sqrt{\frac{SS_{\text{ნაშთი}}}{N_{\text{წყვილი}} - 2}}$$

ან

$$s_{Y \cdot X} = \sqrt{\frac{\sum (Y - Y')^2}{N_{\text{წყვილი}} - 2}}$$

- შეფასების სტანდარტული შეცდომა გამოხატავს X-ის მიხედვით Y ქულების ნინასწარმეტყველების შეცდომის სიდიდეს.
- მრავლობითი რეგრესია გულისხმობს Y ცვლადის წინასწარმეტყველებისათვის რამდენიმე X ცვლადის გამოყენებას.

ძირითადი ტერმინები და სიმბოლოები

მრავლობითი რეგრესია
ნაშთი ($Y - Y'$)
უმცირეს კვადრატთა რეგრესიის წრფე
შეფასების სტანდარტული შეცდომა ($s_{Y \cdot X}$)
წრფივი კავშირი
წრფის განტოლება
წრფის დახრილობა (b)
$SS_{\text{ნაშთი}}$
Y თანაკვეთა (a)
Y'

კითხვები

1. ჯეიმიმ გაიგო, თუ რა შუალედური შეფასება აქვს სტატისტიკის კურსში. მისმა მასწავლებელმა აღნიშნა, რომ წინა სემესტრში ჯგუფის 10 სტუდენტის მიერ მიღებული შუალედური და საბოლოო გამოცდების ნიშნები შემდეგია:

სტუდენტი	გამოცდა	
	შუალედური: X	საბოლოო: Y
1	87	84
2	89	91
3	97	96
4	80	87
5	73	66
6	85	90
7	81	79
8	74	80
9	80	89
10	89	86

ა. გამოთელითი ფორმულის გამოყენებით იპოვეთ იმ რეგრესიის წრფის დახრილობა, რომლის მიხედვითაც ხდება შუალედური შეფასების მიხედვით საბოლოო გამოცდის შეფასების წინასწარმეტყველება.

ბ. ამ ქულებისათვის $r_{\text{რეალური}}$ არის +0,781, s_X= 7,37 და s_Y= 8,34. კორელაციური ფორმულის გამოყენებით გამოთვალეთ b.

გ. ამ ქულებისათვის დაადგინეთ უმცირეს კვადრატთა რეგრესიის წრფის განტოლება X-ის მიხედვით Y ქულის წინასწარმეტყველებისათვის.

დ. ჯეიმიმ შუალედურ გამოცდაზე მიიღო 77 ქულა. გ პუნქტში დადგენილი რეგრესიის წრფის მიხედვით, როგორია მისი ნაწინასწარმეტყველები საბოლოო გამოცდის ქულა?

ე. როგორია $s_{Y|X}$-ის მნიშვნელობა რეგრესიის ამ წრფისათვის?

2. მკვლევარი აკვირდებოდა კვირის განმავლობაში სტუდენტების მიერ ვიდეო-თამაშებით გართობის ხანგრძლივობას (X ცვლადი) და ითვლიდა კორელაციას მათი სემესტრული ნიშნების საშუალო არითმეტიკულთან (Y ცვლადი). ვიდეოთამაშებით გართობის 0-დან 15 საათამდე მნიშვნელობებისათვის $r_{\text{რეალური}}$ იყო −0,632 ($P< 0,05$). s_X= 4,10 საათი და s_Y=0,75 საათი. რეგრესიის წრფის Y თანაკვეთა არის 2,23.

ა. იპოვეთ ვიდეოთამაშებით გართობის ხანგრძლივობის მიხედვით ნიშნების საშუალო არითმეტიკულის გამოსათვლელი უმცირეს კვადრატთა რეგრესიის წრფე.

ბ. ბრაიანი ვიდეოთამაშებით კვირაში დაახლოებით 3 საათის განმავლობაში ერთობა. რა არის მისი ნიშნების საშუალო არითმეტიკულის ნაწინასწარმეტყველები მნიშვნელობა?

გ. ჩვენს შერჩევაში ვიდეოთამაშებით გართობის საშუალო ხანგრძლივობა იყო 5,1 საათი კვირაში. რას უდრის ნიშნების საშუალო არითმეტიკული ამ შერჩევისათვის?

3. კვლევის შედეგად დადგინდა წრფივი კავშირი ორსული ქალის მიერ სიგარეტის მონევასა და ახალშობილის მცირეწონიანობას შორის ("Birth Weight", 1986). დედის მიერ ორსულობის დროს დღეში ერთი ღერი სიგარეტის მოწევასთან ერთად ბავშვის დაბადების წონა მცირდება 4,3 უნციით. მაშასადამე, თუ დედა ორსულობის დროს ეწეოდა საშუალოდ 2 ღერ სიგარეტს დღეში, ბავშვის დაბადების წონა შემცირდებოდა 8,6 უნციით. ჩათვალეთ, რომ თუ ორსული დედა სიგარეტს არ ეწევა, ახალშობილის საშუალო წონა არის 128 უნცია.

ა. დაწერეთ წრფივი კავშირის განტოლება ამ მონაცემებისთვის (*მინიშნება:* მოცემულია დახრილობაცა და Y თანაკვეთაც)

ბ. დახაზეთ რეგრესიის წრფე უჯრებიან ფურცელზე. აბსცისაზე გადაზომეთ მოწეული სიგარეტის ღერების რაოდენობა (X).

გ. როგორია იმ ახალშობილის ნაწინასწარმეტყველები დაბადების წონა, რომლის დედაც ორსულობის დროს ეწეოდა შემდეგი რაოდენობის სიგარეტს დღეში:

0 1 5 8 10 13 20

4. მე-13 თავში, კითხვაში გამეორებისთვის №1, 16 მამაკაცის გაბრაზების ქულებისა და სისხლის სისტოლური წნევის შემდეგი მნიშვნელობები წარმოგიდგინეთ:

ცდის პირი	გაბრაზების დონე	სისხლის წნევა
1	64	170
2	30	132
3	37	129
4	39	144
5	17	145
6	29	122
7	36	124
8	34	145
9	44	137
10	32	115
11	37	127
12	47	148
13	50	148
14	41	144
15	46	133
16	61	158

ა. ამ მონაცემების მიხედვით დაადგინეთ გაბრაზების დონეზე (X) სისხლის ნნევის (Y) რეგრესიის განტოლება. გამოიყენეთ გამოთვლითი ფორმულა.

ბ. რას უდრის თითოეული ადამიანისათვის ნაწინასწარმეტყველები სისხლის წნევა როგორც გაბრაზების დონის ფუნქცია?

გ. დახაზეთ ნერტილთა გაბნევის დიაგრამა გაბრაზების დონისა (აბსცისაზე) და სისხლის წნევისათვის (ორდინატაზე). ამავე დიაგრამაზე გაავლეთ რეგრესიის წრფეც.

დ. ამ მონაცემებისათვის s_y -ის რა პროპორციას წარმოადგენს $s_{Y|X}$?

5. *შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა XIV-4-ის* სავარჯიშოში №2 წარმოდგენილი იყო კელეეა ნუთში გარემოს დათვალიერების რაოდენობასა (X) და საკვების აკენკვის რაოდენობას (Y) შორის მიმართების შესახებ 15 ბელურისათვის. დავუშვათ, რომ მსგავსი დაკვირვება ანარმოეთ 13 ჭინჭრაქაზე და მიიღეთ შემდეგი მონაცემები:

ფრინველი	გარემოს დათვალიერება: X	საკვების აკენკვა: Y
1	29	12
2	34	8
3	24	14
4	14	20
5	37	11
6	22	13
7	11	23
8	33	9
9	24	11
10	30	14
11	36	9
12	20	23
13	32	7

ა. როგორია ამ რეგრესიის წრფის დახრილობა?

ბ. როგორია ამ რეგრესიის წრფის Y თანაკვეთა?

გ. ჩაწერეთ რეგრესიის წრფის განტოლება.

დ. ააგეთ ნერტილთა გაბნევის დიაგრამა გარემოს დათვალიერებისა და საკვების აკენკვის ქულებისათვის. ამავე დიაგრამაზე გაავლეთ რეგრესიის წრფე.

ე. ამ მონაცემებისათვის გამოთვლითი ფორმულის გამოყენებით გამოთვალეთ $s_{Y|X}$.

ვ. შეადარეთ ამ მონაცემების მიხედვით გამოთვლილი $s_{Y|X}$ და s_Y= 5,41. გარემოს დათვალიერების ქულების მიხედვით აკენკვის ქულების წინასწარმეტყველებისათვის რეგრესიის განტოლების გამოყენება ამცირებს თუ არა წინასწარმეტყველების

შეცდომას იმასთან შედარებით, როცა გარემოს დათვალიერების ყველა ქულის ნანინასნარმეტყველებ მნიშვნელობად ამ ქულების საშუალო (ანუ 13,4) გამოიყენებოდა?

6. კომპანია სამსახურის დაწყების მსურველთა სამუშაოში წარმატების წინასნარმეტყველებისათვის იყენებს სტანდარტიზებულ ინტერვიუში მიღებულ ქულას. გამოყენებული რეგრესიის განტოლება არის $Y' = +1{,}2X + 18$, სადაც Y' არის ნანინასნარმეტყველები წარმატება სამსახურში და X არის აპლიკანტის მიერ სტანდარტიზებულ ინტერვიუში მიღებული ქულა. კომპანია სამსახურში მიიღებს მხოლოდ იმ აპლიკანტებს, ვისი სამსახურში წარმატების ნაწინასწარმეტყველები ქულა 60 ან მეტია. ქვემოთ მოყვანილია რვა აპლიკანტის სტანდარტიზებული ინტერვიუს ქულები. რომელი აპლიკანტი დააკმაყოფილებს მიღების პირობებს?

აპლიკანტი	სტანდარტიზებული ინტერვიუს ქულა: X
დაიანა	31
როდრიგო	36
კოლინი	30
მარია	41
რუბენი	39
ლუკა	29
ჰოლი	27
ბლაითი	44

7. მე-13 თავის მე-8 კითხვა წარმოადგენდა კვლევას კვირის განმავლობაში ტელეგადაცემების ყურების ხანგრძლივობასა და პირველი გამოცდის ნიშანს შორის კორელაციის შესახებ 17 სტუდენტისათვის. ამ ქულებისათვის $r_{\text{პირსონი}}$ იყო –0,735, ტელეგადაცემების ყურების საშუალო ხანგრძლივობა (X) იყო 10,0 და s_X – 6,38-ს. გამოცდაზე მიღებული საშუალო ნიშანი (Y) იყო 76,0 და s_Y – 11,44. SS_X იყო 652,0 და CP_{XY} – 859,0.

ა. იპოვეთ რეგრესიის წრფის განტოლება ტელეგადაცემების ყურების ხანგრძლივობის მიხედვით გამოცდის ნიშნების ნინასწარმეტყველებისათვის.

ბ. იპოვეთ ნაწინასნარმეტყველები გამოცდის ნიშნები იმ სტუდენტებისათვის, რომლებიც ტელეგადაცემებს კვირაში 4 და 15 საათის განმავლობაში უყურებენ.

გ. ამ მონაცემებისათვის რას უდრის $s_{Y\hat{X}}$? s_Y-ის რა ნაწილს წარმოადგენს $s_{Y\hat{X}}$?



15

არაპარამეტრული სტატისტიკური კრიტერიუმები

ᲡᲘᲮᲨᲘᲠᲔᲗᲐ ᲐᲜᲐᲚᲘᲖᲘ: ᲮᲘ-ᲙᲕᲐᲠᲓᲐᲢ ᲙᲠᲘᲢᲔᲠᲘᲣᲛᲘ

დამოუკიდებლობის ხი-კვადრატ კრიტერიუმი

ᲗᲐᲜᲮᲛᲝᲑᲘᲡ χ^2 ᲙᲠᲘᲢᲔᲠᲘᲣᲛᲘ

ᲮᲘ-ᲙᲕᲐᲠᲓᲐᲢ ᲙᲠᲘᲢᲔᲠᲘᲣᲛᲘᲡ ᲨᲔᲓᲔᲒᲔᲑᲘᲡ ᲬᲐᲠᲛᲝᲓᲒᲔᲜᲐ

ᲛᲐᲜ-ᲣᲘᲢᲜᲘᲡ U ᲙᲠᲘᲢᲔᲠᲘᲣᲛᲘ

სტატისტიკური ჰიპოთეზების შემოწმება მან-უიტნის U კრიტერიუმის გამოყენებით

მან-უიტნის U კრიტერიუმის დაშვებები

U-ს გამოსათვლელი ფორმულები

ᲛᲐᲜ-ᲣᲘᲢᲜᲘᲡ U ᲙᲠᲘᲢᲔᲠᲘᲣᲛᲘᲡ ᲨᲔᲓᲔᲒᲔᲑᲘᲡ ᲬᲐᲠᲛᲝᲓᲒᲔᲜᲐ

ᲣᲘᲚᲙᲝᲥᲡᲝᲜᲘᲡ ᲜᲘᲨᲜᲘᲐᲜᲘ ᲠᲐᲜᲒᲔᲑᲘᲡ ᲙᲠᲘᲢᲔᲠᲘᲣᲛᲘ

სტატისტიკური ჰიპოთეზების შემოწმება უილკოქსონის ნიშნიანი რანგების კრიტერიუმით

ᲣᲘᲚᲙᲝᲥᲡᲝᲜᲘᲡ ᲜᲘᲨᲜᲘᲐᲜᲘ ᲠᲐᲜᲒᲔᲑᲘᲡ ᲙᲠᲘᲢᲔᲠᲘᲣᲛᲘᲡ ᲨᲔᲓᲔᲒᲔᲑᲘᲡ ᲬᲐᲠᲛᲝᲓᲒᲔᲜᲐ

ᲐᲠᲐᲞᲐᲠᲐᲛᲔᲢᲠᲣᲚᲘ ᲙᲠᲘᲢᲔᲠᲘᲣᲛᲔᲑᲘᲡ ᲒᲐᲛᲝᲧᲔᲜᲔᲑᲐ

არაპარამეტრული სტატისტიკური კრიტერიუმი (Nonparametric statistical test) - სტატისტიკურ კრიტერიუმს ეწოდება არაპარამეტრული, თუ ჰიპოთეზაში არ არის გამოთქმული ვარაუდი პოპულაციის პარამეტრის შესახებ.

მე-8-დან მე-12 თავამდე განიხილებოდა სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმება, რომელიც ყურადღებას ამახვილებს *t* კრიტერიუმსა და დისპერსიულ ანალიზზე. ეს ორივე კრიტერიუმი **პარამეტრული კრიტერიუმია,** რადგან პოპულაციის პარამეტრების (μ) შესახებ დასკვნების გასაკეთებლად შერჩევის სტატისტიკებს (მაგალითად, $\overline{X}$-ს) იყენებს. **არაპარამეტრული სტატისტიკური კრიტერიუმები** ამოწმებენ ჰიპოთეზებს, რომლებიც **არ** ეხება პოპულაციის პარამეტრებს. მათ უფრო ნაკლები დაშვებები აქვთ პოპულაციის ფორმის შესახებ, ვიდრე პარამეტრულ კრიტერიუმებს. ამ მიზეზის გამო არაპარამეტრულ კრიტერიუმებს ზოგჯერ **განაწილებისგან თავისუფალ კრიტერიუმებს** უწოდებენ.

გაიხსენეთ, რომ პარამეტრული კრიტერიუმების დაშვებებია:

- პოპულაციებში, რომლებიდანაც აღებულია შერჩევა, ქულები ნორმალურად არის განაწილებული;
- სხვადასხვა პოპულაციაში ქულების დისპერსიები ერთმანეთის ტოლია.

პრაქტიკაში მიღებული მონაცემები, შესაძლოა, არ შეესაბამებოდეს ამ დაშვებებს. მიუხედავად ამისა, რადგან პარამეტრული კრიტერიუმები სანდოდ ითვლება, მკვლევრებს შეუძლიათ გამოიყენონ *t* კრიტერიუმი ან დისპერსიული ანალიზი ისეთი მონაცემებისთვისაც კი, რომლებიც დაშვებებს სრულყოფილად არ აკმაყოფილებს.

თუმცა, ზოგიერთ შემთხვევაში ამ დაშვებებთან შესაბამისობის ხარისხი საკმარისი არ არის იმისათვის, რომ შეიძლებოდეს პარამეტრული კრიტერიუმის გამოყენება. მაგალითად, ადამიანის რეაქციის დროის გაზომვისას რეაქციის დროების უმრავლესობა ძალიან ხანმოკლეა (მაგალითად, დაახლოებით 500 მილისეკუნდი ან ნაკლები). რეაქციის დრო 0 წამზე ნაკლები ვერ იქნება; მაგრამ ზედა ზღვარი შეიძლება ნებისმიერი იყოს. ძალიან ცოტა ადამიანს შეიძლება ჰქონდეს სხვა ადამიანებთან შედარებით რეაქციის ძალიან დიდი დრო. მაშასადამე, რეაქციის დროის მონაცემების სიხშირეების განაწილება, საეარაუდოდ, დადებითად გადახრილი იქნება; რეაქციის დროების უმრავლესობა ძალიან მცირეა და ცოტა თუ იქნება ბევრად ხანგრძლივი. ცხადია, რომ ასეთი განაწილება არ არის მიახლოებული ნორმალურ განაწილებასთან.

პარამეტრული კრიტერიუმები ასევე აკეთებს დაშვებას, რომ აზრი აქვს მიღებული ქულების საშუალოს ($\overline{X}$) გამოთვლას. ეს მოთხოვნა გულისხმობს, რომ მონაცემები ინტერვალების ან შეფარდების სკალაზე უნდა იყოს. მაგრამ ხშირად ქცევის გაზომვა ამ დონეებზე ვერ ხდება. ექსპერიმენტატორი, შესაძლებელია, უბრალოდ ითვლიდეს იმ ადამიანების რაოდენობას, რომლებიც თითოეულ ქცევას ავლენენ და ამგვარად იღებდეს ქცევის გამოვლენის სიხშირეს, რომელიც სახელდების სკალაზეა, ან მიღებული ქულები შეიძლება წარმოადგენდეს რიგის სკალას, მაგალითად, გარკვეული პიროვნული ნიშნით ინდივიდების რიგის მიხედვით განლაგებისას. რადგან პარამეტრული კრიტერიუმებისთვის საჭიროა $\overline{X}$-ის გამოთვლა, ისინი შესაფერისი არ არის იმ შემთხვევებისთვის, როცა ქულები სახელდების ან რიგის სკალაზეა. ამგვარად, არაპარამეტრული კრიტერიუმები გამოიყენება მაშინ, როცა:

- პარამეტრული კრიტერიუმების დაშვებები არ არის დაკმაყოფილებული, ან
- ქულები სახელდების ან რიგის სკალაზეა წარმოდგენილი.

ცხრილი №15.1 წარმოადგენს პარამეტრულ კრიტერიუმებს და შესაბამის არაპარამეტრულ კრიტერიუმებს ერთფაქტორიანი სქემისათვის. ამ თავში განვიხილავთ ხი-კვადრატს, მან-უიტნის *U*-სა და უილკოქსონის ნიშნიანი რანგების კრიტერიუმებს. კორელაციის არაპარამეტრული კრიტერიუმი, სპირმენის რანგული კორელაციის კოეფიციენტი წარმოდგენილია მე-13 თავში.

ცხრილი №15.1

პარამეტრული და არაპარამეტრული კრიტერიუმები ერთფაქტორიანი სქემისათვის როგორც სქემის ტიპისა და გაზომვის სკალის ფუნქცია

		სქემის ტიპი			
		ცდის პირებს შორის		ცდის პირთა შიდა	
	მონაცემების გაზომვის სკალა	ორი დონე	სამი ან მეტი დონე	ორი დონე	სამი ან მეტი დონე
პარამეტრული კრიტერიუმები	შეფარდების ან ინტერვალების	t დამოუკიდებლობის ან ცდის პირებს შორის ANOVA	ცდის პირებს შორის ANOVA	t დამოკიდებული ან ცდის პირთა შიდა ANOVA	ცდის პირთა შიდა ANOVA
არაპარამეტრული კრიტერიუმები	რიგის	მან-უიტნის **U**	კრუსკალ-უოლისის ANOVA რანგების მიხედვით	უილკოქსონის ნიშნიანი რანგები	ფრიდმენის ANOVA რანგების მიხედვით
	სახელდების	ხი-კვადრატი	ხი-კვადრატი		

სიხშირეთა ანალიზი: ხი-კვადრატ კრიტერიუმი

ხი-კვადრატ კრიტერიუმი (Chi-square test) - სტატისტიკური კრიტერიუმი, რომელიც გამოიყენება სახელდების სკალის მონაცემების გასაანალიზებლად, როცა მოცემულია სხვადასხვა კატეგორიის შესაბამისი სიხშირეები.

ბევრი კვლევის შედეგად ვიღებთ ისეთ მონაცემებს, რომლებიც მხოლოდ იმას გვიჩვენებს, ქცევა განხორციელდა თუ არა. მაგალითად, ბუნებრივ პირობებში ცხოველებზე დაკვირვებისას მეცნიერმა შეიძლება ჩაიწეროს, ახორციელებს თუ არა ცხოველი გარკვეულ ქცევას. ასეთი მონაცემები სახელდების სკალაზეა; ისინი უბრალოდ აღნიშნავენ ქცევის ურთიერთგამომრიცხავი კატეგორიების ხდომილებას. შესაძლებელია, აღირიცხოს სხვადასხვა კატეგორიის ქცევის გამოვლენის სიხშირე, მაგრამ თითოეული ქულა გამოხატავს მხოლოდ იმას, ქცევა გამოვლინდა თუ არა; ის არ შეიცავს პასუხის შესახებ რიცხობრივ ინფორმაციას. არაპარამეტრული კრიტერიუმი, **ხი-კვადრატ კრიტერიუმი,** ამ მონაცემებისათვის შესაფერისი საზომია, როდესაც ცდის პირებს შორის სქემაა გამოყენებული, მონაცემები სახელდების სკალაზეა და მხოლოდ ქცევის გამოვლენის სიხშირეს აღნიშნავს. განვიხილავთ ხი-კვადრატის ორ ფორმას: დამოუკიდებლობის ხი-კვადრატ კრიტერიუმს და თანხმობის ხი-კვადრატ კრიტერიუმს.

დამოუკიდებლობის ხი-კვადრატ კრიტერიუმი

დამოუკიდებლობის ხი-კვადრატ კრიტერიუმი (Chi-square test of independence) - ხი-კვადრატი, რომელიც გამოიყენება მაშინ, როცა მონაცემების კატეგორიზაცია ორი დამოუკიდებელი ნიშნის მიხედვით ხდება.

დამოუკიდებლობის ხი-კვადრატ კრიტერიუმი (რომელსაც ასევე ეწოდება *ორმიმართულებიანი ხი-კვადრატი*) გამოიყენება, როცა ქულის კატეგორიზაცია ხდება ორი განსხვავებული განზომილების მიხედვით. ამ კრიტერიუმის გამოყენებას ქვემოთ მოყვანილი მაგალითი გიჩვენებთ. სამყაროს შესახებ ცოდნისა და მის მიმართ დამოკიდებულებების მნიშვნელოვან წყაროს ტელეგადაცემებში ნანახი წარმოადგენს. ბიჰევიორისტი მეცნიერები შეშფოთებულები არიან იმით, რომ ტელევიზიამ, მისი ინფორმაციული შესაძლებლობების გამო, შეიძლება წარმოადგინოს საზოგადოების არაზუსტი სახე. განვიხილოთ ისეთი მარტივი რამ, როგორიცაა სატელევიზიო გმირის თმის ფერი. პოპულაციაში გარკვეული თმის ფერის მქონე მამაკაცებისა და ქალების თანაფარდობა დაახლოებით თანაბარია (მაგალითად, ჭაღარა თმის მქონე მამაკაცებისა და ქალების თანაფარდობა დაახლოებით თანაბარია). თუმცა,

დეივისმა (Davis, 1990) აღმოაჩინა, რომ სატელევიზიო გმირების შემთხვევაში ხუთჯერ მეტი იყო ალბათობა იმისა, რომ ქალებს ქერა თმა ექნებოდათ და ექვსჯერ მეტი იყო ალბათობა იმისა, რომ მამაკაცებს ჭაღარა თმა ექნებოდათ. მსგავსადვე, ელასმარმა, ჰასეგავამ და ბრეინმა (Elasmar, Hasegawa, & Brain, 1999) დაადგინეს, რომ სიუჟეტის მიხედვით, უფრო მეტი ქერათმიანი ქალი პერსონაჟი აღწევდა მიზანს, ვიდრე მუქთმიანი. დავუშვათ, რომ მკვლევარს აინტერესებს დაადგინოს, არსებობს თუ არა კავშირი სატელევიზიო გადაცემების პერსონაჟი ქალების თმის ფერსა და კარიერას შორის. მისი ჰიპოთეზის თანახმად, სატელევიზიო გადაცემების ქერათმიან პერსონაჟ ქალებს უფრო ხშირად ექნებოდათ პროფესიული დონის სამუშაო, ვიდრე მუქთმიან პერსონაჟებს. ამ ჰიპოთეზის შესამოწმებლად მან შემთხვევითად შეარჩია სატელევიზიო გადაცემების გარკვეული რაოდენობა, რომლებშიც მონაწილეობდნენ ზრდასრული პერსონაჟი ქალები და შემდეგ ეს პერსონაჟები დააჯგუფა თმის ფერის მიხედვით (ქერა ან მუქთმიანი) და კარიერის მიხედვით (პროფესიული ან არაპროფესიული). თითოეული პერსონაჟი შერჩევაში მხოლოდ ერთხელ აღირიცხებოდა.

ამ კვლევის ჰიპოთეტური შედეგები ნაჩვენებია ცხრილში №15.2. ამ ცხრილში სატელევიზიო პერსონაჟის კატეგორიზაცია ორი განზომილების მიხედვით ხდება: (1) თმის ფერი: ქერა ან მუქი და (2) სამუშაოს დონე: პროფესიული ან არაპროფესიული. ამ ცხრილში O-თი აღნიშნული მნიშვნელობები (*observed frequency — რეალური სიხშირე*) წარმოადგენს თითოეულ კატეგორიაში მიღებული შედეგების სიხშირეს. ამ კვლევაში დააკვირდნენ სულ 180 ქალს და თითოეული მათგანისაგან ამ ცხრილისათვის მხოლოდ ერთი პასუხი მიიღეს: პერსონაჟი ან ქერა იყო, ან მუქთმიანი და მისი სამუშაო ან პროფესიული იყო, ან — არაპროფესიული.

ნიშანთა შეუღლების ცხრილები

ნიშანთა შეუღლების ცხრილი (Contingency table) - სტრიქონებიანი და სვეტებიანი ცხრილი, რომელშიც წარმოდგენილია ყოველი კატეგორიის სიხშირეები მოცემული სტრიქონისა და სვეტის ცვლადების გადაკვეთის შედეგად.

ცხრილს №15.2 ეწოდება **სტრიქონებიანი (r) და სვეტებიანი (c) ნიშანთა შეუღლების ცხრილი** ან **სიხშირეების ორმიმართულებიანი ცხრილი.** სვეტები (აღინიშნება c-თი) წარმოადგენს ერთ კატეგორიას, რომელშიც შესაძლოა ცდის პირები მოხვდნენ. სტრიქონები (აღინიშნება r-ით) წარმოადგენს პასუხის მეორე კატაგორიას. მაშასადამე, ცხრილი №15.2 არის 2 სტრიქონი (r სამსახურის დონის შესაბამისი ორი კატეგორია: პროფესიული და არაპროფესიული) 2 სვეტზე (c თმის ფერის შესაბამისი ორი კატეგორია: ქერა და მუქი) ნიშანთა შეუღლების ცხრილი. ცხრილს ეწოდება ნიშანთა შეუღლების ცხრილი, რადგან ჩვენ ვცდილობთ დავადგინოთ, ცდის პირის სამსახურის დონე, პროფესიული ან არაპროფესიული, შესაბამისობაშია ან შეუღლებულია თუ არა მისი თმის ფერთან. **მარგინალური (შეჯამებული) სიხშირეები,** რომლებიც ნაჩვენებია ცხრილში, არის სტრიქონების ჯამები (ანუ *სტრიქონის მარგინალური სიხშირეები*) და სვეტების ჯამები (ანუ *სვეტების მარგინალური სიხშირეები*) მიღებული სიხშირეებისათვის.

მარგინალური (შეჯამებული) სიხშირეები (Marginal Frequencies) - ნიშანთა შეუღლების ცხრილში სიხშირეების ჯამი სტრიქონის ან სვეტის მიხედვით.

ცხრილი №15.2

სატელევიზიო გადაცემების ქალი პერსონაჟების თმის ფერისა და კარიერის მიხედვით კატეგორიზაციის ჰიპოთეტური მონაცემები. O-ს სახით მოცემული მნიშვნელობები წარმოადგენს რეალურ სიხშირეებს, ხოლო E-ს სახით ნარმოდგენილია მარგინალური სიხშირეების მიხედვით მიღებული მოსალოდნელი სიხშირეები

		თმის ფერი		
		ქერა	მუქი	(მარგინალური სიხშირე)
კარიერის დონე	პროფესიული	O=36 E=28	O=48 E=56	84
	არაპროფესიული	O=24 E=32	O=72 E=64	96
	(მარგინალური სიხშირე)	60	120	(სულ) 180

მოსალოდნელი სიშირეები

ცხრილში №15.2 წარმოდგენილია 60 ქერათმიანი და 120 მუქთმიანი პერსონაჟი. სულ 180 პერსონაჟიდან 84-ს, 46,7%-ს, ჰქონდა პროფესიული დონის სამსახური და 96-ს, ანუ 53,3%-ს, ჰქონდა არაპროფესიული სამსახური. თუ თმის ფერი არ არის დაკავშირებული სამსახურის დონესთან, მაშინ მოსალოდნელია, რომ 60 ქერათმიანი პერსონაჟის დაახლოებით 46,7%-ს (ანუ 84/180) ანუ 28 პერსონაჟს, უნდა ჰქონდეს პროფესიული დონის სამსახური. ძალაშია იგივე მოლოდინი, თუ თმის ფერსა და სამსახურის დონეს შორის კავშირი არ არსებობს. ამ შემთხვევაში მოველით, რომ პროფესიული დონის სამსახური ექნება 120 მუქთმიანი პერსონაჟის დაახლოებით 46,7 პროცენტს, ანუ 56 ქალს, და არაპროფესიული დონის სამსახური ექნება 120 მუქთმიანი პერსონაჟების 53,3 პროცენტს, ანუ 64 ქალს. ამ მნიშვნელობებს **მოსალოდნელი სიხშირეები** ეწოდება, ანუ მოსალოდნელი პასუხის სიხშირეები იმ შემთხვევაში, თუ თმის ფერი არ არის დაკავშირებული სამსახურის დონესთან. მოსალოდნელი სიხშირეები გამოხატულია E აღნიშვნით (*Expected frequency, მოსალოდნელი სიხშირის* აღსანიშნავად) ცხრილის თითოეულ უჯრაში. ამგვარად, მოსალოდნელი სიხშირეები მიიღება იმ ვარაუდის საფუძველზე, რომ არ არსებობს კავშირი იმ ორ განზომილებას შორის, რომლის მიხედვითაც ხდება ცდის მონაწილის კატეგორიზაცია. ამ მაგალითში მოსალოდნელი სიხშირეები უშვებს, რომ თმის ფერი და სამსახურის დონე ერთმანეთისგან დამოუკიდებელია.

მოსალოდნელი სიხშირეები (Expected Frequencies) - ნიშანთა შეუღლების ცხრილიდან მიღებული სიხშირეები იმ დაშვების საფუძველზე, რომ ცხრილში წარმოდგენილი ორი განზომილება დამოუკიდებელია.

ხი-კვადრატ კრიტერიუმის მისაღებად რეალური და მოსალოდნელი სიხშირეები გამოიყენება. თუ შერჩევის ორ განზომილებას შორის კავშირი არ არის, მიღებული სიხშირეები და მოსალოდნელი სიხშირეები დაახლოებით ტოლი უნდა იყოს. თუ სვეტისა და სტრიქონის ცვლადები არ არის დაკავშირებული ერთმანეთთან, მიღებულსა და მოსალოდნელ სიხშირეებს შორის დიდი განსხვავებები მხოლოდ იშვიათად და შემთხვევით მიიღება. მაგრამ თუ შერჩევაში სვეტისა და სტრიქონის ცვლადები დაკავშირებულია, მაშინ მიღებული სიხშირეები უფრო მეტად უნდა განსხვავდებოდეს მოსალოდნელი სიხშირეებისაგან. მაგალითად, თუ თმის ფერი დაკავშირებულია კარიერის დონესთან, როგორც ჰიპოთეზა ვარაუდობდა, მაშინ მოსალოდნელია, რომ ქერათმიან პერსონაჟებს უფრო მეტი პროფესიული დონის სამსახური ექნებათ, ვიდრე შემთხვევით მოსალოდნელი 28 და უფრო ნაკლები არაპროფესიული სამსახური, ვიდრე შემთხვევით მოსალოდნელი 32. ასევე, თუ ჰიპოთეზაში გამოთქმული ვარაუდი თმის ფერისა და სამსახურის დონის კავშირის შესახებ გამართლდა, მოსალოდნელია, რომ მუქთმიან პერსონაჟებს შემთხვევით მოსალოდნელ 56-ზე ნაკლები პროფესიული დონის და 64-ზე მეტი არაპროფესიული დონის სამსახური ექნებათ.

χ^2 სტატისტიკა

ხი-კვადრატ კრიტერიუმი (აღინიშნება χ^2-ით) ზომავს მიღებული სიხშირეების მოსალოდნელი სიხშირეებისაგან განსხვავებას:

$$\chi^2 = \sum_{r=1}^{r}\sum_{c=1}^{c}\frac{\left(O_{rc}-E_{rc}\right)^2}{E_{rc}},$$

სადაც χ არის „ხი“, ბერძნული ანბანის ოცდამეერთე ასო. ამ ფორმულაში

O_{rc} არის rc უჯრის რეალური სიხშირე, სადაც r სტრიქონის ნომერია და c - სვეტის ნომერი;

E_{rc} არის rc უჯრის მოსალოდნელი სიხშირე;

r - სტრიქონის ცელადის კატეგორიების რაოდენობა (ჩვენს მაგალითში სამსახურის დონე, r = 2);

c - სვეტის ცელადის დონეების რაოდენობა (ჩვენს მაგალითში თმის ფერი, c = 2).

ორმაგი ჯამის ნიშნები და ზღვრები ($\sum_{r=1}^{r}\sum_{c=1}^{c}$) მიუთითებს, რომ ნიშანთა შეუღლების ცხრილის ყველა სვეტისა და სტრიქონის $(O_{rc} - E_{rc})^2 / E_{rc}$ მნიშვნელობები ჯამდება.

სტატისტიკური ჰიპოთეზების შემოწმება χ^2-ით

ჩვენს მაგალითში χ^2-ის გამოყენება იმის დასადგენად, დაკავშირებულია თუ არა თმის ფერი სამსახურის დონესთან, მოითხოვს სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმებას შემდეგი ნაცნობი საფეხურების მიხედვით:

- ნულოვანი, H_0, ჰიპოთეზისა და ალტერნატიული, H_1, ჰიპოთეზის ჩამოყალიბება. ნულოვანი ჰიპოთეზა საშუალებას გვაძლევს, ავაგოთ χ^2 სტატისტიკის შერჩევითი განაწილება;
- მნიშვნელოვნობის დონის შერჩევა;
- ცხრილში №A.7 მოცემული χ^2-ის შერჩევითი განაწილებიდან χ^2-ის კრიტიკული მნიშვნელობის მოძებნა, რაც აღინიშნება, როგორც $\chi^2_{\text{კრიტიკული}}$;
- $\chi^2_{\text{კრიტიკული}}$ გამოყენებით χ^2-ის შერჩევით განაწილებაში უარყოფის ზონის განსაზღვრა;
- $\chi^2_{\text{რეალური}}$ გამოთელა ნიშნანთა შეუღლების ცხრილის სიხშირეების მიხედვით;
- გადაწყვეტილების მიღება H_0-ის უარყოფის ან მიღების შესახებ იმის მიხედვით, ხვდება თუ არა $\chi^2_{\text{რეალური}}$ უარყოფის არეში.

სტატისტიკური ჰიპოთეზები

ნულოვანი ჰიპოთეზა. ნულოვანი ჰიპოთეზა, რომლის ფარგლებშიც ყალიბდება χ^2-ის შერჩევითი განაწილება და რომლის ფარგლებშიც დგინდება თითოეული უჯრისათვის მოსალოდნელი სიხშირეები, არის:

H_0: პოპულაციაში სტრიქონის ცვლადი და სვეტის ცვლადი დამოუკიდებელია.

ნიმუშად მოყვანილი კვლევის შემთხვევაში H_0 შეიძლება კონკრეტულად ჩამოყალიბდეს, როგორც:

H_0: სატელევიზიო პერსონაჟის სამსახურის დონე არ არის დამოკიდებული მისი თმის ფერზე.

ალტერნატიული ჰიპოთეზა. ალტერნატიული ჰიპოთეზაა:

H_1: სტრიქონისა და სვეტის ცვლადები პოპულაციაში დაკავშირებულია.

ნიმუშად მოყვანილი კვლევისათვის H_1 შეიძლება კონკრეტულად ჩამოყალიბდეს, როგორც:

H_1: სატელევიზიო პერსონაჟის სამსახურის დონე დაკავშირებულია მისი თმის ფერთან.

მნიშვნელოვნობის დონის შერჩევა

მნიშვნელოვნობის დონის შერჩევის პროცესი იდენტურია იმისა, რაც ნინა თაეებშია განხილული. მიღებული პრაქტიკის შესაბამისად, ეირჩევთ $\alpha = 0,05$-ს.

χ^2 კრიტიკულის პოვნა და უარყოფის ზონის დადგენა

χ^2-ის თავისუფლების ხარისხი. χ^2-ის, და შესაბამისად $\chi^2_{\text{კრიტიკული}}$, კონკრეტული შერჩევითი განაწილება დამოკიდებულია სტატისტიკური სიდიდის თავისუფლების ხარისხზე. თავისუფლების ხარისხი (*df*) χ^2-თვის არის

$$\text{თავისუფლების ხარისხი} = (r-1)(c-1),$$

სადაც r შეუღლების ცხრილში სტრიქონების რაოდენობაა და c - სვეტების რაოდენობა. მაგალითისათვის, r = 2 და c= 2, მაშასადამე, თავისუფლების ხარისხი df = (2 - 1)(2 - 1), რაც 1-ის ტოლია. $\chi^2_{\text{კრიტიკული}}$ მნიშვნელობები α = 0, 05 და 0,01 დონეებზე სხვადასხვა თავისუფლების ხარისხის მქონე χ^2-ის შერჩევითი განაწილებისთვის მოცემულია დამატების ცხრილში №A-5. ცხრილის №A.7 მიხედვით, როცა თავისუფლების ხარისხი 1-ია და α = 0, 05, χ^2-ის კრიტიკული მნიშვნელობა არის 3,84.

უარყოფის ზონის დადგენა. თუ ნულოვანი ჰიპოთეზა ჭეშმარიტია და პასუხის სისწორე სტუდენტის ტიპზე არ არის დამოკიდებული, მაშინ $\chi^2_{\text{რეალური}}$ შედარებით მცირე უნდა იყოს; მოსალოდნელი და მიღებული სიხშირეები ნიშანთა შეუღლების ცხრილის თითოეული უჯრისათვის უფრო მსგავსი უნდა იყოს. მეორე მხრივ, თუ H_1 ჭეშმარიტია და სტრიქონის ცვლადი დაკავშირებულია სვეტის ცვლადთან, მაშინ $\chi^2_{\text{რეალური}}$ მნიშვნელობა გაიზრდება და რეალური და მოსალოდნელი სიხშირეები ერთმანეთისაგან განსხვავებული იქნება. შესაბამისად, χ^2-ის შედარებით დიდი მნიშვნელობები იშვიათი უნდა იყოს, თუ ნულოვანი ჰიპოთეზა ჭეშმარიტია, მაგრამ ხშირი უნდა იყოს, თუ ალტერნატიული ჰიპოთეზაა ჭეშმარიტი. მაშასადამე, $\chi^2_{\text{რეალური}}$ მნიშვნელობა, რომელიც $\chi^2_{\text{კრიტიკულზე}}$ მეტი ან ტოლია, სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია α-ს შერჩეულ მნიშვნელობაზე. შესაბამისად, ჩვენს მაგალითში თუ $\chi^2_{\text{რეალური}}$ 3,84-ზე მეტი ან ტოლია, ის ხვდება უარყოფის არეში და მოხდება H_0-ის უარყოფა და H_1-ის მიღება.

$\chi^2_{\text{რეალური}}$ გამოთვლა

$\chi^2_{\text{რეალური}}$ გამოთვლისათვის საჭიროა პასუხების რეალური და მოსალოდნელი სიხშირეების ცოდნა. მოსალოდნელი სიხშირეები ნიშანთა შეუღლების ცხრილის თითოეული უჯრისათვის მარგინალური სიხშირეებისაგან შემდეგი ფორმულით მიიღება:

$$\text{უჯრის მოსალოდნელი სიხშირე} = \frac{(\text{სტრიქონის მარგინალური სიხშირე უჯრისათვის})(\text{სვეტის მარგინალური სიხშირე უჯრისათვის})}{\text{პასუხების საერთო რაოდენობა}}$$

მაგალითად, მოსალოდნელი სიხშირე უჯრისათვის "ქერა თმა/პროფესიული დონის სამსახური" (სტრიქონი 1, სვეტი 1) გამოითვლება შემდეგნაირად:

$$E_{11} = \frac{(\text{პირველი სტრიქონის მარგინალური სიხშირე})(\text{პირველი სვეტის მარგინალური სიხშირე})}{\text{ჯამი}}$$

ანუ

$$E_{11} = \frac{(84)(60)}{180} = \frac{5040}{180} = 28.$$

ეს არის მოსალოდნელი სიხშირე E, ცხრილის №15.2 "ქერა თმა/პროფესიული დონის სამსახური" უჯრისათვის.

მას შემდეგ, რაც გავიგებთ მოსალოდნელ სიხშირეებს თითოეული უჯრისათვის, $\chi^2_{\text{რეალური}}$ გამოითვლება შემდეგნაირად:

$$\chi^2_{\text{რეალური}} = \sum_{r=1}^{r}\sum_{c=1}^{c}\frac{(O_{rc}-E_{rc})^2}{E_{rc}}.$$

$\chi^2_{\text{რეალური}}$-ის გამოსათვლელად

- თითოეული უჯრისათვის მიღებულ სიხშირეს (O) გამოაკელით მოსალოდნელი სიხშირე (E).
- თითოეული $O-E$ სხვაობა აიყვანეთ კვადრატში.
- $O-E$ სხვაობის კვადრატი გაყავით ამ უჯრის მოსალოდნელ სიხშირეზე.
- $\chi^2_{\text{რეალური}}$ მისაღებად შეაჯამეთ ნიშანთა შეუღლების ცხრილში თითოეული უჯრისათვის მიღებული $(O-E)^2/E$ მნიშვნელობები.

$\chi^2_{\text{რეალური}}$ რიცხვითი მნიშვნელობა ცხრილში №15.2 მოცემული სიხშირეებისათვის შემდეგნაირად გამოითვლება:

$$\chi^2_{\text{რეალური}} = \frac{(36-28)^2}{28} + \frac{(24-32)^2}{32} + \frac{(48-56)^2}{56} + \frac{(72-64)^2}{64},$$

$$= \frac{8^2}{28} + \frac{(-8)^2}{32} + \frac{(-8)^2}{56} + \frac{8^2}{64},$$

$$= 2{,}286 + 2{,}000 + 1{,}143 + 1{,}000,$$

$= 6{,}43$ მეასედებამდე დამრგვალების შედეგად.

გადაწყვეტილების მიღება სტატისტიკური ჰიპოთეზის შესახებ

$\chi^2_{\text{რეალური}}$, რომლის მნიშვნელობაა 6,43, მეტია $\chi^2_{\text{კრიტიკულზე}}$ 3,84-ის ტოლი მნიშვნელობით და შესაბამისად, უარყოფის არეში ხვდება. აქედან გამომდინარე, ხდება H_0-ის უარყოფა და H_1ის მიღება. სტრიქონისა და სვეტის ცვლადებს შორის არსებობს სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი კავშირი.

კრიტერიუმის მიხედვით გაკეთებული დასკვნები

H_0-ის უარყოფა მიუთითებს, რომ თმის ფერი და სამსახურის დონე ურთიერთდაკავშირებულია. კავშირის ბუნება ჩანს ცხრილიდან №15.2: პროფესიული დონის სამსახურის შემთხვევითზე მეტი სიხშირე დაკავშირებულია ქერა თმასთან და არაპროფესიული სამსახურის შემთხვევითზე მეტი სიხშირე - მუქ თმასთან.

დაშვებები ხი-კვადრატ კრიტერიუმის გამოყენებისათვის

დამოუკიდებლობის ხი-კვადრატ კრიტერიუმის გამოყენება შესაძლებელია ნებისმიერი ზომის ნიშანთა შეუღლების ცხრილის შემთხვევაში (მაგალითად, 2×3, 3×4, ან 4×5). თუმცა მისი გამოყენებისათვის არსებობს გარკვეული დაშვებები:

- თითოეული ცდის პირი გვაძლევს მხოლოდ ერთ პასუხს ნიშანთა შეუღლების ცხრილისათვის.
- მიღებული პასუხების რაოდენობა იმდენად დიდი უნდა იყოს, რომ არც ერთი მოსალოდნელი სიხშირე არ იყოს 10-ზე ნაკლები 2×2 შესაბამისობის ცხრილში ან 5-ზე ნაკლები იმ ცხრილში, რომელიც 2×2-ზე დიდია. თუ ეს პირობა დაკმაყოფილებული არ არის, ან მეტი პასუხი უნდა შეგროვდეს ან გამოყენებულ უნდა იქნეს რაიმე ალტერნატიული კრიტერიუმი, მაგალითად, ფიშერის ზუსტი კრიტერიუმი.

ხი-კვადრატისა და სიხშირის მონაცემების სხვა კრიტერიუმების გამოყენების შესახებ დაწვრილებითი ინფორმაციის მოძიება შეიძლება სტატისტიკის უფრო რთულ სახელმძღვანელოებში.

მაგალითი №15.1

ხი-კვადრატ კრიტერიუმის გამოყენება 3×2 ნიშანთა შეუღლების ცხრილისათვის

ამოცანა

ოჯახში პირველი შვილობა ბავშვს ხშირად გარკვეულ უპირატესობებს ანიჭებს. სხვადასხვა კვლევებმა აჩვენა, რომ პირველ შვილებს, როგორც წესი, უკეთესი შედეგები აქვთ აკადემიურ ტესტებში, ვიდრე რიგით მომდევნო შვილებს. აისენმანმა (Eisneman, 1987) კი აღმოაჩინა კავშირი კრეატულობასა და დაბადების რიგს შორის კოლეჯის სტუდენტ ვაჟებში. მის შერჩევაში პირველი შვილი ვაჟების ქულები ხშირად კრეატულობის მაჩვენებლების მედიანაზე ზევით იყო და არაპირველი შვილი ვაჟების ქულები - მედიანაზე ქვევით. დავუშვათ, რომ თქვენ განავრცობთ ამ კვლევას და იკვლევთ ზრდასრულ მამაკაცებს: 100 პირველ შვილს და 100 მომდევნო შვილს, და სთხოვთ, მოიფიქრონ ჩვეული საგნების კრეატული გამოყენების გზები. მათი პასუხების კატეგორიზაციას ახდენთ იმის მიხედვით, მათი ქულები კრეატულობის ქულების განაწილების ზედა, შუა თუ ქვედა მესამედშია. დაბადების რიგისა და კრეატულობის ტესტის მიხედვით კატეგორიზაციის შედეგად მიღებულია შემდეგი რეალური სიხშირეები:

		დაბადების რიგი	
		პირველი შვილი	მომდევნო შვილი
კრეატულობის ტესტის ქულა	ზედა მესამედი	47	29
	შუა მესამედი	29	35
	ქვედა მესამედი	24	36

არის თუ არა კავშირი დაბადების რიგსა და კრეატულობას შორის მამაკაცებში? გამოიყენეთ მნიშვნელოვნობის 0,05 დონე.

ამოხსნა

ამ კვლევაში ცდის პირების დაჯგუფების ერთი კატეგორია არის დაბადების რიგი ორი მნიშვნელობით: პირველი შვილი და მომდევნი შვილი. მეორე კატეგორია დაფუძნებულია იმაზე, კრეატულობის ტესტის ქულა კოლეჯის პოპულაციის ქულების ზედა, შუა თუ ქვედა მესამედშია. თითოეული ცდის პირი გვაძლევს სიხშირისათვის მხოლოდ ერთ ქულას, ანუ რიცხვს, მაშასადამე, ამ მონაცემებისათვის ხი-კვადრატის გამოყენება მიზანშეწონილია.

საჭირო კრიტერიუმი: χ^2

დაშვებები χ^2-ის გამოყენებისათვის:

1. თითოეული ცდის პირისაგან ვიღებთ მხოლოდ ერთ პასუხს ნიშანთა შეუღლების ცხრილისათვის;
2. არც ერთი მოსალოდნელი სიხშირე არ უნდა იყოს 5-ზე ნაკლები. ეს მინიმალური მოსალოდნელი სიხშირე ავიღეთ იმიტომ, რომ ნიშანთა შეუღლების 3×2 ცხრილი უფრო დიდია, ვიდრე 2×2.

სტატისტიკური ჰიპოთეზა:

H_0 : შერჩევაში დაბადების რიგი და კრეატულობა ურთიერთდამოუკიდებელია;
H_1 : შერჩევაში დაბადების რიგსა და კრეატულობას შორის არის კავშირი.

მნიშვნელოვნობის დონე: $\alpha = 0,05$.

თავისუფლების ხარისხი, df: $df = (c-1)(c-1) = (3-1)(2-1) = 2$.

კრიტიკული მნიშვნელობა: ცხრილის №A.7 მიხედვით, $\chi^2_{კრიტიკული(2)} = 5,99146$, ანუ თუ მეასედებამდე დავამრგვალებთ, 5,99.

უარყოფის არე: $\chi^2_{\text{რეალური}}$ 5,99-ის ტოლი ან მეტი მნიშვნელობა.

გამოთვლა: $\chi^2_{\text{რეალური}}$ ფორმულისათვის საჭიროა მოსალოდნელი სიხშირეების პოვნა; ამისათვის კი საჭიროა მარგინალური სიხშირეების გამოთვლა. მიღებული (რეალური) სიხშირეები (აღნიშნული O-თი), მოსალოდნელი სიხშირეები (აღნიშნული E-თი) და მარგინალური სიხშირეები მოცემულია შემდეგ ცხრილში:

		დაბადების რიგი		
		პირველი შვილი	მომდევნო შვილი	(სტრიქონის მარგინალური სიხშირე)
კრეატულობის ტესტის ქულა	ზედა მესამედი	O =47 E =38	O =29 E =38	76
	შუა მესამედი	O =29 E =32	O =35 E =32	64
	ქვედა მესამედი	O =24 E =30	O =36 E =30	60
	(სვეტის მარგინალური სიხშირე)	100	100	(ჯამი) 200

სვეტის მარგინალური სიხშირეები მიღებულია თითოეულ სვეტში მოცემული რეალური სიხშირეების შეჯამებით. ასევე სტრიქონის მარგინალური სიხშირეებიც მიღებულია თითოეული სტრიქონის რეალური სიხშირეების შეჯამებით. მარგინალური სიხშირეების ცოდნის შემთხვევაში მოსალოდნელი სიხშირეების გამოთვლა შემდეგნაირად ხდება:

$$\text{უჯრის მოსალოდნელი სიხშირე} = \frac{(\text{სტრიქონის მარგინალური სიხშირე უჯრისათვის})(\text{სვეტის მარგინალური სიხშირე უჯრისათვის})}{\text{პასუხების საერთო რაოდენობა}}$$

მოსალოდნელი სიხშირეები ცხრილის თითოეული უჯრისათვის ასეთია:

უჯრა: პირველი შვილი - ზედა ⅓: $E_{11} = \frac{(76)(100)}{200} = \frac{7600}{200} = 38$;

უჯრა: მომდევნო შვილი - ზედა ⅓: $E_{12} = \frac{(76)(100)}{200} = \frac{7600}{200} = 38$;

უჯრა: პირველი შვილი - შუა ⅓: $E_{21} = \frac{(64)(100)}{200} = \frac{6400}{200} = 32$;

უჯრა: მომდევნო შვილი - შუა ⅓: $E_{22} = \frac{(64)(100)}{200} = \frac{6400}{200} = 32$;

უჯრა: პირველი შვილი - ქვედა ⅓: $E_{31} = \frac{(60)(100)}{200} = \frac{6000}{200} = 30$;

უჯრა: მომდევნო შვილი - ქვედა ⅓: $E_{32} = \frac{(60)(100)}{200} = \frac{6000}{200} = 30$.

$\chi^2_{\text{რეალური}}$ მნიშვნელობა გამოითვლება ფორმულით:

$$\chi^2_{\text{რეალური}} = \sum_{r=1}^{3} \sum_{c=1}^{2} \frac{(O_{rc} - E_{rc})^2}{E_{rc}}.$$

რიცხვითი მნიშვნელობების ჩასმის შემდეგ მივიღებთ:

$$\chi^2_{\text{რეალური}} = \frac{(47-38)^2}{38} + \frac{(29-38)^2}{38} + \frac{(29-32)^2}{32} + \frac{(35-32)^2}{32} + \frac{(24-30)^2}{30} + \frac{(36-30)^2}{30},$$

$$= 2{,}13 + 2{,}13 + 0{,}28 + 0{,}28 + 1{,}20 + 1{,}20,$$

$$= 7{,}22.$$

გადაწყვეტილება: $\chi^2_{\text{რეალური}} = 7{,}22$ აღემატება $\chi^2_{\text{კრიტიკული}} = 5{,}99$-ს; მაშასადამე, ის ხვდება უარყოფის არეში. უარვყოფთ H_0-ს და ვიღებთ H_1-ს.

დასკვნა: ჩვენს შერჩევაში **დაბადების** რიგი და კრეატულობა ერთმანეთთანაა დაკავშირებული. რეალური და მოსალოდნელი სიშირეების ცხრილზე დაკვირვების შედეგად ეხედავთ, რომ პირველი შვილი ვაჟების ქულები უფრო ხშირად, ხოლო მომდევნო შვილი ვაჟების ქულები უფრო იშვიათად ხვდება კრეატულობის ქულების ზედა მესამედში, ვიდრე შემთხვევით იქნებოდა მოსალოდნელი. ასევე ვამჩნევთ, რომ პირველი შვილი ვაჟების ქულები უფრო იშვიათად ხვდება ქვედა მესამედში მომდევნო შვილი ვაჟების ქულებთან შედარებით, ვიდრე ამას შემთხვევითობის ჰიპოთეზა წინასწარმეტყველებს.

თანხმობის χ^2 კრიტერიუმი

თანხმობის χ^2 კრიტერიუმი (Chi-square test of goodness of fit) - ხი-კვადრატი, როცა მონაცემების კატეგორიზაცია ხდება მხოლოდ ერთი განზომილების მიხედვით.

დამოუკიდებლობის ხი-კვადრატ კრიტერიუმის შემთხვევაში ქულების დაჯგუფება (კატეგორიზაცია) ხდებოდა ორი დამოუკიდებელი განზომილების მიხედვით: სატელევიზიო პერსონაჟი ქერა იყო თუ მუქთმიანი და ამ პერსონაჟის კარიერა პროფესიული იყო თუ არა. **თანხმობის χ^2 კრიტერიუმის** შემთხვევაში ქულების კატეგორიზაცია ხდება ცვლადის მხოლოდ ერთი განზომილების მიხედვით. განვიხილოთ მაგალითი.

ბევრი ადამიანი მიიჩნევს, რომ პათოლოგიური ქცევა სავსე მთვარის დროს უფროა მოსალოდნელი. ამ მოსაზრების ემპირიულად შემოწმების მიზნით, დავუშვათ, რომ მოახდინეთ ერთი წლის განმავლობაში ფსიქიატრიულ განყოფილებაში შემოსული ახალი კლიენტების მიღების კატეგორიზაცია მთვარის ფაზების მიხედვით და მიიღეთ შემდეგი განაწილება:

მთვარის ფაზა			
სავსე მთვარე	ახალი მთვარე	პირველი მეოთხედი	მესამე მეოთხედი
62	50	60	56

განსხვავებულია თუ არა მიღებული კლიენტების რაოდენობა მთვარის ფაზის მიხედვით? ამ კითხვაზე პასუხის გასაცემად შეიძლება გამოვიყენოთ თანხმობის χ^2 კრიტერიუმი.

მოცემული სიხშირეები ახდენენ ქცევის კატეგორიზაციას მხოლოდ მთვარის ფაზის მიხედვით. ხი-კვადრატ კრიტერიუმის გამოსაყენებლად **საჭიროა**, დავადგინოთ მთვარის თითოეული ფაზის დროს კლიენტების მიღების მოსალოდნელი სიხშირეები. რადგან სტრეზონისა და სვეტების მარგინალური სიხშირეები არ გვაქვს, რაიმე სხვა საფუძველი უნდა გაგვაჩნდეს მოსალოდნელი სიხშირეების წინასწარმეტყველებისათვის. თუ ფსიქიატრიულ განყოფილებაში მიღება არ არის კავშირში მთვარის ფაზასთან, მაშინ ახალი პაციენტების მიღების სიხშირე

თითოეულ ფაზაში ერთნაირი უნდა იყოს და რაიმე გამოვლენილი განსხვავება მხოლოდ შერჩევის შეცდომას უნდა ასახავდეს. ეს მსჯელობა შეიძლება გამოიხატოს ნულოვანი ჰიპოთეზით:

H_0: შერჩევაში ფსიქიატრიულ განყოფილებაში ახალი კლიენტების მიღება და მთვარის ფაზა ერთმანეთისგან დამოუკიდებელია.

მაშინ ალტერნატიული ჰიპოთეზა იქნება:

H_1: შერჩევაში ფსიქიატრიულ განყოფილებაში ახალი კლიენტის მიღება და მთვარის ფაზა ურთიერთდამოკიდებულია.

თუ ეს ალტერნატიული ჰიპოთეზა ჭეშმარიტია, მაშინ ახალი მიღებების რაოდენობა მთვარის სხვადასხვა ფაზების შემთხვევაში ერთნაირი არ უნდა იყოს. მაგრამ თუ ჭეშმარიტია H_0, მაშინ თითოეული ფაზის დროს პაციენტების მეოთხედის მიღება უნდა ხდებოდეს. მაშასადამე, მიღებების მოსალოდნელი სიხშირეები შეიძლება მივიღოთ, თუ მიღებების საერთო რაოდენობას გავყოფთ 4-ზე, ანუ მთვარის ფაზების რაოდენობაზე. თუ ასევე ვიმსჯელებთ ჩვენს მაგალითზეც, რადგან 228 ახალი პაციენტია მიღებული, მოსალოდნელი სიხშირე თითოეული ფაზისთვის არის 228/4, ანუ 57. მთვარის თითოეული ფაზისათვის რეალური და მოსალოდნელი სიხშირეები ასეთია:

	მთვარის ფაზა			
საავსე მთვარე	**ახალი მთვარე**	**პირველი მეოთხედი**	**მესამე მეოთხედი**
O=62	*O=50*	*O=60*	*O=56*
E=57	*E=57*	*E=57*	*E=57*

ამ მონაცემების მიხედვით ხი-კვადრატი მიიღება შემდეგნაირად:

$$\chi^2 = \sum_{c=1}^{c} \frac{(O_c - E_c)^2}{E_c}.$$

თაეისუფლების ხარისხი ამ $\chi^2_{\text{რეალური}}$-ისათვის არის $c - 1$.
აქედან გამომდინარე,

$$\chi^2_{\text{რეალური}} = \frac{(62-57)^2}{57} + \frac{(50-57)^2}{57} + \frac{(60-57)^2}{57} + \frac{(56-57)^2}{57},$$

$$= \frac{5^2}{57} + \frac{-7^2}{57} + \frac{3^2}{57} + \frac{-1^2}{57},$$

$$= \frac{25}{57} + \frac{49}{57} + \frac{9}{57} + \frac{1}{57},$$

$$= \frac{84}{57} = 1{,}47.$$

χ^2-ის კრიტიკული მნიშვნელობა 3-ის ტოლი თაეისუფლების ხარისხისათვის და როცა $\alpha = 0{,}05$, მოცემულია A.7 ცხრილში, $\chi^2_{\text{კრიტიკული}}(3) = 7{,}81$. $\chi^2_{\text{რეალური}} = 1{,}47$ და ნაკლებია $\chi^2_{\text{კრიტიკული}}$-ზე, ამიტომ არ ხვდება უარყოფის ზონაში, ანუ ვერ ვახერხებთ ნულოვანი ჰიპოთეზის უარყოფას. არ არსებობს დამამტკიცებელი საბუთი იმისა, რომ გამოკვლეულ შერჩევაში ფსიქიატრიულ განყოფილებაში ახალი მიღებების რაოდენობა მთვარის ფაზებზეა დამოკიდებული.

დაშვებები თანხმობის ხი-კვადრატ კრიტერიუმისათვის ისეთივეა, როგორიც დამოუკიდებლობის ხი-კვადრატ კრიტერიუმისათვის: თითოეულმა ცდის პირმა უნდა მოგვცეს ერთი პასუხი და მოსალოდნელი სიხშირეები არ უნდა იყოს 10-ზე ნაკლები, თუ გვაქვს მხოლოდ ორი კატეგორია და არ უნდა იყოს 5-ზე ნაკლები, თუ გვაქვს სამი ან მეტი კატეგორია.

ხი-კვადრატ კრიტერიუმის შედეგების წარმოდგენა

ამერიკის ფსიქოლოგიური ასოციაციის სახელმძღვანელო პუბლიკაციების შესახებ (*The Publication Manual of the American Psychological Association, 1994*) მოითხოვს, რომ ხი-კვადრატ კრიტერიუმის თაობაზე წარმოდგენილი შედეგები შეიცავდეს თავისუფლების ხარისხსა (*df*) და შერჩევის ზომას, რასაც χ^2რეალური ეყრდნობა. საილუსტრაციოდ გამოვიყენებთ სატელევიზიო პერსონაჟების შესახებ ამოცანისათვის გამოთვლილი ხი-კვადრატის მაგალითს.

1-ლი ცხრილი წარმოადგენს თმის ფერისა და კარიერის დონის შესაბამის სიხშირეებს. ალფას 0,05 მნიშვნელოვნობის დონის შემთხვევაში ხი-კვადრატი ამ სიხშირეებისათვის სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი აღმოჩნდა. χ^2 (1, N =180)^2=6,43, P< 0,05. უფრო მეტი იყო ალბათობა იმისა, რომ სატელევიზიო გადაცემის ქერათმიან პერსონაჟებს ექნებოდათ პროფესიული დონის კარიერა, ვიდრე მუქთმიანებს.

ცხრილი 1
სატელევიზიო გადაცემების ქალი პერსონაჟების კატეგორიზაციის ჰიპოთეტური მონაცემები

		თმის ფერი	
		ქერა	მუქი
კარიერა	პროფესიული	36	48
	არაპროფესიული	24	72

შედეგების წარმოდგენაში:

ცხრილი 1 გეაძლევს მიღებულ სიხშირეებს;

$\alpha = 0,05$ აღნიშნავს შემოწმებისათვის არჩეულ მნიშვნელობის დონეს;

χ^2 (1, N = 180)^2 აღნიშნავს გაზომვის სტატისტიკას, ხი-კვადრატს. ფრჩხილებში მოცემული ციფრი 1 მიუთითებს თავისუფლების ხარისხს df= 1 და N= 180 გვიჩვენებს შერჩევის ზომას;

= 16,57 გვიჩვენებს χ^2 $_{\text{რეალური}}$ მნიშვნელობას (და არა χ^2 $_{\text{კრიტიკული}}$ მნიშვნელობას A.7 ცხრილიდან);

$p < 0,01$. გამოხატავს, რომ

ა. თუ H_0 ჭეშმარიტია, χ^2 $_{\text{რეალური}}$ ალბათობა ნაკლები ან ტოლია 0,01-სა. ეს მნიშვნელობა არის χ^2 $_{\text{რეალური}}$ ს ან უფრო უკიდურესი მნიშვნელობის ალბათობა, თუ H_0 ჭეშმარიტია; ეს ალბათობა შეიძლება α-ს არჩეული მნიშვნელობისგან განსხვავებული იყოს.

ბ. უარყოფილ იქნა H_0:"სატელევიზიო გადაცემის პერსონაჟის სამსახურის დონე არ არის დამოკიდებული პერსონაჟის თმის ფერზე",

დადასტურდა H_1: "სატელევიზიო პერსონაჟის სამსახურის დონე დაკავშირებულია პერსონაჟის თმის ფერთან".

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა XV-1

1. განმარტეთ: *c*, ხი-კვადრატ კრიტერიუმი, მოსალოდნელი სიხშირეები, მარგინალური სიხშირეები, არაპარამეტრულიკრიტერიუმი, პარამეტრული კრიტერიუმი, *r*, ნიშანთა შეუღლების ცხრილი, ორმიმართულებიანი სიხშირეების ცხრილი.
2. რა შემთხვევებში იხმარება არაპარამეტრული კრიტერიუმი ექსპერიმენტის მონაცემების ანალიზისათვის?
3. განსაზღვრეთ სათანადო სტატისტიკური კრიტერიუმი ჩამოთვლილთაგან თითოეული ერთფაქტორიანი სქემისთვის, დამოუკიდებელი ცვლადის ორი დონის და მითითებული გაზომვის სკალისათვის:
   ა. ცდის პირებს შიგნით, შეფარდების სკალა;
   ბ. ცდის პირებს შორის, სახელდების სკალა;
   გ. ცდის პირებს შორის, შეფარდების სკალა;
   დ. ცდის პირებს შორის, რიგის სკალა;
   ე. ცდის პირებს შიგნით, რიგის სკალა.
4. რა სახის მონაცემების ანალიზი არის ხი-კვადრატ კრიტერიუმისთვის შესაფერისი?
5. რა არის წარმოდგენილი ნიშანთა შეუღლების ცხრილის სვეტებში?
6. რა არის წარმოდგენილი ნიშანთა შეუღლების ცხრილის სტრიქონებში?
7. ქვემოთ მოცემულია $\chi^2_{\text{რეალური}}$ მნიშვნელობები თავისუფლების სხვადასხვა ხარისხისათვის (რომელიც მითითებულია ფრჩხილებში).

   $\chi^2_{\text{რეალური}}(2) = 7{,}26$ $\chi^2_{\text{რეალური}}(4) = 8{,}33$

   $\chi^2_{\text{რეალური}}(7) = 14{,}19$ $\chi^2_{\text{რეალური}}(20) = 26{,}94$

   $\chi^2_{\text{რეალ.}}$ და თავისუფლების ხარისხის (*df*) თითოეული მნიშვნელობისათვის იპოვეთ $\chi^2_{\text{კრიტიკული}}$ შესაბამისი მნიშვნელობა 0,05 დონეზე. შემდეგ განსაზღვრეთ, ხვდება თუ არა $\chi^2_{\text{რეალ.}}$ უარყოფის არეში და რა გადაწყვეტილებას იღებთ H_0-სა და H_1-თან დაკავშირებით.
8. გამოთვალეთ მოსალოდნელი სიხშირეები ქვემოთ მოცემული თითოეული ნიშანთა შეუღლების ცხრილისათვის, შემდეგ იპოვეთ $\chi^2_{\text{რეალ.}}$ და მოუთითეთ, არის თუ არა სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი 0,05 დონეზე. თოთოეულ უჯრაში მოცემული მნიშვნელობები წარმოადგენს მიღებულ სიხშირეებს.

ა.

		სვეტი 1	სვეტი 2
სტრიქონი	1	12	32
	2	16	38

ბ.

		სვეტი 1	სვეტი 2
სტრიქონი	1	27	22
	2	17	46

გ.

		სვეტი 1	სვეტი 2
სტრიქონი	1	33	66
	2	27	14

9. ნიმუშის სახით მოცემული ამოცანის მაგალითზე ხი-კვადრატის გამოყენებით ამოხსენით შემდეგი ამოცანა. გამოიყენეთ 0,05 მნიშვნელოვნობის დონე. ყოფილა თუ არა ისეთი შემთხვევა, როცა შუქნიშნის წითელ შუქზე არ გაჩერებულხართ? შესაძლებელია - არა, მაგრამ ალბათ სხვების ამგვარი ქცევის მომსწრე მაინც ყოფილხართ. რამდენად ხშირად ხდება, რომ მძღოლები არ ჩერდებიან წითელ შუქზე და არის თუ არა ასეთი ქცევის სიხშირე დამოკიდებული დღის დროსა და კვირის დღეზე? დავუშვათ, რომ მკვლევარი იკვლევდა ამ საკითხს და აკვირდებოდა იმ ავტომობილების რაოდენობას, რომლებიც გზაჯვარედინზე "სდექ" ნიშანზე არ გაჩერდნენ. ის აკვირდებოდა ტრანსპორტს დილის 10-დან 11 საათამდე და შუადღის 2-დან 3 საათამდე ერთი კვირის სამშაბათს, ოთხშაბათსა და ხუთშაბათს. მკვლევარი ინიშნავდა მანქანის ნომრებს და თითოეულ მანქანას აღრიცხავდა მოცემული კვირის განმავლობაში მოცემულ გზაჯვარედინზე მხოლოდ პირველად გავლისას. დავუშვათ, რომ მკვლევარმა იმ მანქანების სიხშირეები მოგვანოდა, რომლებიც არ ჩერდებოდნენ "სდექ" ნიშანზე მოცემული კვირის დღეების ორ მონაკვეთში.

	კვირის დღე		
	სამშაბათი	ოთხშაბათი	ხუთშაბათი
დრო: დილის 10:00-დან 11:00-მდე	38	46	58
დრო: შუადღის 2:00-დან 3:00-მდე	46	54	63

არის თუ არა კავშირი კვირის დღეს ან დღის მონაკვეთსა და მძღოლების მიერ "სდექ" ნიშნის იგნორირებას შორის?

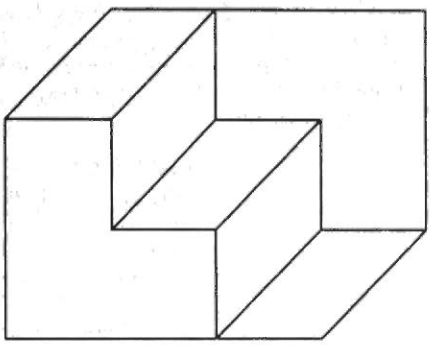
10. ნიმუშის სახით მოცემული ამოცანის ფორმატის მიხედვით ხი-კვადრატის გამოყენებით ამოხსენით შემდეგი ამოცანა. გამოიყენეთ 0,05 მნიშვნელოვნობის დონე. ფსიქოლოგები ვარაუდობენ, რომ ქალებში კვებითი დარღვევების განვითარების ერთ-ერთი მიზეზი ისაა, რომ არსებობს ბევრი ისეთი სიგნალი, რომელიც ხაზს უსვამს სიგამხდრეს როგორც ქალისათვის სასურველ თვისებას. სმითმა, უალდორფმა და ტრემბათმა (Smith, Waldorf, & Trembath, 1990) იკვლიეს ასეთი სიგნალის ერთ-ერთი ფორმა, პირადი განცხადება (რომელსაც პარტნიორის მოსაძებნად იყენებენ), რათა შეემოწმებინათ, ამ განცხადებებში ნახსენები იყო თუ არა სიგამხდრე როგორც სასურველი პარტნიორის მნიშვნელოვანი თვისება. ისინი ვარაუდობდნენ, რომ მამაკაცების მიერ ქალების მოსაძებნად განთავსებულ განცხადებებში უფრო მეტი ალბათობით იქნებოდა აღნიშნული წონის მოთხოვნა, ვიდრე ქალების მიერ მამაკაცების მოსაძებნად განთავსებულ განცხადებებში. ამ ჰიპოთეზის შესამოწმებლად მათ გამოიკვლიეს პირადი განცხადებების გარკვეული რაოდენობა და მოახდინეს მათი კატეგორიზაცია განცხადების ავტორის სქესისა და განცხადებაში სასურველი წონის აღნიშვნა-არაღნიშვნის მიხედვით. მათი კვლევის შედეგებს გამოხატავს ქვემოთ მოცემული ჰიპოთეტური სიხშირეები. არსებობს თუ არა ამ მონაცემებს შორის ის კავშირი, რასაც ჰიპოთეზა ვარაუდობს?

	აღნიშნული იყო თუ არა სასურველი წონა	
	დიახ	არა
მამაკაცის მიერ განთავსებული განცხადება	89	186
ქალის მიერ განთაესებული განცხადება	6	219

მან-უიტნის *U* კრიტერიუმი

მან-უიტნის *U* კრიტერიუმი (Mann-Whitney *U* test) - არაპარამეტრული კრიტერიუმი ცდის პირებს შორის სქემისათვის, როცა გამოყენებულია დამოუკიდებელი ცვლადის ორი დონე და მონაცემები, სულ მცირე, რიგის სკალაზეა.

მან-უიტნის *U* კრიტერიუმი არის არაპარამეტრული კრიტერიუმი ცდის პირებს შორის სქემისათვის დამოუკიდებელი ცვლადის ორი დონის გამოყენებით, როცა ქულები, სულ მცირე, რიგის სკალაზეა. მან-უიტნის *U* კრიტერიუმს განვიხილავთ ორაზროვანი ფიგურების აღქმის კელევის მაგალითზე (Reisberg, 1983, Strueber and Stadler, 1999).



სურათი 15.1
შროდერის კიბე, ორაზროვანი ფიგურა

ორაზროვანი ფიგურა არის ორი ან მეტი შესაძლო პერცეპტული ორგანიზაციის მქონე სტიმული. სტიმულის მაგალითად 15.1 სურათზე გამოსახულია შროდერის კიბე. ამ ფიგურას გააჩნია ორი შესაძლო პერცეპტული ორგანიზაცია: პირველ შემთხვევაში ჩანს ჩვეულებრივი კიბე, მეორე შემთხვევაში კი კიბე ამობრუნებული გვეჩვენება. საფეხურები ამობრუნდება, თუ თქვენ მათ გარკვეული ხნის განმავლობაში უყურებთ. თუ ერთი პერცეპტული ორგანიზაციის მეორეთი შესაცვლელად ყურადღება და მეხსიერება არის საჭირო, მაშინ ყურადღებისა და მეხსიერების მომცველი დამატებითი ამოცანა გაზრდის შებრუნების აღქმისათვის საჭირო დროს. ამ ჰიპოთეზის შესამოწმებლად შეიქმნა ცდის პირების ორი ეკვივალენტური ჯგუფი. შრედერის კიბე ორივე ჯგუფს აჩვენეს და ცდის პირებმა აღნიშნეს, თუ როდის დაინახეს სტიმულის ორივე ორგანიზაცია. დამოუკიდებელი ცვლადი იყო ხელის შემშლელი ამოცანის ტიპი. საკონტროლო ჯგუფის ცდის პირები უბრალოდ უყურებდნენ ნახატს და აცხადებდნენ გამოსახულების შებრუნების შესახებ. ექსპერიმენტული ჯგუფის ცდის პირები სტიმულის დანახვის პარალელურად ითვლიდნენ სამნიშნა რიცხვიდან კლების მიმართულებით და 3-ის ბიჯით, ანუ ასრულებდნენ ამოცანას, რომელიც მოითხოვს ყურადღებისა და მეხსიერების ჩართვას. თუ ამ ფიგურის შებრუნებული ვარიანტის დანახვა მოითხოვს ყურადღებასაც და მეხსიერებასაც, მაშინ კლების მიმართულებით თვლამ ხელი უნდა შეუშალოს ფიგურის აღქმას და მისი შებრუნებით დანახვის დრო უნდა გაზარდოს. ექსპერიმენტატორები ინიშნავდნენ, თუ რამდენი დრო დასჭირდათ ცდის პირებს ფიგურის შებრუნებულად დასანახად. თუ ცდის პირი ვერ დაინახავდა ამ ფიგურის შებრუნებას მეორე წუთის დასასრულისათვის, ექსპერიმენტი ჩერდებოდა და ცდის პირს მიანიჭებდნენ ,,უსასრულო" (∞) ლატენტობას.

15.3 ცხრილი წარმოადგენს ამ ექსპერიმენტის ჰიპოთეტურ მონაცემებს იმ შემთხვევისათვის, როცა თითოეულ ჯგუფში ცხრა ცდის პირია. ქულები ნაჩვენებია თითოეული ჯგუფისათვის მზარდი ლატენტობის მიხედვით, თუმცა ისინი ამ თანმიმდევრობით არ ჩაწერილა, რადგან სინამდვილეში ცდის პირებისგან იყო მიღებული. ყურადღება მიაქციეთ, რომ ექსპერიმენტულ ჯგუფში ერთ-ერთმა ცდის პირმა 2 წუთის განმავლობაში ვერ დაინახა ფიგურის შებრუნება. ამ ცდის პირს მიანიჭეს უსასრულო ლატენტობა რიცხვითი მნიშვნელობის მინიჭების გარეშე. რადგან *t* კრიტერიუმიცა და დისპერსიული ანალიზიც მოითხოვს თითოეული ცდის პირის რიცხვით მნიშვნელობას, მათ ვერ გამოვიყენებთ ამ მონაცემების

ანალიზისათვის. მაგრამ მან-უიტნის *U* კრიტერიუმი მხოლოდ იმას მოითხოვს, რომ ქულები რიგის მიხედვით იყოს დალაგებული. უსასრულო ლატენტობის რიგის მიხედვით დალაგება კი შესაძლებელია. მაშასადამე, ამ მონაცემების ანალიზი ხდება მან-უიტნის *U* კრიტერიუმის მეშვეობით.

სტატისტიკური ჰიპოთეზების შემოწმება მან-უიტნის *U* კრიტერიუმით

თავდაპირველად წარმოვადგენთ *U* კრიტერიუმის ცნების მიმოხილვას და შემდეგ მისი გამოთვლის სქემას. ორივე მიდგომა მოითხოვს რიგის მიხედვით მონაცემების დალაგებას გაზომვის სტატისტიკისა და ამ სტატისტიკის შერჩევითი განაწილების მისაღებად. ეს დალაგება შესაძლებელია მაშინაც, როცა მონაცემები ინტერვალების ან შეფარდების სკალაზეა; რიგის მიხედვით ქულების დალაგებით ხდება მათი რიგის სკალაზე გადაყვანა.

ცხრილი 15.3

პერცეპტული შებრუნების ჰიპოთეტური დრო (წამებში) შრედერის კიბისათვის. საკონტროლო ჯგუფის ცდის პირები უბრალოდ უყურებდნენ ამ ფიგურას. ექსპერიმენტული ჯგუფის ცდის პირები ფიგურის ყურებისას ითვლიდნენ კლების მიმართულებით სამის ტოლი ბიჯით

ჯგუფი	
საკონტროლო (A_1)	**ექსპერიმენტული (A_2)**
2	4
5	10
6	11
8	12
9	14
13	17
15	85
21	98
42	
	∞[a]

მსჯელობის გაადვილების მიზნით, თითოეული პირობისათვის ქულები წარმოდგენილია ლატენტობის ზრდადი თანმიმდევრობით.

[a] ეს ქულა წარმოადგენს შებრუნების "უსასრულო" ლატენტობას; ამ ცდის პირმა ვერ დაინახა ფიგურის შებრუნება 2-წუთიანი შუალედის განმავლობაში

რიგის მიხედვით ქულების დალაგება (რანჟირება)

რიგის მიხედვით ქულების დალაგების პირველი საფეხურია ორივე ჯგუფის ქულების გაერთიანება (*N* რაოდენობის ქულების ჯამის მისაღებად) და შემდეგ ამ ქულების ზრდადი მნიშვნელობის მიხედვით, უმცირესიდან უდიდესისაკენ მათი დალაგება. ეს პროცედურა 15.3 ცხრილის მონაცემებისათვის ნაჩვენებია 15.4 ცხრილის პირველ საფეხურში. რიგის მიხედვით დალაგებისას შენარჩუნებულია ჯგუფისადმი ქულების მიკუთვნებულობა (იხ. მე-2 საფეხური 15.4 ცხრილში). შემდეგ ამ ქულებს ენიჭება რანგი 1-დან *N*-მდე, უმცირეს მაჩვენებელს 1 და უდიდესს *N*. რანგების მინიჭების პროცესი ნაჩვენებია 15.4 ცხრილის მე-3 საფეხურში. ხშირად შესაძლებელია ბმული

ქულების მიღება, მაგალითად, როცა ორი ადამიანის ლატენტობაა 12 წამი. 15.5 ცხრილში აღწერილია პროცედურები ბმული ქულების შემთხვევისათვის, რომელიც გამოყენებულია 15.2 ამოცანაში.

U სტატისტიკა

***U* სტატისტიკა** არის ის რაოდენობა, რამდენჯერაც ერთ ჯგუფის ქულის რანგი წინ უსწრებს მეორე ჯგუფის ქულის რანგს. ეს გამოთვლები ნაჩვენებია 15.4 ცხრილის მე-4 და მე-5 საფეხურებით. მაგალითად, 2 ქულა (პირველ საფეხურში ნაჩვენები) *A1* ჯგუფიდან (ნაჩვენებია მე-2 საფეხურში) რანგის მიხედვით წინ უსწრებს ყველა *A2* მაჩვენებელს (განსაზღვრულია მე-3 საფეხურში). მაშასადამე, ეს ქულა რანგის მიხედვით წინ უსწრებს ცხრავე *A2* ქულას. *A1* ჯგუფის ქულები: 5, 6, 8 და 9 რანგის მიხედვით წინ უსწრებს *A2* ჯგუფის რვა ქულას. 15.4 ცხრილის მე-4 საფეხური გვიჩვენებს, თუ რანგის მიხედვით რამდენჯერ უსწრებს წინ *A1* ქულა *A2* ქულას. დააკვირდით რიცხვით მაჩვენებლებს ამ საფეხურისთვის და გაიაზრეთ, თუ როგორ იქნა ისინი მიღებული. საერთო ჯამში, 56 შემთხვევა იყო იმისა, რომ *A1* ქულა A2 ქულას რანგის მიხედვით წინ უსწრებდა, რაც არის მე-4 საფეხურზე ნაჩვენები რიცხვების ჯამი (ანუ 9 + 8 + 8 + 8 + 8 + 5 + 4 + 3 + 3 = 56). შესაბამისად, *UA1*რეალური (*A1* ჯგუფისათვის მიღებული *U*) არის 56.

გვაქვს *U*-ს მნიშვნელობა *A2* ჯგუფისთვისაც. ეს რიცხვი ნარმოადგენს იმ რაოდენობას, თუ რამდენია ისეთი შემთხვევა, როცა *A2* ქულის რანგი წინ უსწრებს *A1* ჯგუფის ქულის რანგს. 15.4 ცხრილის მე-5 საფეხური გვიჩვენებს, თუ რამდენჯერ უსწრებს წინ რანგის მიხედვით *A1* ქულა *A2* ქულას. ამ საფეხურზე რიცხვების ჯამი გვაძლევს *UA2*რეალური= 25 (ანუ 8 + 4 + 4 + 4+ + 3 + 2 = 25).

ცხრილი 15.4
15.3 ცხრილის ქულების რიგის მიხედვით დალაგება

1. უმცირესიდან უდიდესისაკენ დალაგებული ლატენტობის ქულები	2	4	5	6	8	9	10	11	12	13	14	15	17	21	41	85	98	∞
2. ჯგუფის ნევრობა [a]	1	2	1	1	1	1	2	2	2	1	2	1	2	1	1	2	2	2
3. რანგი	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
4. რამდენჯერ უსწრებს წინ A_1 ქულა A_2 ქულას	9		8	8	8	8				5		4		3	3			
5. რამდენჯერ უსწრებს წინ A_2 ქულა A_1 ქულას		8					4	4	4		3		2					

[a] 1 აღნიშნავს, რომ ქულა A_1 საკონტროლო ჯგუფიდანაა; 2 აღნიშნავს, რომ ქულა A_2 ექსპერიმენტული ჯგუფიდანაა.

U სტატისტიკის თვისებები

თუ ექსპერიმენტულ ჩარევას შედეგი არ მოჰყვება, მაშინ მოსალოდნელია, რომ ქულების გაერთიანებისა და რიგის მიხედვით დალაგების შემდეგ, როგორც ეს 15.4 ცხრილშია მოცემული, თითოეული ჯგუფის ქულები რანგების მიხედვით დაახლოებით ერთნაირად იქნება განანილებული. არ არის მოსალოდნელი, რომ ერთი ჯგუფის ქულები წარმოდგენილი იქნება მხოლოდ ქვედა მცირე რანგებით და მეორე ჯგუფის ქულები მხოლოდ ზედა რანგებით. აქედან გამომდინარე, $U_{A1\text{რეალური}}$ დაახლოებით ტოლი იქნება $U_{A2\text{რეალურის}}$. მაგალითად, ექსპერიმენტულ ჩარევას შედეგი რომ არ ჰქონოდა ჩვენს მაგალითში, $U_{A1\text{რეალური}}$ და $U_{A2\text{რეალური}}$ დაახლოებით 40-ის ტოლი იქნებოდა. ჩარევას განსაკუთრებით ძლიერი ეფექტი რომ ჰქონოდა და ყველა

A1 ქულას ყველა *A2* ქულაზე დაბალი რანგი ჰქონოდა, $U_{A1\text{რეალური}}$ იქნებოდა 81 და $U_{A2\text{რეალური}}$ - 0. $U_{A1\text{რეალურის}}$ და $U_{A2\text{რეალურის}}$ მნიშვნელობები იდეალურ შებრუნებულ კავშირშია. როცა $U_{A1\text{რეალური}}$ იზრდება, $U_{A2\text{რეალური}}$ თანაბარი სიდიდით მცირდება. მაშასადამე, *U*-ს მხოლოდ ერთი, უმცირესი მნიშვნელობა გამოიყენება სტატისტიკური გაზომვისას. შემდეგი მიმართების საშუალებით ადვილად შეგვიძლია იმის განსაზღვრა, მოხდა თუ არა ამ უმცირესი მნიშვნელობის გამოთვლა:

$$U_{A2\text{რეალური}} = n_{A1}n_{A2} - U_{A1\text{რეალური}},$$

სადაც *nA1* მონაცემების რაოდენობაა *A1* ჯგუფში და *nA2* - მონაცემების რაოდენობა *A2* ჯგუფში. ჩვენს მაგალითში $U_{A2\text{რეალური}}$ გამოითვლება $U_{A1\text{რეალურის}}$ მიხედვით შემდეგნაირად:

$$U_{A2\text{რეალური}} = (9)(9) - 56 = 81 - 56 = 25,$$

და 25 არის 15.3 ცხრილის მონაცემებისთვის გამოთვლილი *U*-ს ორი მნიშვნელობიდან უმცირესი. მაშასადამე, $U_{A2\text{რეალური}} = 25$.

U სტატისტიკა გამოიყენება ჰიპოთეზების სტატისტიკური შემოწმებისას ჰიპოთეზების სტატისტიკური შემოწმების თანმიმდევრობის მიხედვით.

სტატისტიკური ჰიპოთეზა

ნულოვანი ჰიპოთეზა. ნულოვანი ჰიპოთეზა, რომლის ფარგლებშიც *U*-ს შერჩევითი განაწილება მიიღება, არის შემდეგი:

H_0: *A1* მონაცემების პოპულაციაში განაწილება და *A2* მონაცემების პოპულაციაში განაწილება ერთნაირია.

თუ H_0 ჭეშმარიტია, მაშინ $U_{A1\text{რეალურისა}}$ და $U_{A2\text{რეალურის}}$ მნიშვნელობები დაახლოებით ტოლი უნდა იყოს.

ალტერნატიული ჰიპოთეზა. ალტერნატიული ჰიპოთეზა *U* კრიტერიუმისათვის არის:

H_1: *A1* მონაცემების პოპულაციაში განაწილება და *A2* მონაცემების პოპულაციაში განაწილება ერთნაირი არ არის.

თუ H_1 ჭეშმარიტია, მაშინ $U_{A1\text{რეალური}}$ და $U_{A2\text{რეალური}}$ ერთმანეთისგან განსხვავებული უნდა იყოს.

U-ს შერჩევითი განაწილება და კრიტიკული მნიშვნელობები

U-ს შერჩევითი განაწილება განსხვავებულია n_{A1}-სა და n_{A2}-სთვის. *U* სტატისტიკის გამოყენების გასაადვილებლად შეიქმნა *U*-ს შერჩევითი განაწილებისა და კრიტიკული მნიშვნელობების ცხრილები სანდოობის 0,01 და 0,05 დონეებზე n_{A1}-სა და n_{A2}-ის სხვადასხვა ზომისათვის. რადგან *U*-ს მაქსიმალური მნიშვნელობა განისაზღვრება n_{A1}-სა და n_{A2}-ის მეშვეობით, *U*-ს შერჩევითი განაწილების ცხრილებში წარმოდგენილია *U*-ს ის უმცირესი მნიშვნელობები, რომელთაც კვლევების შედეგად ვიღებთ. 1-დან 20-მდე ცდის პირისაგან შედგენილი ჯგუფებისათვის *U*-ს მნიშვნელობები მნიშვნელოვნობის $\alpha = 0.01$ და $\alpha = 0.05$ დონეებზე წარმოდგენილია დანართ ცხრილში A.8. ამ ცხრილში მოცემული მნიშვნელობები წარმოადგენს უმცირესი *U* რეალურის შესაბამის *U*-ს კრიტიკულ მნიშვნელობებს, რაც აღნიშნულია $U_{\text{კრიტიკული}}$. α- ს არჩეული მნიშვნელობისათვის სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია უმცირესი *U* რეალურის ის მნიშვნელობები, რომლებიც **$U_{\text{კრიტიკულზე}}$ ნაკლები ან ტოლია**. ყურადღება მიაქციეთ იმას, რომ *t*, *F* და χ^2 სტატისტიკებისაგან განსხვავებით, *U* რეალურის უარყოფის ზონა წარმოდგენილია იმ მნიშვნელობებით, რომლებიც *ნაკლებია ან ტოლი* $U_{\text{კრიტიკულის}}$. ჩვენი მაგალითის მონაცემების შემთხვევაში $n_{A1} = 9$ და $n_{A2} = 9$, შესაბამისად $U_{\text{კრიტიკული}} = 17$ მნიშვნელოვნობის 0,05 დონეზე.

გადაწყვეტილების მიღება სტატისტიკური ჰიპოთეზის შესახებ

სტატისტიკური ჰიპოთეზის შესახებ გადაწყვეტილების მიღება Uრეალურის ორი მნიშვნელობიდან უმცირესის გამოყენებით შემდეგნაირად ხდება:

უმცირესი $U_{\text{რეალური}}$ მნიშვნელობა	სტატისტიკური გადაწყვეტილება
$U_{\text{რეალური}}$ ნაკლები ან $U_{\text{რეალური}}$ ტოლი	უარვყოფთ H_0-ს ვიღებთ H_1- ს
$U_{\text{რეალური}}$ მეტი	არ უარვყოფთ H_0-ს არ ვიღებთ H_1- ს

ჩვენი მაგალითის შემთხვევაში, 15.3 ცხრილში წარმოდგენილი შებრუნებული გამოსახულების დანახვის ლატენტობის მაჩვენებლებისათვის, U_{A1} რეალური = 56 და U_{A2} რეალური = 25. U_{A2} რეალური ორ მიღებულ მნიშვნელობას შორის უმცირესია და სწორედ ეს მნიშვნელობა გამოიყენება ჰიპოთეზის შემოწმებისათვის. Uრეალური = 25 მეტია, ვიდრე Uკრიტიკული = 17. აქედან გამომდინარე, Uრეალურის მნიშვნელობა არ ხვდება უარყოფის ზონაში; ჩვენ ვერ უარვყოფთ H_0-ს დ არ ვიღებთ H_1-ს.

კრიტერიუმის მიხედვით გაკეთებული დასკვნები

რადგან ვერ ვახერხებთ H_0-ის უარყოფას, მივდივართ იმ დასკვნამდე, რომ ჩვენი მაგალითის შემთხვევაში არ არსებობს იმის დამადასტურებელი მონაცემები, რომ საკონტროლო ჯგუფის ქულების პოპულაციაში განაწილება განსხვავდება ექსპერიმენტული ჯგუფის ქულების პოპულაციაში განაწილებისაგან. საკონტროლო პირობასთან შედარებით კლების მიმართულებით თელამ არ შეცვალა შებრუნებული გამოსახულების დანახვისათვის საჭირო დრო (ლატენტობა).

მან-უიტნის U კრიტერიუმის დაშვებები

U კრიტერიუმის დაშვებებია:

- თითოეული ცდის პირი იძლევა მხოლოდ ერთ ქულას მონაცემებისათვის;
- მონაცემები, სულ მცირე, რიგის სკალაზეა და წარმოადგენს უწყვეტ ცვლადს. ბევრ შემთხვევაში, როგორც ეს ჩვენს მაგალითში იყო, მონაცემები იქნება ან ინტერვალების, ან შეფარდების სკალაზე და U კრიტერიუმის გამოყენებისათვის მოხდება ამ მონაცემების რანგებში გადაყვანა.

U-ს გამოსათვლელი ფორმულები

15.4 ცხრილში U_{A1}-სა და U_{A2} - ის მისაღებად გამოყენებული მიდგომა რთულია, მაგრამ თვალსაჩინოდ ასახავს, თუ რას წარმოადგენს U_{A1} და U_{A2}. გამოთვლის მიზნებისთვის შექმნილია გამარტივებული ფორმულები.

$U_{A1\ \text{რეალური}}$ მნიშვნელობა გამოითვლება ფორმულით:

$$U_{A\ \text{რეალური}} = n_{A1}n_{A2} + \frac{n_{A1}(n_{A1}+1)}{2} - \sum R_{A1},$$

სადაც n_{A1} არის $_{A1}$ ჯგუფში მონაცემების რაოდენობა;
n_{A2} არის $_{A2}$ ჯგუფში მონაცემების რაოდენობა;
$\sum R_{A1}$ არის $_{A1}$ ჯგუფის მონაცემებისათვის მინიჭებული რანგების ჯამი.

$\sum R_{A1}$ მიიღება 15.4 ცხრილის მე-3 საფეხურზე $_{A1}$ მონაცემებისათვის მინიჭებული რანგების შეკრებით. მაგალითად, $_{A1}$ ჯგუფში მონაცემების რანგებია 1, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 14 და 15. ამ რანგების ჯამია 70; შესაბამისად, $\sum R_{A1}$ = 70. U_{A1}-ის განტოლებაში რიცხვების ჩასმით ვიღებთ:

$$U_{\text{A1 რეალური}} = (9)(9) + \frac{9(9+1)}{2} - 70 = 56.$$

$U_{\text{A2რეალური}}$

$U_{\text{A2რეალური}}$ მნიშვნელობა გამოითვლება ფორმულით:

$$U_{\text{A2 რეალური}} = n_{A1}n_{A2} + \frac{n_{A2}(n_{A2}+1)}{2} - \sum R_{A2},$$

სადაც $\sum R_{A2}$ არის $_{A2}$ ჯგუფის მონაცემებისათვის მინიჭებული რანგების ჯამი. $_{A2}$ ჯგუფში მონაცემების რანგებია 2, 7, 8, 9, 11, 13, 16, 17 და 18 (იხ. 13.4 ცხრილის მე-3 საფეხური). ამ რანგების ჯამია 101; ანუ $\sum R_{A2}$ = 101. ფორმულაში ჩასმის შედეგად,

$$U_{\text{A2 რეალური}} = (9)(9) + \frac{9(9+1)}{2} - 101 = 25.$$

13.5 ცხრილი წარმოადგენს U კრიტერიუმის შეჯამებას ამ გამოთვლითი ფორმულების გამოყენებით. ეს ცხრილი აგრეთვე შეიცავს პროცედურებს, რომლებიც უნდა შესრულდეს ბმული რანგების შემთხვევაში. 13.2 მაგალითში ნაჩვენებია ამ ცხრილში მოცემული საფეხურების გამოყენება.

ცხრილი 15.5
მან-უიტნის U კრიტერიუმის გამოთვლითი ფორმულის გამოყენება

საფეხური 1.	ორივე ჯგუფის ქულები დაალაგეთ რიგის მიხედვით უმცირესი მნიშვნელობიდან (რანგი 1) უდიდეს მნიშვნელობამდე (რანგი N). შეინარჩუნეთ თითოეული ქულის ჯგუფის ნევრობა (A_1 და A_2). ბმულ ქულებს მიანიჭეთ იმ რანგების საშუალო, რასაც მიანიჭებდით იმ შემთხვევაში, ბმული რომ არ ყოფილიყო.
საფეხური 2.	იპოვეთ $\sum R_{A1}$ და $\sum R_{A2}$.
საფეხური 3.	გამოთვალეთ $U_{\text{A1რეალური}}$. $U_{\text{A1 რეალური}} = n_{A1}n_{A2} + \frac{n_{A1}(n_{A1}+1)}{2} - \sum R_{A1}$.
საფეხური 4.	გამოთვალეთ $U_{\text{A2რეალური}}$. $U_{\text{A2 რეალური}} = n_{A1}n_{A2} + \frac{n_{A2}(n_{A2}+1)}{2} - \sum R_{A2}$. ან $U_{\text{A2რეალური}} = n_{A1}n_{A2} - U_{\text{A1რეალური}}$.
საფეხური 5.	ამოირჩიეთ $U_{\text{რეალური}}$ მნიშვნელობებიდან უმცირესი. შეადარეთ ეს $U_{\text{რეალური}}$ $U_{\text{კრიტიკული}}$.

მაგალითი 15.2



მან-უიტნის U კრიტერიუმის გამოყენება

ამოცანა

ბევრ კოლეჯსა და უნივერსიტეტში ჯანმრთელობის პრობლემებს შორის ყველაზე მნიშვნელოვანია ალკოჰოლის ბოროტად გამოყენება. დავუშვათ, რომ ფსიქოლოგმა სტუდენტებისათვის შეიმუშავა ალკოჰოლის მოხმარების წინააღმდეგ საგანმანათლებლო პროგრამა. სასწავლო წლის დასაწყისში ფსიქოლოგმა შემთხვევითად შეარჩია 8 პირველკურსელი ვაჟი და მათ გააცნო განათლების პროგრამა. ამ პროგრამის გაცნობიდან 6 კვირის შემდეგ მან სტუდენტებს შეავსებინა კითხვარი ალკოჰოლის მოხმარების შესახებ. ამაედროულად მან შემთხვევითად შეარჩია 10 სხვა პირველკურსელი ვაჟი, რომლებიც არ გასცნობიან ალკოჰოლის მოხმარების წინააღმდეგ პროგრამას და მათაც შეავსებინა კითხვარი. ყოველდღიურად მოხმარებული ალკოჰოლის რაოდენობა სუფთა ალკოჰოლის უნციებში შემდეგნაირი აღმოჩნდა:

განათლების პროგრამის პირობა

გაიარა პროგრამა (A_1)	არ გაუვლია პროგრამა (A_2)
0,31	0,41
0,53	0,63
0,58	1,14
0,14	0,21
0,16	0,89
0,52	0,55
0,53	0,89
0,02	0,91
	0,08
	0,59

რადგან ეს მაჩვენებლები ასახავს ქცევის გაზომვას და არა თვითონ ქცევას, ფსიქოლოგმა ჩათვალა, რომ ისინი ინტერვალების სკალის მოთხოვნებს არ აკმაყოფილებდნენ. შესაბამისად, ფსიქოლოგი ამ მონაცემებს მხოლოდ რიგის სკალაზე განიხილავდა. მოახდინა თუ არა ალკოჰოლის მოხმარების წინააღმდეგ საგანმანათლებლო პროგრამამ გავლენა იმ ადამიანების მიერ ალკოჰოლის მოხმარებაზე, ვინც ამ პროგრამას გაეცნო? გამოიყენეთ მნიშვნელოვნობის 0,05 დონე.

ამოხსნა: კვლევის სქემა არის ცდის პირებს შორის სქემა დამოუკიდებელი ცელადის, განათლების პროგრამის პირობის, ორი დონით. მიჩნეულია, რომ დამოკიდებული ცელადი, მოხმარებული ალკოჰოლის რაოდენობა რიგის სკალაზეა. შესაბამისად, მან-უიტნის U კრიტერიუმი ამ მონაცემების შესაბამისი სტატისტიკური კრიტერიუმია.

საჭირო კრიტერიუმი: უმცირესი $U_{\text{ცელადი}}$.

დაშვებები მან-უიტნის U კრიტერიუმის გამოყენებისთვის:

1. თითოეული ცდის პირის შემოწმება ხდება მხოლოდ ერთი ექსპერიმენტული ჩარევის პირობაში.
2. დამოკიდებული ცელადი, სულ მცირე, რიგის სკალაზეა და უწყვეტია.

სტატისტიკური ჰიპოთეზა

H_0: პოპულაციაში იმ ადამიანების ქულების განაწილება, რომელთაც გაიარეს საგანმანათლებლო პროგრამა (A_1), იდენტურია პოპულაციაში იმ ადამიანების ქულების განაწილებისა, რომელთაც არ გაუვლიათ საგანმანათლებლო

პროგრამა (A_1).

H_1: პოპულაციაში იმ ადამიანების ქულების განაწილება, რომელთაც გაიარეს საგანმანათლებლო პროგრამა (A_1), არ არის იდენტური პოპულაციაში იმ ადამიანების ქულების განანილებისა, რომელთაც არ გაუვლიათ საგანმანათლებლო პროგრამა (A_2).

მნიშვნელოვნობის დონე: $\alpha = 0,05$

U-ს კრიტიკული მნიშვნელობა: როცა $n_{A1} = 8$, $n_{A2} = 10$ და $\alpha = 0,05$, A.8 ცხრილის მიხედვით $U_{\text{კრიტიკული}} = 17$.

უარყოფის არე: უმცირესი $U_{\text{რეალური}}$ მნიშვნელობები, რომლებიც უდრის ან ნაკლებია 17-ზე.

გამოთვლა: $U_{\text{რეალური}}$ გამოსათვლელად უნდა მივყვეთ 15.5 ცხრილში მოცემულ საფეხურებს

საფეხური 1: ორივე ჯგუფის გაერთიანებული მონაცემები დაალაგეთ რიგის მიხედვით უმცირესიდან უდიდესისაკენ (ზრდადობის მიხედვით).

რიგის მიხედვით დალაგებული მონაცემები:	0,02	0,08	0,14	0,16	0,21	0,31	0,41	0,52	0,53	0,53	0,55	0,58	0,59	0,63	0,89	0,89	0,91	1,14
ჯგუფთან მიკუთვნებულობა:	1	2	1	1	2	1	2	1	1	1	2	1	2	2	2	2	2	2
რანგი:	1	2	3	4	5	6	7	8	9,5	9,5	11	12	13	14	15,5	15,5	17	18

საფეხური 2: გამოთვალეთ თითოეული ჯგუფის რანგების ჯამი

$\sum R_{A1} = 1+3+4+6+8+9,5+9,5+12 = 53$

$\sum R_{A2} = 2+5+7+11+13+14+15,5+15,5+17+18 = 118$

საფეხური 3: გამოთვალეთ $U_{\text{A1რეალური}}$

$$U_{\text{A1 რეალური}} = (8)(10) + \frac{8(8+1)}{2} - 53$$
$$= 80 + (72/2) - 53$$
$$= 80 + 36 - 53 = 63.$$

საფეხური 4: გამოთვალეთ $U_{\text{A2რეალური}}$

$$U_{\text{A2 რეალური}} = (8)(10) + \frac{10(10+1)}{2} - 118$$
$$= 80 + (110/2) - 118$$
$$= 80 + 55 - 118 = 17.$$

საფეხური 5: აირჩიეთ უმცირესი $U_{\text{რეალური}}$

$U_{\text{A1რეალური}} = 17$ არის უმცირესი $U_{\text{A2რეალური}}$.

გადაწყვეტილების მიღება: მიღებული U რეალური = 17 უდრის U კრიტიკული = 17-ს. მაშასადამე, ის ხვდება უარყოფის არეში, უარვყოფთ H_0-ს და ვიღებთ H_1-ს.

დასკვნა: H_0-ის უარყოფა ნიშნავს, რომ საგანმანათლებლო პროგრამის ჯგუფის მონაცემების განაწილება განსხვავებულია არასაგანმანათლებლო ჯგუფის მონაცემების განაწილებისგან. ალკოჰოლის შესახებ განათლების პროგრამამ შეამცირა მოხმარებული ალკოჰოლის რაოდენობა, რაც იზომებოდა სტუდენტების მიერ მოწოდებული მაჩვენებლებით მათ მიერ დღეში მოხმარებული ალკოჰოლის რაოდენობის შესახებ.

მან-უიტნის U კრიტერიუმის შედეგების წარმოდგენა

U კრიტერიუმის შედეგების წარმოდგენა შედეგების სტატისტიკური წარმოდგენის ზოგადი პრინციპების შესაბამისად ხდება. საილუსტრაციოდ გამოვიყენებთ ამოცანას იმის შესახებ, თუ როგორია კლების მიმართულებით თელის გაელენა შროდერის კიბის შებრუნებების დანახვაზე.

> საკონტროლო (n = 9) და ექსპერიმენტულ (n = 9) ჯგუფებში ფიგურის შებრუნებისათვის საჭირო დროის განანილებების შესადარებლად გამოიყნეს მან-უიტნის U კრიტერიუმი. ალფას 0,05 მნიშვნელოვნობისას განანილებები მნიშვნელოენად არ განსხვავდებოდა ერთმანეთისგან, U = 25, p > 0,05

შედეგების ასეთი წარმოდეგენა გვანედის ჩვეულ ინფორმაციას გამოყენებული კრიტერიუმის შესახებ. U = 25 უმცირესი U რეალურია და p > 0,05 გამოხატავს, რომ U არამნიშვნელოვანია 0,05 დონეზე. მონოდებული ინფორმაცია ჯგუფის ზომის შესახებ ($n_{A1} = n_{A2} = 9$) საჭიროა იმისათვის, რომ Uკრიტიკული მოვძებნოთ A.8 ცხრილში.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა XV – 2

1. გააერთიანეთ A_1 და A_2 ჯგუფების ქვემოთ მოცემული მონაცემები და დაალაგეთ რიგის მიხედვით 1-დან N-მდე. შეინარჩუნეთ თითოეული ქულის ჯგუფთან მიკუთვნებულობა. შემდეგ გამოთვალეთ: $U_{A1\text{რეალური}}$, რამდენჯერ უსწრებს ნინ A_1 მონაცემის რანგი A_2 მონაცემის რანგს, $U_{A2\text{რეალური}}$, რამდენჯერ უსწრებს ნინ A_2 მონაცემის რანგი A_1 მონაცემის რანგს.

ჯგუფი	
A_1	A_2
15	7
23	26
10	14
19	16

   ა. $U_{\text{რეალური}}$ მნიშვნელობებიდან რომელია უმცირესი?
   ბ. არის თუ არა $U_{\text{რეალური}}$ სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი 0,05 დონეზე?

2. პირველი კითხვის ქულებისათვის იპოვეთ $U_{A1\text{რეალური}}$ და $U_{A2\text{რეალური}}$ U-ს გამოსათვლელი ფორმულის გამოყენებით.
   ა. ფორმულებით მიღებული $U_{A1\text{რეალური}}$ და $U_{A2\text{რეალური}}$ მნიშვნელობები ეთანხმება თუ არა პირველ კითხვაში მიღებულ მნიშვნელობებს?

3. ჩამოაყალიბეთ სტატისტიკური ჰიპოთეზა მან-უიტნის U კრიტერიუმისათვის.

4. თუ H_0 ჭეშმარიტია, როგორი უნდა იყოს $U_{A1\text{რეალური}}$ და $U_{A2\text{რეალური}}$ მიმართება?

5. თუ H_1 ჭეშმარიტია, როგორი უნდა იყოს $U_{A1\text{რეალური}}$ და $U_{A2\text{რეალური}}$ მიმართება?

6. შემდეგ ცხრილში მოცემულია Uრეალურის უმცირესი მნიშვნელობები სხვადასხვა ზომის ჯგუფებისათვის. $U_{\text{რეალური}}$ და ჯგუფის ზომის თითოეული ნაკრებისათვის იპოვეთ $U_{\text{კრიტიკული}}$ მნიშვნელობა 0,01 დონეზე. შემდეგ მიუთითეთ, ხვდება თუ არა

$U_{\text{რეალური}}$ უარყოფის ზონაში და რა გადაწყვეტილებას მიიღებთ H_0-სა და H_1 -თან დაკავშირებით.

	$U_{\text{რეალური}}$	n_{A1}	n_{A2}
ა.	3	6	4
ბ.	12	10	10
გ.	28	16	9
დ.	21	7	19
ე.	4	13	19
ვ.	126	18	19

7. ამოცანის ნიმუშის ფორმატის მიხედვით მან-უიტნის კრიტერიუმის გამოყენებით ამოხსენით შემდეგი ამოცანა. გამოიყენეთ მნიშვნელოვნობის 0,05 დონე. მუსიკას სულ უფრო და უფრო ხშირად იყენებენ სტომატოლოგიური პაციენტების რელაქსაციისათვის. დავუშვათ, რომ სტომატოლოგმა შეამოწმა პაციენტების რელაქსაციისათვის მუსიკის ეფექტურობა, რისთვისაც პაციენტები შემთხვევით მიაკუთვნა ორი ჯგუფიდან ერთ-ერთს. ცამეტი პაციენტი მუსიკის მოსმენის პირობაში სტომატოლოგიური პროცედურების დროს უსმენდა მუსიკას, 12 პაციენტი მუსიკის მოსმენის გარეშე პირობაში იმავე სტომატოლოგიური პროცედურების დროს არ უსმენდა მუსიკას. სტომატოლოგთან ვიზიტის ნახევარი დროის გასვლის შემდეგ თითოეულ პაციენტს სთხოვდნენ, განესაზღვრათ საკუთარი შფოთვა 1-დან (სრულიად არ ვშფოთავ) 100-მდე (ძალიან ვშფოთავ) სკალაზე. შფოთვის მიღებული მონაცემები შემდეგია:

მუსიკის პირობა

მოისმინა მუსიკა (A_1)	არ მოუსმენია მუსიკა (A_2)
52	44
75	21
66	66
33	54
17	37
78	84
94	30
89	29
27	54
49	49
53	33
78	10
	78

განსხვავდება თუ არა ჯგუფები შფოთვის მაჩვენებლების განაწილების მიხედვით?

უილკოქსონის ნიშნიანი რანგების კრიტერიუმი

უილკოქსონის ნიშნიანი რანგების კრიტერიუმი (Wilcoxon signed-ranks test) - არაპარამეტრული კრიტერიუმი ცდის პირებს შორის სქემისათვის დამოუკიდებელი ცვლადის ორი დონით.

უილკოქსონის ნიშნიანი რანგების კრიტერიუმი არაპარამეტრული კრიტერიუმია ცდის პირებს შიგნით სქემისათვის დამოუკიდებელი ცვლადის ორი დონით. მაშასადამე, ის არის $I_{\text{დამოკიდებული}}$ კრიტერიუმის არაპარამეტრული ანალოგი. უილკოქსონის კრიტერიუმის დაშვების თანახმად, ქცევის განზომილება უწყვეტია და მონაცემები რიგის მიხედვით შეიძლება დალაგდეს.

უილკოქსონის ნიშნიანი რანგების კრიტერიუმის საილუსტრაციოდ წარმოვადგენთ ექსპერიმენტს ხმაში ემოციის გამოხატვის შესახებ (Cosmides, 1983). დავუშვათ, ფსიქოლოგის ჰიპოთეზაა, რომ ხმის სიხშირეები იცვლება სხვადასხვა ფსიქოლოგიური მდგომარეობის დროს. ჰიპოთეზის შესამოწმებლად ის იყენებს ერთფაქტორიან, ცდის პირებს შიგნით სქემას დამოუკიდებელი ცვლადის ორი დონით. დამოუკიდებელი ცვლადია სცენარის ტიპი, რომელიც ცდის პირმა უნდა ნაიკითხოს: მხიარული სიტუაციის ამსახველი სცენარი (A_1) ან სევდიანი სიტუაციის ამსახველი სცენარი (A_2). სცენარის მიზანია ცდის პირში მხიარული ან სევდიანი ემოციის გამოწვევა. თითოეულ პირობაში ცდის პირის ამოცანაა, ჩუმად

წაიკითხოს სცენარი და ექსპერიმენტატორის მინიშნებაზე ხმამაღლა წარმოთქვას: ,,მე ჯერ კიდევ ვკითხულობ". თითოეული ცდის პირისათვის დამოკიდებული ცვლადია გამოთქმის ,,მე ჯერ კიდევ ვკითხულობ" ხმოვანი სიხშირე და იზომება ნამში რხევების რაოდენობით (რხევა ნამში ანუ ჰერცი). მაშასადამე, მონაცემს წარმოადგენს დიაპაზონი ცდის პირის მიერ ამ სიტყვების წარმოთქმის უმაღლეს ხმოვან სიხშირესა და ყველაზე დაბალ ხმოვან სიხშირეს შორის.

დავუშვათ, 15.6 ცხრილში ნარმოდგენილია სცენარის ორივე პირობაში მონანილე 10 ცდის პირის სიხშირეები. აქ ნაჩვენებია ამ მონაცემების საშუალოები, სტანდარტული გადახრები და დისპერსიები. ყურადღება მიაქციეთ იმას, რომ განსხვავდება არა მხოლოდ სიხშირეების დიაპაზონების საშუალოები, არამედ დიდი განსხვაეებაა ორი პირობის ცვალებადობას შორის. გაიხსენეთ, რომ $t_{დამოკიდებული}$ მოითხოვს, რომ ორი პოპულაციის დისპერსია თანაბარი იყოს, ამ მაგალითში კი ორი დისპერსია ერთმანეთისგან ძლიერ განსხვავდება (მხიარული სცენარისათვის 704,37 და სევდიანი სცენარისათვის 10281,96). მაშასადამე, ეს მონაცემები არღვევს $t_{დამოკიდებული}$ ის ერთ-ერთ დაშვებას. უილკოქსონის ნიშნიანი რანგების კრიტერიუმს არ აქვს მოთხოვნა დისპერსიების შესახებ და, აქედან გამომდინარე, ის ამ მონაცემებისათვის შესაფერისი კრიტერიუმია.

ცხრილი 15.6
ხმოვანი სიხშირის ჰიპოთეტური ქულები (ჰერცებში) როგორც ნაკითხული სცენარის ტიპის ფუნქცია

	სცენარის ტიპი	
ცდის პირი	მხიარული (A_1)	სევდიანი (A_2)
1	305	214
2	275	385
3	360	519
4	299	307
5	317	483
6	326	454
7	284	501
8	347	463
9	331	382
10	314	297
$\bar{X}_A$	315,80	400,50
S_A	26,54	101,40
S^2	704,37	10.281,96

სტატისტიკური ჰიპოთეზების შემოწმება უილკოქსონის ნიშნიანი რანგების კრიტერიუმით

T სტატისტიკა

უილკოქსონის კრიტერიუმი რიგის მიხედვით დალაგებულ მონაცემებს იყენებს სტატისტიკის მისაღებად, რომელსაც ეწოდება *T* და რომელიც ორი ექსპერიმენტული პირობიდან აღებული რანგების უმცირესი ჯამია.

სტატისტიკური ჰიპოთეზა

ნულოვანი ჰიპოთეზა. ნულოვანი ჰიპოთეზა, რომელიც *T*-ს გამოყენებით მოწმდება, არის:

H_0: ერთმანეთთან დაკავშირებული $_{A1}$ და $_{A2}$ ქულების პოპულაციაში განანილებები იდენტურია.

ალტერნატიული ჰიპოთეზა. ალტერნატიული ჰიპოთეზაა:

H_1: ერთმანეთთან დაკავშირებული *A1* და *A2* ქულების პოპულაციაში განაწილებები არ არის იდენტური.

შერჩევითი განაწილება და *T*-ს კრიტიკული მნიშვნელობები

$T_{\text{კრიტიკულის}}$ მნიშვნელობები, როცა α= 0,05 და α= 0,01 და შერჩევის ზომა 6-დან 50-მდეა, წარმოდგენილია დანართ A.9 ცხრილში. ამ ცხრილში შეგვაქვს $N_{\text{წყვილის}}$ მნიშვნელობები, რაც არის ქულების წყვილების რაოდენობა, ანუ ცდის პირების რაოდენობა. $T_{\text{რეალური}}$ ის მნიშვნელობები, რომლებიც *მეტია ან უდრის* $U_{\text{კრიტიკულის}}$ ხვდება უარყოფის არეში და სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია α-ს არჩეულ დონეზე. მაგალითისათვის, როცა $N_{\text{წყვილი}}$ = 10 და α= 0,05, $T_{\text{კრიტიკული}}$ = 8. მაშასადამე, უარყოფის არეში ხვდება $T_{\text{კრიტიკულის}}$ ის მნიშვნელობები, რომლებიც მეტია ან ტოლია 8-ის.

***T* -ს გამოთვლა**

T -ს მნიშვნელობის გამოთვლა მოიცავს ქვემოთ ჩამოთვლილ საფეხურებს. თითოეული საფეხურის შედეგი ხმოვანი სიხშირის დიაპაზონის შესახებ ექსპერიმენტის მონაცემებისათვის ნაჩვენებია 15.7 ცხრილში.

საფეხური 1 თითოეული ცდის პირისათვის იპოვეთ $d = X_{A1} - X_{A2}$, ანუ მონაცემებს შორის განსხვავება, როგორც ეს 15.7 ცხრილშია მოცემული. სხვაობას მიუწერეთ + ან — ნიშანი.

საფეხური 2 იპოვეთ თითოეული სხვაობის აბსოლუტური მნიშვნელობა ($|d|$, მნიშვნელობა ნიშნის გათვალისწინების გარეშე), როგორც ეს ნაჩვენებია ბ სვეტში

საფეხური 3 ზრდადობის მიხედვით (უმცირესი მნიშვნელობის რანგია 1 და უდიდესის - *N*) დაალაგეთ აბსოლუტური მნიშვნელობები, როგორც ეს გ სვეტშია ნაჩვენები. 0-ის ტოლი სხვაობების რანჟირება არ ხდება და $T_{\text{კრიტიკულის}}$ გამოსათვლელად გამოყენებული *N* - ის მნიშვნელობა მცირდება 0-ს ტოლი სხვაობების რაოდენობით. *d*-ს ბმულ ქულებს ენიჭება იმ რანგების საშუალო, რასაც მივანიჭებდით მათ, ბმა რომ არ მომხდარიყო.

საფეხური 4 სვეტის თოთოეულ რანგს მიუწერეთ ა სვეტის სხვაობის ნიშანი. ნიშნიანი რანგები ნაჩვენებია დ სვეტში.

საფეხური 5 შეაჯამეთ მსგავსი ნიშნის მქონე რანგები დ სვეტიდან. მაგალითად, პლუს ნიშნის მქონე რანგების ჯამი დ სვეტში არის 6 (ანუ, (+4) + (+2)) და მინუს ნიშნის მქონე რანგების ჯამი არის — 49 (ანუ, (-5) + (-8) + (-1) + (-9) + (-7) + (-10) + (-6) + (-3)).

საფეხური 6 იპოვეთ რანგების თითოეული ჯამის აბსოლუტური მნიშვნელობა. შემდეგ ამოარჩიეთ რანგების ორი ჯამიდან უმცირესი. ამ შემთხვევაში ეს არის 6, დადებითი რანგების ჯამი. სწორედ ეს ჯამი არის $T_{\text{რეალური}}$; მაშასადამე, $T_{\text{რეალური}}$ = 6.

ცხრილი 15.7

15.6 ცხრილის ქულებისთვის უილკოქსონის T-ს გამოთვლა

ცდის პირი	სცენარის ტიპი: მხიარული (A_1)	სცენარის ტიპი: სეედიანი (A_2)	(ა) d	(ბ) $\|d\|$	(გ) რანჟირებული $\|d\|$	(დ) ნიშნიანი რანგი
1	305	214	+91	91	4	+4
2	275	285	-110	110	5	-5
3	360	519	-159	159	8	-8
4	299	307	-8	8	1	-1
5	317	483	-166	166	9	-9
6	326	454	-128	128	7	-7
7	384	501	-217	217	10	-10
8	347	463	-116	116	6	-6
9	331	382	-51	51	3	-3
10	314	297	+17	17	2	+2

სტატისტიკური ჰიპოთეზის შესახებ გადაწყვეტილების მიღება

T რეალური= 6 უფრო მცირეა, ვიდრე Tკრიტიკული= 8; აქედან გამომდინარე, T რეალური ხვდება უარყოფის არეში. უარვყოფთ H_0-ს და ვიღებთ H_1-ს.

დასკვნა კრიტერიუმის მიხედვით

H_0-ის უარყოფას და H_1-ის მიღებას მივყავართ დასკვნამდე, რომ მონაცემების ორი განაწილება ერთმანეთისაგან განსხვავდება; სცენარის ტიპმა განაპირობა სხვაობები ხმის სიხშირის დიაპაზონში. ხმის სიხშირის დიაპაზონი უფრო დიდია სეედიანი სცენარის შემთხვევაში, ვიდრე მხიარული სცენარის შემთხვევაში.

მაგალითი 15.3

უილკოქსონის ნიშნიანი რანგების კრიტერიუმის გამოყენება

ამოცანა

ჰიპოთეზის თანახმად, მუსიკის ტემპი გავლენას ახდენს ქცევის სისწრაფეზე; კერძოდ, სწრაფი ტემპის მუსიკა ზრდის ქცევის განხორციელების შესაძლო სისწრაფეს (McElrea & Standing, 1992; Roballey et al., 1985). წარმოიდგინეთ, რომ ამ ჰიპოთეზის შესამოწმებლად მკვლევარმა ჩაატარა შემდეგი კვლევა: ორი დღის განმავლობაში აკვირდებოდნენ კაფეტერიის ერთი და იმავე 11 კლიენტის სადილობას მუსიკის ფონის ორი განსხვავებული პირობის შემთხვევაში: პირველ დღეს ნელი მუსიკის პირობაში ($A1$) და მეორე დღეს სწრაფი მუსიკის პირობაში ($A2$). ჩაიწერეს თითოეული ცდის პირის მიერ მუსიკის თითოეულ პირობაში წუთში მიღებული ლუკმების რაოდენობა. დაეშვათ, რომ თითოეული ცდის პირის მიერ მუსიკის ტემპის თითოეული პირობის შემთხვევაში წუთში მიღებული ლუკმების რაოდენობები შემდეგია:

ცდის პირი	მუსიკის ტემპი: ნელი (A_1)	მუსიკის ტემპი: სწრაფი (A_2)
1	3	4
2	4	6
3	2	3
4	3	3
5	3	8
6	4	2
7	1	4
8	5	4
9	3	6
10	5	9
11	2	8

ექსპერიმენტატორი მიიჩნევდა, რომ ეს მონაცემები რიგის სკალაზეა. ახდენს

თუ არა გავლენას მუსიკის ტემპი მიღებული ლუკმების რაოდენობაზე? გამოიყენეთ მნიშვნელოვნობის 0,05 დონე.

ამოხსნა: კელეის სქემა ნარმოადგენს ერთფაქტორიან, ცდის პირთა შიდა სქემას დამოუკიდებელი ცვლადის, მუსიკის ტემპის, ორი დონით: დამოკიდებული ცვლადი იზომება, სულ მცირე, რიგის სკალაზე. მაშასადამე, უილკოქსონის ნიშნიანი რანგების კრიტერიუმი ამ მონაცემებისათვის შესაბამისი კრიტერიუმია.

საჭირო კრიტერიუმი: T, რანგების ჯამებს შორის უმცირესი ჯამი.

დაშვებები კრიტერიუმის გამოყენებისათვის:

1. თითოეულ ცდის პირს ვაფასებთ დამოუკიდებელი ცვლადის ორივე დონეზე.
2. დამოკიდებული ცვლადი იზომება, სულ მცირე, რიგის სკალაზე

სტატისტიკური ჰიპოთეზა:

H_0: ერთმანეთთან დაკავშირებული A_1 და A_2 მონაცემების პოპულაციაში განაწილებები იდენტურია.

H_1: ერთმანეთთან დაკავშირებული A_1 და A_2 მონაცემების პოპულაციაში განაწილებები არ არის იდენტური.

მნიშვნელოვნობის დონე: $\alpha = 0,05$

T-ს კრიტიკული მნიშვნელობა: იმ შემთხვევაში, როცა $N_{წყვილი} = 11$ და $\alpha = 0,05$, $T_{კრიტიკული} = 11$. T-ს გამოთვლისას ცდის პირი №4 გვიჩვენებს ნულოვან ცვლილებას მუსიკის ორ პირობას შორის. ეს ცდის პირი გამოეთიშება ანალიზს. შესაბამისად, $N_{წყვილი}$ ხდება 10 და N = 10-ის შემთხვევისათვის, A.9 ცხრილის მიხედვით, $T_{კრიტიკული}$ გახდება 8.

უარყოფის არე: $T_{რეალური}$ ის მნიშვნელობები, რომლებიც ნაკლებია ან ტოლი 8-ის.

გამოთვლა:

საფეხური 1 თითოეული ცდის პირისათვის ვითვლით $d = X_{A1} - X_{A2}$ (15.8 ცხრილის ა სვეტი).

საფეხური 2 ვპოულობთ d-ს აბსოლუტურ მნიშვნელობებს (15.8 ცხრილის ბ სვეტი).

საფეხური 3 ზრდადობის მიხედვით, 1-დან 10-მდე ვალაგებთ d-ს აბსოლუტურ მნიშვნელობებს; $d = 0$ არ მონაწილეობს რანჟირებაში (გ სვეტი). ყურადღება მიაქციეთ ბმული d მონაცემების რამდენიმე შემთხვევის რანჟირებას. ბმულ ქულებს ანიჭებენ მათ მიერ დაკავებული რანგების საშუალოს. მაგალითად, ბ სვეტში არის სამი სხვაობა $|d|$=1. ეს მნიშვნელობები იკავებს რანგებს 1, 2 და 3. ამ რანგების საშუალო არის 2; მაშასადამე, $|d|$=1-ის თითოეულ მნიშვნელობას ენიჭება რანგი 2.

საფეხური 4 d-ს რანგს (დ სვეტი) ვუწერთ თითოეული d -ს ნიშანს (ა სვეტიდან).

საფეხური 5 ვაჯამებთ მსგავსი ნიშნის მქონე რანგებს. პლუს ნიშნის მქონე რანგების ჯამის აბსოლუტური მნიშვნელობა არის 6,5 (ანუ, (+4,5) + (+2) = 6,5). მინუს ნიშნის მქონე რანგების ჯამის აბსოლუტური მნიშვნელობა არის 48,5 (ანუ, (-2) + (-4,5) + (-2) + (-9) + (-6,5) + (-6,5) + (-8) + (-10) = 48,5).

საფეხური 6 პლუს ნიშნის მქონე რანგების ჯამის აბსოლუტური მნიშვნელობა რანგების ჯამებს შორის უმცირესია, ამიტომ $T_{რეალური} = 6,5$.

ცხრილი 15.8

უილკოქსონის T -ს გამოთვლა ლუკმების რაოდენობის ქულების როგორც მუსიკის ტემპის ფუნქციისათვის

ცდის პირი	მუსიკის ტემპი: სწრაფი (A_1)	მუსიკის ტემპი: ნელი (A_2)	(ა) d	(ბ) $\lvert d \rvert$	(გ) რანჟირებული $\lvert d \rvert$	(დ) ნიშნიანი რანგი
1	3	4	-1	1	2	-2
2	4	6	-2	2	4,5	-4,5
3	2	3	-1	1	2	-2
4	3	3	0	0	-	-
5	3	8	-5	5	9	-9
6	4	2	+2	2	4,5	+4,5
7	1	4	-3	3	6,5	-6,5
8	5	4	+1	1	2	+2
9	3	6	-3	3	6,5	-6,5
10	5	9	-4	4	8	-8
11	2	8	-6	6	10	-10

გადაწყვეტილება: $T_{\text{რეალური}} = 6,5$ უფრო ნაკლებია, ვიდრე $T_{\text{კრიტიკული}} = 8$ და ის ხვდება უარყოფის არეში, უარვყოფთ H_0-ს და ვიღებთ H_1-ს.

დასკვნა: მუსიკის ორი ტემპის პირობებში წუთში მიღებული ლუკმების რაოდენობის განაწილებები მნიშვნელოვნად განსხვავდება; ნელ ტემპთან შედარებით სწრაფი ტემპის დროს მეტ ლუკმას იღებენ.

წარმოდგენა

უილკოქსონის ნიშნიანი რანგების კრიტერიუმის შედეგების

უილკოქსონის ნიშნიანი რანგების კრიტერიუმის შედეგების წარმოდგენას გიჩვენებთ იმ მაგალითის გამოყენებით, რომელშიც ხდებოდა სცენარის ტიპით მანიპულირება და ცდის პირების ხმის სიხშირის დიაპაზონის გაზომვა.

მხიარული და სევდიანი სცენარების პირობებში ხმის სიხშირეების დიაპაზონების შესადარებლად გამოიყენებოდა უილკოქსონის ნიშნიანი რანგების კრიტერიუმი. ალფას 0,05 დონეზე სცენარის პირობები მნიშვნელოვნად განსხვავებოდა ერთმანეთისაგან, $T = 6$ ($N = 10$), $p < 0,05$. მხიარული სცენარის პირობასთან შედარებით სევდიანი სცენარის პირობაში სიხშირეთა დიაპაზონი უფრო დიდი იყო.

ასე წარმოდგენილი შედეგები გვაძლევს $T_{\text{რეალური}}$ მნიშვნელობის ინტერპრეტაციისათვის საჭირო ინფორმაციას. რადგან $N_{\text{ცდის პირების}}$ მნიშვნელობა ვიცით, შეგვიძლია საჭიროების შემთხვევაში მოვძებნოთ $T_{\text{კრიტიკული}}$.

არაპარამეტრული კრიტერიუმების გამოყენება

როგორც ვნახეთ, არაპარამეტრული კრიტერიუმები არ არ აკეთებენ დაშვებებს შერჩევის ქულების პოპულაციაში განაწილების შესახებ. უფრო მეტიც, ისინი ჩვეულებრივ მოითხოვენ მხოლოდ იმას, რომ მიღებული მონაცემების რიგის მიხედვით დალაგება შეგვეძლოს. პარამეტრული კრიტერიუმები, როგორიცაა t ან დისპერსიული ანალიზი, უფრო მკაცრ დაშვებებს აკეთებენ ექსპერიმენტის მონაცემების ბუნების შესახებ, - ისეთ დაშვებებს, რომელთა დაკმაყოფილება კვლევაში მიღებული მონაცემებისათვის ზოგჯერ საეჭვოა. მიუხედავად ამისა, არაპარამეტრული სტატისტიკური კრიტერიუმები უფრო ნაკლებად გამოიყენება ქცევითი მეცნიერებების კვლევებში, ვიდრე პარამეტრული კრიტერიუმები. რატომ?

ამ კითხვაზე რამდენიმე პასუხი არსებობს. ზოგადად, თუ გასაანალიზებელი მონაცემები პარამეტრული კრიტერიუმების დაშვებებს აკმაყოფილებს, მაშინ პარამეტრული კრიტერიუმი უფრო აღმოაჩენს დამოუკიდებელი ცვლადის ეფექტს, ვიდრე მისი შესაბამისი არაპარამეტრული კრიტერიუმი. ანუ არაპარამეტრული კრიტერიუმები პარამეტრულ კრიტერიუმებთან შედარებით ნაკლებად მძლავრია და ამიტომ, როცა მონაცემები აკმაყოფილებს პარამეტრული კრიტერიუმის დაშვებებს, უფრო მოსალოდნელია, რომ ისინი მეორე გვარის შეცდომამდე მიგვიყვანს. რადგან ითვლება, რომ პარამეტრული კრიტერიუმების უმრავლესობა დაშვებებთან შესაბამისობის თვალსაზრისით უფრო მდგრადია, ბევრი მკვლევარი მონაცემებს პარამეტრული კრიტერიუმების გამოყენებით აანალიზებს.

არაპარამეტრული კრიტერიუმები უფრო სხვა სახის ინფორმაციას გვაძლევს, ვიდრე პარამეტრული. მაგალითად, $t_{\text{დამოუკიდებლობისას}}$ მივყავართ დასკვნამდე პოპულაციების საშუალოების ტოლობა-არატოლობის შესახებ, ხოლო U კრიტერიუმით გაკეთებული დასკვნები ეხება პოპულაციის განაწილების ტოლობა-არატოლობას. გარდა ამისა, უფრო რთული სქემების შემთხვევაში, როგორიცაა მე-11 თავში განხილული ფაქტორული სქემა, არ არსებობს ისეთი არაპარამეტრული კრიტერიუმები, რომლებიც იმდენივე ინფორმაციას გვაძლევს, რამდენსაც დისპერსიის პარამეტრული ფაქტორული ანალიზი.

როგორც აღვნიშნეთ, პარამეტრული კრიტერიუმის გამოყენების მკაცრად დადგენილი წესები არ არსებობს. შროდერის კიბის მაგალითი, რომელიც მოყვანილი იყო U კრიტერიუმის გასაცნობად, წარმოადგენს არაჩვეულებრივად ნათელ მაგალითს იმ შემთხვევებისა, როცა საჭიროა არაპარამეტრული კრიტერიუმის გამოყენება. ამ ექსპერიმენტში მიღებული ერთ-ერთი მონაცემი იყო "უსასრულობა". როცა ასეთი მონაცემი გვაქვს, მონაცემების საშუალოს ან სტანდარტული გადახრას ვერ გამოვთვლით. ამიტომ, ცხადია, რომ ამ მონაცემებისათვის პარამეტრული კრიტერიუმის გამოყენება არ შეიძლება.

სხვა მაგალითები ხშირად ასეთი ერთმნიშვნელოვანი არ არის. მაგალითად, რამდენად უნდა განსხვავდებოდეს პოპულაციის ქულების განაწილება ნორმალური განაწილებისაგან, რომ პარამეტრული კრიტერიუმის გამოყენება შეუსაბამოდ ჩაითვალოს? როდის ითვლება ორი ან მეტი პოპულაციის დისპერსიები ტოლად? ქცევითი მეცნიერები ვერ თანხმდებიან ამ კითხვების პასუხებზე. შესაბამისად, ისინი შეიძლება იმაზეც ვერ შეთანხმდნენ, გარკვეული მონაცემების ანალიზისათვის პარამეტრული კრიტერიუმი უნდა გამოვიყენოთ თუ არაპარამეტრული.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა XV – 3

1. როგორი ტიპის კვლევის სქემისათვის არის შესაფერისი უილკოქსონის კრიტერიუმი?
2. რომელ გაზომვის სტატისტიკას იყენებს უილკოქსონის ნიშნიანი რანგების კრიტერიუმი?
3. ჩამოაყალიბეთ სტატისტიკური ჰიპოთეზა უილკოქსონის ნიშნიანი რანგების კრიტერიუმისათვის.
4. ქვემოთ მოცემულია ნიშნიანი რანგების ჯამების უმცირესი აბსოლუტური მნიშვნელობები სხვადასხვა ზომის ჯგუფებზე ჩატარებული ექსპერიმენტებიდან. თითოეული უმცირესი რანგისა და $N_{\text{წყვილი}}$-ს მნიშვნელობისათვის განსაზღვრეთ $T_{\text{რეალური}}$-ს მნიშვნელობა. შემდეგ იპოვეთ $T_{\text{კრიტიკული}}$ მნიშვნელოვნობის 0,05 დონეზე და მიუთითეთ, ხვდება თუ არა უარყოფის არეში. ასევე აღნიშნეთ, რა გადაწყვეტილებას იღებთ H_0-სა და H_1-სთან დაკავშირებით.

	უმცირესი რანგი	$N_{\text{წყვილი}}$
ა.	2	8
ბ.	9	10
გ.	17	13
დ.	40	19
ე.	98	25

5. ამოცანის ნიმუშის ფორმატის მიხედვით უილკოქსონის კრიტერიუმის გამოყენებით ამოხსენით შემდეგი ამოცანა. გამოიყენეთ მნიშვნელოვნობის 0,05 დონე.

სპორტის ფსიქოლოგები დაინტერესებულები არიან სპორტული შეჯიბრებების დროს შფოთვასა და სპორტულ შედეგებს შორის კავშირით. მაგალითად, მეინარდმა და ჰოუიმ (Maynard & Howe, 1987) გაზომეს რაგბის მოთამაშეების შფოთვა ფინალის პირველი და მეორე თამაშების წინ. დავუშვათ, რომ თქვენ ჩაატარეთ მსგავსი კვლევა და მიიღეთ შფოთვის ქვემოთ მოყვანილი მონაცემები. შესაძლო მონაცემების დიაპაზონი მერყეობს 12-დან (ძალიან დაბალი შფოთვა) 84-მდე (ძალიან მაღალი შფოთვა).

	თამაში	
მოთამაშე	1	2
1	68	72
2	56	65
3	78	77
4	49	54
5	66	64
6	43	53
7	77	70
8	68	78
9	28	29
10	69	75
11	75	78
12	80	72
13	75	75
14	65	76
15	71	70

მოსალოდნელია, რომ შფოთვის ქულების განაწილება პოპულაციაში უარყოფითად გადახრილი იქნება (მოთამაშეების უმრავლესობას ექნება ძალიან მაღალი შფოთვა და მხოლოდ რამდენიმე მათგანს ექნება ძალიან დაბალი შფოთვა). ამიტომ თქვენ აპირებთ არაპარამეტრული სტატისტიკური კრიტერიუმის გამოყენებას. განსხვავდება თუ არა პირველი და მეორე თამაშის წინ მიღებული შფოთვის მაჩვენებლები?

შეჯამება

- ხი-კვადრატ კრიტერიუმი გამოიყენება იმ მონაცემებისათვის, რომლებიც წარმოადგენენ ქცევის (პასუხის) გამოვლენის სიხშირეს.
- დამოუკიდებლობის ხი-კვადრატ კრიტერიუმი გამოიყენება ორი დამოუკიდებელი განზომილების კატეგორიას შორის მიმართების დასადგენად.
- დამოუკიდებლობის ხი-კვადრატ კრიტერიუმი გამოითვლება ფორმულით:

$$\chi^2_{\text{რეალური}} = \sum_{r=1}^{r}\sum_{c=1}^{c}\frac{\left(O_{rc}-E_{rc}\right)^2}{E_{rc}}.$$

- თანხმობის ხი-კვადრატ კრიტერიუმი გამოიყენება იმისათვის, რომ დადგინდეს, რამდენად კარგად შეესაბამება ერთ კატეგორიაში მოთავსებული მონაცემები ამ კატეგორიისათვის თეორიულად მიღებულ მოსალოდნელ სიხშირეებს.
- თანხმობის ხი-კვადრატ კრიტერიუმი გამოითვლება ფორმულით:

$$\chi^2_{\text{რეალური}} = \sum_{c=1}^{c}\frac{\left(O_c-E_c\right)^2}{E_c}.$$

- მან-უიტნის U კრიტერიუმი არაპარამეტრული კრიტერიუმია ცდის პირებს შორის სქემისათვის დამოუკიდებელი ცვლადის ორი დონის გამოყენებით, როცა ქულები, სულ მცირე, რიგის სკალაზეა.
- U სტატისტიკა ის რაოდენობაა, რამდენჯერაც ერთი ჯგუფის ქულის რანგი წინ უსწრებს მეორე ჯგუფის ქულის რანგს.
- $U_{\text{A1რეალური}}$ მნიშვნელობა გამოითვლება ფორმულით:

$$U_{\text{A1 რეალური}} = n_{A1}n_{A2} + \frac{n_{A1}(n_{A1}+1)}{2} - \sum R_{A1},$$

ხოლო $U_{\text{A2რეალური}}$ - ფორმულით:

$$U_{\text{A2 რეალური}} = n_{A1}n_{A2} + \frac{n_{A2}(n_{A2}+1)}{2} - \sum R_{A2}.$$

$U_{\text{რეალური}}$ უმცირესი მნიშვნელობები გამოიყენება, როგორც გაზომვის სტატისტიკა.

- უილკოქსონის ნიშნიანი რანგების კრიტერიუმი არის არაპარამეტრული კრიტერიუმი ცდის პირთა შიდა სქემისათვის, დამოუკიდებელი ცვლადის ორი დონით.
- უილკოქსონის ნიშნიანი რანგების კრიტერიუმისთვის გამოიყენება გაზომვის სტატისტიკა, T - ორი ექსპერიმენტული პირობის მონაცემების რანგების ჯამებს შორის უმცირესი ჯამი.
- როცა გასაანალიზებელი მონაცემები პარამეტრული კრიტერიუმის დაშვებებს აკმაყოფილებს, პარამეტრული კრიტერიუმი უფრო მდგრადია, ვიდრე მისი შესაბამისი არაპარამეტრული კრიტერიუმი.

ძირითადი ტერმინები და სიმბოლოები

- არაპარამეტრული სტატისტიკური კრიტერიუმი
- დამოუკიდებლობის ხი-კვადრატ კრიტერიუმი
- განაწილებისაგან თავისუფალი კრიტერიუმები
- თანხმობის ხი-კვადრატ კრიტერიუმი
- მან-უიტნის U კრიტერიუმი
- მარგინალური სიხშირეები
- მოსალოდნელი სიშირეები
- ნიშანთა შეუღლების ცხრილი
- პარამეტრული კრიტერიუმი
- ნიშანთა შეუღლების ცხრილი
- T
- $T_{\text{კრიტიკული}}$
- $T_{\text{რეალური}}$
- უილკოქსონის ნიშნიანი რანგების კრიტერიუმი
- U
- $U_{\text{კრიტიკული}}$
- $U_{1\text{ რეალური}}$
- $U\,2_{1\text{ რეალური}}$
- ხი-კვადრატ კრიტერიუმი
- χ^2
- $\chi^2_{\text{კრიტიკული}}$
- $\chi^2_{\text{რეალური}}$

კითხვები

1. ბევრი ადამიანი ფსიქოთერაპიის კურსს ნინასწარ დაგეგმილ ვადამდე წყვეტს. ასეთი ადამიანები ფსიქოთერაპიით მოსარგებლეების უმრავლესობას წარმოადგენენ (Stahler & Eisenman, 1987). დაეუშვათ, რომ ამ პრობლემის უკეთ შესასწავლად თქვენ მოიპოვებთ მონაცემებს ფსიქიკური ჯანმრთელობის ცენტრებიდან და მათ, ვინც თერაპიას ვადამდე წყვეტს, და მათ, ვინც არ წყვეტს, აჯგუფებთ სქესისა და ფსიქოლოგიური პრობლემის სიმძიმის მიხედვით.

ა. თქვენ მიიღეთ იმ მამაკაცებისა და ქალების შემდეგი სიხშირეები, რომლებიც ვადამდე ნყეეტენ ან არ ნყვეტენ თერაპიის კურსს:

	სქესი	
	მამრობითი	მდედრობითი
არ შეწყვიტა	99	130
შეწყეიტა	75	78

არსებობს თუ არა მიმართება სქესსა და თერაპიის შენყვეტის სიხშირეს შორის მნიშვნელოვნობის 0,05 დონეზე?

ბ. შემდეგ მოხდა ცდის პირების დაჯგუფება მათი ფსიქოლოგიური პრობლემის სიმძიმის მიხედვით: მსუბუქი, ზომიერი, მძიმე. მიღებულია შემდეგი სიხშირეები:

	ფსიქოლოგიური პრობლემის სიმძიმე		
	მსუბუქი	ზომიერი	მძიმე
არ შეწყვეტა	51	66	112
შეწყვეტა	64	54	35

არსებობს თუ არა მიმართება თერაპიისთვის ვადამდე შეწყვეტის მაჩვენებელსა და ფსიქოლოგიური პრობლემის სიმძიმეს შორის მნიშვნელოვნობის 0,05 დონეზე? თუ ასეთი მიმართება არსებობს, როგორია ის?

2. 12.2 მაგალითში განხილული იყო კვლევა იმის შესახებ, არის თუ არა მთქნარება მონყენილობის ნიშანი. ერთფაქტორიანი ცდის პირთა შიდა სქემის ფარგლებში, ცდის პირებს აჩვენებდნენ როკმუსიკის 30-წუთიან ვიდეორგოლს (დამაინტერესებელი სტიმული) და ფერადზოლიან საცდელ სატელევიზიო გამოსახულებას ხმის გარეშე (არადამაინტერესებელი სტიმული) 30 წუთის განმავლობაში. აკვირდებოდნენ და აღრიცხავდნენ, თუ რამდენჯერ დაამთქნარებდა ცდის პირი თითოეული სესიის განმავლობაში. დავუშვათ, რომ ეს ექსპერიმენტი 11 ცდის პირზე გავიმეორეთ და თითოეული სესიისათვის მიეღეთ დამთქნარების შემდეგი რაოდენობა:

3.

	ვიდეორგოლის ტიპი (*A*)	
ცდის პირი	საინტერესო	უინტერესო
1	5	7
2	2	1
3	4	7
4	3	8
5	0	2
6	4	5
7	7	6
8	6	23
9	3	3
10	1	4
11	8	9

ა. უილკოქსონის ნიშნიანი რანგების კრიტერიუმის გამოყენებით მნიშვნელოვნობის 0,05 დონეზე დაადგინეთ, ახდენს თუ არა დავალების ტიპი (ექსპერიმენტული პირობა) გავლენას დამთქნარების რაოდენობაზე.

ბ. რატომ შეიძლება იყოს უილკოქსონის ნიშნიანი რანგების კრიტერიუმი უფრო შესაფერისი ამ მონაცემებისათვის, ვიდრე t დამოკიდებული? (*მინიშნება:* დაადგინეთ მონაცემების განაწილება.)

გ. რა დასკვნებს აკეთებთ უილკოქსონის კრიტერიუმის მიხედვით?

3. მე-9 თავის №1 კითხვა ეხებოდა კვლევას იმის შესახებ, თუ რა გავლენას ახდენდა ხმაური სისხლის წნევაზე. შექმნეს ცდის პირების ორი ჯგუფი. სინყნარის ჯგუფის ცდის პირები 30 წუთის განმავლობაში ისვენებდნენ მოსახერხებელ საავარძელში და 30 წუთის გასვლის შემდეგ მათ უზომავდნენ სისხლის სისტოლურ წნევას. ხმაურის ჯგუფის ცდის პირები ასევე 30 წუთის განმავლობაში ისხდნენ საავარძელში, თუმცა ამ 30 წუთის განმავლობაში ისინი უსმენდნენ ტრანსპორტის ხმაურს, რომელიც ჩანერილი იყო დიდ ქალაქში, პიკის საათზე. 30 წუთის განმავლობაში ამ ხმაურის მოსმენის შემდეგ მათაც უზომავდნენ სისხლის სისტოლურ წნევას. დავუშვათ, რომ მიღებულია სისხლის წნევის შემდეგი მაჩვენებლები (მერკურის მილიმეტრებში):

ჯგუფი	
სინყნარე	ხმაური
106	141
117	136
124	124
129	139
115	121
147	119
121	147
115	128
128	115
136	134
127	140

გამოიყენეთ *U* კრიტერიუმი და მნიშვნელოვნობის 0,05 დონეზე გამოთვალეთ, განსხვავდება თუ არა განაწილებები. ახსენით თქვენი დასკვნები.

4. იმის დასადგენად, არსებობდა თუ არა სქესებს შორის განსხვავებები შფოთვაში, როგორც პიროვნულ თვისებაში, მკვლევარმა 9 ქალსა და 13 მამაკაცს შეავსებინა შფოთვის კითხვარი. კითხვარში მიღებული ქულები შესაძლოა მერყეობდეს 20-დან (დაბალი შფოთვა) 80-მდე (მაღალი შფოთვა). დავუშვათ, რომ მიღებულია შემდეგი ქულები:

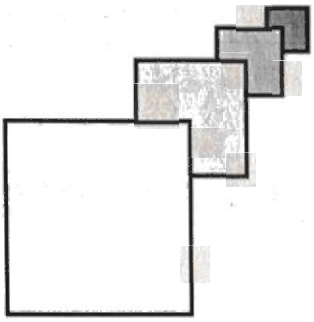
სქესი	
მდედრობით	მამრობითი
36	54
25	70
47	34
39	53
55	41
41	56
29	32
59	44
38	40
	61
	50
	30
	37

გამოიყენეთ მან-უიტნის კრიტერიუმი და მნიშვნელოვნობის 0,05 დონეზე დაადგინეთ, განსხვავდება თუ არა ქალების შფოთვის ქულების განაწილება მამაკაცების შფოთვის ქულების განაწილებისაგან. ახსენით თქვენი დასკვნები.

5. მე-9 თავში მოცემული იყო ამოცანა, რომელიც ეხებოდა წონის მატებას სიგარეტის მოწევის შეწყვეტის შემდეგ. იმ კვლევაში გაზომეს 8 ადამიანის წონა მაშინ, როცა ისინი მოწევის შეწყვეტის პროგრამაში გაწევრიანდნენ და ერთი წლის შემდეგ. მიიღეს შემდეგი წონები:

ცდის პირი	წონის გაზომვის დრო	
	პროგრამის დაწყებისას	მოწევის შეწყვეტიდან ერთი წლის შემდეგ
1	122,4	127,9
2	117,1	119,4
3	127,8	127,1
4	123,2	126,5
5	112,5	114,6
6	118,7	125,3
7	121,4	119,8
8	131,7	134,2

გააანალიზეთ ეს მონაცემები უილკოქსონის ნიშნიანი რანგების კრიტერიუმის მეშვეობით, რათა დაადგინოთ, განსხვაედება თუ არა განაწილებები 0,05 დონეზე. აღნერეთ თქვენი დასკვნები.



დანართები

A	სტატისტიკური ცხრილები
B	მათემატიკის მიმოხილვა
C	ტერმინთა ლექსიკონი
D	სტატისტიკური სიმბოლოები
E	ამოცანების პასუხები
F	ხშირად გამოყენებული ფორმულები

დანართი A
სტატისტიკური ცხრილები

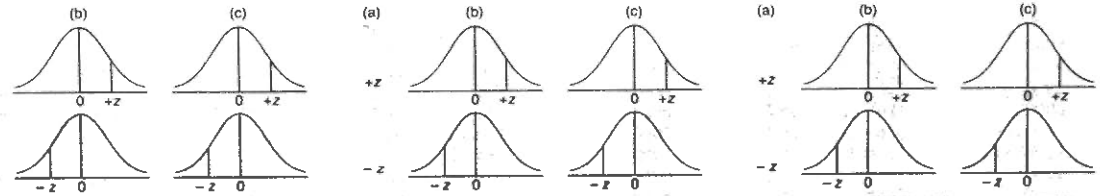
ცხრილი № A.1	სტანდარტული ნორმალური განაწილების ქვეშ მდებარე ფართობის წილი
ცხრილი № A.2	*t* განაწილების კრიტიკული მნიშვნელობები, როდესაც $\alpha = .05$ და $\alpha = .01$.
ცხრილი № A.3 ა და ბ	*F* განაწილების კრიტიკული მნიშვნელობები, როდესაც (ა) $\alpha = .05$ და (ბ) $\alpha = .01$.
ცხრილი № A.4 ა და ბ	სტუდენტის რანგობრივი სტატისტიკის *q*-ს მნიშვნელობები, როდესაც (ა) $\alpha = .05$ და (ბ) $\alpha = .01$.
ცხრილი № A.5	*r*-ს კრიტიკული მნიშვნელობები, როდესაც $\alpha = .05$ და $\alpha = .01$ (ორმხრივი კრიტერიუმი).
ცხრილი № A.6	r_s-ს კრიტიკული მნიშვნელობები, როდესაც $\alpha = .05$ და $\alpha = .01$ (ორმხრივი კრიტერიუმი).
ცხრილი № A.7	ხი-კვადრატ განაწილების კრიტიკული მნიშვნელობები, როდესაც $\alpha = .05$ და $\alpha = .01$.
ცხრილი № A.8ა და ბ	*U*-ს კრიტიკული მნიშვნელობები მან-უიტნის *U* კრიტერიუმში, როდესაც (ა) $\alpha = .05$ და (ბ) $\alpha = .01$.
ცხრილი № A.9	*T*-ს კრიტიკული მნიშვნელობები უილკოქსონის კრიტერიუმში, როდესაც $\alpha = .05$ და $\alpha = .01$.

ცხრილი № A.1

სტანდარტული ნორმალური განაწილების ქვეშ მდებარე ფართობის წილი

+z-ის მნიშვნელობები

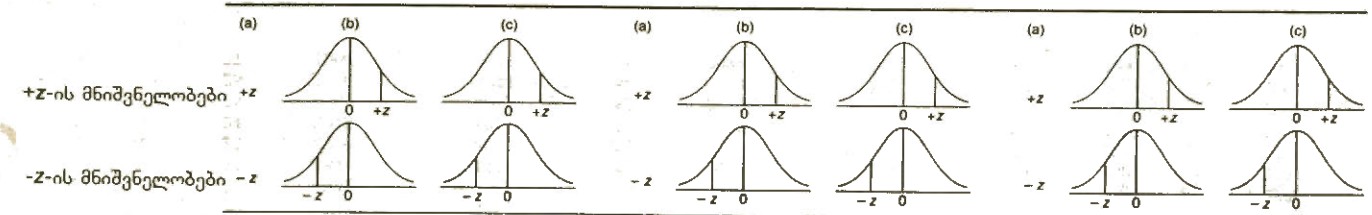
-z-ის მნიშვნელობები



(a)	(b)	(c)	(a)	(b)	(c)	(a)	(b)	(c)
.00	.0000	.5000	.28	.1103	.3897	.56	.2123	.2877
.01	.0040	.4960	.29	.1141	.3859	.57	.2157	.2843
.02	.0080	.4920	.30	.1179	.3821	.58	.2190	.2810
.03	.0120	.4880	.31	.1217	.3783	.59	.2224	.2776
.04	.0160	.4840	.32	.1255	.3745	.60	.2257	.2743
.05	.0199	.4801	.33	.1293	.3707	.61	.2291	.2709
.06	.0239	.4761	.34	.1331	.3669	.62	2324	.2676
.07	.0279	.4721	.35	.1368	.3632	.63	.2357	.2643
.08	.0319	.4681	.36	.1406	.3594	.64	.2389	.2611
.09	.0359	.4641	.37	.1443	.3557	.65	.2422	.2578
.10	.0398	.4602	.38	.1480	.3520	.66	.2454	.2546
.11	.0438	.4562	.39	.1517	.3483	.67	.2486	.2514
.12	.0478	.4522	.40	.1554	.3446	.68	.2517	.2483
.13	.0517	.4483	.41	.1591	.3409	.69	.2549	.2451
.14	.0557	.4443	.42	.1628	.3372	.70	.2580	.2420
.15	.0596	.4404	.43	.1664	.3336	.71	.2611	.2389
.16	.0636	.4364	.44	.1700	.3300	.72	.2642	.2358
.17	.0675	.4325	.45	.1736	.3264	.73	.2673	.2327
.18	.0714	.4286	.46	.1772	.3228	.74	.2704	.2296
.19	.0753	.4247	.47	.1808	.3192	.75	.2734	.2266
.20	.0793	.4207	.48	.1844	.3156	.76	.2764	.2236
.21	.0832	.4168	.49	.1879	.3121	.77	.2794	.2206
.22	.0871	.4129	.50	.1915	.3085	.78	.2823	.2177
.23	.0910	.4090	.51	.1950	.3050	.79	.2852	.2148
.24	.0948	.4052	.52	.1985	.3015	.80	.2881	.2119
.25	.0987	.4013	.53	.2019	.2981	.81	.2910	.2090
.26	.1026	.3974	.54	.2054	.2946	.82	.2939	.2061
.27	.1064	.3936	.55	.2088	.2912	.83	.2967	.2033

(გაგრძელება)

ცხრილი № A.1 (გაგრძელება)

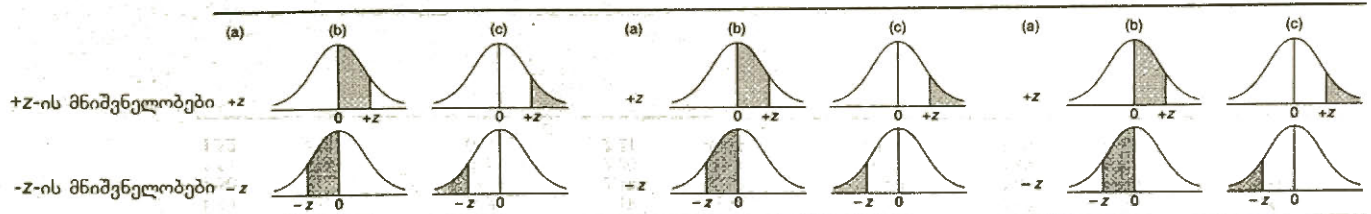


(a)	(b)	(c)	(a)	(b)	(c)	(a)	(b)	(c)
.84	.2995	.2005	1.53	.4370	.0630	2.22	.4868	.0132
.85	.3023	.1977	1.54	.4382	.0618	2.23	.4871	.0129
.86	.3051	.1949	1.55	.4394	.0606	2.24	.4875	.0125
.87	.3078	.1922	1.56	.4406	.0594	2.25	.4878	.0122
.88	.3106	.1894	1.57	.4418	.0582	2.26	.4881	.0119
.89	.3133	.1867	1.58	.4429	.0571	2.27	.4884	.0116
.90	.3159	.1841	1.59	.4441	.0559	2.28	.4887	.0113
.91	.3186	.1814	1.60	.4452	.0548	2.29	.4890	.0110
.92	.3212	.1788	1.61	.4463	.0537	2.30	.4893	.0107
.93	.3238	.1762	1.62	.4474	.0526	2.31	.4896	.0104
.94	.3264	.1736	1.63	.4484	.0516	2.32	.4898	.0102
.95	.3289	.1711	1.64	.4495	.0505	2.33	.4901	.0099
.96	.3315	.1685	1.65	.4505	.0495	2.34	.4904	.0096
.97	.3340	.1660	1.66	.4515	.0485	2.35	.4906	.0094
.98	.3365	.1635	1.67	.4525	.0475	2.36	.4909	.0091
.99	.3389	.1611	1.68	.4535	.0465	2.37	.4911	.0089
1.00	.3413	.1587	1.69	.4545	.0455	2.38	.4913	.0087
1.01	.3438	.1562	1.70	.4554	.0446	2.39	.4916	.0084
1.02	.3461	.1539	1.71	.4564	.0436	2.40	.4918	.0082
1.03	.3485	.1515	1.72	.4573	.0427	2.41	.4920	.0080
1.04	.3508	.1492	1.73	.4582	.0418	2.42	.4922	.0078
1.05	.3531	.1469	1.74	.4591	.0409	2.43	.4925	.0075
1.06	.3554	.1446	1.75	.4599	.0401	2.44	.4927	.0073
1.07	.3577	.1423	1.76	.4608	.0392	2.45	.4929	.0071
1.08	.3599	.1401	1.77	.4616	.0384	2.46	.4931	.0069
1.09	.3621	.1379	1.78	.4625	.0375	2.47	.4932	.0068
1.10	.3643	.1357	1.79	.4633	.0367	2.48	.4934	.0066
1.11	.3665	.1335	1.80	.4641	.0359	2.49	.4936	.0064
1.12	.3686	.1314	1.81	.4649	.0351	2.50	.4938	.0062

1.13	.3708	.1292	1.82	.4656	.0344	2.51	.4940	.0060
1.14	.3729	.1271	1.83	.4664	.0336	2.52	.4941	.0059
1.15	.3749	.1251	1.84	.4671	.0329	2.53	.4943	.0057
1.16	.3770	.1230	1.85	.4678	.0322	2.54	.4945	.0055
1.17	.3790	.1210	1.86	.4686	.0314	2.55	.4946	.0054
1.18	.3810	.1190	1.87	.4693	.0307	2.56	.4948	.0052
1.19	.3830	.1170	1.88	.4699	.0301	2.57	.4949	.0051
1.20	.3849	.1151	1.89	.4706	.0294	2.58	.4951	.0049
1.21	.3869	.1131	1.90	.4713	.0287	2.59	.4952	.0048
1.22	.3888	.1112	1.91	.4719	.0281	2.60	.4953	.0047
1.23	.3907	.1093	1.92	.4726	.0274	2.61	.4955	.0045
1.24	.3925	.1075	1.93	.4732	.0268	2.62	.4956	.0044
1.25	.3944	.1056	1.94	.4738	.0262	2.63	.4957	.0043
1.26	.3962	.1038	1.95	.4744	.0256	2.64	.4959	.0041
1.27	.3980	.1020	1.96	.4750	.0250	2.65	.4960	.0040
1.28	.3997	.1003	1.97	.4756	.0244	2.66	.4961	.0039
1.29	.4015	.0985	1.98	.4761	.0239	2.67	.4962	.0038
1.30	.4032	.0968	1.99	.4767	.0233	2.68	.4963	.0037
1.31	.4049	.0951	2.00	.4772	.0228	2.69	.4964	.0036
1.32	.4066	.0934	2.01	.4778	.0222	2.70	.4965	.0035
1.33	.4082	.0918	2.02	.4783	.0217	2.71	.4966	.0034
1.34	.4099	.0901	2.03	.4788	.0212	2.72	.4967	.0033
1.35	.4115	.0885	2.04	.4793	.0207	2.73	.4968	.0032
1.36	.4131	.0869	2.05	.4798	.0202	2.74	.4969	.0031
1.37	.4147	.0853	2.06	.4803	.0197	2.75	.4970	.0030
1.38	.4162	.0838	2.07	.4808	.0192	2.76	.4971	.0029
1.39	.4177	.0823	2.08	.4812	.0188	2.77	.4972	.0028
1.40	.4192	.0808	2.09	.4817	.0183	2.78	.4973	.0027
1.41	.4207	.0793	2.10	.4821	.0179	2.79	.4974	.0026
1.42	.4222	.0778	2.11	.4826	.0174	2.80	.4974	.0026
1.43	.4236	.0764	2.12	.4830	.0170	2.81	.4975	.0025
1.44	.4251	.0749	2.13	.4834	.0166	2.82	.4976	.0024
1.45	.4265	.0735	2.14	.4838	.0162	2.83	.4977	.0023
1.46	.4279	.0721	2.15	.4842	.0158	2.84	.4977	.0023
1.47	.4292	.0708	2.16	.4846	.0154	2.85	.4978	.0022
1.48	.4306	.0694	2.17	.4850	.0150	2.86	.4979	.0021
1.49	.4319	.0681	2.18	.4854	.0146	2.87	.4979	.0021
1.50	.4332	.0668	2.19	.4857	.0143	2.88	.4980	.0020
1.51	.4345	.0655	2.20	.4861	.0139	2.89	.4981	.0019
1.52	.4357	.0643	2.21	.4864	.0136	2.90	.4981	.0019

(გაგრძელება)

ცხრილი № A.1 (გაგრძელება)



2.91	.4982	.0018	3.18	.4993	.0007	3.45	.4997	.0003
2.92	.4982	.0018	3.19	.4993	.0007	3.46	.4997	.0003
2.93	.4983	.0017	3.20	.4993	.0007	3.47	.4997	.0003
2.94	.4984	.0016	3.21	.4993	.0007	3.48	.4997	.0003
2.95	.4984	.0016	3.22	.4994	.0006	3.49	.4998	.0002
2.96	.4985	.0015	3.23	.4994	.0006	3.50	.4998	.0002
2.97	.4985	.0015	3.24	.4994	.0006	3.51	.4998	.0002
2.98	.4986	.0014	3.25	.4994	.0006	3.52	.4998	.0002
2.99	.4986	.0014	3.26	.4994	.0006	3.53	.4998	.0002
3.00	.4987	.0013	3.27	.4995	.0005	3.54	.4998	.0002
3.01	.4987	.0013	3.28	.4995	.0005	3.55	.4998	.0002
3.02	.4987	.0013	3.29	.4995	.0005	3.56	.4998	.0002
3.03	.4988	.0012	3.30	.4995	.0005	3.57	.4998	.0002
3.04	.4988	.0012	3.31	.4995	.0005	3.58	.4998	.0002
3.05	.4989	.0011	3.32	.4995	.0005	3.59	.4998	.0002
3.06	.4989	.0011	3.33	.4996	.0004	3.60	.4998	.0002
3.07	.4989	.0011	3.34	.4996	.0004	3.61	.4998	.0002
3.08	.4990	.0010	3.35	.4996	.0004	3.62	.4999	.0001
3.09	.4990	.0010	3.36	.4996	.0004	3.63	.4999	.0001
3.10	.4990	.0010	3.37	.4996	.0004	3.64	.4999	.0001
3.11	.4991	.0009	3.38	.4996	.0004	3.65	.4999	.0001
3.12	.4991	.0009	3.39	.4997	.0003	3.66	.4999	.0001
3.13	.4991	.0009	3.40	.4997	.0003	3.67	.4999	.0001
3.14	.4992	.0008	3.41	.4997	.0003	3.68	.4999	.0001
3.15	.4992	.0008	3.42	.4997	.0003	3.69	.4999	.0001
3.16	.4992	.0008	3.43	.4997	.0003	3.70	.4999	.0001
3.17	.4992	.0008	3.44	.4997	.0003			

წყარო: ამოღებულია ცხრილიდან II.1, ნორმალური ალბათობის ფუნქცია და მასთან დაკავშირებული ფუნქციები, *CRC Handbook of Tables for Probability and Statistics* (2nd ed.). Copyright 1968, CRC Press, Inc., Boca Raton, Florida. გამოიყენება ნებართვით.

ცხრილი № A2

t განაწილების კრიტიკული მნიშვნელობები, როდესაც α = .05 და α = .01. $t_{\text{ცხრილის}}$ (*df*) მნიშვნელობა, რომელიც ტოლია ან მეტი ცხრილში მოყვანილი მნიშვნელობისა, სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია შერჩეულ დონეზე.

ორმხრივი კრიტერიუმი			ცალმხრივი კრიტერიუმი		
df	α = .05	α = .01	*df*	α = .05	α = .01
1	12.706	63.657	1	6.314	31.821
2	4.303	9.925	2	2.920	6.965
3	3.182	5.841	3	2.353	4.541
4	2.776	4.604	4	2.132	3.747
5	2.571	4.032	5	2.015	3.365
6	2.447	3.707	6	1.943	3.143
7	2.365	3.499	7	1.895	2.998
8	2.306	3.355	8	1.860	2.896
9	2.262	3.250	9	1.833	2.821
10	2.228	3.169	10	1.812	2.764
11	2.201	3.106	11	1.796	2.718
12	2.179	3.055	12	1.782	2.681
13	2.160	3.012	13	1.771	2.650
14	2.145	2.977	14	1.761	2.624
15	2.131	2.947	15	1.753	2.602
16	2.120	2.921	16	1.746	2.583
17	2.110	2.898	17	1.740	2.567
18	2.101	2.878	18	1.734	2.552
19	2.093	2.861	19	1.729	2.539
20	2.086	2.845	20	1.725	2.528
21	2.080	2.831	21	1.721	2.518
22	2.074	2.819	22	1.717	2.508
23	2.069	2.807	23	1.714	2.500
24	2.064	2.797	24	1.711	2.492
25	2.060	2.787	25	1.708	2.485
26	2.056	2.779	26	1.706	2.479
27	2.052	2.771	27	1.703	2.473
28	2.048	2.763	28	1.701	2.467
29	2.045	2.756	29	1.699	2.462
30	2.042	2.750	30	1.697	2.457
40	2.021	2.704	40	1.684	2.423
60	2.000	2.660	60	1.671	2.390
120	1.980	2.617	120	1.658	2.358
∞	1.960	2.576	∞	1.645	2.326

წყარო: ამოღებულია ცხრილიდან 12, *t*-განაწილების პროცენტული ნერტილები, *Biometrika Tables for Statisticians, Volume 1*, Copyright 1976, Cambridge University Press.. გამოიყენება Biometrika Trustees-ის ნებართვით.

ცხრილი № A.3ა

F განაწილების კრიტიკული მნიშვნელობები, როდესაც $\alpha = .05$. $F_{\text{კვალური}}$ მნიშვნელობა ($df_{\text{მრიცხველი}}$, $df_{\text{მნიშვნელი}}$), რომელიც ტოლია ან მეტი ცხრილში მოყვანილი მნიშვნელობისა, სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია .05 მნიშვნელოვნობის დონეზე.

		თავისუფლების ხარისხები მრიცხველისათვის																	
		1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*12*	*15*	*20*	*24*	*30*	*40*	*60*	*120*	∞
	1	161.4	199.5	215.7	224.6	230.2	234.0	236.8	238.9	240.5	241.9	243.9	245.9	248.0	249.1	250.1	251.1	252.2	253.3	254.3
	2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40	19.41	19.43	19.45	19.45	19.46	19.47	19.48	19.49	19.50
	3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.57	8.55	8.53
	4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.69	5.66	5.63
	5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.68	4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.43	4.40	4.36
	6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.00	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.74	3.70	3.67
	7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.30	3.27	3.23
	8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	3.01	2.97	2.93
	9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.07	3.01	2.94	2.90	2.86	2.83	2.79	2.75	2.71
	10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.91	2.85	2.77	2.74	2.70	2.66	2.62	2.58	2.54
	11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.79	2.72	2.65	2.61	2.57	2.53	2.49	2.45	2.40
	12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.43	2.38	2.34	2.30
	13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.60	2.53	2.46	2.42	2.38	2.34	2.30	2.25	2.21
	14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.53	2.46	2.39	2.35	2.31	2.27	2.22	2.18	2.13
	15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.48	2.40	2.33	2.29	2.25	2.20	2.16	2.11	2.07
თავისუფლების ხარისხები მნიშვნელისათვის	16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.42	2.35	2.28	2.24	2.19	2.15	2.11	2.06	2.01
	17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.38	2.31	2.23	2.19	2.15	2.10	2.06	2.01	1.96
	18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.34	2.27	2.19	2.15	2.11	2.06	2.02	1.97	1.92
	19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	1.98	1.93	1.88
	20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.28	2.20	2.12	2.08	2.04	1.99	1.95	1.90	1.84
	21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.25	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96	1.92	1.87	1.81
	22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.23	2.15	2.07	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.78
	23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.20	2.13	2.05	2.01	1.96	1.91	1.86	1.81	1.76
	24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.18	2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.79	1.73
	25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24	2.16	2.09	2.01	1.96	1.92	1.87	1.82	1.77	1.71
	26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	2.15	2.07	1.99	1.95	1.90	1.85	1.80	1.75	1.69
	27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25	2.20	2.13	2.06	1.97	1.93	1.88	1.84	1.79	1.73	1.67
	28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19	2.12	2.04	1.96	1.91	1.87	1.82	1.77	1.71	1.65
	29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18	2.10	2.03	1.94	1.90	1.85	1.81	1.75	1.70	1.64
	30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.09	2.01	1.93	1.89	1.84	1.79	1.74	1.68	1.62
	40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.00	1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	1.64	1.58	1.51
	60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.92	1.84	1.75	1.70	1.65	1.59	1.53	1.47	1.39
	120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.17	2.09	2.02	1.96	1.91	1.83	1.75	1.66	1.61	1.55	1.50	1.43	1.35	1.25
	∞	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.75	1.67	1.57	1.52	1.46	1.39	1.32	1.22	1.00

წყარო: ამოღებულია ცხრილიდან 18, *F* განაწილების პროცენტული წერტილები (დისპერსიის კოეფიციენტი), ზედა 5% წერტილები. *Biometrika Tables for Statisticians, Volume 1,* Copyright 1976, Cambridge University Press.. გამოიყენება Biometrika Trustees-ის ნებართვით.

ცხრილი № A.3ბ

F განაწილების კრიტიკული მნიშვნელობები, როდესაც $\alpha = .01$. $F_{\text{ცალურის}}$ მნიშვნელობა ($df_{\text{მრიცხველი}}$, $df_{\text{მნიშვნელი}}$), რომელიც ტოლია ან მეტი ცხრილში მოყვანილი მნიშვნელობისა, სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია .01 მნიშვნელოვნობის დონეზე.

		თავისუფლების ხარისხები მრიცხველისათვის																		
		1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*12*	*15*	*20*	*24*	*30*	*40*	*60*	*120*	*∞*
	1	4052	4999.5	5403	5625	5764	5859	5928	5981	6022	6056	6106	6157	6209	6235	6261	6287	6313	6339	6366
	2	98.50	99.00	99.17	99.25	99.30	99.33	99.36	99.37	99.39	99.40	99.42	99.43	99.45	99.46	99.47	99.47	99.48	99.49	99.50
	3	34.12	30.82	29.46	28.71	28.24	27.91	27.67	27.49	27.35	27.23	27.05	26.87	26.69	26.60	26.50	26.41	26.32	26.22	26.13
	4	21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.98	14.80	14.66	14.55	14.37	14.20	14.02	13.93	13.84	13.75	13.65	13.56	13.46
	5	16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.46	10.29	10.16	10.05	9.89	9.72	9.55	9.47	9.38	9.29	9.20	9.11	9.02
	6	13.75	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.72	7.56	7.40	7.31	7.23	7.14	7.06	6.97	6.88
	7	12.25	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62	6.47	6.31	6.16	6.07	5.99	5.91	5.82	5.74	5.65
	8	11.26	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81	5.67	5.52	5.36	5.28	5.20	5.12	5.03	4.95	4.86
	9	10.56	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26	5.11	4.96	4.81	4.73	4.65	4.57	4.48	4.40	4.31
	10	10.04	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85	4.71	4.56	4.41	4.33	4.25	4.17	4.08	4.00	3.91
	11	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54	4.40	4.25	4.10	4.02	3.94	3.86	3.78	3.69	3.60
	12	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30	4.16	4.01	3.86	3.78	3.70	3.62	3.54	3.45	3.36
	13	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	3.96	3.82	3.66	3.59	3.51	3.43	3.34	3.25	3.17
	14	8.86	6.51	5.56	5.04	4.69	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.80	3.66	3.51	3.43	3.35	3.27	3.18	3.09	3.00
	15	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.67	3.52	3.37	3.29	3.21	3.13	3.05	2.96	2.87
თავისუფლების ხარისხები მნიშვნელისათვის	16	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.55	3.41	3.26	3.18	3.10	3.02	2.93	2.84	2.75
	17	8.40	6.11	5.18	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.46	3.31	3.16	3.08	3.00	2.92	2.83	2.75	2.65
	18	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60	3.51	3.37	3.23	3.08	3.00	2.92	2.84	2.75	2.66	2.57
	19	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.30	3.15	3.00	2.92	2.84	2.76	2.67	2.58	2.49
	20	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	3.37	3.23	3.09	2.94	2.86	2.78	2.69	2.61	2.52	2.42
	21	8.02	5.78	4.87	4.37	4.04	3.81	3.64	3.51	3.40	3.31	3.17	3.03	2.88	2.80	2.72	2.64	2.55	2.46	2.36
	22	7.95	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.35	3.26	3.12	2.98	2.83	2.75	2.67	2.58	2.50	2.40	2.31
	23	7.88	5.66	4.76	4.26	3.94	3.71	3.54	3.41	3.30	3.21	3.07	2.93	2.78	2.70	2.62	2.54	2.45	2.35	2.26
	24	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26	3.17	3.03	2.89	2.74	2.66	2.58	2.49	2.40	2.31	2.21
	25	7.77	5.57	4.68	4.18	3.85	3.63	3.46	3.32	3.22	3.13	2.99	2.85	2.70	2.62	2.54	2.45	2.36	2.27	2.17
	26	7.72	5.53	4.64	4.14	3.82	3.59	3.42	3.29	3.18	3.09	2.96	2.81	2.66	2.58	2.50	2.42	2.33	2.23	2.13
	27	7.68	5.49	4.60	4.11	3.78	3.56	3.39	3.26	3.15	3.06	2.93	2.78	2.63	2.55	2.47	2.38	2.29	2.20	2.10
	28	7.64	5.45	4.57	4.07	3.75	3.53	3.36	3.23	3.12	3.03	2.90	2.75	2.60	2.52	2.44	2.35	2.26	2.17	2.06
	29	7.60	5.42	4.54	4.04	3.73	3.50	3.33	3.20	3.09	3.00	2.87	2.73	2.57	2.49	2.41	2.33	2.23	2.14	2.03
	30	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07	2.98	2.84	2.70	2.55	2.47	2.39	2.30	2.21	2.11	2.01
	40	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89	2.80	2.66	2.52	2.37	2.29	2.20	2.11	2.02	1.92	1.80
	60	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	2.63	2.50	2.35	2.20	2.12	2.03	1.94	1.84	1.73	1.60
	120	6.85	4.79	3.95	3.48	3.17	2.96	2.79	2.66	2.56	2.47	2.34	2.19	2.03	1.95	1.86	1.76	1.66	1.53	1.38
	∞	6.63	4.61	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.41	2.32	2.18	2.04	1.88	1.79	1.70	1.59	1.47	1.32	1.00

წყარო: ამოღებულია ცხრილიდან № 18, *F* განაწილების პროცენტული წერტილები (დისპერსიის კოეფიციენტი), ზედა 1% წერტილები. *Biometrika Tables for Statisticians, Volume 1*, Copyright 1976, Cambridge University Press.. გამოიყენება Biometrika Trustees-ის ნებართვით.

ცხრილი № A.4ა
სტუდენტის რანგობრივი სტატისტიკის q-ს მნიშვნელობები, როდესაც $\alpha = .05$.

		შესადარებელი საშუალებების რაოდენობა								
		2	3	4	5	6	7	8	9	10
თავისუფლების ხარისხები მნიშვნელისათვის $MS_{შეცდ.}$	1	17.97	26.98	32.82	37.08	40.41	43.12	45.40	47.36	49.07
	2	6.08	8.33	9.80	10.88	11.74	12.44	13.03	13.54	13.99
	3	4.50	5.91	6.82	7.50	8.04	8.48	8.85	9.18	9.46
	4	3.93	5.04	5.76	6.29	6.71	7.05	7.35	7.60	7.83
	5	3.64	4.60	5.22	5.67	6.03	6.33	6.58	6.80	6.99
	6	3.46	4.34	4.90	5.30	5.63	5.90	6.12	6.32	6.49
	7	3.34	4.16	4.68	5.06	5.36	5.61	5.82	6.00	6.16
	8	3.26	4.04	4.53	4.89	5.17	5.40	5.60	5.77	5.92
	9	3.20	3.95	4.41	4.76	5.02	5.24	5.43	5.59	5.74
	10	3.15	3.88	4.33	4.65	4.91	5.12	5.30	5.46	5.60
	11	3.11	3.82	4.26	4.57	4.82	5.03	5.20	5.35	5.49
	12	3.08	3.77	4.20	4.51	4.75	4.95	5.12	5.27	5.39
	13	3.06	3.73	4.15	4.45	4.69	4.88	5.05	5.19	5.32
	14	3.03	3.70	4.11	4.41	4.64	4.83	4.99	5.13	5.25
	15	3.01	3.67	4.08	4.37	4.59	4.78	4.94	5.08	5.20
	16	3.00	3.65	4.05	4.33	4.56	4.74	4.90	5.03	5.15
	17	2.98	3.63	4.02	4.30	4.52	4.70	4.86	4.99	5.11
	18	2.97	3.61	4.00	4.28	4.49	4.67	4.82	4.96	5.07
	19	2.96	3.59	3.98	4.25	4.47	4.65	4.79	4.92	5.04
	20	2.95	3.58	3.96	4.23	4.45	4.62	4.77	4.90	5.01
	24	2.92	3.53	3.90	4.17	4.37	4.54	4.68	4.81	4.92
	30	2.89	3.49	3.85	4.10	4.30	4.46	4.60	4.72	4.82
	40	2.86	3.44	3.79	4.04	4.23	4.39	4.52	4.63	4.73
	60	2.83	3.40	3.74	3.98	4.16	4.31	4.44	4.55	4.65
	120	2.80	3.36	3.68	3.92	4.10	4.24	4.36	4.47	4.56
	∞	2.77	3.31	3.63	3.86	4.03	4.17	4.29	4.39	4.47

წყარო: ამოღებულია ცხრილიდან № 29, სტუდენტის რანგობრივი სტატისტიკის პროცენტული წერტილები, $q = (x_n - x_1)/s_x$. ზედა 5% ნერტილები. *Biometrika Tables for Statisticians, Volume 1*, Copyright 1976, Cambridge University Press.. გამოიყენება Biometrika Trustees-ის ნებართვით.

თუ დანართი A.4 გამოიყენება ფაქტორულ სქემაში უბრალო ეფექტების კრიტერიუმის CD-სათვის q-ს მოსაძებნად, საჭირო სეეტის საპოვნელად გამოიყენეთ შემდეგი გარდაქმნა.

სქემის ტიპი	ცხრილიდან № A.4 გამოიყენეთ q, რომელიც მოთავსებულია დამოუკიდებელი ცვლადის დონეების სვეტში
2x2	3
2x3	5
3x2	5
3x3	7
3x4	8
4x3	8
4x4	10

ცხრილი № A.4ბ

სტუდენტის რანგობრივი სტატისტიკის – *q*-ს მნიშვნელობები, როდესაც $\alpha = .01$.

თავისუფლების ხარისხები მნიშვნელისათვის $MS_{შეცდომა}$	შესადარებელი საშუალებების რაოდენობა								
	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	90.03	135.0	164.3	185.6	202.2	215.8	227.2	237.0	245.6
2	14.04	19.02	22.29	24.72	26.63	28.20	29.53	30.68	31.69
3	8.26	10.62	12.17	13.33	14.24	15.00	15.64	16.20	16.69
4	6.51	8.12	9.17	9.96	10.58	11.10	11.55	11.93	12.27
5	5.70	6.98	7.80	8.42	8.91	9.32	9.67	9.97	10.24
6	5.24	6.33	7.03	7.56	7.97	8.32	8.61	8.87	9.10
7	4.95	5.92	6.54	7.01	7.37	7.68	7.94	8.17	8.37
8	4.75	5.64	6.20	6.62	6.96	7.24	7.47	7.68	7.86
9	4.60	5.43	5.96	6.35	6.66	6.91	7.13	7.33	7.49
10	4.48	5.27	5.77	6.14	6.43	6.67	6.87	7.05	7.21
11	4.39	5.15	5.62	5.97	6.25	6.48	6.67	6.84	6.99
12	4.32	5.05	5.50	5.84	6.10	6.32	6.51	6.67	6.81
13	4.26	4.96	5.40	5.73	5.98	6.19	6.37	6.53	6.67
14	4.21	4.89	5.32	5.63	5.88	6.08	6.26	6.41	6.54
15	4.17	4.84	5.25	5.56	5.80	5.99	6.16	6.31	6.44
16	4.13	4.79	5.19	5.49	5.72	5.92	6.08	6.22	6.35
17	4.10	4.74	5.14	5.43	5.66	5.85	6.01	6.15	6.27
18	4.07	4.70	5.09	5.38	5.60	5.79	5.94	6.08	6.20
19	4.05	4.67	5.05	5.33	5.55	5.73	5.89	6.02	6.14
20	4.02	4.64	5.02	5.29	5.51	5.69	5.84	5.97	6.09
24	3.96	4.55	4.91	5.17	5.37	5.54	5.69	5.81	5.92
30	3.89	4.45	4.80	5.05	5.24	5.40	5.54	5.65	5.76
40	3.82	4.37	4.70	4.93	5.11	5.26	5.39	5.50	5.60
60	3.76	4.28	4.59	4.82	4.99	5.13	5.25	5.36	5.45
120	3.70	4.20	4.50	4.71	4.87	5.01	5.12	5.21	5.30
∞	3.64	4.12	4.40	4.60	4.76	4.88	4.99	5.08	5.16

წყარო: ამოღებულია ცხრილიდან № 29, სტუდენტის რანგობრივი სტატისტიკის პროცენტული წერტილები, $q = (x_n - x_1)/s_x$. ზედა 1% ნერტილები. *Biometrika Tables for Statisticians, Volume 1*, Copyright 1976, Cambridge University Press.. გამოიყენება Biometrika Trustees-ის ნებართვით.

თუ დანართი A.4 გამოიყენება ფაქტორულ სქემაში უბრალო ეფექტების კრიტერიუმის CD-სათვის *q*-ს მოსაძებნად, საჭირო სვეტის საპოვნელად გამოიყენეთ შემდეგი გარდაქმნა.

სქემის ტიპი	ცხრილიდან № A.4 გამოიყენეთ *q*, რომელიც მოთავსებულია დამოუკიდებელი ცვლადის დონეების სვეტში
2x2	3
2x3	5
3x2	5
3x3	7
3x4	8
4x3	8
4x4	10

ცხრილი № A.5

r-ს კრიტიკული მნიშვნელობები, როდესაც $\alpha = .05$ და $\alpha = .01$ (ორმხრივი კრიტერიუმი). $r_{\text{ცხრილის}}$ მნიშვნელობა, რომელიც ტოლია ან მეტი ცხრილში მოყვანილი მნიშვნელობისა, სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია α-ს შერჩეულ დონეზე.

df[a]	$\alpha = .05$	$\alpha = .01$
1	.99692	.999877
2	.9500	.99000
3	.878	.9587
4	.811	.9172
5	.754	.875
6	.707	.834
7	.666	.798
8	.632	.765
9	.602	.735
10	.576	.708
11	.553	.684
12	.532	.661
13	.514	.641
14	.497	.623
15	.482	.606
16	.468	.590
17	.456	.575
18	.444	.561
19	.433	.549
20	.423	.537
25	.381	.487
30	.349	.449
35	.325	.418
40	.304	.393
45	.288	.372
50	.273	.354
60	.250	.325
70	.232	.302
80	.217	.283
90	.205	.267
100	.195	.254

[a] *df* უდრის $N_{\text{წყვილები}} - 2$, სადაც $N_{\text{წყვილები}}$ არის დაწყვილებული დაკვირვებების რაოდენობა.

წყარო: ამოღებულია ცხრილიდან № 13, კორელაციის კოეფიციენტის, *r*, განაწილების პროცენტული წერტილები, როდესაც $\rho=0$. *Biometrika Tables for Statisticians, Volume 1*, Copyright 1976, Cambridge University Press.. გამოიყენება Biometrika Trustees-ის ნებართვით.

ცხრილი № A.6

r_s-ს კრიტიკული მნიშვნელობები, როდესაც $\alpha = .05$ და $\alpha = .01$ (ორმხრივი კრიტერიუმი). $r_{\text{ცხრილის}}$ მნიშვნელობა, რომელიც ცხრილში მოყვანილი მნიშვნელობის ტოლია ან მეტია, სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია α-ს შერჩეულ დონეზე.

N_{pairs}	$\alpha = .05$	$\alpha = .01$
5	—	—
6	.886	—
7	.786	.929
8	.738	.881
9	.700	.833
10	.648	.794
11	.618	.818
12	.591	.780
13	.566	.745
14	.545	.716
15	.525	.689
16	.507	.666
17	.490	.645
18	.476	.625
19	.462	.608
20	.450	.591
21	.438	.576
22	.428	.562
23	.418	.549
24	.409	.537
25	.400	.526
26	.392	.515
27	.385	.505
28	.377	.496
29	.370	.487
30	.364	.478

წყარო: E.G. Olds, რანგული გასხვავებების კვადრატების ჯამების განაწილება ინდივიდების მცირე რაოდენობებისთვის. *Annals of Mathematical Statistics*, Volume 9, 1938, 133-148 და E.G. Olds, რანგული გასხვავებების კვადრატების ჯამების 5%-იანი მნიშვნელოვნობის დონეები და კორექცია. *Annals of Mathematical Statistics*, Volume 20, 1949, 117-118. ნებართვით ამოღებულია ცხრილიდან № 12.12, სპირმენის რანგული კორელაციის კოეფიციენტის კრიტიკული მნიშვნელობები, როდესაც $\rho=0$, *CRC Handbook of Tables for Probability and Statistics* (2nd ed.). Copyright 1968, CRC Press, Inc., Boca Raton, Florida.

ცხრილი № A.7

ხი-კვადრატ განაწილების კრიტიკული მნიშვნელობები, როდესაც $\alpha = .05$ და $\alpha = .01$. $\chi^2_{\text{ცხრილის}}$ (*df*) მნიშვნელობა, რომელიც ტოლია ან მეტი ცხრილში მოყვანილი მნიშვნელობისა, სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია α-ს შერჩეულ დონეზე.

df	$\alpha = .05$	$\alpha = .01$
1	3.84146	6.63490
2	5.99146	9.21034
3	7.81473	11.3449
4	9.48773	13.2767
5	11.0705	15.0863
6	12.5916	16.8119
7	14.0671	18.4753
8	15.5073	20.0902
9	16.9190	21.6660
10	18.3070	23.2093
11	19.6751	24.7250
12	21.0261	26.2170
13	22.3620	27.6882
14	23.6848	29.1412
15	24.9958	30.5779
16	26.2962	31.9999
17	27.5871	33.4087
18	28.8693	34.8053
19	30.1435	36.1909
20	31.4104	37.5662
21	32.6706	38.9322
22	33.9244	40.2894
23	35.1725	41.6384
24	36.4150	42.9798
25	37.6525	44.3141
26	38.8851	45.6417
27	40.1133	46.9629
28	41.3371	48.2782
29	42.5570	49.5879
30	43.7730	50.8922
40	55.7585	63.6907
50	67.5048	76.1539
60	79.0819	88.3794
70	90.5312	100.425
80	101.879	112.329
90	113.145	124.116
100	124.342	135.807

წყარო: ამოღებულია ცხრილიდან № 8, ხი-კვადრატის განაწილების პროცენტული წერტილები, *Biometrika Tables for Statisticians, Volume 1*, Copyright 1976, Cambridge University Press. გამოიყენება Biometrika Trustees-ის ნებართვით.

ცხრილი № A.8ა

U-ს კრიტიკული მნიშვნელობები მან-უიტნის *U* კრიტერიუმში, როდესაც (ა) $\alpha = .05$ (ორმხრივი კრიტერიუმი). თუ ჯგუფის ზომები ტოლი არ არის, n_1-ით უფრო მცირე ზომის ჯგუფი აღინიშნება. $U_{\text{რეალური}}$ მნიშვნელობა, რომელიც ცხრილში მოყვანილი მნიშვნელობის ტოლია ან ნაკლებია, სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია .05 მნიშვნელოვნობის დონეზე.

	n_2																			
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
1																				
2								0	0	0	0	1	1	1	1	1	2	2	2	2
3					0	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8
4				0	1	2	3	4	4	5	6	7	8	9	10	11	11	12	13	13
5			0	1	2	3	5	6	7	8	9	11	12	13	14	15	17	18	19	20
6			1	2	3	5	6	8	10	11	13	14	16	17	19	21	22	24	25	27
7			1	3	5	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34
8		0	2	4	6	8	10	13	15	17	19	22	24	26	29	31	34	36	38	41
9		0	2	4	7	10	12	15	17	20	23	26	28	31	34	37	39	42	45	48
n_1 10		0	3	5	8	11	14	17	20	23	26	29	33	36	39	42	45	48	52	55
11		0	3	6	9	13	16	19	23	26	30	33	37	40	44	47	51	55	58	62
12		1	4	7	11	14	18	22	26	29	33	37	41	45	49	53	57	61	65	69
13		1	4	8	12	16	20	24	28	33	37	41	45	50	54	59	63	67	72	76
14		1	5	9	13	17	22	26	31	36	40	45	50	55	59	64	67	74	78	83
15		1	5	10	14	19	24	29	34	39	44	49	54	59	64	70	75	80	85	90
16		1	6	11	15	21	26	31	37	42	47	53	59	64	70	75	81	86	92	98
17		2	6	11	17	22	28	34	39	45	51	57	63	67	75	81	87	93	99	105
18		2	7	12	18	24	30	36	42	48	55	61	67	74	80	86	93	99	106	112
19		2	7	13	19	25	32	38	45	52	58	65	72	78	85	92	99	106	113	119
20		2	8	13	20	27	34	41	48	55	62	69	76	83	90	98	105	112	119	127

წყარო: D. Auble, *U*-ს კრიტიკული მნიშვნელობები უილკოქსონის (მან-უიტნის) სტატისტიკაში ორი შერჩევისათვის, Institute of Educational Research, Indiana University, Bloomington, Indiana, Volume 1, Number 2, 1953, რომელიც ნებართვით ამოღებულია ცხრილიდან № 10.4, *U*-ს კრიტიკული მნიშვნელობები უილკოქსონის (მან-უიტნის) სტატისტიკა ორი შერჩევისათვის, *CRC Handbook of Tables for Probability and Statistics* (2nd ed.). Copyright 1968, CRC Press, Inc., Boca Raton, Florida.

ცხრილი № A.8ბ

U-ს კრიტიკული მნიშვნელობები მან-უიტნის *U* კრიტერიუმში, როდესაც (ა) $\alpha = .01$ (ორმხრივი კრიტერიუმი). თუ ჯგუფის ზომები ტოლი არ არის, n_1-ით უფრო მცირე ზომის ჯგუფი აღინიშნება. $U_{\text{რეალური}}$ მნიშვნელობა, რომელიც ტოლია ან ნაკლები ცხრილში მოყვანილი მნიშვნელობისა, სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია .01 მნიშვნელოვნობის დონეზე.

		n_2																		
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
n_1	1																				
	2																			0	0
	3									0	0	0	1	1	1	2	2	2	2	3	3
	4						0	0	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	7	8
	5					0	1	1	2	3	4	5	6	7	7	8	9	10	11	12	13
	6				0	1	2	3	4	5	6	7	9	10	11	12	13	15	16	17	18
	7				0	1	3	4	6	7	9	10	12	13	15	16	18	19	21	22	24
	8				1	2	4	6	7	9	11	13	15	17	18	20	22	24	26	28	30
	9			0	1	3	5	7	9	11	13	16	18	20	22	24	27	29	31	33	36
	10			0	2	4	6	9	11	13	16	18	21	24	26	29	31	34	37	39	42
	11			0	2	5	7	10	13	16	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48
	12			1	3	6	9	12	15	18	21	24	27	31	34	37	41	44	47	51	54
	13			1	3	7	10	13	17	20	24	27	31	34	38	42	45	49	53	56	60
	14			1	4	7	11	15	18	22	26	30	34	38	42	46	50	54	58	63	67
	15			2	5	8	12	16	20	24	29	33	37	42	46	51	55	60	64	69	73
	16			2	5	9	13	18	22	27	31	36	41	45	50	55	60	65	70	74	79
	17			2	6	10	15	19	24	29	34	39	44	49	54	60	65	70	75	81	86
	18			2	6	11	16	21	26	31	37	42	47	53	58	64	70	75	81	87	92
	19		0	3	7	12	17	22	28	33	39	45	51	56	63	69	74	81	87	93	99
	20		0	3	8	13	18	24	30	36	42	48	54	60	67	73	79	86	92	99	105

წყარო: D. Auble, *U*-ს კრიტიკული მნიშვნელობები უილკოქსონის (მან-უიტნის) სტატისტიკაში ორი შერჩევისათვის, Institute of Educational Research, Indiana University, Bloomington, Indiana, Volume 1, Number 2, 1953, რომელიც ნებართვით ამოღებულია ცხრილიდან № 10.4, *U*-ს კრიტიკული მნიშვნელობები უილკოქსონის (მან-უიტნის) სტატისტიკა ორი შერჩევისათვის, *CRC Handbook of Tables for Probability and Statistics* (2nd ed.). Copyright 1968, CRC Press, Inc., Boca Raton, Florida.

ცხრილი № A.9

T-ს კრიტიკული მნიშვნელობები უილკოქსონის კრიტერიუმში, როდესაც $\alpha = .05$ და $\alpha = .01$ (ორმხრივი კრიტერიუმი). $T_{\text{დაკვირვებული}}$ მნიშვნელობა, რომელიც ტოლია ან ნაკლები ცხრილში მოყვანილი მნიშვნელობისა, სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია α-ს შერჩეულ დონეზე. ტირეები აღნიშნავს, რომ ამ დონეზე ჯგუფის ამ ზომისათვის ვერ ვიღებთ სტატისტიკურ მნიშვნელოვნობას.

$N_{\text{წყვილები}}$	$\alpha = .05$	$\alpha = .01$	$N_{\text{წყვილები}}$	$\alpha = .05$	$\alpha = .01$
6	0	—	29	126	100
7	2	—	30	137	109
8	3	0	31	147	118
9	5	1	32	159	128
10	8	3	33	170	138
11	10	5	34	182	148
12	13	7	35	195	159
13	17	9	36	208	171
14	21	12	37	221	182
15	25	15	38	235	194
16	29	19	39	249	207
17	34	23	40	264	220
18	40	27	41	279	233
19	46	32	42	294	247
20	52	37	43	310	261
21	58	42	44	327	276
22	65	48	45	343	291
23	73	54	46	361	307
24	81	61	47	378	322
25	89	68	48	396	339
26	98	75	49	415	355
27	107	83	50	434	373
28	116	91			

წყარო: Robert L. McCornack, Extended Tables of the Wilcoxon Matched Pair Sighed Rank Statistic. *Journal of the American Statistical Association, 1965, 60, 864-871.* ამოღებულია ნებართვით The *Journal of the American Statitical Assocation*, Copyright 1965 by the American Statistical Association. ყველა უფლება დაცულია.

დანართი B
მათემატიკის მიმოხილვა

აქ მოკლედ არის მიმოხილული ის მათემატიკური სიმბოლოები და ოპერაციები, რომელიც გვჭირდება ამ სახელმძღვანელოში ნარმოდგენილი სტატისტიკის გასაგებად.

სტატისტიკური სიმბოლოები

სიმბოლო, რომელსაც ხანდახან **ნიშანსაც** უწოდებენ, არის ასო ან აღნიშვნა, რომელსაც იყენებენ რაიმეს აღსანიშნად. შემდეგ ცხრილში წარმოდგენილია სტატისტიკაში გამოყენებული ზოგადი სიმბოლოები.

სიმბოლო და მაგალითი	აღწერა
X ან X_i	X გამოიყენება ცდის პირისაგან მიღებული ქულის ან მონაცემის აღსანიშნად. ინდექსი i, როდესაც მას იყენებენ, აღნიშნავს კონკრეტული ცდის პირის ქულას. მაგალითად, X_1 აღნიშნავს 1-ლი ცდის პირის ქულას.
=	ტოლობის ნიშანი.
$X_1 = 3$	1-ლი ცდის პირის ქულა უდრის 3-ს.
$X_5 = 27$	მე-5 ცდის პირის ქულა უდრის 27-ს.
$a = 2$	a-ს მნიშვნელობა 2-ის ტოლია.
≠	უტოლობის ნიშანი.
$6 \neq 3$	6 არ უდრის 3-ს.
+	პლუსი - მიმატების ნიშანი. ეს ნიშანი მიუთითებს, რომ + ნიშნით დაკავშირებული რიცხვები უნდა დაემატოს ერთმანეთს. მიმატების შედეგს *ჯამი* ეწოდება. ისეთი დებულება, როგორიცაა "5 + 1-ის ჯამი" ნიშნავს, რომ ეს რიცხვები უნდა მივუმატოთ ერთმანეთს.
5 + 1 = 6	5-ისა და 1-ის ჯამი უდრის 6-ს.
5 + 1 + 6 = 12	5 პლუს 1 პლიუს 6 უდრის 12-ს.
$a + b$	a პლუს b: b-ს მნიშვნელობა უნდა მივუმატოთ a-ს მნიშვნელობას.
−	მინუსი - გამოკლების ნიშანი. ეს ნიშანი მიუთითებს, რომ რიცხვი, რომელიც მოსდევს −-ის ნიშანს, უნდა გამოაკლდეს რიცხვს, რომელიც დგას − ნიშნის წინ. გამოკლების შედეგს *სხვაობას* უწოდებენ. ისეთი დებულება, როგორიცაა "5-ისა და 1-ის სხვაობა" ნიშნავს, რომ ერთი რიცხვი მეორეს უნდა გამოაკლდეს.

5 − 1 = 4	5-ს გამოვაკლოთ 1 უდრის 4-ს.
$a - b$	a მინუს b: b-ს მნიშვნელობა უნდა გამოვაკლოთ a-ს მნიშვნელობას.
()() ან x	გამრავლების ნიშანი. ფრჩხილებში მოთავსებული ან x-ით გამოყოფილი მნიშვნელობები უნდა გავამრავლოთ ერთმანეთზე. გამრავლების შედეგს ნამრავლს უწოდებენ.
(2)(3) = 6	2-ისა და 3-ის ნამრავლი არის 6. ორჯერ სამი არის ექვსი.
2 x 3 = 6	2-ისა და 3-ის ნამრავლი არის 6. ორჯერ სამი არის ექვსი.
$(a)(b)$ ან a x b	a-ჯერ b: a-ს მნიშვნელობა უნდა გამრავლდეს b-ს მნიშვნელობაზე.
	არსებობს ამ წესის გამონაკლისი: ფაქტორულ სქემაში A და B ფაქტორების ურთიერთქმედება აღინიშნება AxB. ამ შემთხვევაში, აღნიშვნა უნდა წავიკითხოთ ასე: "A-სა და B-ს ურთიერთქმედება". ეს არ ნიშნავს, რომ A უნდა გამრავლდეს B-ზე.
÷ ან / ან ––	გაყოფის ნიშანი. რიცხვი, რომელიც წინ უსწრებს ÷ ან / ან რიცხვი, რომელიც –– ხაზის ზევით წერია (*მრიცხველი*), იყოფა რიცხვზე, რომელიც მოსდევს ÷ ან / ან რიცხვზე, რომელიც –– ხაზის ქვევით წერია (*მნიშვნელი*). გაყოფის შედეგს განაყოფს უწოდებენ.
6 ÷ 2 = 3	ექვსი, გაყოფილი ორზე, არის სამი.
6/2 = 3	ექვსი, გაყოფილი ორზე, არის სამი.
$\frac{6}{2} = 3$	ექვსი, გაყოფილი ორზე, არის სამი.
$a \div b$, ან a/b, ან $\frac{a}{b}$	a, გაყოფილი b-ზე
<	ნაკლებობის სიმბოლო. რიცხვი, რომელიც წერია <-ის წინ, ნაკლებია, ვიდრე რიცხვი, რომელიც წერია <-ის შემდეგ.
2 < 3	ორი ნაკლებია სამზე
$a < b$	a ნაკლებია b-ზე
$X_3 < 10$	მესამე ცდის პირის ქულა ნაკლებია ათზე.
>	მეტობის სიმბოლო. რიცხვი, რომელიც წერია >-ის წინ, მეტია, ვიდრე რიცხვი, რომელიც წერია >-ის შემდეგ.
3 > 2	სამი მეტია ორზე.
$a > b$	a მეტია b-ზე.
$X_3 > 10$	მესამე ცდის პირის ქულა მეტია ათზე.
≤	"ნაკლებია ან ტოლი" სიმბოლო. რიცხვი, რომელიც წერია ≤-ის წინ, ნაკლებია ან ტოლი, ვიდრე რიცხვი, რომელიც წერია ≤-ის შემდეგ.
2 ≤ 3	ორი ნაკლებია ან ტოლი სამის.
4 ≤ 4	ოთხი ნაკლებია ან ტოლი ოთხის.
$a \leq b$	a ნაკლებია ან ტოლი b-სი.
$X_3 \leq 10$	მესამე ცდის პირის ქულა ნაკლებია ან ტოლი 10-ის.
≥	"მეტია ან ტოლი" სიმბოლო. რიცხვი, რომელიც წერია ≥-ის წინ, მეტია ან ტოლი, ვიდრე რიცხვი, რომელიც წერია ≥-ის შემდეგ.

$3 \geq 2$	სამი მეტია ან ტოლია ორის.
$4 \geq 4$	ოთხი მეტია ან ტოლია ოთხის.
$a \geq b$	a მეტია ან ტოლია b-ს.
$X_i \geq 10$	მესამე ცდის პირის ქულა მეტია ან ტოლი 10-ის.
$5 < X_i < 10$	როგორც ხედავთ, მეტობის ან ნაკლებობის სიმბოლოები შესაძლებელია ერთ აღნიშვნაში მოთავსდეს. ეს აღნიშვნა ასე იკითხება: "პირველი ცდის პირის ქულა 5-ზე მეტია და 10-ზე ნაკლები".
$5 \leq X_i \leq 10$	"ნაკლებია ან ტოლია" და "მეტია ან ტოლია" სიმბოლოები ასევე შეიძლება მოთავსდეს ერთ აღნიშვნაში. ეს აღნიშვნა ასე იკითხება: "პირველი ცდის პირის ქულა მეტია ან ტოლი 5-ზე და ნაკლებია ან ტოლი 10-ის".
$\lvert\ \rvert$	აბსოლუტური მნიშვნელობის სიმბოლო. ეს სიმბოლო ნიშნავს, რომ ჩვენ იგნორირებას ვუკეთებთ + ან − ნიშნებს, რომლებიც მიბმულია რიცხვებზე.
$\lvert -6 \rvert = 6$	მინუს ექვსის აბსოლუტური მნიშვნელობა არის ექვსი.
$\lvert +6 \rvert = 6$	პლუს ექვსის აბსოლუტური მნიშვნელობა არის ექვსი.
$( )^2$	ფრჩხილებში მოთავსებული რიცხვი აყვანილია კვადრატში, ანუ გამრავლებულია თავის თავზე. ზოგჯერ ფრჩხილები არ გამოიყენება და კვადრატის ინდიკატორი, ^{2}, უბრალოდ მოსდევს კვადრატში ასაყვან რიცხვს.
$(5)^2 = 25$	ხუთის კვადრატი, ანუ 5 x 5, არის 25.
$5^2 = 25$	ხუთის კვადრატი უდრის 25-ს.
$\sqrt{\ }$	კვადრატული ფესვის სიმბოლო. $\sqrt{\ }$ ნიშნავს, ვიპოვოთ რიცხვი, რომელიც, თუ მას თავის თავზე გავამრავლებთ (ანუ კვადრატში ავიყვანთ) უდრის $\sqrt{\ }$ ნიშნის ქვეშ მოთავსებულ რიცხვს.
$\sqrt{25} = 5$	კვადრატული ფესვი 25-დან უდრის 5-ს, რადგანაც 5 გამრავლებული თავის თავზე (ანუ 5 x 5) 25-ის ტოლია.
$\sqrt{36} = 6$	კვადრატული ფესვი 36-დან უდრის 6-ს, რადგანაც თავის თავზე გამრავლებული 6 (ანუ 6 x 6) 36-ის ტოლია.
Σ	დაჯამების სიმბოლო. რიცხვები, რომლებიც მოსდევენ Σ სიმბოლოს, უნდა მივუმატოთ ერთმანეთს.
$\Sigma\ (3+2) = 5$	3-ისა და 2-ის ჯამი უდრის 5-ს.
$\Sigma\ (3+2+4) = 9$	3 პლუს 2 პლუს 4 უდრის 9-ს.
$\Sigma\ X$ ან $\Sigma\ X_i$	X-ის ჯამი. დაჯამეთ ყველა ქულა, რომელიც წარმოდგენილია X-ით. მაგალითად, თუ სამი ცდის პირის ქულებია: $X_1 = 3$, $X_2 = 6$ და $X_{13} = 4$, მაშინ $\Sigma\ X = 3 + 6 + 4 = 13$. ხანდახან დაჯამების სიმბოლოს თავზე ზღვრებია მითითებული, მაგალითად, $\sum_{i=1}^{3} X_i$. ეს ზღვრები მიუთითებენ, რომ უნდა დავაჯამოთ პირველიდან მესამე ცდის პირამდე ქულები. თუ ზღვრები არ გამოიყენება, მაშინ $\Sigma\ X$ ნიშნავს, რომ უნდა დავაჯამოთ X-ით აღნიშნული ყველა ქულა.

მათემატიკური ოპერაციები

უარყოფითი რიცხვები

უარყოფითი რიცხვი შეიძლება მივიღოთ გამოკლების შედეგად, მაგალითად 6 – 8 = –2. 8, რომელიც 6-ზე 2-ით მეტია, გვაძლევს –2 სხვაობას, როდესაც მას ექვსს ვაკლებთ. უარყოფითი რიცხვები ხშირად გვხვდება სტატისტიკაში და გამოიყენება ძირითად მათემატიკურ ოპერაციებში. თუ რიცხვს არ აქვს წინ მინუსის ნიშანი, იგულისხმება, რომ ის დადებითია.

უარყოფითი რიცხვების მიმატება

6 + (–4) = 2 — უარყოფითი რიცხვის დადებითისათვის მიმატება იგივეა, რაც დადებითი რიცხვიდან უარყოფითის გამოკლება. ასე რომ, 6 + (–4) = 6 – 4 = 2.

(–6) + (–4) = –10 — ამ შემთხვევაში, –4 აკლდება –6-ს, ანუ (–6) + (–4) = –6 –4 = –10.

უარყოფითი რიცხვების გამოკლება

6 – (–4) = 10 — უარყოფითი რიცხვის გამოკლება იგივეა, რაც უარყოფითი რიცხვის აბსოლუტური მნიშვნელობის მიმატება. ასე რომ, 6 – (–4) = 6 + 4 = 10.

უარყოფითი რიცხვების გამრავლება

(–6)(–4) = 24 — თუ ორივე გასამრავლებელი რიცხვი უარყოფითია, მაშინ ნამრავლი დადებითია.

(6)(–4) = –24 — თუ ორი რიცხვიდან მხოლოდ ერთია უარყოფითი, მაშინ (–6)(4) = –24 ნამრავლი უარყოფითია.

უარყოფითი რიცხვების გაყოფა

–10 ÷ 5 = –2 — თუ მრიცხველი ან მნიშვნელი უარყოფითია, მაშინ განაყოფი 10 ÷ –5 = –2 უარყოფითია.

–10 ÷ –5 = –2 — თუ მრიცხველიც და მნიშვნელიც უარყოფითია, მაშინ განაყოფი დადებითია.

წილადები

წილადებთან მუშაობის ყველაზე მარტივი მიდგომაა მრიცხველის მნიშვნელზე გაყოფის გზით მათი ათწილადად გარდაქმნა, მაგალითად, $\frac{1}{4} = 0.25$, $\frac{2}{4} = 0.50$ და $\frac{3}{4} = 0.75$. თუ ათწილადი შემდგომ გამოთელებში უნდა გამოვიყენოთ, მაშინ ის უნდა დავამრგვალოთ სულ მცირე მეათასედებამდე (მაგ., $\frac{4}{11} = 0.3636$). ასე რომ,

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{8} + \frac{1}{3} = 0.4000 + 0.1250 + 0.3333 = 0.8583.$$

წილადები და პროცენტები

წილადები

წილადი არის მთელის ნაწილი. მაგალითად, თუ 100 ადამიანმა შეავსო კითხვარი და მათგან 45 მამაკაცია, მაშინ მამაკაცი რესპონდენტების წილადი არის $\frac{45}{100}$ ანუ .45. ქალი რესპონდენტების წილადი კი არის $\frac{55}{100}$ = .55.

პროცენტი

პროცენტი მიიღება, როდესაც წილადი 100-ზე მრავლდება. ამდენად, მამაკაცი რესპონდენტების შესაბამისი წილადი .45 უდრის 45 x 100 ანუ მამაკაცი რესპონდენტების 45 პროცენტს. ხოლო ქალი რესპონდენტების პროცენტი არის 55 x 100 = 55 პროცენტი.

მათემატიკური ოპერაციების თანმიმდევრობა

მომდევნო მაგალითები გვიჩვენებს, თუ რა თანმიმდევრობით სრულდება მათემატიკური ოპერაციები ჩვეულებრივ სტატისტიკურ აღნიშვნებში:

$\sum(X-\overline{X})$	1. საშუალო აკლდება ყოველ ქულას ქულათა ერთობლიობაში. 2. სხვაობები ჯამდება.
$\sum(X-\overline{X})^2$	1. საშუალო აკლდება ყოველ ქულას ქულათა ერთობლიობაში. 2. ყოველი სხვაობა აიყვანება კვადრატში. 3. კვადრატში აყვანილი სხვაობები ჯამდება.
$\sum X^2$	1. ყოველი X მნიშვნელობა აიყვანება კვადრატში. 2. კვადრატში აყვანილი X მნიშვნელობები ჯამდება.
$(\sum X)^2$	1. X მნიშვნელობები ჯამდება. 2. X მნიშვნელობების ჯამი (ანუ $\sum X$) აიყვანება კვადრატში.
$\sum XY$	1. ქულათა ერთობლიობაში შესატყვისი X და Y მნიშვნელობები მრავლდება. 2. გადამრავლებული XY მნიშვნელობები ჯამდება ქულათა ერთობლიობისათვის.
$(\sum X)(\sum Y)$	1. X მნიშვნელობები ჯამდება, რათა მივიღოთ $\sum X$. 2. Y მნიშვნელობები ჯამდება, რათა მივიღოთ $\sum Y$. 3. X მნიშვნელობების ჯამი (ანუ $\sum X$) მრავლდება Y მნიშვნელობების ჯამზე (ანუ $\sum Y$).

დანართი C
ტერმინთა ლექსიკონი

თავი I

აღწერითი სტატისტიკა (Descriptive statistics) – სტატისტიკური პროცედურები, რომლებიც გამოიყენება შერჩევიდან მიღებული მონაცემების შესაჯამებლად და აღსაწერად.

დამოკიდებული ცვლადი (Dependent variable) – ცვლადი ექსპერიმენტში, რომელიც დამოკიდებულია დამოუკიდებელ ცვლადზე. შემთხვევათა უმრავლესობაში დამოკიდებული ცვლადი ქცევის გარკვეული საზომია.

დამოუკიდებელი ცვლადი (Independent variable) – ცვლადი, რომლითაც მანიპულირებენ ექსპერიმენტში დამოკიდებულ ცვლადზე მისი გაელენის განსაზღვრის მიზნით.

ეკვივალენტური ჯგუფები (Equivalent groups) – ცდის პირთა ჯგუფები, რომლებიც, სავარაუდოდ, არ განსხვაედებიან ერთმანეთისგან რაიმე მუდმიეი მახასიათებლით ექსპერიმენტის დამოუკიდებელი ცვლადის მიწოდებამდე.

კვლევის ჰიპოთეზა (Research hypothesis) – დებულება ორ ან მეტ ცვლადს შორის მოსალოდნელი ან ნაწინასწარმეტყველები კავშირის შესახებ. ექსპერიმენტში კვლეეის ჰიპოთეზა არის ნაწინასწარმეტყველები კავშირი დამოუკიდებელ და დამოკიდებულ ცელადებს შორის.

კორელაცია (Covary) – ორი ცელადი კორელაციაში იმყოფება ერთმანეთთან, როდესაც ერთი ცვლადის ცვლილება უკავშირდება მეორე ცელადის შეთანხმებულ სისტემატურ ცელილებას.

კორელაციის კოეფიციენტი (Correlation coefficient) – სტატისტიკა, რომელიც რიცხობრივად გვიჩვენებს მაჩვენებელთა ორი ჯგუფის დაკავშირებულობის ხარისხს და ამ კავშირის მიმართულებას.

მონაცემები (Data – მრავლობითი, datum – მხოლობითი) – ის ქულები ან ქცეეის თუ მახასიათებლების გაზომვის შედეგები, რომელიც მიიღება ადამიანებზე ან ცხოველებზე დაკვირვების შედეგად.

ნედლი მონაცემები (Raw data) – ყეელა ცდის პირისგან მიღებული ქულა, რომელთაც ჯერ არ გაუელიათ სტატისტიკური ანალიზი.

პარამეტრი (Parameter) – რიცხეი, რომელიც აღწერს პოპულაციის მახასიათებელს.

პოპულაცია (Population) – საერთო მახასიათებლის მქონე ადამიანთა, ცხოეელთა ან მოელენათა სრული ერთობლიობა.

რეგრესიული ანალიზი (Regression analysis) – სტატისტიკური მეთოდების გამოყენება ქულათა ერთი ერთობლიობის მიხედვით ქულათა მეორე ერთობლიობის შესახებ წინასწარმეტყველებისთვის.

სტატისტიკა (მეცნიერება) (Statistics) – ის მეთოდები თუ პროცედურები, რომლებიც გამოიყენება მონაცემების სისტემატიზაციისთვის, გასაანალიზებლად და მათგან დასკვნების გამოსატანად.

სტატისტიკა (სტატისტიკური სიდიდე) (Statistic) – მონაცემებზე დაყრდნობით გამოთელილი ცალკეული რიცხვი, რომელიც შეიძლება გამოყენებულ იქნეს შერჩევის მონაცემთა ერთობლიობის აღსაწერად ან ამ მონაცემთა უფრო სრული გაანალიზებისთვის.

სტატისტიკური დასკვნა (Statistical inference) – პოპულაციის მახასიათებლის შეფასება შერჩეიდან მიღებულ სტატისტიკებზე დაყრდნობით.

სტატისტიკური ჰიპოთეზის შემოწმება (Statistical hypothesis testing) – პროცედურები, რომლებიც ჯგუფებს შორის შემთხვეეითი განსხვავების ზომის წინასწარმეტყველებისთვის გამოიყენება.

ქულა (Score) – ცდის პირის მიერ დავალების შესრულების გაზომეით მიღებული რიცხვითი მნიშენელობა.

შემთხეეითი განსხვაება (Chance difference) – განსხვავება ეკვივალენტურ ჯგუფებს შორის, რომელიც მიიღება შემთხეეითი ან გაუთვალისწინებელი მიზეზით.

შემთხეეეითი შერჩევა (Random sample) – შერჩევა, რომელშიც ინდივიდები შერჩეულნი არიან ისე, რომ პოპულაციის თითოეულს წევრს შერჩევაში მოხვედრის ტოლი შანსი აქვს და ერთი წევრის არჩევა არ არის დამოკიდებული პოპულაციის სხვა წევრების არჩევაზე.

შერჩევა (Sample) – პოპულაციიდან მთელი რიგი წესების დაცვით (რათა შერჩევა პოპულაციის რეპრეზენტაციული იყოს) არჩეული ქვესიმრავლე ანუ ქვეჯგუფი.

ცდის პირი (Subject): – პიროვნება, რომელიც მონაწილეობს ექსპერიმენტში.

ცდის პირთა შორის სქემა (Between-subject design) – კელეის სქემა, რომელშიც მონაწილეობს ორი ან მეტი ჯგუფი

ცვლადი (variable) – გარემოს ნებისმიერი მდგომარეობა, ნებისმიერი სტიმული, პიროვნული მახასიათებელი ან ქცევა, რომელმაც შეიძლება მიიღოს სხვადასხვა მნიშვნელობა სხვადასხვა დროს ან სხვადასხვა ადამიანთან.

თავი II

ბუნებრიეი დაკვირება (Naturalistic observation) – კვლევა, რომელიც გულისხმობს ბუნებრივ პირობებში განხორციელებულ ქცევებზე დაკვირებას.

გაზომვა (Measurement) – გარკვეული წესების მიხედვით ცვლადებისთვის რიცხვითი მნიშვნელობების მინიჭება.

გამოკითხვა (Survey research) – კვლევა, რომელშიც მონაცემები ადამიანების ზეპირი ან წერილობითი ინტერვიუებით მიიღება.

დისკრეტული (წყვეტილი) ცვლადი (Discrete variable) – ცვლადი, რომელმაც შეიძლება მიიღოს სასრული ან თვლადი მნიშვნელობა.

ემპირიული მონაცემები (Empirical data) – დაკვირვებასა და სენსორულ გამოცდილებაზე დაფუძნებული გაზომვის შედეგად მიღებული ქულები.

ექსპერიმენტი (Experiment) – ზედმიწევნით გაკონტროლებული სიტუაცია, სადაც მეცნიერი ახდენს ერთი ან მეტი დამოუკიდებელი ცვლადის მანიპულირებას და აკვირდება, თუ რა გავლენას ახდენს ეს დამოკიდებულ ცვლადზე.

თეისებრიეი მონაცემები (Qualitative data) – სახელდების სკალაზე მიღებული მონაცემები, რომლებიც მიუთითებენ, რომ ცვლადები თვისებრივად განსხვავდებიან ერთმანეთისგან.

ინტერვალების სკალა (Interval measurement) – ცვლადის მნიშვნელობები დალაგებულია სკალაზე და მინიჭებულ რიცხვებს შორის განსხვავება ასახავს ცვლადის მნიშვნელობებს შორის ერთი და იმავე სიდიდის სხვაობას. ინტერვალთა სკალაზე ნული პირობითად საწყისი წერტილია.

კვლევის მეთოდი (Research method) – მიდგომა მონაცემების მოგროვებისადმი.

ოპერაციული განსაზღვრება (Operational definition) – დაკვირვებისას, დამოუკიდებელი ცვლადით მანიპულირებისას ან დამოკიდებული ცვლადის გაზომვისას გამოყენებული ოპერაციების დეტალური აღწერა.

რიგის სკალა (Ordinal measurement) – სკალაზე ცვლადის სიდიდე დალაგებულია მნიშვნელობების მიხედვით.

რაოდენობრიეი მონაცემები (Quantitative data) – რიგის, ინტერვალების ან შეფარდების სკალაზე მიღებული მონაცემები, რომლებიც მიუთითებენ, თუ რა სიდიდის არის ცვლადი.

რიცხვის რეალური ზედა საზღვარი(Upper real limit of a number) – რიცხვისა და მისი მომდევნო რიცხვის შუაწერტილი.

რიცხვის რეალური საზღვრები (Real limits of a number) – რიცხვისა და მისი წინა რიცხვის შუაწერტილი ან რიცხვისა და მისი მომდევნო რიცხვის შუაწერტილი იმ სკალაზე, რომელსაც ვიყენებთ მოცემული ცვლადის გასაზომად.

რიცხვის რეალური ქვედა საზღვარი (Lower real limit of a number) – რიცხვისა და მისი წინა რიცხვის შუაწერტილი.

საარქივო ჩანაწერები (Archival recodrs) – კვლევა, რომელშიც გამოიყენება არსებული ჩანაწერები.

სახელდების სკალა (Nominal measurement) – გაზომილი ცვლადის სხვადასხვა კატეგორიებში გაერთიანება.

უწყვეტი ცვლადი (Continuous variable) – ცვლადი, რომელმაც შეიძლება მიიღოს უსასრულო მნიშვნელობა ცვლადის ნებისმიერ ორ დონეს შორის.

შეფარდების სკალა (Ratio measurement) – ცვლადის სიდიდე დალაგებულია სკალაზე და მინიჭებულ რიცხვებს შორის განსხვავება ასახავს ცვლადის მნიშვნელობებს შორის იმავე სიდიდის განსხვაეებას. შეფარდების სკალაზე არსებობს ჭეშმარიტად ნულოვანი წერტილი, რომელიც შეესაბამება გასაზომი მახასიათებლის სრულ არარსებობას.

თავი III

ასიმეტრიული განაწილება (Skewed distribution) – სიხშირეთა განაწილება, სადაც ქულები თავმოყრილია განაწილების ერთ ბოლოში; განაწილების მეორე ბოლოში (ანუ კუდში) კი განლაგებულია იშვიათად დაფიქსირებული ქულები.

დაუჯგუფებელ სიხშირეთა განაწილება (Ungroup frequency distribution) – სიხშირეთა განაწილება, რომელიც აგებულია მიღებულ მინიმალურ

და მაქსიმალურ ქულათა შორის ყველა შესაძლო მნიშვნელობის დალაგებით და შემდეგ ქულის გასნერივ თვლის შედეგის აღნიშვნის ჩხირით (/) იმდენჯერ მოთავსებით, რამდენჯერაც იქნა მიღებული ეს ქულა.

დაგროვილი ინტერვალური სიხშირე (Cumulative frecuency of a class interval) – ინტერვალში ქულების შეხვედრის რაოდენობას დამატებული ყველა უფრო დაბალ ინტერვალში ქულების სიხშირეთა ჯამი.

დაგროვილი ინტერვალური სიხშირის განაწილება პროცენტებში (Cumulative grouped percentage frecuency of a class interval) – ინტერვალში ქულების სიხშირეს პროცენტებში დამატებული ყველა უფრო დაბალ ინტერვალში ქულათა სიხშირეთა ჯამი პროცენტებში.

დაგროვილი ინტერვალური ფარდობითი სიხშირე (Cumulative grouped relative frecuency of a class interval) – ინტერვალში ქულების ფარდობით სიხშირეს დამატებული ყველა უფრო დაბალ ინტერვალში ქულათა ფარდობით სიხშირეთა ჯამი.

დაჯგუფებულ სიხშირეთა განაწილება (Grouped frequency distribution) – განაწილება, სადაც ქულები დაჯგუფებულია ინტერვალებში და თითოეული მათგანში მოხვედრილი ქულების სიხშირეები გამოისახება ცხრილის სახით.

დაჯგუფებულ სიხშირეთა განაწილება პროცენტებში (Grouped percentage frecuancy distribution) – დაჯგუფებულ სიხშირეთა განაწილება, სადაც ინტერვალში ქულათა სიხშირე შეფარდებულია განაწილებაში ქულათა საერთო რაოდენობასთან.

დაჯგუფებულ ფარდობით სიხშირეთა განაწილება (Grouped relative frequancy distribution) – დაჯგუფებულ სიხშირეთა განაწილება მიიღება ქულათა ფარდობითი სიხშირის 100-ზე გამრავლებით.

ინტერვალი (Class interval) – ინტერვალის სიდიდე, რომელიც გამოიყენება დაჯგუფებულ სიხშირეთა განაწილებაში ნედლი ქულების დასაჯგუფებლად. ინტერვალის სიდიდე აღინიშნება *i*-ით.

ინტერვალის დადგენილი საზღვარი (Stated limits of a class interval) – მაქსიმალური და მინიმალური ქულები, რომელიც შეიძლება მოხედეს ამ ინტერვალში.

ინტერვალის რეალური საზღვარი (Real limits of a class interval) – ინტერვალის დადგენილ საზღვრებსა და ამ ინტერვალის წინა ან მომდევნო ინტერვალების დადგენილ საზღვრებს შორის შუაწერტილი.

ინტერვალის შუაწერტილი (Midpoint of a class interval) – ინტერვალის რეალურ საზღვრებს შორის შუაწერტილი.

მოდა (Mode) – ქულათა განაწილებაში ყველაზე ხშირად დაფიქსირებული ქულა.

ნედლი მონაცემები ან ნედლი ქულები (raw data or raw scores) – კვლევის მონაწილეებისგან მიღებული ქულები, რომელთაც ჯერ არ გაუვლიათ სტატისტიკური ანალიზი.

პროცენტილი (Percentile) – ქულა, რომელზეც ქულათა გარკვეული პროცენტი განაწილებაში ტოლია ან ნაკლები.

სვეტებიანი დიაგრამა (Bar graph) – რაოდენობრივი მონაცემების სიხშირეთა განაწილების გრაფიკულად გამოხატვის საშუალება. მოცემულ კატეგორიაში ქულათა გამოჩენის სიხშირეს სვეტის სიმაღლე შეესაბამება.

სიხშირეთა განაწილება (Frequency distribution) – ცხრილი, რომელშიც მოცემულია თითოეული ქულა და ის სიხშირე, რა სიხშირითაც გვხვდება ეს ქულა.

სიხშირეთა სიმეტრიული განაწილება (Symmetrical frecuency distribution) – სიხშირეთა განაწილება, რომლის შუაწერტილზე ორად გადაკეცვის შემთხვევაში მიიღება ერთნაირი ფორმის ორი ნახევარი.

სიხშირეთა პოლიგონი (Frequency polygon) – გრაფიკი, რომლის აბსცისებია ინტერვალთა შუაწერტილები, ორდინატები კი – ამ ინტერვალთა შესაბამისი სიხშირეები.

სიხშირის პროცენტი (%f) (Relative frequency) – ქულის ფარდობითი სიხშირე გამრავლებული 100-ზე.

ფარდობითი სიხშირე (*rf*) (Relative frequency) – ქულის სიხშირე გაყოფილი მიღებულ ქულათა საერთო რაოდენობაზე.

ფოთლებიანი ღეროების დიაგრამა (Stem-and-leaf display) – მონაცემთა გამოსახვის ფორმა, სადაც ქულის პირველი (ან პირველი და მეორე) ციფრი არის ღერო, მეორე (ან ბოლო) კი – ფოთოლი.

ქულის დაგროვილი სიხშირე (Cumulative frecuency of a score) – ქულის შეხვედრის სიხშირეს დამატებული ყველა უფრო ნაკლები ქულის სიხშირეთა ჯამი.

ქულის პროცენტული რანგი (Percentile rank of a score) – იმ ქულათა პროცენტი განაწილებაში, რომლებიც ტოლია ან ნაკლებია ამ ქულაზე.

ჰისტოგრამა (Histogram) – სვეტებიანი გრაფიკის ნაირსახეობა, სადაც ინტერვალებში ქულათა შეხვედრის სიხშირე გამოსახულია სვეტის სიმაღლით, თითოეული ინტერვალის სიგრძე კი –

აბსცისაზე სვეტის სიგანით.

f – სიხშირეთა განაწილებაში თითოეული ქულის შეხვედრის მარტივი სიხშირე.

i – ინტერვალის ზომა დაჯგუფებულ სიხშირეთა განაწილებაში.

N – ჯგუფში მიღებული ქულების საერთო რაოდენობა.

X – სიმბოლო, რომელიც ცალკეული, ინდივიდუალური ქულის აღსანიშნად გამოიყენება.

თავი IV

ბიმოდალური (Bimodal) – განაწილება, რომელსაც აქვს ორი მოდა.

კვადრატების ჯამი (*SS*) (Sum of squares) – რიცხვი, რომელიც მიიღება განაწილებაში შემავალი თითოული ქულიდან განაწილების საშუალოს გამოკლებით, თითოეული სხვაობის კვადრატში აყვანითა და მიღებული სიდიდეების შეჯამებით.

მედიანა (Median, *Mdn*) – ქულა განაწილებაში, რომლის ზემოთ და ქვემოთ განლაგებულია ქულათა ტოლი რაოდენობა, მედიანა არის 50-ე პროცენტილი განაწილებაში.

მოდა (Mode) – ქულა, რომელიც ყველაზე ხშირად გეხვედება განაწილებაში.

მულტიმოდალური (Multimodal) – განაწილება, რომელსაც აქვს ორზე მეტი მოდა.

პოპულაციის საშუალო (Population mean – μ) – პოპულაციაში ყველა შემთხვევის ჯამის ფარდობა ქულების საერთო რაოდენობასთან.

უნიმოდალური (Unimodal) – განაწილება, რომელსაც აქვს ერთი მოდა.

შერჩევის საშუალო ($\bar{X}$) (Sample mean) – მიღებულ ქულათა ჯამი გაყოფილი ქულათა მთლიან რაოდენობაზე.

ცენტრალური ტენდენციის საზომები (Measures of central tendency) – რიცხვები, რომლებიც წარმოადგენენ შერჩევიდან მიღებულ საშუალო ან ტიპურ ქულას.

ცვალებადობის საზომი (measures of central tendency) – რიცხვი, რომელიც მიუთითებს, თუ რამდენად განსხვავდებიან ქულები ერთმანეთისგან და რამდენად განსხვავდება მათგან ცენტრალური ტენდენციის საზომი.

M – სიმბოლო, რომელიც ამერიკის ფსიქოლოგიური ასოციაციის პუბლიკაციების სახელმძღვანელოში (1994) მითითებული ნორმებით შესრულებულ ნაშრომში გამოიყენება შერჩევის საშუალოს აღსანიშნად.

თავი V

დიაპაზონი (Range) – სხვაობა განაწილების მაქსიმალურ და მინიმალურ ქულებს შორის.

კვარტილთშორისი გაბნევის დიაპაზონი (Interquartile range, *IQR*) – განაწილებაში შემავალ ქულათა შუათანა 50%.

კვარტილთშორისი გაბნევის დიაპაზონის ნახევარი (Semi-interquartile range, *SIQR*) – კვარტილთშორისი გაბნევის დიაპაზონის ნახევარი.

პოპულაციის დისპერსია (Population variance, σ^2) – პოპულაციის ყველა ქულის გაზომეით მიღებული დისპერსია.

პოპულაციის დისპერსიის შეფასება (Estimated population variance, s^2) – ცვალებადობის საზომი, რომელიც მიიღება განაწილებაში შემავალი თითოეული ქულისა და ამ განაწილების საშუალოს სხვაობების კვადრატში აყვანით, მიღებული სიდიდეების დაჯამებითა და მიღებული ჯამის გაყოფით განაწილებაში შემავალი ქულების რაოდენობაზე ერთით ნაკლებ რიცხვზე.

პოპულაციის სტანდარტული გადახრა (σ) – კვადრატული ფესვი პოპულაციის დისპერსიიდან.

პოპულაციის სტანდარტული გადახრის შეფასება (Estimated populaation standard deviation) – კვადრატული ფესვი პოპულაციის დისპერსიის შეფასებიდან.

შერჩევის დისპერსია (Sample variance, S^2) – ცვალებადობის საზომი, რომელიც მიიღება განაწილებაში შემავალი თითოეული ქულისა და ამ განაწილების საშუალოს სხვაობების კვადრატში აყვანით, მიღებული სიდიდეების დაჯამებითა და მიღებული ჯამის გაყოფით განაწილებაში შემავალი ქულების რაოდენობაზე.

შერჩევის სტანდარტული გადახრა (Sample standard deviation, S) – კვადრატული ფესვი შერჩევის დისპერსიიდან.

ცვალებადობა (Variability) – რამდენად განსხვავდებიან ქულები ერთმანეთისგან და განაწილების ცენტრალური ტენდენციის საზომისგან.

X_{75} – განაწილების 75-ე პროცენტილის შესაბამისი ქულა.

X_{25} – განაწილების 25-ე პროცენტილის შესაბამისი ქულა.

თავი VI

ალბათური თეორიული განაწილება (Theoretical probability distribution) – თეორიული მოდელის გამოყენებით მიღებული ალბათური განაწილება.

ალბათური კლასიკური განაწილება (Empirical probability distribution) – ხდომილების რეალურად განხორციელების სიხშირის დათვლით მიღებული ალბათური განაწილება.

დისკრეტული შედეგები (discrete outcomes) – მნიშვნელობათა სასრული რაოდენობის მქონე შედეგები განაწილებაში.

ნორმალური განაწილება (Normal distribution) – თეორიული მათემატიკური განაწილება, რომელიც აღწერს პოპულაციის ქულების ფარდობით სიხშირეებს.

სტანდარტული ნორმალური გადახრა (Standard normal deviate) – ნორმალური განაწილება, რომლის $\mu = 0$, $\sigma = 1$.

სტანდარტული ნორმალური განაწილება (Standard normal distribution) – ნორმალური განაწილება, რომლის $\mu = 0$, $\sigma = 1$.

სტანდარტული ქულა (Standard score) – ქულა, რომელიც მიიღება ფორმულით $z = \left(X - \overline{X}\right) S$.

ურთიერთგამომრიცხავი შედეგები (Mutually exclusive outcomes) – შედეგები, რომელიც ვერ განხორციელდება ერთდროულად.

შედეგი (outcome) – ალბათობის განაწილებაში თითოეული შესაძლო ვარიანტი.

ხდომილება (event) – ალბათობის განაწილებაში შედეგების კონკრეტული სიმრავლის განხორციელება.

ხდომილების განხორციელების ალბათობა (probability of occurrence of an event – p) –

$$p(\text{ხდომილება}) = \frac{\text{ხდომილების შემადგენელი შედეგების რაოდენობა}}{\text{შესაძლო შედეგების საერთო რაოდენობა}}$$

თავი VII

მარტივი შემთხვევითი შერჩევა (Simple random sampling) – პოპულაციიდან ნევრების შერჩევის ისეთი პროცესი, როდესაც პოპულაციის თითოეულ ნევრს შერჩევაში მოხვედრის ტოლი შანსები აქვთ და ერთი წევრის არჩევა პოპულაციის ნებისმიერი სხვა ნევრის არჩევისგან დამოუკიდებლად ხდება.

ნდობის ინტერვალი (Confidence interval) – ქულის მნიშვნელობათა დიაპაზონი, რომელიც, სავარაუდოდ, მოიცავს μ-ის მნიშვნელობას ნდობის გარკვეულ დონეზე.

ნდობის საზღვრები (Confidence limits) – ნდობის ინტერვალის შემომსაზღვრელი ქვედა და ზედა ქულები.

საშუალოს სტანდარტული შეცდომა, $\sigma_{\overline{X}}$ (Standard error of the mean) – საშუალოს შერჩევითი განაწილების სტანდარტული გადახრა, რომელიც მიიღება σ-ს შერჩევის მოცულობის კვადრატულ ფესვთან შეფარდებით.

საშუალოს სტანდარტული შეცდომის შეფასება, $s_{\overline{X}}$ (Estimated standard error of the mean) – საშუალოს სტანდატრული შეცდომის შეფასება σ-ს მაგივრად s-ის გამოყენებით

საშუალოს შერჩევითი განაწილება (Sampling distribution of the mean) – $\overline{X}$-ის მნიშვნელობების განაწილება, როდესაც პოპულაციიდან აღებულია N მოცულობის მქონე ყველა შესაძლო შერჩევა.

სტატისტიკური დასკვნა (Statistical inference) – შერჩევისგან მიღებული სტატისტიკის მიხედვით პოპულაციის შეფასება.

სტრატიფიცირებული შემთხვევითი შერჩევა (Stratified random sampling) – შერჩევის მეთოდი, როდესაც პოპულაციის წევრები ერთიანდება ჰომოგენურ ქვეჯგუფებში, რომელთაც სტრატები ენოდება. პოპულაციის წევრები შემთხვევით აირჩევიან სტრატიდან იმ პროპორციით, რომლითაც ეს სტრატა პოპულაციაში გვხვდება.

შერჩევითი განაწილება (Sampling distribution) – პოპულაციიდან აღებული N მოცულობის მქონე ყველა შესაძლო შერჩევიდან მიღებული სტატისტიკის მნიშვნელობების ალბათური თეორიული განაწილება.

შერჩევის შეცდომა (Sampling error) – სიდიდე, რომლითაც კონკრეტული შერჩევის საშუალო განსხვავდება პოპულაციის საშუალოსგან.

ჩაუნაცვლებელი შეფასება (Unbiased estimation) – სტატისტიკა, რომლის მნიშვნელობათა საშუალო, გამოთვლილი უსასრულოდ ბევრი შერჩევიდან, შესაფასებელი პარამეტრის მნიშვნელობის ტოლია.

ცენტრალური ზღვრის თეორემა (Central limit theorem) – მათემატიკური თეორემა, რომლის თანახმად, შერჩევის მოცულობის ზრდასთან ერთად საშუალოს შერჩევითი განაწილება ნორმალურ განაწილებას უახლოვდება.

ძალმოსილი შეფასება (Consistent estimation) – სტატისტიკა, რომლისთვისაც ალბათობა იმისა, რომ ეს სტატისტიკა უფრო ახლოს იქნება შესაფასებელ პარამეტრთან, იზრდება შერჩევის მოცულობის ზრდასთან ერთად.

წერტილოვანი შეფასება (Point estimation) – პარამეტრის მნიშვნელობის შეფასება სტატისტიკის მნიშვნელობით (ანუ ერთი რიცხვით).

$\mu_{\bar{x}}$ – საშუალოს თეორიული შერჩევითი განაწილების საშუალო.

$\overline{X}\,\bar{x}$ – საშუალოს ემპირიული შერჩევითი განაწილების საშუალო.

თავი VIII

პარამეტრული კრიტერიუმი (parametric test) – სტატისტიკურ კრიტერიუმს ეწოდება პარამეტრული, თუ ჰიპოთეზაში არის გამოთქმული ეარაუდი პოპულაციის პარამეტრის შესახებ.

არაპარამეტრული კრიტერიუმი (nonparametric test) – სტატისტიკურ კრიტერიუმს ეწოდება არაპარამეტრული, თუ ჰიპოთეზაში არ არის გამოთქმული ეარაუდი პოპულაციის პარამეტრის შესახებ.

სტატისტიკური ჰიპოთეზა (statistical hypothesis) – დებულება პოპულაციის პარამეტრის შესახებ (პარამეტრული კრიტერიუმის შესახებ).

ნულოვანი ჰიპოთეზა (null hypothesis) – არის იმ პირობის ჩამოყალიბება, რომელიც მეცნიერს პოპულაციის შესახებ აპრიორულად ჭეშმარიტად მიაჩნია. ეს არის ჰიპოთეზა, რომელიც მონმდება სტატისტიკური კრიტერიუმით.

სტატისტიკური ალტერნატიული ჰიპოთეზა (statistical alternative hypothesis) – არის დებულება იმის შესახებ, თუ რა უნდა იყოს ჭეშმარიტი, თუ ნულოვანი ჰიპოთეზა მცდარია.

მნიშვნელოვნობის დონე (significance level) – ესაა ალბათობის ის მნიშვნელობა, რომელიც იძლევა ნულოვანი ჰიპოთეზის უარყოფის პირობას სტატისტიკურ კრიტერიუმში.

კრიტერიუმის სტატისტიკა (test statistic) – არის რიცხვი, რომელიც ნულოვანი ჰიპოთეზის შემოწმების საშუალებას გვაძლევს და გამოითვლება შერჩევის მონაცემებზე დაყრდნობით.

ალფა(α) – მნიშვნელოვნობის დონის სიდიდე (ალბათობა).

უარყოფის არე (rejection region) – კრიტერიუმის სტატისტიკის (შერჩევითი განაწილების) ის მნიშვნელობები, რომელთა ალბათობა ტოლია ან ნაკლებია α-ზე ნულოვანი ჰიპოთეზის ჭეშმარიტების პირობებში. თუკი კრიტერიუმის სტატისტიკა მოხვდება უარყოფის არეში, მაშინ H_0 უარყოფილი იქნება.

ორმხრივი კრიტერიუმი (two-tailed test) – სტატისტიკური კრიტერიუმი, როცა უარყოფის არის ასაგებად გამოყენებულია კრიტერიუმის სტატისტიკის შერჩევის განაწილების ორივე კუდი.

ცალმხრივი კრიტერიუმი (one-tailed test) – სტატისტიკური კრიტერიუმი, როცა უარყოფის არის ასაგებად გამოყენებულია კრიტერიუმის სტატისტიკის შერჩევის განაწილების მხოლოდ ერთი კუდი.

კრიტიკული მნიშვნელობები (critical value) – კონკრეტული რიცხვითი მნიშვნელობები, რომლებიც ადგენენ უარყოფის არის საზღვრებს.

სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი განსხვავება (statistically significant difference) - კრიტერიუმის სტატისტიკის რეალური მნიშვნელობა ხედება უარყოფის არეში და H_0 უარყოფილია.

არამნიშვნელოვანი განსხვავება: (nonsignificant difference) - კრიტერიუმის სტატისტიკის რეალური მნიშვნელობა არ ხედება უარყოფის არეში და ნულოვანი ჰიპოთეზა არ არის უარყოფილი.

ერთი შერჩევის t კრიტერიუმი (one-sample t test) – t კრიტერიუმი, რომელიც გამოიყენება შერჩევის საშუალოსა და პოპულაციის ჰიპოთეტურ საშუალოს შორის განსხვავების სტატისტიკური მნიშვნელოვნობის შესამოწმებლად, როცა $\sigma_{\bar{x}}$ შეფასებულია $s_{\bar{x}}$-ის საშუალებით.

თავისუფლების ხარისხი (degrees of freedom) – ქულათა რაოდენობა, რომელიც თავისუფალია ცვალებადობის დროს სტატისტიკის გამოთვლისას.

პირველი გვარის შეცდომა (Type I error) – შეცდომა სტატისტიკური გადაწყვეტილების მიღების დროს, რომელიც გამოიხატება ნულოვანი ჰიპოთეზის უარყოფაში, მაშინ როცა ის რეალურად ჭეშმარიტია.

მეორე გვარის შეცდომა (Type II error) – შეცდომა სტატისტიკური გადაწყვეტილების მიღების დროს, რომელიც გამოიხატება იმით, რომ არ ხდება ნულოვანი ჰიპოთეზის უარყოფა, მაშინ როცა ის რეალურად მცდარია და ალტერნატიული H_1 ჰიპოთეზა კი ჭეშმარიტი.

ბეტა (β) – მეორე გვარის შეცდომის ალბათობა.

სიმძლავრე (Power) — H_0 უარყოფის ალბათობა, როცა H_0 არ არის სამართლიანი და H_1 კი არის ჭეშმარიტი. სტატისტიკური კრიტერიუმის სიმძლავრე მოცემულია 1-β-ს საშუალებით.

თავი IX

ცდის პირთა შორის სქემა (Between–subject design) — ექსპერიმენტი, რომელშიც ორი ან მეტი ჯგუფია.

შემთხვევითი შერჩევა (Random sampling) – შერჩევის მეთოდი, რომელშიც ინდივიდები ისეთნაირად არიან არჩეულნი, რომ პოპულაციის თითოეულ წევრს აქეს ამ შერჩევაში მოხვედრის ერთნაირი შანსი და ერთი წევრის შერჩევა არ არის დამოკიდებული პოპულაციის ნებისმიერი სხვა წევრის შერჩევაზე.

ხელმისაწვდომი შერჩევა (Convenience sampling) – ცდის პირების ისეთი შერჩევა, რომელიც მკვლევრისათვის უფრო ხელმისაწვდომი ან ხელსაყრელია.

ეკვივალენტური ჯგუფები (Equivalent groups) – ცდის პირთა ჯგუფები, რომლებიც, სავარაუდოდ, არ განსხვავდებიან ერთმანეთისგან რაიმე მუდმივი ან სისტემატური მახასიათებლით ექსპერიმენტის დამოუკიდებელი ცვლადის მინოდებამდე.

შემთხვევითი განაწილება (Random assignment) – ცდის პირთა ჯგუფებში განაწილების მეთოდი, რომლის მიხედვით, ექსპერიმენტისათვის შერჩეულ ნებისმიერ ინდივიდს აქვს ნებისმიერ ჯგუფში განაწილების ტოლი ალბათობა და ერთი ცდის პირის მოხვედრა ჯგუფში არ მოქმედებს ნებისმიერი სხვა ინდივიდის მოხვედრაზე იმავე ჯგუფში.

დამოუკიდებელი ცვლადი (Independent variable) – ცვლადი, რომლითაც მანიპულირებენ ექსპერიმენტში დამოკიდებულ ცელადზე მისი გავლენის განსაზღვრის მიზნით.

დამოუკიდებელი ცელადის დონე (Level of an independent variable) – დამოუკიდებელი ცვლადის ერთი მნიშვნელობა. იმისათვის, რომ ცვლადი გახდეს, დამოუკიდებელი ცვლადს უნდა ჰქონდეს სულ ცოტა ორი განსხვავებული დონე.

ფაქტორი (Factor) – დამოუკიდებელი ცვლადის ალტერნატიული სახელწოდება.

ცდის პირთა შორის ერთფაქტორიანი სქემა (One-factor between subject design) – კელევის სქემა, რომელშიც ერთი დამოუკიდებელი ცელადის მანიპულაცია ხდება და იქმნება ორი ან მეტი ჯგუფი.

დამატებითი ცელადები (Extraneous variables) – დამოუკიდებელი ცვლადისაგან განსხვავებული ნებისმიერი ცვლადი, რომელსაც შეუძლია იმოქმედოს დამოკიდებულ ცვლადზე ექსპერიმენტში.

შერეული ექსპერიმენტი (Confounded experiment) – ექსპერიმენტი, რომელშიც დამატებითი ცვლადი სისტემატურად იცვლება დამოუკიდებელ ცვლადთან ერთად.

პლაცებოს კონტროლი (Placebo control) – სიმულირებული ექსპერიმენტული (ჩარევის) პირობა.

დამოკიდებული ცვლადი (Dependent variable) – ცვლადი ექსპერიმენტში, რომელიც დამოკიდებულია დამოუკიდებელ ცვლადზე.

საშუალოთა შორის სხვაობის შერჩევითი განაწილება (Sampling distribution of the difference between means) – შერჩევების საშუალოებს შორის სხვაობის განაწილება, როცა პოპულაციიდან ამოღებულია n მოცულობის შერჩევის ყველა შესაძლო წყვილი.

საშუალოთა შორის სხვაობის სტანდარტული შეცდომა (Standard eror of the difference berween means) – $\overline{X}_{A1} - \overline{X}_{A2}$ მნიშვნელობათა შერჩევითი თეორიული განაწილების სტანდარტული გადახრა.

საშუალოთა შორის სხვაობის სტანდარტული შეცდომის შეფასება (Estimated standard error of the differnce between means) – საშუალოთა შორის სხვაობის სტანდარტული შეცდომის შეფასება მიიღება s^2-ის გამოყენებით σ^2-ის შეფასებისათვის.

მდგრადობა (Robustness) – ეს ტერმინი გამოიყენება იმის აღსანიშნავად, რომ სტატისტიკური კრიტერიუმის დაშვებების დარღვევას აქვს მცირე გავლენა პირველი გვარის შეცდომაზე.

ეფექტის სიძლიერე (Strength of effect) – დამოუკიდებელი ცვლადის სიძლიერე, გაზომილი გავლენის სტატისტიკის სიდიდით.

ცდის პირთა შიდა სქემა (Within-subject design) – კელევის სქემა, რომელშიც ცდის პირთა ერთი ჯგუფია და იზომება დამოუკიდებელი ცვლადის თითეული დონის მიხედვით. ცდის პირთა შიდა სქემაში თითოეულ ცდის პირს მიეწოდება ექსპერიმენტის ორივე პირობა.

თავი X

ერთფაქტორიანი მრავალდონიანი სქემა (One-factor multilevel design) – ექსპერიმენტი ერთი დამოუკიდებელი ცვლადით და ამ დამოუკიდებელი ცვლადის სამი ან მეტი დონით.

დისპერსიული ანალიზი (Analysis of variance ANOVA) – სტატისტიკური კრიტერიუმი, რომელიც გამოიყენება მრავალდონიანი სქემების ანალიზისათვის.

სრული საშუალო (Grand mean) – ყველა ქულის საშუალო ექსპერიმენტში.

კვადრატების საშუალო (mean square) – დისპერსიის სახელწოდება, რომელიც გამოიყენება დისპერსიულ ანალიზში.

ჯგუფშიდა შეცდომის დისპერსია (Within-groups error variance) – მონაცემთა დისპერსია ჯგუფში, რომელიც ჯგუფის საშუალოს გარშემოა გამოთვლილი.

ჯგუფთა შორის დისპერსია (Between-groups variance) – დისპერსია, რომელიც გამოითვლება სრული საშუალოს გარშემო ჯგუფების საშუალოების ცვალებადობის გამოყენებით.

a – **A** ფაქტორის დონეების რაოდენობა.

n_A – ქულათა რაოდენობა ერთფაქტორიანი სქემის ერთ დონეზე.

მრავალჯერადი შედარების კრიტერიუმები (Multiple comparison tests) – სტატისტიკური კრიტერიუმები, რომლებიც გამოიყენება წყვილთაშორის შედარებებში იმის დასადგენად, თუ რომელი საშუალოები განსხვავდება მნიშვნელოვნად ერთმანეთისაგან ერთფაქტორიან მრავალდონიან სქემაში.

წყვილთაშორის შედარებები (Pairwise comparisons) – სტატისტიკური შედარებები, რომლებიც ერთმანეთს ადარებენ ორ საშუალოს.

შეცდომის ხარისხი ექსპერიმენტში (Error rate in an experiment) – სულ ცოტა ერთი პირველი გვარის დაშვების ალბათობა მაინც სტატისტიკურ შედარებებში, რომელიც ჩატარებულია ექსპერიმენტში.

საბოლოო შედარებები (Post hoc comparisons) – სტატისტიკური კრიტერიუმები, რომლებიც ასრულებენ ყველა შესაძლო წყვილთა შედარებებს მას შემდეგ, რაც სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი $F_{\text{ფაქტორი}}$ დადასტურდება სრული დისპერსიული ანალიზისათვის.

კრიტიკული განსხვავება (CD Critical difference) – ორ საშუალოს შორის რაოდენობრივი განსხვავება, რომელიც სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია.

თავები XI, XII

A ფაქტორის მთავარი ეფექტის საშუალო (Main effect of factor *A*) – განსხვავება $\bar{X}_{A1}$-სა და $\bar{X}_{A2}$-ს შორის, გამოხატული $\bar{X}_{A1} - \bar{X}_{A2}$.

არტეფაქტური მთავარი ეფექტი (Artifactual main effect) – მთავარი ეფექტი, რომელიც არ იძლევა მნიშვნელობის მქონე ინფორმაციას დამოუკიდებელი ცვლადის ეფექტის შესახებ ფაქტორულ სქემაში.

B ფაქტორის მთავარი ეფექტის საშუალო (Main effect of factor *B*) – განსხვავება $\bar{X}_{B1}$-სა და $\bar{X}_{B2}$-ს შორის, გამოხატული $\bar{X}_{B1} - \bar{X}_{B2}$.

გავარჯიშების ეფექტი (Practice effect) – ჩარევის მრავალჯერადი ეფექტი, რომელიც ხდება იმის გამო, რომ ცდის პირები შეიძლება გავარჯიშდნენ ან დაიღალნენ ექსპერიმენტის დავალების შესრულებისას.

დამოუკიდებელი ცვლადის მარტივი ეფექტი (Simple effect of an independent variable) – ფაქტორულ სქემაში ერთი დამოუკიდებელი ცვლადის ეფექტი მეორე დამოუკიდებელი ცვლადის მხოლოდ ერთი დონის დროს.

მთავარი ეფექტის საშუალო (Main effect mean) – ფაქტორულ ანალიზში დამოუკიდებელი ცვლადის ერთი დონისათვის ყველა ცდის პირის საშუალო, მეორე დამოუკიდებელი ცვლადის დონეების მიხედვით კლასიფიკაციის იგნორირებით.

პირობებისა და ცდის პირთა ურთიერთქმედება (Treatment-by-subject interaction) – სიტუაცია ცდის პირთა შიდა ერთფაქტორიან სქემაში, როდესაც დამოუკიდებელი ცვლადის ეფექტი დამოკიდებულია ცდის პირზე.

უჯრედი ან ჩარევის პირობა (Cell or treatment condition) – ფაქტორულ ექსპერიმენტში თითოეული დამოუკიდებელი ცვლადის ერთი დონისაგან ნარმოქმნილი კომბინაცია.

უჯრედის საშუალო (Cell mean) – უჯრედში n_{AB} ქულების საშუალო ფაქტორულ სქემაში.

ურთიერთქმედება (Interaction) – სიტუაცია ფაქტორულ სქემაში, როდესაც ერთი დამოუკიდებელი ცვლადის ეფექტი დამოკიდებულია მასთან კომბინაციაში მყოფი მეორე დამოუკიდებელი ცვლადის მნიშვნელობაზე.

ფაქტორული ანალიზი (Factorial design) – კვლევის ისეთი სქემა, რომელშიც ერთდროულად იცვლება ორი ან მეტი დამოუკიდებელი ცვლადი.

ცდის პირთა შიგნით სქემა (Within-subjects design) – კვლევის სქემა, როდესაც ცდის პირთა ერთი ჯგუფი განიცდის დამოუკიდებელი ცვლადის ზემოქმედებას, რაც იზომება ამ ცვლადის ყოველი დონის შესაბამისად.

ჩარევის გადატანის ეფექტი (Treatment carry-over effect) – ჩარევის მრავალჯერადი ეფექტი, რომელიც ხდება მაშინ, როდესაც დამოუკიდებელი ცვლადის ერთი დონის ერთი ეფექტი გადაიტანება და გავლენას ახდენს შესრულებაზე დამოუკიდებელი ცვლადის მეორე დონეზე.

ჩარევის მრავალჯერადი ეფექტი (Multiple treatment effects) – ცდის პირთა შორის სქემაში შესრულების ცვლილებები, რომლებიც ხდება იმის გამო, რომ მოწმდება დამოუკიდებელი ცვლადის ყოველ დონეზე.

თავი XIII

კორელაციური კვლევები (Correlational Studies) – კვლევები, რომლებშიც იზომება ორი ან მეტი ცვლადი მათი კორელაციის მიმართულებისა და ხარისხის დასადგენად.

ორგანზომილებიანი განაწილება (Bivariate Distribution) – განაწილება, რომელშიც თითოეული ცდის პირისაგან მიიღება ორი მონაცემი (ქულა).

წერტილთა გაბნევის დიაგრამა (Scatterplot) – ორგანზომილებიანი განაწილების გრაფიკი, რომელშიც X ცვლადი გადაზომილია ჰირიზონტალურ ღერძზე და Y ცვლადი – ვერტიკალურ ღერძზე.

კორელაცია (Covary) – ორი ცვლადი კორელირებს, როდესაც ერთი ცვლილება დაკავშირებულია მეორე ცვლადის შეთანხმებულ ცვლილებასთან.

დადებითი კავშირი (Positive relationship) – ორ ცვლადს შორის კავშირი, რომლის დროსაც ერთი ცვლადის მნიშვნელობის ზრდასთან ერთად იზრდება მეორე ცვლადის მნიშვნელობაც.

წრფიეი კავშირი (Linear relationship) – ორ ცვლადს შორის კავშირი, რომელიც შეიძლება აღინეროს წრფით.

უარყოფითი კავშირი (Negative relationship) – ორ ცვლადს შორის კავშირი, რომლის დროსაც ერთი ცვლადის მნიშვნელობის ზრდასთან ერთად მეორე ცვლადის მნიშვნელობა მცირდება.

პირსონის კორელაციის კოეფიციენტი (Pearson correlation coefficient) – სტატისტიკა, რომელიც აღინიშნება r-ით და ასახავს ინტერვალების ან შეფარდების სკალაზე ორ ცვლადს შორის წრფიეი კავშირის სიძლიერეს.

X-ისა და Y-ის ჯვარედინა ნამრავლები (Cross products of X and Y) – $\sum(X-\bar{X})(Y-\bar{Y})$ მნიშვნელობა X და Y ცვლადებისთვის.

დეტერმინაციის კოეფიციენტი (Coefficient of determination) – r^2-ის მნიშვნელობა, რომელიც X და Y ცვლადების საერთო ცვალებადობას ასახავს.

ρ (390) – რო, პოპულაციის კორელაციის კოეფიციენტის აღმნიშვნელი სიმბოლო.

ორგანზომილებიანი ნორმალური განაწილება (Bivariate normal distribuition) – X და Y ცვლადების ისეთი განაწილება, რომლისთვისაც (1) X ქულები ნორმალურად არის განაწილებული იმ პოპულაციაში, საიდანაც აღებულია შერჩევა; (2) Y ქულები ნორმალურად არის განაწილებული იმ პოპულაციაში, საიდანაც აღებულია შერჩევა; (3) თითოეული X ქულისათვის Y ქულების განაწილება პოპულაციაში ნორმალურია და (4) თითოეული Y ქულისათვის X ქულების განაწილება პოპულაციაში ნორმალურია.

სპირმენის რანგული კორელაციის კოეფიციენტი (r_s) (Spearman rank-order correlation coefficient) –კორელაციის კოეფიციენტი, რომელიც რიგის სკალაზე გამოიყენება.

თავი XIV

წრფიეი კავშირი (Linear Relation) – კავშირი ორ ცვლადს შორის, რომლის დროსაც X ცვლადის ყოველი ერთეულით ცვლილებისას, Y ცვლადი მუდმიეი სიდიდით იცვლება.

წრფის განტოლება (General Equation of a straight line) – $Y = bX + a$.

წრფის დახრილობა (Slope of a straight line) – წრფის დახრილობა მოცემულია ტოლობით

$$b = \frac{Y\text{-ის მნიშვნელობის ცვლილება}}{X\text{-ის მნიშვნელობის ცვლილება}} = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$$

Y თანაკვეთა (Y- intercept) – $Y = bX + a$ განტოლებაში Y-ის მნიშვნელობა, როცა $X = 0$.

Y'– წრფის განტოლების მეშვეობით, X-ის მიხედვით გამოთვლილი Y-ის მნიშვნელობა.

უმცირეს კვადრატთა მეთოდით მიღებული რეგრესიის წრფე (Least-squares regression line) – წრფე, რომელიც მინიმუმამდე ამცირებს $\sum(Y - Y')^2$-ის მნიშვნელობას.

ნაშთი (Residual) – $Y - Y'$-ის მნიშვნელობა.

$SS_{\text{ნაშთი}}$ **(*SSResidual*)** – $\sum(Y - Y')^2$-ის მნიშვნელობა.

შეფასების სტანდარტული შეცდომა ($s_{Y.X}$) (Standard error of estimate) – $\sqrt{\frac{\sum(Y - Y')^2}{N_{\text{ცვლადი}} - 2}}$ გამოსახულების მნიშვნელობა.

მრავლობითი რეგრესია (Multiple regression) – Y ქულის მნიშვნელობების წინასწარმეტყველება X ცვლადის რამდენიმე მნიშვნელობის გამოყენებით.

თავი XV

არაპარამეტრული სტატისტიკური კრიტერიუმი (Nonparametric Statistical Tests) –სტატისტიკურ კრიტერიუმს ენოდება არაპარამეტრული, თუ ჰიპოთეზაში არ არის გამოთქმული ვარაუდი პოპულაციის პარამეტრის შესახებ.

ხი-კვადრატ კრიტერიუმი (Chi-square test) – სტატისტიკური კრიტერიუმი, რომელიც გამოიყენება სახელდების სკალის მონაცემების გასაანალიზებლად, როცა მოცემულია სხვადასხვა კატეგორიის შესაბამისი სიხშირეები.

დამოუკიდებლობის ხი-კვადრატ კრიტერიუმი (Chi-square test of independence) –ხი-კვადრატი, როცა მონაცემების კატეგორიზაცია ორი დამოუკიდებელი ნიშნის მიხედვით ხდება.

ნიშანთა შეუღლების ცხრილი (Contingency Table) – სტრიქონებიანი და სვეტებიანი ცხრილი, რომელშიც წარმოდგენილია ყოველი კატეგორიის სიხშირეები მოცემული სტრიქონისა და სვეტის ცვლადების გადაკვეთის შედეგად.

მარგინალური (შეჯამებული) სიხშირეები (Marginal Frequencies) –ნიშანთა შეუღლების ცხრილში სიხშირეების ჯამი სტრიქონის ან სვეტის მიხედვით.

მოსალოდნელი სიშირეები (Expected Frequencies) –ნიშანთა შეუღლების ცხრილიდან მიღებული სიხშირეები იმ დაშვების საფუძველზე, რომ ცხრილში წარმოდგენილი ორი განზომილება დამოუკიდებელია.

თანხმობის χ^2 კრიტერიუმი (Chi-square test of goodness of fit) –ხი-კვადრატი, როცა მონაცემების კატეგორიზაცია ხდება მხოლოდ ერთი განზომილების მიხედვით

მან-უიტნის *U* კრიტერიუმი (Mann-Whitney U test) –არაპარამეტრული კრიტერიუმი ცდის პირებს შორის სქემისათვის, როცა გამოყენებულია დამოუკიდებელი ცვლადის ორი დონე და მონაცემები, სულ მცირე, რიგის სკალაზეა.

უილკოქსონის ნიშნიანი რანგების კრიტერიუმი (Wilcoxon signed-ranks test) –არაპარამეტრული კრიტერიუმი ცდის პირებს შორის სქემისათვის დამოუკიდებელი ცვლადის ორი დონით.

დანართი D
სტატისტიკური სიმბოლოები

A	A ფაქტორი, დამოუკიდებელი ცვლადი ექსპერიმენტში.
A_1, A_2, A_3	A ფაქტორის დონეები ერთფაქტორიან ან ორფაქტორიან სქემაში.
α	ალფა, პირველი გვარის შეცდომის ალბათობა.
A x B	A და B ფაქტორების ურთიერთქმედების აღნიშვნა ფაქტორულ სქემაში.
a	(1) A ფაქტორის დონეების რაოდენობა ან (2) წრფის განტოლების Y თანაკვეთა რეგრესიულ ანალიზში.
B	B ფაქტორი, მეორე დამოუკიდებელი ცვლადი ფაქტორულ სქემაში.
B_1, B_2, B_3	B ფაქტორის დონეები ფაქტორულ სქემაში.
b	(1) B ფაქტორის დონეების რაოდენობა ან (2) წრფის დახრილობა რეგრესიულ ანალიზში.
β	ბეტა, მეორე გვარის შეცდომის ალბათობა.
χ^2	ხი-კვადრატ სტატისტიკა.
$\chi^2_{\text{კრიტიკული}}$	χ^2-ის კრიტიკული მნიშვნელობა.
$\chi^2_{\text{რეალური}}$	მონაცემებიდან მიღებული χ^2-ის მნიშვნელობა.
CD	კრიტიკული სხვაობა მრავალჯერადი შედარების კრიტერიუმში.
CP_{XY}	X-ისა და Y-ის ჯვარედინი ნამრავლი კორელაციურ კვლევაში.
cum f ან *cf*	ქულის დაგროვილი სიხშირე.
cf_L	ქულების დაგროვილი სიხშირე ინტერვალის ქვედა რეალურ საზღვრამდე სიხშირეთა დაჯგუფებულ განაწილებაში.
cum rf ან *crf*	ქულის დაგროვილი ფარდობითი სიხშირე.
cum %f ან *c%f*	პროცენტებში გამოხატული ქულის დაგროვილი სიხშირის განაწილება.
D	(1) რანჟირებული ქულების წყვილის სხვაობა ინდივიდისათვის; გამოიყენება სპირმენის რანგული კორელაციის კოეფიციენტში, ან (2) ცდის პირთა შიდა სქემაში სხვაობა ცდის პირისაგან მიღებულ ორ ქულას შორის.
df	თავისუფლების ხარისხები. დისპერსიულ ანალიზში df-ს, ჩვეულებრივ, ინდექსები მოჰყვება, როგორიცაა df_A, df_B, df_{AxB}, $df_{\text{შეცდომა}}$ ან $df_{\text{სრული}}$, რათა მიუთითოს, ცვალებადობის რომელ წყაროს შეესაბამება თავისუფლების ეს ხარისხი.
η^2	ეტა კვადრატი.
E_{rc}	ქულის მოსალოდნელი სიხშირე ხი-კვადრატ კრიტერიუმის ნიშანთა შეუღლების ცხრილის r სტრიქონსა და c სვეტში.
f	ქულის სიხშირე.
f_i	ქულების სიხშირე ინტერვალში სიხშირეთა დაჯგუფებულ განაწილებაში.
F	F კრიტერიუმი დისპერსიულ ანალიზში.
$F_{\text{კრიტიკული}}$	F-ის კრიტიკული მნიშვნელობა.
$F_{\text{რეალური}}$	მონაცემებიდან მიღებული F-ის მნიშვნელობა.
H_0	ნულოვანი სტატისტიკური ჰიპოთეზა.
H_1	ალტერნატიული სტატისტიკური ჰიპოთეზა.
IQR	კვარტილთშორისი გაბნევის დიაპაზონი,
i	ინტერვალის კლასის ზომა ან სიგანე სიხშირეთა დაჯგუფებულ განაწილებაში.

M შერჩევის საშუალო. სიმბოლო გამოიყენება პუბლიკაციებში, რომლებიც მისდევენ *ამერიკის ფსიქოლოგთა ასოციაციის პუბლიკაციების სახელმძღვანელოს* (1994) სტილს.

Mdn მედიანა.

MS კვადრატების საშუალო, დისპერსიის შეფასება დისპერსიულ ანალიზში. გადახრების კვადრატების საშუალოებს, როგორც წესი, მოჰყვება ინდექსები, როგორიცაა MS_A, MS_B, MS_{AxB} ან $MS_{შეცდომა}$, რათა აღინიშნოს, ცვალებადობის რომელ წყაროს ასახავენ ისინი.

MSE შეცდომების კვადრატების საშუალო. ეს სიმბოლო გამოიყენება დისპერსიულ ანალიზში $MS_{შეცდომის}$ აღსანიშნავად ისეთ პუბლიკაციებში, რომლებიც მისდევენ *ამერიკის ფსიქოლოგთა ასოციაციის პუბლიკაციების სახელმძღვანელოს* (1994) სტილს.

μ მიუ, პოპულაციის საშუალო.

$\mu_{\bar{X}}$ საშუალოს თეორიული შერჩევითი განაწილების საშუალო.

N შერჩევაში ქულების სრული რაოდენობა, ან ექსპერიმენტში ქულების სრული რაოდენობა.

$N_{წყვილები}$ ქულათა წყვილების რაოდენობა.

n ქულების რაოდენობა შერჩევის ქვეჯგუფში.

n_A ქულების რაოდენობა ერთი დონისათვის ერთფაქტორიან სქემაში.

n_{AB} ორფაქტორიანი სქემის უჯრედში ქულების რაოდენობა.

O_{ic} ხი-კვადრატ კრიტერიუმის ნიშანთა შეუღლების ცხრილში ქულის რეალური სიხშირე r სტრიქონსა და c სვეტში.

$\%f$ ქულის სიხშირე პროცენტებში.

P წილადით გამოხატული პროცენტი. გამოიყენება პროცენტილის მისაღებად.

P_x X-ის ქულის პროცენტილური რანგი.

p ალბათობა.

q ტუკის HSD კრიტერიუმში გამოყენებული სტუდენტის რანგობრივი სტატისტიკა.

r პირსონის კორელაციის კოეფიციენტი შერჩევისათვის.

$r_{კრიტიკული}$ პირსონის კორელაციის კოეფიციენტის კრიტიკული მნიშვნელობა.

$r_{ტაბულური}$ X და Y ცვლადებს შორის პირსონის კორელაციის კოეფიციენტის მიღებული მნიშვნელობა.

rf ქულის ფარდობითი სიხშირე.

ρ რო, პოპულაციის კორელაციის კოეფიციენტი.

ρ_S პოპულაციის სპირმენის რანგული კორელაციის კოეფიციენტი.

r_S სპირმენის რანგული კორელაციის კოეფიციენტი.

r^2 დეტერმინაციის კოეფიციენტი.

σ სიგმა, პოპულაციის სტანდარტული გადახრა.

σ^2 პოპულაციის დისპერსია.

$\sigma_{\bar{X}}$ პოპულაციის საშუალოს სტანდარტული შეცდომა.

$\sigma_{\bar{X}A1-\bar{X}A2}$ საშუალოებს შორის სხვაობის სტანდარტული შეცდომა.

$\sum_{i=1}^{N}$ i=1-დან N-მდე შეჯამების აღნიშვნა.

S შერჩევის სტანდარტული გადახრა.

s პოპულაციის სტანდარტული გადახრის შეფასება.

SD სტანდარტული გადახრა. სიმბოლო გამოიყენება პუბლიკაციებში, რომლებიც მისდევენ *ამერიკის ფსიქოლოგთა ასოციაციის პუბლიკაციების სახელმძღვანელოს* (1994) სტილს.

S^2 შერჩევის დისპერსია.

s^2 პოპულაციის დისპერსიის შეფასება.

$s^2_{კომბინირებული}$ პოპულაციის ორ საშუალოს შორის კომბინირებული დისპერსიის შეფასება.

$s_{\bar{X}}$ საშუალოს სტანდარტული შეცდომის შეფასება.

SE საშუალოს სტანდარტული შეცდომა. სიმბოლო გამოიყენება პუბლიკაციებში, რომლებიც მისდევენ *ამერიკის ფსიქოლოგთა ასოციაციის პუბლიკაციების სახელმძღვანელოს* (1994) სტილს.

$s_{\bar{X}A1-\bar{X}A2}$ საშუალოებს შორის სხვაობის სტანდარტული შეცდომის შეფასება.

$s_{X \cdot Y}$ სტანდარტული შეცდომის შეფასება X-დან Y-ის ნინასწარმეტყველებისას.

$SIQR$ სემიკვარტილთშორისი გაბნეუის დიაპაზონი.

$\sum R$ რანგების ჯამი.

SS კვადრატების ჯამი. დისპერსიულ ანალიზში SS-ს, ჩვეულებრივ, მოჰყვება ინდექსები, როგორიცაა SS_A, SS_B, SS_{AxB}, $SS_{შეცდომა}$ და $SS_{სრული}$ რათა აღინიშნოს, ცვალებადობის რომელ წყაროს ასახავს ის.

$SS_{ნაშთი}$ $\sum (Y - Y')^2$ მნიშვნელობა.

SS_X კორელაციაში X ცვლადის კვადრატების ჯამი.

SS_Y კორელაციაში Y ცვლადის კვადრატების ჯამი.

t t სტატისტიკა t კრიტერიუმში.

$t_{კრიტიკული}$ t-ს კრიტიკული მნიშვნელობა.

$t_{დამოუკიდებელი}$ დამოუკიდებელი ჯგუფების t კრიტერიუმისათვის მიღებული t სტატისტიკა.

$t_{რეალური}$ მონაცემებიდან მიღებული t-ს მნიშვნელობა.

$t_{დამოკიდებული}$ დამოკიდებული ჯგუფების t კრიტერიუმისათვის მიღებული t სტატისტიკა.

T უილკოქსონის T კრიტერიუმი.

$T_{კრიტიკული}$ T-ს კრიტიკული მნიშვნელობა.

$T_{რეალური}$ მონაცემებიდან მიღებული T-ს მნიშვნელობა.

U მან-უიტნის U კრიტერიუმი.

$U_{კრიტიკული}$ U-ს კრიტიკული მნიშვნელობა.

$U_{რეალური}$ მონაცემებიდან მიღებული U-ს უფრო მცირე მნიშვნელობა.

X ცდის პირის ქულა იმ ცვლადის მიხედვით, რომელიც განსაზღვრულია, როგორც X ცვლადი. გამოყენებული სქემის მიხედვით, ქულა შეიძლება აღნიშნული იყოს X_i, X_{ij} ან X_{ijk}.

$X_{მაქსიმალური}$ ყველაზე დიდი ქულა ქულათა განაწილებაში.

$X_{მინიმალური}$ ყველაზე მცირე ქულა ქულათა განაწილებაში.

X_L სიხშირეთა განაწილებაში იმ ინტერვალის დაბალი რეალური საზღვარი, რომელიც შეიცავს X ქულას.

X_P განაწილებაში P პროცენტის წერტილზე მდებარე ქულა.

X_{25} ქულა, რომელიც შეესაბამება განაწილების 25-ე პროცენტილს.

X_{50} ქულა, რომელიც შეესაბამება განაწილების მედიანას.

X_{75} ქულა, რომელიც შეესაბამება განაწილების 75-ე პროცენტილს.

$\overline{X}$ შერჩევის საშუალო.

$\overline{X}_{A1}$, $\overline{X}_{A2}$, $\overline{X}_{A3}$ A ფაქტორის დონეების მთავარი ეფექტები.

$\overline{X}_{B1}$, $\overline{X}_{B2}$, $\overline{X}_{B3}$ B ფაქტორის დონეების მთავარი ეფექტები.

$\overline{X}_{AB}$ უჯრედის საშუალო ორფაქტორიან სქემაში.

$\overline{X}_G$ სრული საშუალო.

$\overline{X}_S$ ცდის პირის საშუალო ცდის პირთა შიდა სქემაში.

$\overline{X}_{\overline{X}}$ საშუალოების ემპირიული შერჩევითი განაწილების საშუალო.

$\overline{X}_{\overline{X}A1-\overline{X}A2}$ საშუალოებს შორის სხვაობის ემპირიული შერჩევითი განაწილების საშუალო.

Y ცდის პირის ქულა იმ ცვლადის მიხედვით, რომელიც განსაზღვრულია, როგორც Y ცვლადი.

$\overline{Y}$ შერჩევის საშუალო ქულებისათვის, რომლებიც განსაზღვრულია, როგორც Y ცვლადი.

Y' Y-ის ნაწინასწარმეტყველები მნიშვნელობა წრფივ რეგრესიულ ანალიზში.

z z გარდაქმნის გამოყენებით მიღებული ქულის მნიშვნელობა.

დანართი E
ამოცანების პასუხები

აქ მოცემულია სექციებში "შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა" და "კითხვები" მოყვანილი ამოცანების ამოხსნების უმეტესობა. ფორმულებისა და ახსნებისათვის იხილეთ შესაბამისი სექციები ტექსტში.

თავი I

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა I.1

2. **ბ.** შერჩევის სტატისტიკის საფუძველზე (52%) პოპულაციის პარამეტრის (52%) შესახებ.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა I.2

2. ა. მოცემული უკუკავშირის ტიპი.
   ბ. ფეხების მუხლებში მოხრის ხანგრძლივობა.
   გ. კელევა მოიცავდა ორი ეკვივალენტური ჯგუფის შექმნას ცდის პირთა შორის სქემით და დამოუკიდებელი ცვლადის მანიპულირებას.
   დ. იმისათვის, რომ განისაზღვროს, შემთხვევითზე მეტია თუარა ფეხების მოხრის ხანგრძლივობების გასხვავება.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა I.3

2. ა. იმის დადგენა, არის თუ არა კავშირში პარანორმალური მოვლენების რწმენა და არჩეული სამეცნიერო კურსების რაოდენობა.
   ბ. პარანორმალური მოვლენების რწმენა; არჩეული სამეცნიერო კურსების რაოდენობა.

კითხვები

3. ა. კორელაცია და რეგრესია.
   გ. მრისხანების დონე, სისხლის წნევა.
4. ა. აღწერა და სტატისტიკური ჰიპოთეზების შემოწმება.
   ბ. ბავშვისათვის დანიშნული მკურნალობის ტიპი.
   გ. ბავშვის სხეულის ტემპერატურა.
5. ა. აღწერა.
   ბ. პროცენტი.
6. ა. ნედლი მონაცემები.
   ბ. დასკვნა.
   გ. სტატისტიკა.
   დ. ნედლი მონაცემები.
   ე. დასკვნა.
   ვ. სტატისტიკა.

თავი II

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა II.1

2. ა. გამოკითხვა.
   ბ. ექსპერიმენტი.
   გ. საარქივო ჩანაწერები.
   დ. ბუნებრიეი დაკვირვება.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა II.2

3. ადამიანები ნანილდებიან იმაეე კატეგორიაში, თუმცა მათ არ აქვთ გაზომვის ქვეშ მყოფი ცვლადის იგივე რაოდენობა.
5. ბ. არა.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა II.3

2. ა. დიახ, ეს ინტერვალების სკალაა.
   ბ. არა.
   გ. არა.
3. ა. დიახ, ეს შეფარდების სკალაა.
   ბ. კი.
   გ. კი.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა II.4

2. ა. უწყვეტი.
   ბ. უწყვეტი.
   გ. წყვეტილი.
   დ. უწყვეტი.
   ე. უწყვეტი.
   ვ. წყეეტილი.
   ზ. წყვეტილი.
   თ. წყვეტილი.
3. ა. 152.35-დან 152.45-ის ჩათვლით სმ.
   ბ. 17.25-დან 17.35-ის ჩათვლით წმ.
   გ. 3.5-დან 4.5-ის ჩათვლით.
   დ. 0.4365-დან 0.4375 ის ჩათვლით წმ.
   ე. 6.85-დან 6.95-ის ჩათვლით მმ.
   ვ. 67.805-დან 67.815-ის ჩათვლით გირვანქა.
4. ა. 27.44.
   ბ. 119.028.
   გ. 1.44.
   დ. 1263.7592.
   ე. 0.35.
   ვ. 13.27.

კითხვები

1. ა. გამოკითხვა.
   ბ. საარქივო ჩანაწერები.
   გ. ექსპერიმენტი.
   დ. ბუნებრივი დაკვირვება.
3. ა. პროფესიულ მილწევაზე ორიენტაცია.
   ბ. რიგის.
4. ა. სხეულის წონა.
   ბ. შეფარდების.
   გ. 134.55-დან 134.65-ის ჩათვლით გირვანქა.
   დ. 127.6 ან 127.65 გირვანქა, შეთანხმების თანახმად.
5. ა. ემოციური სტაბილობა.
   ბ. შეფასების სკალა: რიგისა და ინტერვალების სკალებს შორის.
   გ. 7.5-დან 8.5-ის ჩათვლით.
   დ. არა, ის უნდა დამრგვალდეს 5.8-მდე ან 5.83-მდე, შეთანხმების თანახმად.

6. ა. შეფარდების.
   ბ. 96.5-დან 97.5-ის ჩათვლით წუთი.
   გ. 82.7 ან 82.67 წუთი, შეთანხმების თანახმად.
7. რიგის.
8. სახელდების.
9. ა. წყვეტილი.
   ბ. უწყვეტი.
   გ. წყვეტილი.
   დ. უწყვეტი.
10. ა. 141.25-დან 141.35-ის ჩათვლით გირვანქა.
    ბ. 33.5-დან 34.5-ის ჩათვლით წთ.
    გ. 175.55-დან 175.65-ის ჩათვლით იარდი.
    დ. 98.15-დან 98.25-ის ჩათვლით გრადუსი ფარენგეიტით.
    ე. 108.5-დან 109.5-ის ჩათვლით მმ ვერცხლისწყალი.
11. ა. 42.26.
    ბ. 1.16.
    გ. 163.65.
    დ. 27.43.
    ე. 13.90.
    ვ. 24.62.
    ზ. 19.28.
13. ა. რიგის.
    ბ. შეფარდების.

თავი III

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა III.1

2. ა.

ქულა	თვლის შედეგი	*f*	*rf*	%*f*
19	/	1	.05	5
18		0	.00	0
17		0	.00	0
16		0	.00	0
15	/	1	.05	5
14	/	1	.05	5
13	/	1	.05	5
12	/	1	.05	5
11	/	1	.05	5
10	/	1	.05	5
9	//	2	.10	10
8	////	4	.20	20
7		0	.00	0
6	//	2	.10	10
5	//	2	.10	10
4	//	2	.10	10
3	/	1	.05	5
2		0	.00	0

   ბ. მინიმალური = 3; მაქსიმალური = 19.
   გ. 8.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა III.2

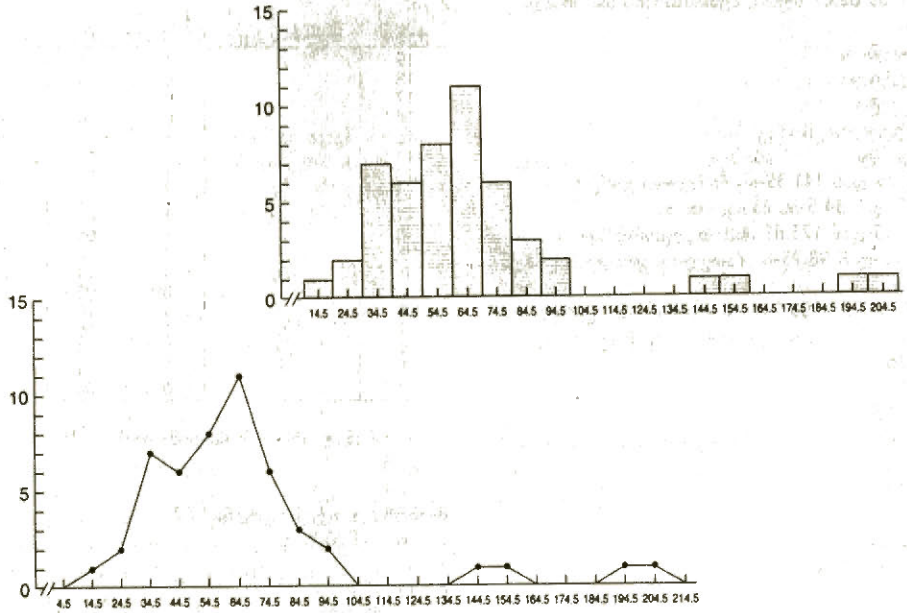
2. 10-დან 20-მდე.
3. 5.
4. 11.
6. ა. 123, 125.
   ბ. 129, 131.
   გ. 122.5, 125.5.
   დ. 128.5-დან 131.5-მდე.
   ე. 121.
   ვ. 3.
7. ა. i = 10.

ინტერვალი	რეალური საზღვრები		ინტერვალის შუანერტილი	თვლის შედეგი	*f*	*rf*	%*f*	*cf*	*crf*	*c*%*f*
	ზედა	ქვედა								
200-209	199.5	209.5	204.5	/	1	.02	2	50	1.00	100
190-199	189.5	199.5	194.5	/	1	.02	2	49	.98	98
180-189	179.5	189.5	184.5		0	.00	0	48	.96	96
170-179	169.5	179.5	174.5		0	.00	0	48	.96	96
160-169	159.5	169.5	164.5		0	.00	0	48	.96	96
150-159	149.5	159.5	154.5	/	1	.02	2	48	.96	96
140-149	139.5	149.5	144.5	/	1	.02	2	47	.94	94
130-139	129.5	139.5	134.5		0	.00	0	46	.92	92
120-129	119.5	129.5	124.5		0	.00	0	46	.92	92
110-119	109.5	119.5	114.5		0	.00	0	46	.92	92
100-109	99.5	109.5	104.5		0	.00	0	46	.92	92
90-99	89.5	99.5	94.5	//	2	.04	4	46	.92	92
80-89	79.5	89.5	84.5	///	3	.06	6	44	.88	88
70-79	69.5	79.5	74.5	//////	6	.12	12	41	.82	82
60-69	59.5	69.5	64.5	//////////	11	.22	22	35	.70	70
50-59	49.5	59.5	54.5	////////	8	.16	16	24	.48	48
40-49	39.5	49.5	44.5	//////	6	.12	12	16	.32	32
30-39	29.5	39.5	34.5	///////	7	.14	14	10	.20	20
20-29	19.5	29.5	24.5	//	2	.04	4	3	.06	6
10-19	9.5	19.5	14.5	/	1	.02	2	1	.02	2

   ბ. დისტანციების უმეტესობა იყო 99 მეტრი ან ნაკლები. ყველაზე ხშირი იყო დისტანცია 60-დან 69 მეტრამდე. არც ერთი დისტანცია არ იყო 10 მეტრზე ნაკლები ან 209 მეტრზე მეტი.
   გ. $P_{68} = 67$.
   დ. $\bar{X}_{50} = 60.4$ მეტრს.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა III.3

2. ა) დაფიქსირებული მანძილი (მეტრებში)



ბ. განაწილებები იგივეა, რაც სურათებზე, იმ გამონაკლისით, რომ ფარდობითი სიხშირეები ორდინატაზეა ასახული.

გ. დისტანციების უმეტესობა ნაკლებია, ვიდრე 104.5 მეტრი. ყველაზე ხშირი იყო დისტანცია ინტერვალში, რომლის შუაწერტილია 64.5 მეტრი. არც ერთი დისტანცია არ იყო 9.5 მეტრზე ნაკლები ან 209.5 მეტრზე მეტი.

3.

ღერო	ფოთოლი
20	5
19	0
18	
17	
16	
15	4
14	0
13	
12	
11	
10	
9	11
8	133
7	022256
6	11234666778
5	04456789
4	237899
3	1377889
2	59
1	8

ა. 18 მეტრი.

ბ. 205 მეტრი.

გ. 66 და 72 მეტრი.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა III.4

2. ა. სიმეტრიული, უნიმოდალური.

ბ. ასიმეტრიული, დადებითად ასიმეტრიული, უნიმოდალური.

გ. ასიმეტრიული, დადებითად ასიმეტრიული, ბიმოდალური.

დ. ასიმეტრიული, უარყოფითად ასიმეტრიული, უნიმოდალური.

კითხვები

1. ა. ინტერვალის ზომა = 20; ინტერვალების იწყება დადგენილი საზღვრიდან 220, პირველი შუაწერტილი 229.5; ბოლო ინტერვალის ზედა დადგენილი საზღვარი = 499.

ბ. 400-დან 419-ის ჩათვლით; შუაწერტილი = 409.5; არა, ის უფრო მოკლეა.

გ. მნიშვნელობა იქნება ინტერვალში 340-დან 359-ის ჩათვლით.

დ. $X_{50} = 356.2$.

ე. $P_{431} = 89$.

2. ა. ინტერვალის ზომა = 5; ინტერვალების იწყება დადგენილი საზღვრიდან 0, პირველი შუაწერტილი 2.0; ბოლო ინტერვალის ზედა დადგენილი საზღვარი = 64.

ბ. 0-დან 4-ის ჩათვლით.

გ. $X_{50} = 6.2$.

დ. $P_{24} = 86$.

ე.

ღერო	ფოთოლი
*	
6.	3
*	8
5.	1
*	67
4.	
*	7
3.	
*	66
2.	114
*	5778
1.	0124
*	5555566666678899
0.	00000000111122333344444

მინიმალური ქულა = 0, მაქსიმალური ქულა = 63. ყველაზე ხშირი ქულა = 0.

4. ა.

გაცდენილი დღეების რაოდენობა	დაჯილდოების პოლიტიკის მქონე სკოლა	დაჯილდოების პოლიტიკის არმქონე სკოლა
25-ზე მეტი	.02	.03
24-25	.00	.03
22-23	.02	.005
20-21	.00	.04
18-19	.01	.00
16-17	.00	.02
14-15	.02	.11
12-13	.00	.05
10-11	.03	.09
8-9	.08	.10
6-7	.04	.015
4-5	.13	.07
2-3	.23	.17
0-1	.42	.27
ბ. X_{50} =	2.2	5.2
გ. P_{24} =	68	46

დ. დაჯილდოების პოლიტიკის მქონე სკოლის შემთხვევაში მოსწავლეების 78% აცდენს 5 დღეს ან ნაკლებს, სადაც გაცდენის მედიანაა 2.2 დღე. დაჯილდოების პოლიტიკის არმქონე სკოლის შემთხვევაში მოსწავლეების მხოლოდ 51% აცდენს 5 დღეს ან ნაკლებს, ხოლო გაცდენის მედიანა 5.2 დღეა.

5. ბ. მინიმალური ქულა = 5; მაქსიმალური ქულა = 29.
გ. 20.

6. ა. i = 30. ბ. 209.5; 239,5. გ. 224.5.
ე. 340 წუთი. ვ. P_{264} = 53.

7. ა. 40. გ. P_{78} = 59. დ.79.3 წუთი.

თავი IV

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა IV.1

3. ა. 49. ბ. უნიმოდალური.
4. ა. 27. ბ. უნიმოდალური.
5. ა. 24,27,49. ბ. მულტიმოდალური.
7. 46.
8. 42.
9. 46.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა IV.2

2. ა. $\overline{X}$ = 88.0. გ. 262.
3. ა. 41.7. ბ. 39.5. გ. 37.7.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა IV.3

1. ა. მედიანა. ბ. საშუალო. გ. მოდა. დ. საშუალო.
2. იგივე, რაც მედიანა.
3. დადებითად ასიმეტრიული.

კითხვები

1. შესაძლებელია უარყოფითად ასიმეტრიული, რადგან საშუალო მედიანაზე ნაკლებია.
2. დადებითად ასიმეტრიული, რადგან საშუალო საგრძნობლად მეტია მედიანაზე.
3. დადებითად ასიმეტრიული, რადგან საშუალო საგრძნობლად მეტია მედიანაზე.
4. *ჯგუფი 1*

   ბ. მოდა = 38. *Mdn* = 38. $\overline{X}$ = 38.6.

   გ. დაახლოებით სიმეტრიული; ცენტრალური ტენდენციის ყველა საზომი დაახლოებით ერთნაირია.

   ჯგუფი 2

   ბ. მოდა = 28. *Mdn* = 29. $\overline{X}$ = 33.5.

   გ. დადებითად ასიმეტრიული; საშუალო მედიანაზე მეტია.

   ჯგუფი 3

   ბ. მოდა = 52. *Mdn* = 50. $\overline{X}$ = 46.7.

   გ. უარყოფითად ასიმეტრიული; საშუალო მედიანაზე ნაკლებია.

   ჯგუფი 4

   ბ. მოდა = ბიმოდალური, 26, 52. *Mdn* = 40. $\overline{X}$ = 38.6.

   გ. დაახლოებით სიმეტრიული; ბიმოდალური.

   დ. რადგან განაწილება ბიმოდალურია, არც მედიანა და არც $\overline{X}$ არ წარადგენს კარგად ცდის პირის ტიპურ ქულას.

5.

	$\overline{X}$	მედიანა	მოდა	
რობერტო	64	65	90	მოდა
დიმიტრი	58	65	არ არის	მედიანა
კარენი	71	67	56	საშუალო

6. ა. როგორც ჩანს, ზოგიერთმა ცდის პირმა ალკოჰოლის მიღების ძალიან მაღალი რაოდენობა მიუთითა კვირაში, რამაც განაპირობა დადებითად ასიმეტრიული განაწილება.

   ბ. კვირაში ალკოჰოლის დალევის რაოდენობის მედიანა.

7. ა. მოდა ან მედიანა.

   ბ. მოდა = 793. *Mdn* = 832.

თავი V

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა V.1

2. ა. დიაპაზონი = 44, *IQR* = 18, *SIQR* = 9.
3. ა. დიაპაზონი = 287 მილიწამი, *IQR* = 85 მილიწამი, *SIQR* = 42.5 მილიწამი.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა V.2

2. ა. და გ.

	კითხულობდნენ თვითონ	უკითხავდათ მასწავლებელი
$\overline{X}$	59.0	57.0
s	5.54	10.23
s^2	30.69	104.65

გ.ჯგუფში, რომელსაც მასწავლებელი უკითხავდა. დ. 10.23.

3. ა.

	მამრობითი	მდედრობითი
$\overline{X}$	15.55	7.05
s	7.41	2.59
s^2	54.91	6.71

ბ. მამრობითში.

გ. 7.41 წუთი.

დ. გოგონებისათვის; s ქალებისათვის ნაკლებია, ვიდრე მამაკაცებისათვის.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა V.3

1. ა. *Mdn*, *SIQR*.
   ბ. *Mdn*, *SIQR*.
   გ. $\overline{X}$, s.
   დ. *Mdn*, *SIQR*.
   ე. $\overline{X}$, s.
   ვ. *Mdn*, *SIQR*.
   ზ. *Mdn*, *SIQR*.

კითხვები

1. ა. *Mdn* = 50, $\overline{X}$ = 49.60, *IQR* = 10, s = 7.26.
   ბ. ორივე ერთნაირად კარგია.
2. ა. *Mdn* = 50, $\overline{X}$ = 49.45, *IQR* = 10, s = 11.56.
   ბ. ორივე ერთნაირად კარგია.
   გ. *IQR*-ზე არ ახდენს გავლენას ქულები განაწილების კუდებიდან.
3. ა. დიაპაზონი.
   ბ. *IQR*.
   გ. *SIQR*.
   დ. s^2.
   ე. s.
   ვ. *IQR*.
   ზ. დიაპაზონი.
   თ. S^2.
   ი. s^2.
   კ. S.
   ლ. s.
   მ. *SIQR*.
   ნ. σ.
   ო. σ^2.
4. ა. 15.4 ალკოჰოლის მიღება კვირაში.
   ბ. დიდ ცვალებადობაზე.
   გ. დიდი სტანდარტული გადახრები მიგვითითებს, რომ განაწილებები დადებითად იყო ასიმეტრიული. ზოგმა ცდის პირმა მოგვცა დალევის ძალიან დიდი რაოდენობა კვირაში და გაზარდა s-ის მნიშვნელობა. ეს შედეგი გვიჩვენებს, რომ მედიანა ამ ქულებისათვის ცენტრალური ტენდენციის უკეთესი საზომი იქნებოდა.
5. *IQR* და *SIQR*, რადგან ისინი არ მოითხოვენ მეცხრე პაციენტის ქულის რიცხვითი მნიშვნელობის ცოდნას.

თავი VI

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა VI.1

4. ა. .3413.
   ბ. .4772.
   გ. .4987.
   დ. .3413.
   ე. .4772.
   ვ. .4987.
   ზ. .8400.
   თ. .9544.
   ი. .9974.
   კ. .1359.
   ლ. .1574.
   მ. .0215.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა VI.2

2.

	z	ფართობი 0-დან z-მდე	ფართობი z-ის ზემოთ
ა.	+1.90	.4713	.0287
ბ.	-0.52	.1985	..3015
გ.	+0.77	.2794	.2206
დ.	-1.83	.4664	.0336
ე.	+1.75	.4599	.0401
ვ.	-1.26	.3962	.1038

3. ა. .0401.
   ბ. .1465.
   გ. .3345.
   დ. დაახლოებით 58.8-დან 85.2-მდე, როდესაც z = + ან -1.65.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა VI.3

3. .0014.
4.

	z	p
ა.	+1.90	.0287
ბ.	-0.52	..3015
გ.	+0.77	.2206
დ.	-1.83	.0336
ე.	+1.75	.0401
ვ.	-1.26	.1038

5. ა. .0668.
   ბ. .1865.
   გ. .2426.

კითხვები

3. ა. .1587.
   ბ. .0228.
   გ. .0038.
   დ. .4082.
   ე. .4525.
   ვ. დაახლოებით 80.0-დან 119.2-მდე, როდესაც $z = +$ ან -1.28.
   ზ. .6568.
   თ. .0918.
   ი. .0475.
   კ. .0038.

4. ა. .016. ბ. .018.
5. ა. $p = .06$. ბ. $p = .08$. გ. $p = .54$.
6. ა. .0968. ბ. .0968. გ. .8064.
7. ა. .0668. ბ. .0401. გ. .9544.
   დ. .8664. ე. .2266. ვ. .3085.

8. ა.

	ვიდეოთამაშები	სემსტრული ნიშნების საშუალო
$\overline{X}$	8.0	2.7
S	5.86	0.87
ალექსი	-0.34	-0.23
ლელა	0.00	-0.80
ია	-1.37	+1.38
ლევანი	+1.19	+0.80
დავითი	-0.85	+0.46
ივანე	+1.37	-1.61

ბ. ლელა ჯგუფის საშუალოა ვიდეოთამაშებისათვის დახარჯული დროის მიხედვით.
გ. ია არის 1.38 სტანდარტული გადახრით მაღლა ჯგუფის სემესტრული ნიშნების საშუალოსთან შედარებით.
დ. ადამიანის სემესტრული ნიშნების საშუალო ჯგუფის საშუალოზე ქვემოთ არის.
ე. ადამიანის მიერ ვიდეოთამაშებზე დახარჯული დრო ჯგუფის საშუალოზე მაღალია.

9.

ლიტერატურა	ისტორია
$z = +0.83$	$z = +1.00$

ისტორიაში, რადგანაც თქვენი ქულა კლასის საშუალოზე მეტია ერთი სტანდარტული გადახრით.

10. ა. $p = .206$. ბ. $p = .045$.
11. ა. $p = .458$. ბ. $p = .267$.

თავი VII

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა VII.1

2.

	(ა) პროპორცია	(ბ) რაოდენობა
გენერალიზებული შფოთვითი აშლილობა	.27	27
აგორაფობია	.23	23
მარტივი ფობია	.19	19
პანიკური აშლილობა	.22	22
ობსესიურ-კომპულსიური	.09	9

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა VII.2

2. ძალმოსილი; უფრო ნაკლებად აფასებს.
3. ჩაუნაცვლებელი.
4. ძალმოსილი; ოდნავ ნაკლებად აფასებს.
7. ა. .6826. ბ. .1587. გ. .0228. დ. 0475. ე. .4525.
8. ა. 9, 6, 3 წამი, შესაბამისად.
   ბ. N-ის ზრდასთან ერთად მცირდება $s_{\overline{X}}$.
9. ა. $s = 10$, $s_{\overline{X}} = 2$.
   $s = 15$, $s_{\overline{X}} = 3$.
   $s = 20$, $s_{\overline{X}} = 4$.
   ბ. s-ის ზრდასთან ერთად ასევე იზრდება $s_{\overline{X}}$
10. პოპულაციიდან A_2, რადგანაც მას σ-ის უფრო დიდი მნიშვნელობა აქვს.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა VII.3

2. ა. 73.0.
   ბ. 69.1-დან 76.9-მდე.
   გ. 67.8-დან 78.2-მდე.
   დ. 73.0.
   ე. 71.0-დან 75.0-მდე.
   ვ. 70.4-დან 75.6-მდე.
   ზ. $\sigma_{\overline{X}}$-ის მნიშვნელობა მცირდება N-ის ზრდასთან ერთად.

კითხვები

1. ა. σ. ბ. μ. გ. σ^2. დ. $\sigma_{\overline{X}}$.
2. $N = 24$, რადგან $\overline{X}$ არის ძალმოსილი შეფასება.
3. სტრატიფიცირებული; ახსნისათვის იხილეთ ტექსტი.
5. ა. 9.0 სიგარეტი დღეში.
   ბ. 7.5-იდან 10.5-მდე სიგარეტი დღეში.
6. ა. 0.3. ბ. .0013. გ. .1587.
   დ. .9544.
8.

შერჩევა	ა	ბ	გ
ა	2.00	.1587	.3413
ბ	1.33	.0668	.4332
გ	1.00	.0228	.4772
დ	0.80	.0062	.5938
ე	0.40	<.0001	>.4999

თავი VIII

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა VIII.1

3. ა. $H_0 : \mu = 100.$

$H_1 : \mu \neq 100.$

ბ. $H_0 : \mu = 4.4.$ საათი.

$H_1 : \mu \neq 4.4.$ საათი.

გ. $H_0 : \mu = 423.0$ მილიწამი.

$H_1 : \mu \neq 423.0$ მილიწამი.

4.

	$z_{\text{რეალური}}$	
ა.	-2.13	ხვდება უარყოფის არეში; უარვყოფთ H_0; ვიღებთ H_1.
ბ.	-1.20	არ ხვდება უარყოფის არეში; არ უარვყოფთ H_0; არ ვიღებთ H_1.
გ.	+2.25	ხვდება უარყოფის არეში; უარვყოფთ H_0; ვიღებთ H_1.
დ.	+1.72	არ ხვდება უარყოფის არეში; არ უარვყოფთ H_0; არ ვიღებთ H_1.

5. ა. $z = \left(\overline{X} - \mu\right)\sigma_{\overline{X}}$

ბ. $H_0 : \mu = 100.$ $H_1 : \mu \neq 100.$

გ. $\alpha = .05.$

დ. $z_{\text{კრიტიკული}} = 1.96.$

ე. $z_{\text{რეალურის}}$ უფრო ექსტრემალური მნიშვნელობები, ვიდრე $z = -1.96$ ან $+1.96$.

ვ. $z_{\text{რეალური}} = +2.50.$

ზ. უარვყოფთ H_0; ვიღებთ H_1.

თ. შერჩევის საშუალო მნიშვნელოვნად განსხვავდება პოპულაციის საშუალოსაგან.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა VIII.2

3. ა. 7. ბ. 6. გ. 6.
4. ა. 9. ბ. 15. გ. 6. დ. 53. ე. 119. ვ. 29.
5. განაწილება 13 *df*-ით.
6. როდესაც $df = \infty$.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა VIII.3

1. ა. $H_0 : \mu = 493;$ $H_1 : \mu \neq 493.$

ბ. $H_0 : \mu = 36.1;$ $H_1 : \mu \neq 36.1$

გ. $H_0 : \mu = 100;$ $H_1 : \mu \neq 100.$

2. ა. 2.447. ბ. 2.898. გ. 2.069. დ. 2.042. ე. 2.042. ვ. 2.660. ზ. 2.000. თ. 1.980.

3.

ხვდება უარყოფის არეში		გადაწყვეტილება
ა.	კი	უარვყოფთ H_0 ვიღებთ H_1
ბ.	არა	ვერ უარვყოფთ H_0 ვერ ვიღებთ H_1
გ.	კი	უარვყოფთ H_0 ვიღებთ H_1
დ.	არა	ვერ უარვყოფთ H_0 ვერ ვიღებთ H_1
ე.	კი	უარვყოფთ H_0 ვიღებთ H_1
ვ.	კი	უარვყოფთ H_0 ვიღებთ H_1
ზ.	არა	ვერ უარვყოფთ H_0 ვერ ვიღებთ H_1
თ.	კი	უარეყოფთ H_0 ვიღებთ H_1
ი.	კი	უარვყოფთ H_0 ვიღებთ H_1
კ.	კი	უარვყოფთ H_0 ვიღებთ H_1
ლ.	კი	უარვყოფთ H_0 ვიღებთ H_1

5. ა. $t = \left(\overline{X} - \mu\right)/s_{\overline{X}}$

ბ. იხილეთ ტექსტი.

გ. $H_0 : \mu = 7.0;$ $H_1 : \mu \neq 7.0.$

დ. $\alpha = .05.$

ე. $t_{\text{კრიტიკული}}\,(10) = 2.228.$

ვ. $t_{\text{რეალურის}}$ უფრო ექსტრემალური მნიშვნელობები, ვიდრე -2.228 ან +2.228.

ზ. $t_{\text{რეალური}} = -4\ 979.$

თ. უარვყოფთ H_0; ვიღებთ H_1.

ი. შერჩევის საშუალო 5.8 წუთი მნიშვნელოვნად განსხვავდება პოპულაციის საშუალოსაგან — 7.0 წუთი.

6. ანგარიში 1

ა. 70.4 კგ.

ბ. 7.6 კგ.

გ. 1 ერთი შერჩევისათვის.

დ. $H_0 : \mu = 75$ კგ, $H_1 : \mu \neq 75$ კგ.

ე. 6.

ვ. -1.48.

ზ. 5.

თ. 2.571.

ი. ვერ უარვყოფთ H_0.
კ. ვერ ვიღებთ H_1.
ლ. შერჩევის საშუალო მნიშვნელოვნად არ განსხვავდება პოპულაციის საშუალოსაგან.

ანგარიში 2
ა. 10.4 დღე.
ბ. 2.3 დღე.
გ. t ერთი შერჩევისათვის.
დ. $H_0 : \mu = 8.7$ დღე; $H_1 : \mu \neq 8.7$ დღე.
ე. 25.
ვ. +3.70.
ზ. 24.
თ. 2.064.
ი. უარვყოფთ H_0.
კ. ვიღებთ H_1.
ლ. შერჩევის საშუალო მნიშვნელოვნად განსხვავდება პოპულაციის საშუალოსაგან; 10.4 დღე მნიშვნელოვნად უფრო გრძელი პერიოდია, ვიდრე ჰიპოთეტური საშუალო 8.7 დღე.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა VIII.4

2. ბ. $p = \alpha$
გ. პირველი გვარის შეცდომა ვერ მოხდება, თუ H_0 არ არის ჭეშმარიტი.
დ. არა.

4. 80.1-დან 113.9 წამამდე.

თავის მიმოხილვა

5. ა. უარვყოფთ H_0; ვიღებთ H_1.
ბ. ვერ უარვყოფთ H_0; ვერ ვიღებთ H_1.

7. ა. შერჩევის საშუალო მნიშვნელოვნად განსხვავდება პოპულაციის ჰიპოთეტური საშუალოსაგან.
ბ. შერჩევის საშუალო მნიშვნელოვნად არ განსხვავდება პოპულაციის ჰიპოთეტური საშუალოსაგან.

8. უარყოფის არე შედგება $z_{\text{რეალური}}$ უფრო უკიდურესი მნიშვნელობებისაგან, ვიდრე z = -2.58 ან +2.58.

$z_{\text{რეალური}}$	ხედება უარყოფის არეში	გადაწყვეტილება
+3.71	კი	უარვყოფთ H_0; ვიღებთ H_1.
-2.60	კი	უარვყოფთ H_0; ვიღებთ H_1.
+1.74	არა	ვერ უარვყოფთ H_0; ვერ ვიღებთ H_1.
-3.05	კი	უარვყოფთ H_0; ვიღებთ H_1.
-1.96	არა	ვერ უარვყოფთ H_0; ვერ ვიღებთ H_1.
+2.58	კი	უარვყოფთ H_0; ვიღებთ H_1.

9. $z_{\text{რეალური}}$ = -1.52; არამნიშვნელოვანი; ვერ უარვყოფთ H_0.
11. ა. შერჩევის საშუალო მნიშვნელოვნად განსხვავდება პოპულაციის ჰიპოთეტური საშუალოსაგან.
ბ. შერჩევის საშუალო მნიშვნელოვნად არ განსხვავდება პოპულაციის ჰიპოთეტური საშუალოსაგან.

	ხედება უარყოფის არეში	გადაწყვეტილება
ა.	კი	უარვყოფთ H_0 ვიღებთ H_1
ბ.	არა	ვერ უარვყოფთ H_0 ვერ ვიღებთ H_1
გ.	კი	უარვყოფთ H_0 ვიღებთ H_1
დ.	კი	უარვყოფთ H_0 ვიღებთ H_1
ე.	არა	ვერ უარვყოფთ H_0 ვერ ვიღებთ H_1
ვ.	არა	ვერ უარვყოფთ H_0 ვერ ვიღებთ H_1

13. ა. $t_{\text{რეალური}}(8)$ = -2.924; არამნიშვნელოვანი .05 დონეზე; უარვყოფთ H_0, ვიღებთ H_1.
გ. კი.
დ. არა.
ე. 6.81-დან 7.59-მდე საათი; μ = 7.7 არ ხედება ამ ინტერვალში.

14. ა. $t_{\text{რეალური}}(11)$ = +3.139; მნიშვნელოვანი .05 დონეზე; უარვყოფთ H_0, ვიღებთ H_1.
ბ. არა.

15. ა. პირველი გვარის შეცდომა.
ბ. მეორე გვარის შეცდომა.
გ. სწორი გადაწყვეტილება.
დ. სწორი გადაწყვეტილება.

თავი IX

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა IX.1

6. ა. დამატებითი ცვლადი = ასაკი; ჯგუფები სისტემატურად განსხვავდებიან საშუალო ასაკისა და ხმაურის პირობის მიხედვით.
ბ. დამატებითი ცვლადი = ექსპერიმენტატორის წახალისება; ჯგუფები სისტემატურად განსხვავდებიან წახალისებისა და ხმაურის პირობის მიხედვით.
გ. დამატებითი ცვლადი = გენდერი; ჯგუფები სისტემატურად განსხვავდებიან გენდერისა და ხმაურის პირობის მიხედვით.
დ. დამატებითი ცვლადი = კოლეჯში აღებული წამყვანი საგანი; ჯგუფები სისტემატურად განსხვავდებიან კოლეჯში აღებული წამყვანი საგნისა და ხმაურის პირობის მიხედვით.
ე. დამატებითი ცვლადი = დღის მონაკვეთი, როდესაც ექსპერიმენტი ჩატარდა; ჯგუფები სისტემატურად განსხვავდებიან დღის მონაკვეთისა და ხმაურის პირობის მიხედვით.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა IX.2

3. ა. 3.77. ბ. 3.56. გ. 3.81. დ. 2.25.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა IX.3
6.

შერჩევა	*df*	$t_{კრიტიკული}$	ხვდება უარყოფის არეში	გადაწყვეტილება
1.	18	2.101	კი	უარვყოფთ H_0 ვიღებთ H_1
2.	18	2.101	არა	ვერ უარვყოფთH_0 ვერ ვიღებთ H_1
3.	28	2.048	კი	უარვყოფთ H_0 ვიღებთ H_1
4.	28	2.048	კი	უარვყოფთ H_0 ვიღებთ H_1
5.	68	2.000	კი	უარვყოფთ H_0 ვიღებთ H_1
6.	33	2.042	არა	ვერ უარვყოფთH_0 ვერ ვიღებთ H_1
7.	127	1.980	კი	უარვყოფთ H_0 ვიღებთ H_1
8.	148	1.980	კი	უარვყოფთ H_0 ვიღებთ H_1

9. *ამოცანა № 1*
   ა. $H_0 : \mu_{A1} = \mu_{A2}$; $H_1 : \mu_{A1} \neq \mu_{A2}$.
   ბ. $t_{რეალური}$ (34) = -3.656.
   გ. 34.
   დ. 2.042.
   ე. $t_{რეალურის}$ უფრო უკიდურესი მნიშვნელობები, ვიდრე -2.042 ან +2.042.
   ვ. კი.
   ზ. უარვყოფთ H_0; ვიღებთ H_1.
   თ. განსხვავებული პოპულაციებიდან.
   ი. კი.
   კ. კი; საკონტროლო ჯგუფში სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი უფრო მოკლე დროის ინტერვალი გამოვლინდა, ვიდრე ექსპერიმენტულ ჯგუფში.

ამოცანა № 2
   ა. $H_0 : \mu_{A1} = \mu_{A2}$; $H_1 : \mu_{A1} \neq \mu_{A2}$.
   ბ. $t_{რეალური}$ (28) = -1.742.
   გ. 28.
   დ. 2.048.
   ე. $t_{რეალურის}$ უფრო უკიდურესი მნიშვნელობები, ვიდრე -2.048 ან +2.048.
   ვ. არა.
   ზ. ვერ უარვყოფთ H_0; ვერ ვიღებთ H_1.
   თ. არ არსებობს იმის თვალსაჩინოება, რომ ისინი ერთი და იმავე პოპულაციიდან არიან.
   ი. არა; არამნიშვნელოვანია.
   კ. არა; განსხვავება ჯგუფების საშუალოებს შორის უნდა განვიხილოთ, როგორც შემთხვევითი განსხვავება.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა IX.4
2. ა. ჯგუფი 2. ბ. ჯგუფი 2. გ. ჯგუფი 1.
3. მოსალოდნელია, რომ $n_{A1} = n_{A2} = 20$ ექნება უფრო მცირე $s_{\overline{X}_{A1}-\overline{X}_{A2}}$ და მიგვიყვანს უფრო მძლავრ სტატისტიკურ კრიტერიუმამდე.
4. ა. .42. ბ. .27. გ. .19. დ. .23. ე. .08.
7. *ანგარიში 1*
   ა. 2.
   ბ. 62.
   გ. 79.7; 73.0.
   დ. 8.57; 5.85.
   ე. 3.60.
   ვ. 2.000.
   ზ. უარვყოფთ H_0. H_1.
   თ. ვიღებთ H_1.
   ი. სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი.
   კ. ჩარევის ეფექტს.

ანგარიში 2
   ა. 2.
   ბ. 30.
   გ. 22.78; 24.33.
   დ. 5.23; 5.14.
   ე. —0.82.
   ვ. 2.048.
   ზ. ვერ უარვყოფთ H_0. H_1.
   თ. ვერ ვიღებთ H_1.
   ი. არამნიშვნელოვანი.
   კ. შერჩევის შეცდომას.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა IX.5
2. ა. $H_0 : \mu_{A1} = \mu_{A2}$; $H_1 : \mu_{A1} \neq \mu_{A2}$.
   ბ. $t_{რეალური}$ (10) = -3.148.
   გ. 10.
   დ. 2.228.
   ე. $t_{რეალურის}$ უფრო ექსტრემალური მნიშვნელობები, ვიდრე -2.228 ან +2.228.
   ვ. კი.
   ზ. უარვყოფთ H_0; ვიღებთ H_1. H_1.
   თ. განსხვავებული პოპულაციებიდან.
   ი. კი.
   კ. კი; საკონტროლო ჯგუფმა სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი რეაქციის დროით უპასუხა, განსხვავებით ექსპერიმენტული ჯგუფისაგან.
   ლ. .50.
   მ. - 41.8-დან - 7.2 მილიწამამდე.

კითხვები
1.

	ჯგუფი	
	უხმაურო	**ხმაურიანი**
$\overline{X}$	122.64	131.27
s	8.76	10.45

ა. $t_{რეალური}$ (20) = -2.099, p<.05. უხმაურო ჯგუფის საშუალო სისხლის წნევა მნიშვნელოვნად დაბალია, ვიდრე ხმაურიანი ჯგუფისა.
ბ. η^2 = .18; დამოკიდებული ცვლადის დისპერსიის 18%.

გ. 0.05-დან 17.21-მდე.

2.

	ჯგუფი	
	უხმაურო	ხმაურიანი
$\overline{X}$	113.09	115.27
s	4.55	6.48

$t_{\text{რეალური}}(20) = -0.913$, $p>.05$. ორი ჯგუფის საშუალო სისხლის წნევა მნიშვნელოვნად არ განსხვავდება ერთმანეთისაგან.

3.

	სქესი	
	მამრ.	მდედრ.
$\overline{X}$	17.77	18.59
s	4.99	5.32

$t_{\text{რეალური}}(28) = -0.429$, $p>.05$. მამაკაცები და ქალები მნიშვნელოვნად არ განსხვავდებიან შეფასებული განმარტოების მოთხოვნილების მიხედვით.

4. ა.

	ინსტრუქციის პირობა	
	ინსტრუქციამდე	ინსტრუქციის შემდეგ
$\overline{X}$	2.45	2.52
s	.604	.677

ბ. ალფას .05 დონითა და ორმხრივი კრიტერიუმით, ინსტრუქციამდე გაკეთებული შეფასებების საშუალო შეცდომა (M = 2.45 მმ, SD = .604 მმ) მნიშვნელოვნად არ განსხვავდებოდა ინსტრუქციის შემდეგ გაკეთებული შეფასებების საშუალო შეცდომისაგან (M = 2.52 მმ, SD = .677 მმ), $t(11) = -1.261$, $p > .05$.

5. ა. $t_{\text{რეალური}}(88) = +3.170$, $p<.01$. კონტროლის ლოკუსის საშუალო ქულა ნაშვილები ბავშვების მშობლების ჯგუფში მნიშვნელოვნად მაღალი იყო, ვიდრე ლოკუსის კონტროლის საშუალო ქულა ბიოლოგიური მშობლების ჯგუფში.
ბ. $\eta^2 = .10$
გ. 1.29-დან 5.69-მდე.

6. ა. $t_{\text{რეალური}}(5398) = -25.003$, $p<.001$; ორი ჯგუფის საშუალო ქულები მნიშვნელოვნად განსხვავდება. წესრიგის დამრღვევი სტუდენტების საშუალო ქულა მნიშვნელოვნად დაბალია, ვიდრე იმ სტუდენტებისა, რომლებიც წესრიგს არ არღვევდნენ.
ბ. $\eta^2 = .10$
გ. 0.47-დან 0.55-მდე.

7. $t_{\text{რეალური}}(32) = -0.818$, $p>.05$. არამნიშვნელოვანი t მიუთითებს, რომ ჯგუფის საშუალოები მნიშვნელოვნად არ განსხვავდება.05 დონეზე.

8. ა. $t_{\text{რეალური}}(24) = -3.744$, $p<.05$. იმ მოსაუბრის საშუალო სანდოობის რეიტინგი, რომელიც უშუალო ქცევას აელენს მნიშვნელოვნად მეტია, ვიდრე იმ მოსაუბრის რეიტინგი, რომელიც არ არის უშუალო ქცევის პირობაში.
ბ. $\eta^2 = .37$.
გ. -3.223-დან -0.931-მდე.

დ. ალფას .05 დონითა და ორმხრივი კრიტერიუმით, საშუალო სანდოობის რეიტინგი მოსაუბრისა, რომელიც უშუალო ქცევას ავლენს (M = 6.9, SD = 1.41), მნიშვნელოვნად მეტი იყო, ვიდრე იმ მოსაუბრის რეიტინგი, რომელიც არ არის უშუალო ქცევის პირობაში (M = 4.8, SD = 1.42), $t(24) = -1.261$, $p > .01$, $\eta^2 = .37$.

თავი X

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა X.1

6. $a = 4$, $n_A = 11$, $N = 44$.
11. 150.000.
12. 25.00.
13. 79.
14. 25.00.
15. 10.00.
16. $n_A = 3$, $df_{\text{შეცდომა}} = 40$, $df_{\text{სრული}} = 43$.
17.

წყარო	SS	df	MS	F
A ფაქტორი	24.00	1	24.00	6.00
შეცდომა	16.00	4	4.00	
სულ	40.00	5		

18.

წყარო	SS	df	MS	F
A ფაქტორი	42.00	2	21.00	5.25
შეცდომა	24.00	6	4.00	
სულ	66.00	8		

19. *ცხრილი № 1*

წყარო	SS	df	MS	F
A ფაქტორი	50.00	1	50.00	5.00
შეცდომა	260.00	26	10.00	
სულ	310.00	27		

ა. 2. ბ. 14. გ. 28.

ცხრილი № 2

წყარო	SS	df	MS	F
A ფაქტორი	18.00	3	6.00	3.00
შეცდომა	152.00	76	2.00	
სულ	170.00	79		

ა. 4. ბ. 20. გ. 80.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა X.2

6. დაახლოებით 1.00.
7. ის 1.00-ზე მეტი ხდება.
8. ა. $H_0: \mu_{A1} = \mu_{A2}$.
H_1: μ_A-ები არ არის ტოლი.
ბ. $H_0: \mu_{A1} = \mu_{A2} = \mu_{A3} = \mu_{A4}$.
H_1: ყველა μ_A არ არის ერთმანეთის ტოლი.
გ. $H_0: \mu_{A1} = \mu_{A2} = \mu_{A3} = \mu_{A4} = \mu_{A5} = \mu_{A6}$.
H_1: ყველა μ_A არ არის ერთმანეთის ტოლი.

9. დამოუკიდებელ ცვლადს არ აქვს ეფექტი.
10. დამოუკიდებელ ცვლადს აქვს ეფექტი.
11. ნული.
12. ზედა საზღვარი არ არის.
13.

ექსპერიმენტი	$F_{კრიტიკული}$	ხვდება უარყოფის არეში	გადაწყვეტილება
1.	4.96	კი	უარვყოფთ H_0 ვიღებთ H_1
2.	3.40	არა	ვერ უარეყოფთ H_0 ვერ ვიღებთ H_1
3.	4.26	კი	უარვყოფთ H_0 ვიღებთ H_1
4.	3.15	კი	უარეყოფთ H_0 ვიღებთ H_1
5.	3.88	კი	ვერ უარვყოფთ H_0 ვერ ვიღებთ H_1
6.	3.68	არა	ვერ უარვყოფთ H_0 ვერ ვიღებთ H_1
7.	2.61	არა	ვერ უარვყოფთ H_0 ვერ ვიღებთ H_1
8.	3.10	არა	ვერ უარვყოფთ H_0 ვერ ვიღებთ H_1
9.	2.25	კი	უარვყოფთ H_0 ვიღებთ H_1
10.	2.53	არა	ვერ უარვყოფთ H_0 ვერ ვიღებთ H_1

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა X.3

1.

	ჯგუფი	
	საკონტროლო	ექსპერიმენტული
$\overline{X}$	7.09	8.82
s	1.30	1.47

ა. $H_0 : \mu_{A1} = \mu_{A2}$.
H_1: μ_A-ები არ არის ტოლი.
ბ. $F_{რელური}(1,20) = 8.51$.
გ. $df = 1$, $df_{შეცდომა} = 20$.
დ. $F_{კრიტიკული}(1,20) = 4.35$.
ე. $F_{რელური}$ მნიშვნელობები ≥ 4.35.
ვ. კი.
ზ. უარვყოფთ H_0, ვიღებთ H_1.
თ. განსხვავებული პოპულაციებიდან.
ი. კი.
კ. ისინი განსხვავდება; საკონტროლო ჯგუფმა უფრო მოკლე დროის ინტერვალი გვიჩვენა.
ლ. არა, რადგანაც იცვლებოდა დამოუკიდებელი ცვლადის მხოლოდ ორი დონე.
მ. $\eta^2 = .30$
ნ. 30 პროცენტი.

2.

	კლასი		
	მეორე	მეოთხე	მეექვსე
$\overline{X}$	565.80	530.60	501.00
s	32.410	29.99	24.42

ა. $H_0 : \mu_{A1} = \mu_{A2} = \mu_{A3}$.
H_1 : ყველა μ_A არ არის ერთმანეთის ტოლი.
ბ. $F_{რელური}(2, 39) = 17.76$.
გ. $df = 2$, $df_{შეცდომა} = 39$.
დ. $F_{კრიტიკული}(2, 39) = 3.32$. (კრიტიკული მნიშვნელობა 2, 30 *df*-ისათვის)
ე. $F_{რელური}$ მნიშვნელობები, რომლების მეტია ან ტოლი 3.32.
ვ. კი.
ზ. უარვყოფთ H_0; ვიღებთ H_1.
თ. საშუალოებს შორის არის სულ მცირე ერთი მნიშვნელოვანი სხვაობა.
ი. კი, რადგანაც $F_{რელური}$ სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია და ექსპერიმენტში შედარდება სამი საშუალო.
კ. $CD = 26.86$.
ლ. თითოეული ჯგუფი მნიშვნელოვნად განსხვავდება ყველა სხვა ჯგუფისაგან.
მ. ძილის ყველაზე გრძელი პერიოდი აქვთ მეორეკლასელებს, მეოთხეკლასელებს – ნაკლები, მეექვსეკლასელებს – ყველაზე მცირე.
ნ. $\eta^2 = .48$.
ო. 48 პროცენტი.

3.1.ა. 2.
ბ. 62.
გ. 14.15.
დ. 4.00
ე. უარვყოფთ H_0.
ვ. ვიღებთ H_1.
ზ. კი.
თ. ნაცნობი და უცნობი ლექსის ჯგუფების საშუალოები.

3.2. ა. 4.
ბ. 40.
გ. 1.13.
დ. 2.92.
ე. ვერ უარვყოფთ H_0.
ვ. ვერ ვიღებთ H_1.
ზ. არა.
თ საშუალოებს შორის არ არის მნიშვნელოვანი განსხვავება.

3.3ა. 3.
ბ. 39.
გ. 33.94.
დ. 3.32.
ე. უარვყოფთ H_0.
ვ. ვიღებთ H_1.
ზ. კი.
თ. ტუკის *CD* გვიჩვენებს, რომ მძიმე როკის საშუალო (29.9) მნიშვნელოვნად მაღალი იყო როგორც კლასიკური მუსიკის (18.5), ასევე მუსიკის გარეშე საკონტროლო ჯგუფის (17.5) საშუალოებზე. კლასიკური მუსიკისა და მუსიკის გარეშე საკონტროლო ჯგუფების საშუალოები არ განსხვავდებოდა მნიშვნელოვნად.

კითხვები

1. ა.

ექსპერიმენტული ჯგუფი

	მუსიკის გარეშე	ძველი მუსიკა	მძიმე როკი
$\overline{X}$	36.0	35.6	22.9
s	3.70	3.50	3.60

$F_{\text{რეალური}}(2,21) = 34.39$, $p < .01$. ტუკის $CD = 4.6$. მძიმე როკის ჯგუფმა მნიშვნელოვნად ნაკლები შეცდომები აღმოაჩინა, ვიდრე დანარჩენმა ორმა ჯგუფმა. მუსიკის გარეშე და ძველი მუსიკის ჯგუფების საშუალოები არ განსხვავდებოდა მნიშვნელოვნად.

ბ. $\eta^2 = .77$.

2. ა.

ინსტრუქციის პირობა

	ვიდეოფირის გარეშე	ვიდეოფირი ფეხბურთის ჩვენებით	ვიდეოფირი სროლის, დაჭერის დემონსტრირებით
$\overline{X}$	45.22	44.33	57.11
s	5.63	5.74	6.68

$F_{\text{რეალური}}(2,24) = 12.57$, $p < .01$. ტუკის $CD = 7.1$. სროლის, დაჭერის ვიდეოფირის ყურების საშუალო მნიშვნელოვნად განსხვავდება როგორც ვიდეოფირის გარეშე პირობის, ისევე ფეხბურთის ვიდეოფირის პირობის საშუალოებისაგან. ვიდეოფირის გარეშე პირობისა და ფეხბურთის ვიდეოფირის პირობის საშუალოები მნიშვნელოვნად არ განსხვავდება.

ბ. $\eta^2 = .51$.

3. ა.

	ჯგუფი	
	უხმაურო	ხმაურიანი
$\overline{X}$	122.64	131.27
s	8.76	10.45

$F_{\text{რეალური}}(1,20) = 4.41$, $p < .05$. უხმურო ჯგუფის საშუალო მნიშვნელოვნად დაბალია ხმაურიანი ჯგუფის საშუალოზე.

ბ. კი, $t = \sqrt{F} = \sqrt{4.41} = 2.10$.

4. ა. $a = 6$, $n_A = 7$, $N = 42$.

ბ. $df = 5$, $df_{\text{შეცდომა}} = 36$, $df_{\text{სრული}} = 41$.

5. *ცხრილი № 1*

წყარო	*SS*	*df*	*MS*	*F*
A ფაქტორი	50.00	2	25.00	2.50
შეცდომა	270.00	27	10.00	
სულ	320.00	29		

ა. 3.

ბ. 10.

გ. 30.

დ. $F_{\text{კრიტიკული}}(2,27) = 3.35$; $F_{\text{რეალური}}$ არამნიშვნელოვანია.

ე. ვერ უარვყოფთ H_0; ვერ ვიღებთ H_1.

ცხრილი № 2

წყარო	*SS*	*df*	*MS*	*F*
A ფაქტორი	60.00	5	12.00	4.00
შეცდომა	216.00	72	3.00	
სულ	276.00	77		

ა. 6.

ბ. 13.

გ. 78.

დ. $F_{\text{კრიტიკული}}(5,72) = 2.37$; $F_{\text{რეალური}}$ სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია.

ე. უარვყოფთ H_0; ვიღებთ H_1.

ცხრილი № 3

წყარო	*SS*	*df*	*MS*	*F*
A ფაქტორი	45.00	3	15.00	3.00
შეცდომა	320.00	64	5.00	
სულ	365.00	67		

ა. 4.

ბ. 17.

გ. 68.

დ. $F_{\text{კრიტიკული}}(3,64) = 2.76$; $F_{\text{რეალური}}$ სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია.

ე. უარვყოფთ H_0; ვიღებთ H_1.

7. $F_{\text{რეალური}}(1,18) = 4.00$.

8. $t_{\text{რეალური}}(22) = 3.00$.

10. სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი $F_{\text{რეალური}}(3,64) = 21.64$ გვიჩვენებს, რომ არსებობს სულ მცირე ერთი მნიშვნელოვანი განსხვავება ჯგუფებს შორის. თუ ნყვილთაშორისი შედარებებისათვის $CD = 5.0$ ნუთს გამოვიყენებთ, აღმოჩნდება, რომ ქცევის შეცელას და სიგარეტის მწეველთა ანონიმურ კლუბს მნიშვნელოვნად დიდი საშუალო დროის პერიოდები აქვთ სიგარეტების მოწევას შორის, ვიდრე როგორც საკონტროლო, ასევე მოწევის ჩვევის სანინააღმდეგო საღეჭი რეზინის ჯგუფს. ქცევის შეცვლისა და სიგარეტების ანონიმური კლუბის საშუალოები ერთმანეთისაგან მნიშვნელოვნად არ განსხვავდება, ხოლო საკონტროლო ჯგუფის და მოწევის შენყვეტის საღეჭი რეზინის ჯგუფის საშუალოებიც ასევე ერთმანეთისაგან მნიშვნელოვნად არ განსხვავდება.

თავი XI

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა XI.1

2.

	დამოუკიდებელი ცვლადების რაოდენობა	დონეები	საჭირო ცდის პირების რაოდენობა
ა.	2	$A = 3; B = 3$	90
ბ.	2	$A = 3; B = 2$	60
გ.	2	$A = 2; B = 3$	60
დ.	2	$A = 6; B = 2$	120
ე.	2	$A = 4; B = 4$	160
ვ.	3	$A = 2; B = 2, C = 2$	80
ზ.	3	$A = 2; B = 4, C = 3$	240
თ.	3	$A = 3; B = 3, C = 2$	180

3. *ცხრილი № 1*

	ფაქტორი A		მთავარი ეფექტის საშუალოები B ფაქტორისათვის
	A_1	A_2	
ფაქტორი B B_1	3.3	20.2	16.8
ფაქტორი B B_2	16.8	22.8	19.8
მთავარი ეფექტის საშუალოები A ფაქტორისათვის	15.1	21.5	$\overline{X}_G = 18.3$

ცხრილი № 2

	ფაქტორი A		მთავარი ეფექტის საშუალოები B ფაქტორისათვის
	A_1	A_2	
ფაქტორი B B_1	9.9	30.1	24.5
ფაქტორი B B_2	31.3	33.9	32.6
მთავარი ეფექტის საშუალოები A ფაქტორისათვის	25.1	32.0	$\overline{X}_G = 28.6$

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა XI.2

8. 240.00.
9. 45.00.
10. 55.00.
11. 60.00
12.

$df_A = 1, df_B = 2, df_{AxB} = 2, df_{შეცდომა} = 30, df_{სრული} = 35.$

13.

$df_A = 2, df_B = 1, df_{AxB} = 2, df_{შეცდომა} = 71, df_{სრული} = 77.$

14. 79.

15.

$MS_A = 14.00/1 = 14.00; MS_B = 26.00/2 = 13.00; MS_{AxB} = 44.00/2 = 22.00;$
$MS_{შეცდომა} = 480.00/60 = 8.00$

16. ა.

წყარო	*SS*	*df*	*MS*	*F*
A ფაქტორი	108.00	1	108.00	27.00
B ფაქტორი	0.00	1	0.00	0.00
A x B	12.00	1	12.00	3.00
შეცდომა	32.00	8	4.00	
სულ	152.00	11		

ბ. *B* ფაქტორის ორივე მთავარი ეფექტის საშუალო უდრის 32.0.

17. *ცხრილი № 1*

წყარო	*SS*	*df*	*MS*	*F*
A ფაქტორი	32.00	2	16.00	2.00
B ფაქტორი	24.00	1	24.00	3.00
A x B	24.00	2	12.00	1.50
შეცდომა	480.00	60	8.00	
სულ	560.00	65		

ა. 3
ბ. 2.
გ. 11.
დ. 66.

ცხრილი № 2

წყარო	*SS*	*df*	*MS*	*F*
A ფაქტორი	36.00	2	18.00	4.50
B ფაქტორი	24.00	4	6.00	1.50
A x B	160.00	8	20.00	5.00
შეცდომა	840.00	210	4.00	
სულ	1060.00	224		

ა. 3
ბ. 5.
გ. 15.
დ. 225.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა XI.3

6. $F_{რეალური}$ 1.00-ზე მეტი ხდება.
7. $F_{რეალური}$ 1.00-ზე მეტი ხდება.

9. ა.

F შეფარდება:	სტატისტიკური ჰიპოთეზები
A ფაქტორისათვის	H_0: $\mu_{A1} = \mu_{A2}$;
	H_1: μ_A-ები არ არის ტოლი
B ფაქტორისათვის	H_0: $\mu_{B1} = \mu_{B2} = \mu_{B3} = \mu_{B4}$;
	H_1: μ_B-ები არ არის ტოლი
A x B	H_0: ყველა $(\mu_{AB} - \mu_A - \mu_B + \mu_G) = 0$
	H_1: ყველა $(\mu_{AB} - \mu_A - \mu_B + \mu_G)$ არ უდრის 0

ბ.

F შეფარდება:	სტატისტიკური ჰიპოთეზები
A ფაქტორისათვის	H_0: $\mu_{A1} = \mu_{A2} = \mu_{A3.}$
	H_1: $\mu_{A.}$-ები არ არის ტოლი.
B ფაქტორისათვის	H_0: $\mu_{B1} = \mu_{B2.}$
	H_1: μ_{B}-ები არ არის ტოლი.
A x B	H_0: ყველა $(\mu_{AB} - \mu_{A} - \mu_{B} + \mu_{G}) = 0.$
	H_1: ყველა $(\mu_{AB} - \mu_{A} - \mu_{B} + \mu_{G})$ არ უდრის 0.

გ.

F შეფარდება:	სტატისტიკური ჰიპოთეზები
A ფაქტორისათვის	H_0: $\mu_{A1} = \mu_{A2} = \mu_{A3.}$
	H_1: $\mu_{A.}$-ები არ არის ტოლი.
B ფაქტორისათვის	H_0: $\mu_{B1} = \mu_{B2} = \mu_{B3.}$
	H_1: μ_{B}-ები არ არის ტოლი.
A x B	H_0: ყველა $(\mu_{AB} - \mu_{A} - \mu_{B} + \mu_{G}) = 0.$
	H_1: ყველა $(\mu_{AB} - \mu_{A} - \mu_{B} + \mu_{G})$ არ უდრის 0.

10. *ცხრილი № 1*

წყარო	*df*	$F_{\text{ფაქტი}}$	$F_{\text{კრიტიკული}}$	$F_{\text{ფაქტი}} \geq F_{\text{კრიტიკული}}$ ხვდება უარყოფის არეში	გადაწყვეტილება
A ფაქტ.	1	4.63	4.08	კი	უარვყოფთ H_0 ვიღებთ H_1
B ფაქტ.	3	2.11	2.84	არა	ვერ უარვყოფთ H_0 ვერ ვიღებთ H_1
A x B	3	3.97	2.84	კი	უარვყოფთ H_0 ვიღებთ H_1

ცხრილი № 2

წყარო	*df*	$F_{\text{ფაქტი}}$	$F_{\text{კრიტიკული}}$	$F_{\text{ფაქტი}} \geq F_{\text{კრიტიკული}}$ ხვდება უარყოფის არეში	გადაწყვეტილება
A ფაქტ.	3	1.42	2.68	არა	ვერ უარვყოფთ H_0 ვერ ვიღებთ H_1
B ფაქტ.	2	3.51	3.07	კი	უარვყოფთ H_0 ვიღებთ H_1
A x B	6	2.37	2.17	კი	უარვყოფთ H_0 ვიღებთ H_1

ცხრილი № 3

წყარო	*df*	$F_{\text{ფაქტი}}$	$F_{\text{კრიტიკული}}$	$F_{\text{ფაქტი}} \geq F_{\text{კრიტიკული}}$ ხვდება უარყოფის არეში	გადაწყვეტილება
A ფაქტ.	2	4.12	3.07	კი	უარვყოფთ H_0 ვიღებთ H_1
B ფაქტ.	4	2.83	2.45	კი	უარვყოფთ H_0 ვიღებთ H_1
A x B	8	1.87	2.02	არა	ვერ უარვყოფთ H_0 ვერ ვიღებთ H_1

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა X1.4

სურათი № 11.2

ა. კი.

ბ. არა.

გ. კი.

დ. სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი ურთიერთქმედების გამო სწავლების მეთოდის ტიპის ეფექტი დამოკიდებულია მასალის ტიპზე, *B* ფაქტორზე. მათემატიკური მასალის შემთხვევაში (B_1) სწავლების კომპიუტერიზებულ მეთოდს (A_1) მივყავართ ტესტის მნიშვნელოვნად მაღალ ქულებამდე, ვიდრე არაკომპიუტერიზებულ მეთოდს (A_2). სოციალური შინაარსის მასალის შემთხვევაში კი (B_2) სწავლების მეთოდები ერთმანეთისაგან არ განსხვავდებიან.

ე. სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი ურთიერთქმედება მიუთითებს, რომ მასალის ტიპის ეფექტი დამოკიდებულია სწავლების მეთოდზე, *A* ფაქტორზე. სწავლების კომპიუტერიზებული მეთოდის შემთხვევაში (A_1) მათემატიკური შინაარსის მასალა (B_1) იძლევა ტესტის მნიშვნელოვნად მაღალ ქულებს სოციალური შინაარსის მასალასთან შედარებით (B_2). სწავლების არაკომპიუტერიზებული მეთოდის შემთხვევაში (A_2) მასალის ტიპებს შორის განსხვავება არ არის.

ვ. არა; *A* ფაქტორის მთავარი ეფექტი მიუთითებს სწაელების კომპიუტერიზებული მეთოდის საყოველთაო უპირატესობაზე, მაგრამ სწაელების კომპიუტერიზებული მეთოდი ტესტის მნიშვნელოვნად მაღალ ქულებს იძლევა მხოლოდ მათემატიკური შინაარსის მასალის შემთხვევაში. ამდენად, *A* ფაქტორის მთავარი ეფექტი ურთიერთქმედების არტეფაქტია; ის არ იძლევა მნიშვნელოვან ინფორმაციას *A* ფაქტორის ეფექტის შესახებ ტესტის ქულებზე.

სურათი № 11.3

ა. არა.

ბ. კი.

გ. კი.

დ.სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი ურთიერთქმედება მიუთითებს, რომ სწავლების მეთოდის ეფექტი დამოკიდებულია მასალის ტიპზე, *B* ფაქ-

ტორზე. მათემატიკური შინაარსის მასალისათვის (B_1) სწავლების მეთოდები მნიშვნელოვნად არ განსხვავდებიან. სოციალური შინაარსის მასალისათვის (B_2) სწავლების არაკომპიუტერიზებული მეთოდი (A_2) იძლევა ტესტის მნიშვნელოვნად მაღალ ქულებს, ვიდრე სწავლების კომპიუტერიზებული მეთოდი (A_1).

ე. სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი ურთიერთქმედება მიუთითებს, რომ მასალის ტიპის ეფექტი დამოკიდებულია სწავლების მეთოდზე, A ფაქტორზე. სწავლების ორივე მეთოდი ტესტის უფრო მაღალ ქულებს იძლევა მათემატიკური შინაარსის მასალისათვის, მაგრამ განსხვავება მათემატიკური და სოციალური შინაარსის მასალებს შორის უფრო დიდია სწავლების კომპიუტერიზებული მეთოდის შემთხვევაში, ვიდრე სწავლების არაკომპიუტერიზებული მეთოდის შემთხვევაში.

ვ. კი; B ფაქტორის მთავარი ეფექტი მიუთითებს მათემატიკური შინაარსის მასალის საყოველთაო უპირატესობაზე და მათემატიკური შინაარსის მასალა ტესტის მნიშვნელოვნად მაღალ ქულებს იძლევა სწავლების ორივე მეთოდისათვის. თუმცა, ურთიერთქმედება მიგვითითებს, რომ განსხვავება მათემატიკური და სოციალური შინაარსის მასალებს შორის დამოკიდებულია სწავლების მეთოდის ტიპზე.

2. *ცხრილი № 1*

ა. კი.
ბ. არა.
გ. არა.
დ. სწავლების კომპიუტერიზებული მეთოდი (A_1) ტესტის მნიშვნელოვნად მაღალ ქულებს იძლევა, ვიდრე არაკომპიუტერიზებული სწავლება (A_2).
ე. ეფექტი არ არის.
ვ. კი, A და B ფაქტორებს შორის არ არის ურთიერთქმედება.

ცხრილი № 2

ა. არა.
ბ. კი.
გ. არა.
დ. ეფექტი არ არის.
ე. მათემატიკური შინაარსის მასალა (B_1) ტესტის მნიშვნელოვნად მაღალ ქულებს იძლევა, ვიდრე სოციალური შინაარსის მასალა (B_2).
ვ. კი, A და B ფაქტორებს შორის არ არის ურთიერთქმედება.

ცხრილი № 3

ა. კი.
ბ. კი.
გ. არა.
დ. სწავლების არაკომპიუტერიზებული მეთოდი (A_2) ტესტის მნიშვნელოვნად მაღალ ქულებს იძლევა, ვიდრე კომპიუტერიზებული სწავლება (A_1).
ე. მათემატიკური შინაარსის მასალა (B_1) ტესტის მნიშვნელოვნად მაღალ ქულებს იძლევა, ვიდრე სოციალური შინაარსის მასალა (B_2).
ვ. კი, A და B ფაქტორებს შორის არ არის ურთიერთქმედება.

ცხრილი № 4

ა. არა.
ბ. არა.
გ. კი.
დ. სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი ურთიერთქმედების გამო სწავლების მეთოდის ეფექტი დამოკიდებულია მასალის ტიპზე, B ფაქტორზე. მათემატიკური შინაარსის მასალისათვის (B_1) სწავლების კომპიუტერიზებული მეთოდი (A_1) ტესტის მნიშვნელოვნად მაღალ ქულებს იძლევა, ვიდრე სწავლების არაკომპიუტერიზებული მეთოდი (A_2). თუმცა, სოციალური შინაარსის მასალისათვის (B_2) არაკომპიუტერიზებული მეთოდი (A_2) ტესტის მნიშვნელოვნად მაღალ ქულებს იძლევა, ვიდრე კომპიუტერიზებული მეთოდი (A_1).
ე. სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი ურთიერთქმედების გამო მასალის ტიპის ეფექტი დამოკიდებულია სწავლების მეთოდზე, A ფაქტორზე.
ვ. კი, A და B ფაქტორებს შორის არ არის ურთიერთქმედება. სწავლების კომპიუტერიზებული მეთოდისთვის (A_1) მათემატიკური შინაარსის მასალა (B_1) ტესტის მნიშვნელოვნად მაღალ ქულებს იძლევა, ვიდრე სოციალური შინაარსის მასალა. სწავლების არაკომპიუტერიზებული მეთოდისთვის (A_2) სოციალური შინაარსის მასალა (B_2) ტესტის მნიშვნელოვნად მაღალ ქულებს იძლევა, ვიდრე მათემატიკური შინაარსის მასალა.
ვ. არა; თითოეული დამოუკიდებელი ცვლადის მთავარი ეფექტი არ მიუთითებს დამოუკიდებელი ცვლადის საყოველთაო ეფექტზე. მიუხედავად იმისა, რომ ორივე დამოუკიდებელ ცვლადს აქვს ეფექტი, თითოეული დამოუკიდებელი ცვლადის ეფექტი დამოკიდებულია მეორე დამოუკიდებელი ცვლადის დონეზე.

ცხრილი № 5

ა. კი.
ბ. კი.
გ. კი.
დ. სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი ურთიერთქმედების გამო სწავლების მეთოდის ტიპის ეფექტი დამოკიდებულია მასალის ტიპზე. მათემატიკური შინაარსის მასალისათვის (B_1) განსხვავება კომპიუტერიზებულ (A_1) და არაკომპიუტერიზებულ (A_2) სწავლების მეთოდებს შორის არამნიშვნელოვანია. თუმცა, სოციალური შინაარსის მასალისათვის არაკომპიუტერიზებული სწავლების მეთოდი (A_2) ტესტის მნიშვნელოვნად მაღალ ქულებს იძლევა, ვიდრე კომპიუტერიზებული სწავლების მეთოდი (A_1).
ე. სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი ურთიერთქმედების გამო მასალის ტიპის ეფექტი დამოკიდებულია სწავლების მეთოდზე. სწავლების როგორც კომპიუტერიზებული (A_1), ისე არაკომპიუტერიზებული (A_2) მეთოდებისათვის მათემატიკური შინაარსის მასალა (B_1) ტესტის მნიშვნელოვნად მაღალ

ქულებს იძლევა, ვიდრე სოციალური შინაარსის მასალა (B_2). თუმცა, განსხვავება მათემატიკური და სოციალური შინაარსის მასალების ქულებს შორის უფრო დიდია კომპიუტერიზებული მეთოდის შემთხვევაში (A_1), ვიდრე არაკომპიუტერიზებული მეთოდის შემთხვევაში (A_2).

ვ. A ფაქტორის - სწავლების მეთოდის - მთავარი ეფექტი არტეფაქტურია, რადგანაც ის მიუთითებს სწავლების არაკომპიუტერიზებული მეთოდის საყოველთაო უპირატესობაზე. მაგრამ სწავლების არაკომპიუტერიზებული მეთოდი მნიშვნელოვნად უკეთეს შესრულებას იძლევა მხოლოდ სოციალური შინაარსის მასალის შემთხვევაში. B ფაქტორის - მასალის ტიპის - მთავარი ეფექტი მნიშვნელოვანია; მათემატიკური შინაარსის მასალა მნიშვნელოვნად უკეთეს შესრულებას იძლევა როგორც კომპიუტერიზებული, ისევე არაკომპიუტერიზებული სწავლების მეთოდის შემთხვევაში.

ცხრილი № 6

ა. კი.

ბ. კი.

გ. კი.

დ. სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი ურთიერთქმედების გამო სწავლების მეთოდის ტიპის ეფექტი დამოკიდებულია მასალის ტიპზე. მათემატიკური შინაარსის მასალისათვის (B_1) სწავლების კომპიუტერიზებული მეთოდი (A_1) ტესტის მნიშვნელოვნად მაღალ ქულებს იძლევა, ვიდრე სწავლების არაკომპიუტერიზებული მეთოდი (A_2). ხოლო სოციალური შინაარსის მასალისათვის არ არსებობს სწავლების მეთოდის ეფექტი.

ე. მასალის ტიპის ეფექტი დამოკიდებულია სწავლების მეთოდზე. სწავლების კომპიუტერიზებული მეთოდისათვის (A_1) მათემატიკური შინაარსის მასალა (B_1) ტესტის მნიშვნელოვნად მაღალ ქულებს იძლევა, ვიდრე სოციალური შინაარსის მასალა (B_2). სწავლების არაკომპიუტერიზებული მეთოდისათვის (A_2) განსხვავება მათემატიკური (B_1) და სოციალური (B_2) შინაარსის მასალების მიერ მოცემულ ქულებს შორის არამნიშვნელოვანია.

ვ. როგორც A ფაქტორის - სწავლების მეთოდის, ისევე B ფაქტორის - მასალის ტიპის მთავარი ეფექტები არტეფაქტურია.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა XI.5

1. დისპერსიული ანალიზის შეჯამება:

წყარო	*SS*	*df*	*MS*	*F*
ლოკუს-კონტროლი (*A*)	704.167	1	704.167	1.15
ინსტრუქციები (*B*)	1,472.667	1	1,472.667	2.41
AxB	46,112.666	1	46,112.666	75.39*
შეცდომა	12,233.000	20	611.650	
სულ	60,522.500	23		

* $p < .01$

ა. (1) არც ერთი დამოუკიდებელი ცვლადისათვის არ არსებობს მნიშვნელოვანი მთავარი ეფექტი.
(2) ურთიერთქმედება მნიშვნელოვანია.

ბ. (CD = 36.15) სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი ურთიერთქმედება მიუთითებს, რომ ინსტრუქციების ეფექტი დამოკიდებულია კონტროლის ლოკუსზე. კონტროლის შიდა ლოკუსის მქონე ცდის პირებისათვის უნარების ინსტრუქტირებამ მოგვცა მნიშვნელოვნად მეტი დრო, რომელიც დაიხარჯა დავალების შესრულებაზე, ვიდრე შემთხვევითობის ინსტრუქტირებამ. ხოლო კონტროლის გარე ლოკუსის მქონე ცდის პირებისათვის შემთხვევითობის ინსტრუქტირებამ მოგვცა მნიშვნელოვნად მეტი დრო, რომელიც დაიხარჯა დავალების შესრულებაზე, ვიდრე უნარების ინსტრუქტირებამ.

გ. ურთიერთქმედების გამო არამნიშვნელოვანი მთავარი ეფექტები არ გეაწედიან გამოსადეგ ინფორმაციას შედეგების ახსნისათვის.

დ. η^2 = .76 A და B ფაქტორების ურთიერთქმედებისათვის.

2. დისპერსიული ანალიზის შეჯამება:

წყარო	*SS*	*df*	*MS*	*F*
ინსტრუქცია (*A*)	191.361	1	191.361	23.61*
დანაშაული (*B*)	1667.361	1	1667.361	205.75*
AxB	210.250	1	210.250	25.94*
შეცდომა	259.333	32	8.104	
სულ	2328.305	35		

* $p < .01$

ა. (1) არსებობს მნიშვნელოვანი მთავარი ეფექტი როგორც A, ისევე B ფაქტორისათვის.
(2) ურთიერთქმედება მნიშვნელოვანია.

ბ. (CD = 3.31) სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი ურთიერთქმედება მიუთითებს, რომ ინსტრუქციების ტიპის ეფექტი დამოკიდებულია დანაშაულის ტიპზე; განსხვავება ფილმის სახით მიცემულ და ნორმალურ ინსტრუქციებს შორის მანქანის მოპარვისათვის არამნიშვნელოვანია, მაგრამ ფიზიკური ძალადობის გამოყენებით თავდასხმისათვის პატიმრობის მნიშვნელოვნად გრძელი ვადაა მისჯილი ფილმის სახით ინსტრუქციის შემთხვევაში, ვიდრე ნორმალური ინსტრუქციის შემთხვევაში.

გ. სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი ურთიერთქმედება მიუთითებს, რომ დანაშაულის ტიპის ეფექტი დამოკიდებულია ინსტრუქციების ტიპზე. ორივე ტიპის ინსტრუქციისათვის თავდასხმა ფიზიკური ძალადობის გამოყენებით ისჯება პატიმრობის მნიშვნელოვნად გრძელი ვადით, ვიდრე მანქანის მოპარვა. მაგრამ განსხვავება პატიმრობის მისჯილ ვადებში მანქანის მოპარვასა და თავდასხმას შორის უფრო დიდია ფილმის სახით ინსტრუქტაჟის შემთხვევაში, ვიდრე ნორმალური ინსტრუქტაჟის შემთხვევაში.

დ. დანაშაულის ტიპის სტატისტიკურად მნიშ-

ვნელოვანი მთავარი ეფექტი მნიშვნელობის მქონეა; პატიმრობების მნიშვნელოვნად უფრო გრძელი ვადაა გათვალისწინებული თავდასხმისათვის როგორც ვიდეო-, ისევე ნორმალური ინსტრუქტაჟის პირობებში. ინსტრუქციის ტიპის მთავარი ეფექტი არტეფაქტურია; არ არსებობს განსხვავება ვიდეო- და ნორმალურ ინსტრუქციებს შორის მანქანის მოპარვისათვის; მაგრამ პატიმრობის მნიშვნელოვნად უფრო გრძელი ვადაა მისჯილი თავდასხმის ვიდეოინსტრუქტაჟის შემთხვევაში.

ე. $\eta^2 = .72$ დანაშაულის ტიპისათვის.

ვ. $\eta^2 = .09$ *A* და *B* ფაქტორების ურთიერთქმედებისათვის.

3.1. ა. 3.

ბ. 2.

გ. 42.

დ.

	$F_{\text{კრიტიკული}}$
A	3.32
B	4.17
AxB	73.32

ე. კი.

ვ. კი.

ზ. არა.

3.2. ა. 2.

ბ. 4.

გ. 96.

დ.

	$F_{\text{კრიტიკული}}$
A	4.00
B	2.76
AxB	2.76

ე. კი.

ვ. არა.

ზ. კი.

3.3. ა. 2.

ბ. 2.

გ. 60.

დ.

	$F_{\text{კრიტიკული}}$
A	4.08
B	4.08
AxB	4.08

ე. არა.

ვ. არა.

ზ. კი.

კითხვები

1. დისპერსიული ანალიზის შეჯამება.

წყარო	*SS*	*df*	*MS*	*F*
მხედველობითი კონტაქტი (*A*)	24.500	1	24.500	0.76
ემოცია (*B*)	780.125	1	780.125	24.17*
AxB	325.125	1	325.125	10.07*
შეცდომა	903.750	28	32.277	
სულ	2033.500	31		

* $p < .01$

ა. კი; ხდება *A* და *B* ფაქტორების მნიშვნელოვანი ურთიერთქმედება (ტუკის *CD* = 7.1). დადებითი ემოციის პირობისათვის მხედველობითი კონტაქტის არარსებობის საშუალო მნიშვნელოვნად მაღალია, ვიდრე მხედველობითი კონტაქტის დამყარების საშუალო. უარყოფითი ემოციის პირობისათვის მხედველობითი კონტაქტის პირობის საშუალოები მნიშვნელოვნად არ განსხვავდება.

ბ. მხედველობითი კონტაქტის არარსებობის პირობისათვის არ არსებობს მნიშვნელოვანი განსხვავება დადებითი და უარყოფითი ემოციების პირობებს შორის. ხოლო მხედველობითი კონტაქტის დამყარების პირობისათვის უარყოფითი ემოცია იძლევა მნიშვნელოვნად უფრო მაღალ გულისცემის სიხშირეს, ვიდრე დადებითი ემოცია.

გ. ემოციის პირობის სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი მთავარი ეფექტი არტეფაქტურია; არ არსებობს მნიშვნელოვანი განსხვავება ემოციის პირობებს შორის მხედველობითი კონტაქტის არარსებობის პირობაში, მაგრამ მხედველობითი კონტაქტის დამყარების პირობაში უარყოფითი ემოციის უჯრედის საშუალო მნიშვნელოვნად მაღალია, ვიდრე დადებითი ემოციის უჯრედის საშუალო.

დ. $\eta^2 = .16$ *A* და *B* ფაქტორების ურთიერთქმედებისათვის.

2. დისპერსიული ანალიზის შეჯამება.

წყარო	*SS*	*df*	*MS*	*F*
პიროვნების ტიპი (*A*)	36.750	1	36.750	6.58*
ხმაურის ფონი (*B*)	30.083	1	30.083	5.38*
AxB	27.000	1	27.000	4.83*
შეცდომა	245.833	44	5.587	
სულ	339.666	47		

* $p < .05$

ა. დისპერსიული ანალიზი ავლენს სტატისტიკურად მნიშვნელოვან ურთიერთქმედებას; ასე რომ, საჭიროა ტუკის *CD* მარტივი ეფექტებისათვის. ეს *CD* 3,44 *df*-ისათვის არის 2.35. მარტივი ეფექტების ანალიზი გვიჩვენებს, რომ ინტროვერტების საშუალო ხმამაღალი ფონის პირობაში (*M* = 8.2 სწორ დებულებას) მნიშვნელოვნად დაბალია, ვიდრე ინტროვერტების საშუალო ხმადაბალი ფონის პირობაში (*M* = 11.3 სწორ დებულებას) და ასევე მნიშვნელოვნად დაბალია, ვიდრე ექსტრავერტების

საშუალო ხმამაღალი ფონის პირობაში (M = 11.4 სწორ დებულებას). ინტროვერტების საშუალო ხმადაბალი ფონის პირობაში მნიშვნელოვნად არ განსხვავდებოდა ექსტრავერტების საშუალოსაგან ხმადაბალი ფონის პირობაში (M = 11.5 სწორ დებულებას) და ექსტრავერტების საშუალო ხმადაბალი ფონის პირობაში მნიშვნელოვნად არ განსხვავდებოდა ექსტრავერტების საშუალოსაგან ხმამაღალი ფონის პირობაში.

ბ. η^2 = .08.

გ. ორივე მთავარი ეფექტი სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია, მაგრამ არტეფაქტურია და მათი მნიშვნელოვნად ახსნა შეუძლებელია.

3. დისპერსიული ანალიზის შეჯამება.

წყარო	*SS*	*df*	*MS*	*F*
ინსტრუქციის მეთოდი (*A*)	436.594	2	436.594	47.78*
ვარჯიში (*B*)	60.168	1	60.168	13.17*
AxB	69.777	2	43.888	7.64*
შეცდომა	219.332	48	4.569	
სულ	785.871	53		

* $p < .01$

ა. ხდება სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი ურთიერთქმედება; ამდენად, ინსტრუქციის მეთოდის ეფექტი დამოკიდებულია ვარჯიშის რაოდენობაზე. ტრადიციული მეთოდისთვის ერთკვირიანი ვარჯიშის საშუალო (M = 13.1 სწორ სიტყვას) მნიშვნელოვნად ნაკლები იყო, ვიდრე ექვსკვირიანი ვარჯიშის საშუალო (M = 17.9 სწორ სიტყვას; CD = 2.9). მიუხედავად ამისა, არ აღმოჩნდა მნიშვნელოვანი განსხვავება ერთკვირიან და ექვსკვირიან ვარჯიშის პირობებს შორის როგორც სიტყვების ყუთის (შესაბამისად, M = 18.7 სწორ სიტყვას; M = 21.0 სწორ სიტყვას), ასევე სიტყვების დაჯგუფების მეთოდისთვის (შესაბამისად, M = 22.8 სწორ სიტყვას; M = 22.0 სწორ სიტყვას). გარდა ამისა, განსხვავებები ინსტრუქციის მეთოდებს შორის დამოკიდებულია ვარჯიშის რაოდენობაზე. ერთკვირიანი ვარჯიშის პირობისათვის ინსტრუქციის მეთოდის ყოველი ჯგუფი სხვა ჯგუფებისაგან მნიშვნელოვნად განსხვავდებოდა; სიტყვების დაჯგუფების მეთოდის ცდის პირებმა ყველაზე მაღალი ქულები მიიღეს, სიტყვების ყუთის მეთოდის ცდის პირებმა – მომდევნო მაღალი ქულები და ტრადიციული მეთოდის ცდის პირებმა – ყველაზე დაბალი ქულები. ექვსკვირიანი ვარჯიშის პირობისათვის, ტრადიციული მეთოდის საშუალო მნიშვნელოვნად ნაკლები იყო როგორც სიტყვების ყუთის, ისევე სიტყვების დაჯგუფების საშუალოებზე. თუმცა, სიტყვების ყუთის და სიტყვების დაჯგუფების საშუალოები მნიშვნელოვნად არ განსხვავდებოდა.

ბ. η^2 = .09.

გ. ორივე მთავარი ეფექტი არტეფაქტურია.

4. $a = 2$, $b = 3$,

$n_{AB} = 8, N = 48, df_A = 1, df_B = 2, df_{AxB} = 2, df_{ჯგუფში} = 42, df_{სულ} = 47$.

5. *ცხრილი № 1*

წყარო	*SS*	*df*	*MS*	*F*
დავალების ტიპი (*A*)	15.00	3	5.00	2.50
ხმაურის დონე (*B*)	16.00	2	8.00	4.00*
AxB	36.00	6	6.00	3.00*
შეცდომა	120.00	60	2.00	
სულ	187.00	71		

* $p < .05$.

ა. 4.

ბ. 3.

გ. 6.

დ. 72.

ე. $F_{კრიტიკული}$ B ფაქტორისათვის და A და B ფაქტორების ურთიერთქმედებისათვის სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია.

ვ.

A ფაქტორი:	ვერ უარვყოფთ H_0 ვერ ვიღებთ H_1
B ფაქტორი	უარვყოფთ H_0 ვიღებთ H_1
A x B	უარვყოფთ H_0 ვიღებთ H_1

ცხრილი № 2

წყარო	*SS*	*df*	*MS*	*F*
ტრენინგის ხანგრძლივობა (*A*)	40.00	4	10.00	0.50
უნარის დონე (*B*)	120.00	3	40.00	2.00
AxB	960.00	12	80.00	4.00*
შეცდომა	3200.00	160	20.00	
სულ	4320.00	179		

* $p < .01$.

ა. 5.

ბ. 4.

გ. 9.

დ. 180.

ე. $F_{კრიტიკული}$ A და B ფაქტორების ურთიერთქმედებისათვის სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია.

ვ.

A ფაქტორი:	ვერ უარვყოფთ H_0 ვერ ვიღებთ H_1
B ფაქტორი	ვერ უარვყოფთ H_0 ვერ ვიღებთ H_1
A x B	უარვყოფთ H_0 ვიღებთ H_1

ცხრილი № 3

წყარო	*SS*	*df*	*MS*	*F*
უკუკავშირის ტიპი (*A*)	200.00	4	50.00	2.50*
დაეალების სირთულე (*B*)	160.00	2	80.00	4.00*
AxB	240.00	8	30.00	1.50
შეცდომა	2700.00	135	20.00	
სულ	3300.00	149		

* $p < .05$.

ა. 5.
ბ. 3.
გ. 10.
დ. 150.
ე. $F_{\text{რეალური}}$ *A* და *B* ფაქტორებისათვის სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია.
ე.

A ფაქტორი:	უარვყოფთ H_0 ვიღებთ H_1
B ფაქტორი	უარვყოფთ H_0 ვიღებთ H_1
A x B	ვერ უარვყოფთ H_0 ვერ ვიღებთ H_1

6. ა. სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი ურთიერთქმედების გამო ხატის ტიპის ეფექტი დამოკიდებულია დამუშავების დონეზე. დამუშავების დაბალი დონისათეის ხატის ჩვეულებრივი ტიპი იწვევს არსებითი სახელების აღდგენის მნიშვნელოვნად უკეთეს შედეგებს, ვიდრე ხატის უცნაური ტიპი. ხოლო დამუშავების მაღალი დონისათვის ხატის ჩვეულებრივი ტიპი იწვევს მნიშვნელოვნად უარეს აღდგენას, ვიდრე ხატის უცნაური ტიპი. ხატის ტიპის მთავარი ეფექტი არტეფაქტურია.
ბ. აქაც, სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი ურთიერთქმედების გამო, დამუშავების დონის ეფექტი დამოკიდებულია ხატების ტიპზე. ჩვეულებრივი ხატებისათვის დაბალი დამუშავება იწვევს მნიშვნელოვნად უკეთეს აღდგენას, ვიდრე მაღალი დამუშავება. უცნაური ხატებისათვის არის საწინააღმდეგო კავშირი; დაბალი დამუშაეება იწვევს მნიშვნელოვნად უფრო დაბალ აღდგენას, ვიდრე მაღალი დამუშავება.

7. ა. სტატისტიკურად მნიშვნელოეანი ურთიერთქმედება მიგვითითებს, რომ ხელსაწყოს ტიპის ეფექტი დამოკიდებულია ძილის დეპრივაციის რაოდენობაზე. როდესაც ძილის დეპრივაცია არ ხდება, სხვაობა სწორ ნაკითხვებს შორის ანალოგური და ციფრულისათვის არამნიშვნელოვანია. ძილის 24-საათიანი დეპრივაციისათვის ციფრული ხელსაწყო იძლევა მნიშვნელოვნად მეტ სწორ ნაკითხეას, ვიდრე ანალოგური ხელსაწყო. ხელსაწყოს ტიპის მთავარი ეფექტი არტეფაქტურია.
ბ. აქაც, სტატისტიკურად მნიშვნელოეანი ურთიერთქმედება მიგვითითებს, რომ ძილის დეპრივაციის რაოდენობის ეფექტი დამოკიდებულია ხელსაწყოს ტიპზე. როგორც ანალოგური, ისეე ციფრული ხელსაწყოებისათვის ძილის 24-საათიანი დეპრივაცია შედეგად იძლევა უფრო ნაკლებ სწორ წაკითხეას, ვიდრე ძილის დეპრიეაციის არარსებობა. თუმცა, სხეაობა სწორი ნაკითხვების რაოდენობებს შორის დეპრივაციის არარსებობასა და 24-საათიანი დეპრივაციის პირობებისათვის უფრო დიდია ანალოგური ხელსაწყოსათვის, ვიდრე ციფრული ხელსაწყოსათეის. რადგანაც ძილის 24-საათიანი დეპრივაცია შედეგად იძლევა უფრო ნაკლებ სწორ წაკითხვებს როგორც ანალოგური, ისევე ციფრული ხელსაწყოსათეის, ძილის დეპრიეაციის რაოდენობის მთავარი ეფექტი მნიშვნელოეანია.

თავი XII

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა XII.1

4. 199.00.
5. 33.00.
6. 25.00.
7. 96.00.
8. $df_A = 4, df_S = 12, df_{AxS} = 48, df_{\text{სრული}} = 64.$
9. 59.
10. $MS_A = 11.00, MS_S = 2.00, MS_{AxS} = 2.00.$
11. *ცხრილი № 1*

წყარო	*SS*	*df*	*MS*	*F*
A ფაქტორი	48.00	4	12.00	6.00
S ფაქტორი	27.00	9	3.00	
AxS	72.00	36	2.00	
სულ	147.00	49		

ა. 5.
ბ. 10.
გ. 10.

ცხრილი № 2

წყარო	*SS*	*df*	*MS*	*F*
A ფაქტორი	6.00	2	3.00	2.00
S ფაქტორი	36.00	12	3.00	
AxS	36.00	24	1.50	
სულ	78.00	38		

ა. 3.
ბ. 13.
გ. 13.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა XII.2

3. $H_0 = \mu_{A1} = \mu_{A2} = \mu_{A3} = \mu_{A4} = \mu_{A5}$;
$H_1 =$ ყველა μ_A-ები არ არის ერთმანეთის ტოლი.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა XII.3

2.

	ქალაქი (*A*)		
ცდის პირი	დალასი	ტიჰუანა	ტრიპოლი
$\overline{X}$	30.8	21.6	22.6
s	4.14	3.15	3.55

ა. $H_0 = \mu_{A1} = \mu_{A2} = \mu_{A3}$;
$H_1 =$ ყველა μ_A-ები არ არის ერთმანეთის ტოლი.
ბ.

წყარო	*SS*	*df*	*MS*	*F*
ქალაქი (*A*)	709.000	2	354.500	37.52*
ცდის პირები (*S*)	269.333	13	20.718	
AxS	245.667	26	9.449	
სულ	1224.000	41		

* $p < .01$.

გ. 2,26.
დ. $F_{\text{კრიტიკული}}(2,26) = 3,37$
ე. $F_{\text{რეალური}}$ მნიშვნელობები მეტია ან ტოლი 3.37-ზე.
ვ. კი.
ზ. უარვყოფთ H_0; ვიღებთ H_1.
თ. განსხვავებული პოპულაციებიდან.
ი. კი.
კ. კი, რადგანაც $F_{\text{რეალური}}$ სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია და იცვლება დამოუკიდებელი ცვლადის სამი დონე.
ლ. ტუკის $CD = 2.90$.
მ. დადგენილი განედის საშუალო დალასისათვის მნიშვნელოვნად მეტია, ვიდრე საშუალოები ტიჰუანასა და ტრიპოლისთვის. ტიჰუანასა და ტრიპოლის საშუალოები მნიშვნელოვნად არ განსხვავდება.
ნ. $\eta^2 = .74$.

3. ა. 2.
ბ. 19.
გ. 4.76.
დ. 4.41.
ე. უარვყოფთ H_0.
ვ. ვიღებთ H_1.
ზ. კი.
თ. მარტივი და რთული ჩარევის პირობები.

4. ა. 3.
ბ. 12.
გ. 2.81.
დ. 3.44.
ე. ეერ უარვყოფთ H_0.
ვ. ვერ ვიღებთ H_1.
ზ. არა.
თ. ჩარევის პირობები მნიშვნელოვნად არ განსხვავდება.

კითხვები

1. ა.

ცდის პირი	სიტყვის ტიპი		
	ბედნიერი	ნეიტრალური	მოწყენილი
$\overline{X}$	4.5	3.0	2.5
s	1.41	1.20	1.20

წყარო	*SS*	*df*	*MS*	*F*
სიტყვის ტიპი (*A*)	17.333	2	8.666	7.00*
ცდის პირები (*S*)	16.667	7	2.381	
AxS	17.333	14	1.238	
სულ	51.333	23		

* $p < .05$.

ტუკის $CD = 1.5$. ბედნიერი სიტყვების საშუალო მნიშვნელოვნად დიდია, ვიდრე როგორც ნეიტრალური, ისე მოწყენილი სიტყვების საშუალოები. ნეიტრალური და მოწყენილი სიტყვების საშუალოები ერთმანეთისაგან მნიშვნელოვნად არ განსხვავდება.
ბ. $\eta^2 = .50$.

2.

	ინსტრუქციის პირობა	
	ინსტრუქციამდე	ინსტრუქციის შემდეგ
X	2.45	2.52
s	0.60	0.68

ა.

წყარო	*SS*	*df*	*MS*	*F*
ინსტრუქციები (*A*)	0.027	1	0.027	1.50
ცდის პირები (*S*)	8.843	11	0.804	
AxS	0.203	11	0.018	
სულ	9.073	23		

$F_{\text{რეალური}}$ არამნიშვნელოვანია .05 დონეზე. არ არსებობს იმის თვალსაჩინოება, რომ ინსტრუქციებმა გავლენა მოახდინა აღქმულ ილუზიაზე.

ბ. $t_{\text{კრიტიკული}}(11) = 1.261. \sqrt{F} = \sqrt{1.50} = 1.255$ (მნიშვნელობების მცირე განსხვავება *t*-სა და *F*-ს შორის გამოთვლებში დამრგვალებების შეცდომის გამოა).
გ. ერთსა და იმავე დასკვნებს.

3. ა. $H_0 = \mu_{A1} = \mu_{A2} = \mu_{A3} = \mu_{A4} = \mu_{A5}$;
$H_1 =$ ყველა μ_A-ები არ არის ერთმანეთის ტოლი.

ბ. $df_A = 4, df_S = 11, df_{AxS} = 44, df_{\text{სრული}} = 59$.
გ. $F_{\text{კრიტიკული}}(4,44) = 2,61$.
დ. უარვყოფთ H_0; ვიღებთ H_1.
ე. არსებობს სულ მცირე ერთი მნიშვნელოვანი სხვაობა საშუალოებს შორის. ტუკის *CD* კრიტერიუმი აუცილებელია იმისათვის, რათა განისაზღვროს სპეციფიკური მნიშვნელოვანი სხვაობები.

4. *ცხრილი № 1*

წყარო	*SS*	*df*	*MS*	*F*
A ფაქტორი	10.668	1	10.668	4.29
S ფაქტორი	69.834	11	6.349	
AxS	27.332	11	2.485	
სულ	107.834	23		

ა. 3. ბ. 24. გ. 24. დ. არა.
ე. ვერ უარვყოფთ H_0; არ ვიღებთ H_1.

ცხრილი № 2

წყარო	*SS*	*df*	*MS*	*F*
A ფაქტორი	60.00	5	12.0	3.00
S ფაქტორი	133.00	19	7.0	
A x S	380.00	95	4.0	
სულ	573.00	119		

ა. 6. ბ. 20. გ. 20. დ. კი.
ე. უარვყოფთ H_0; ვიღებთ H_1.

5. სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი $F_{\text{რეალური}}(2,26) = 15.99$ მიგვითითებს, რომ არსებობს სულ მცირე ერთი მნიშვნელოვანი სხეაობა საშუალოებს შორის. წყვილთაშორისი შედარებები ტუკის *CD*-ს გამოყენებით გვიჩვენებს, რომ ყოველი საშუალო მნიშვნელოვნად განსხვავდება ყოველი სხვა საშუალოსაგან. აქედან გამომდინარე, ჩვილები ყველაზე მეტ დროს ნაცნობ სახეებს აკვირდებოდნენ. უცნობ სახეზე ფიქსაციის ხანგრძლივობა მნიშვნელოვნად ნაკლები იყო, ვიდრე ნაცნობ სახეზე, ხოლო ცარიელ ოვალებზე ფიქსაციის ხანგრძლივობა – მნიშვნელოვნად ნაკლები, ვიდრე ნაცნობ და უცნობ სახეებზე.

თავი XIII

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა XIII.1

2. არა, ორ ქულას შორის დამოკიდებულება არ იცვლება.
3. *ცხრილი № 1*
   ა. დადებითი კავშირი.
   ბ. სრულყოფილზე ნაკლები.
   გ. კი. მარტოობის ქულების ცოდნა დეპრესიის უკეთესად წინასწარმეტყველების საშუალებას იძლევა, ვიდრე ამ ქულების არცოდნა.

   ცხრილი № 2
   ა. უარყოფითი კავშირი.
   ბ. სრულყოფილზე ნაკლები.
   გ. კი.

4. ა. სუსტი უარყოფითი კავშირი.
   ბ. სრულყოფილზე ნაკლები.
   გ. არა, ეს არ გაზრდის წინასწარმეტყველების სიზუსტეს.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა XIII.2

3. ა. $r_{\text{რეალური}} = +.870$.
4. ა. $r_{\text{რეალური}} = -.764$.
5. ა. $r_{\text{რეალური}} = -.277$.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა XIII.3

4.

	r^2
ა.	.0144
ბ.	.5476
გ.	.3481
დ.	.1296
ე.	.0529
ვ.	.0361

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა XII.4

2. $H_0 : \rho = 0; \rho \neq 0.$
3.

		კრიტიკული მნიშვნელობა	
	df	.05	.01
ა.	6	.707	.834
ბ.	13	.514	.641
გ.	18	.444	.561
დ.	30	.349	.449
ე.	41	.304	.393
ვ.	73	.232	.302

4.

	სტატისტიკური ჰიპოთეზები	კრიტიკული მნიშვნელობა	ხვდება უარყოფის არეში	გადაწყვეტილება
ა.	$H_0 : \rho = 0$ $H_1 : \rho \neq 0$	.576	კი	H_0: უარვყოფთ H_1: ვიღებთ
ბ.	$H_0 : \rho = 0$ $H_1 : \rho \neq 0$	.576	არა	H_0: ვერ უარვყოფთ H_1: ვერ ვიღებთ
გ.	$H_0 : \rho = 0$ $H_1 : \rho \neq 0$	.444	კი	H_0: უარვყოფთ H_1: ვიღებთ
დ.	$H_0 : \rho = 0$ $H_1 : \rho \neq 0$	.423	არა	H_0: ვერ უარვყოფთ H_1: ვერ ვიღებთ
ე.	$H_0 : \rho = 0$ $H_1 : \rho \neq 0$	.232	კი	H_0: უარვყოფთ H_1: ვიღებთ
ვ.	$H_0 : \rho = 0$ $H_1 : \rho \neq 0$	.666	კი	H_0: უარვყოფთ H_1: ვიღებთ

5. ა. $r_{\text{რეალური}} = -.550$.
   ბ. $r_{\text{კრიტიკული}}(10) = .576; r_{\text{რეალური}}$ არამნიშვნელოვანია.
   გ. არ დასტურდება ჰიპოთეზა, რომ იმ პოპულაციაში, რომლიდანაც აღებულია ეს ქულები, არსებობს კავშირი გაცდენებსა და ტესტის ქულებს შორის.

6.

	სტატისტიკური ჰიპოთეზები	კრიტიკული მნიშვნელობა	ხვდება უარყოფის არეში	გადაწყვეტილება
ა.	$H_0: \rho = 0$ $H_1: \rho_s \neq 0$	.490	არა	H_0: ვერ უარვყოფთ H_1: არ ვიღებთ
ბ.	$H_0: \rho = 0$ $H_1: \rho_s \neq 0$	.591	კი	H_0: უარვყოფთ H_1: ვიღებთ
გ.	$H_0: \rho = 0$ $H_1: \rho_s \neq 0$	.409	კი	H_0: უარვყოფთ H_1: ვიღებთ
დ.	$H_0: \rho = 0$ $H_1: \rho_s \neq 0$	.648	არა	H_0: ვერ უარვყოფთ H_1: ვერ ვიღებთ
ე.	$H_0: \rho = 0$ $H_1: \rho_s \neq 0$	.438	კი	H_0: უარვყოფთ H_1: ვიღებთ
ვ.	$H_0: \rho = 0$ $H_1: \rho_s \neq 0$	.364	კი	H_0: უარვყოფთ H_1: ვიღებთ

კითხვები

1. ბ. დადებითი.

   გ. $r_{\text{რეალური}} = +.655; r_{\text{კრიტიკული}}(14) = .497; r_{\text{რეალური}}$ სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია.

   დ. არსებობს დადებითი კავშირი სიბრაზის დონესა და სისტოლურ არტერიულ წნევას შორის. რაც უფრო მაღალია სიბრაზის დონე, მით უფრო მაღალია სისტოლური არტერიული წნევა.

   ე. $r^2 = .43$.

2. ა. $r_{\text{რეალური}} = -.12$ გოგონებისათვის; $r_{\text{კრიტიკული}}(51) = .273; r_{\text{რეალური}}$ არამნიშვნელოვანია.

   $r_{\text{რეალური}} = +.32$ ვაჟებისათვის; $r_{\text{კრიტიკული}}(40) = .304; r_{\text{რეალური}}$ სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია.

   ბ. $r^2 = .01$ გოგონებისათვის, $r^2 = .10$ ვაჟებისათვის.

   გ. გოგონებისათვის არ არსებობს კავშირი. ვაჟებისათვის კავშირი დადებითია; მაღალ ბიჭებს აქვთ ტენდენცია, მიიღონ უფრო მაღალი ქულები ანგარიშის ბარათებზე.

3. ბ. დადებითი.

   გ. $r_{\text{რეალური}} = +.781; r_{\text{კრიტიკული}}(8) = .632; r_{\text{რეალური}}$ სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია.

   დ. ისინი დადებითად დაკავშირებულია; რაც უფრო მაღალია ნიშანი სემესტრის შუაში, მით უფრო მაღალი იქნება საბოლოო გამოცდის ნიშანი.

4. ა. $r_{\text{სრულიად}} = +.937; r_{\text{კრიტიკული}}(14) = .545; r_{\text{სრულიად}}$ სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია.

   ბ. პოპულარობა და ფიზიკური მიმზიდველობა დადებით კავშირშია იმ გოგონების პოპულაციაში, საიდანაც აღებული იყო შერჩევა.

   გ. $r_{\text{სრულიად}} = -.134; r_{\text{კრიტიკული}}(14) = .545; r_{\text{სრულიად}}$ არამნიშვნელოვანია.

   დ. არ არსებობს კავშირი ვაჟების პოპულარობასა და ფიზიკურ მიმზიდველობას შორის იმ პოპულაციაში, საიდანაც აღებული იყო შერჩევა.

5. კოლეჯის სტუდენტების ინტელექტის კოეფიციენტი მოიცავს ცვლადის შეზღუდულ დიაპაზონს. ინტელექტის კოეფიციენტის ძალიან დაბალი და ძალიან მაღალი ქულები არ შედიოდა შერჩევაში. შესაძლებელია ასევე, რომ ნიშნების საშუალოები მსგავსად არის შეზღუდული დიაპაზონში.

6. ბ. არ არის კავშირი.

   გ. $r_{\text{სრულიად}} = -.001; r_{\text{კრიტიკული}}(11) = .553; r_{\text{სრულიად}}$ არამნიშვნელოვანია.

   დ. კომპიუტერის გამოყენების საათების რაოდენობა და სიღრმის აღქმის შეცდომა არ არის დაკავშირებული გაზომილ შერჩევაში.

7. ბ. კავშირი, როგორც ჩანს, უარყოფითია.

   გ. $r_{\text{სრულიად}} = -.807; r_{\text{კრიტიკული}}(13) = .514; r_{\text{სრულიად}}$ სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია.

   დ. დღის უარყოფითი მოვლენების რაოდენობა და სკოლისგან მიღებული კმაყოფილება უარყოფითადაა დაკავშირებული. რაც უფრო მეტია ყოველდღიური უარყოფითი მოვლენები, მით უფრო დაბალია სკოლისგან მიღებული კმაყოფილება.

8. ა. $r_{\text{რეალური}} = -.735$.

   ბ. $r_{\text{კრიტიკული}}(15) = .482; r_{\text{რეალური}}$ სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია.

   გ. უარყოფითი კავშირი გვიჩვენებს, რომ X ცვლადის უფრო მაღალი ქულები დაკავშირებულია Y ცვლადის უფრო დაბალ ქულებთან. ამდენად, თქვენ უფრო დაბალ ნიშნებს ელოდებით იმ მეგობრისაგან, რომელიც კვირაში 15 საათის განმავლობაში უყურებს ტელევიზიას, ვიდრე მეგობრისაგან, რომელიც 4 საათს უყურებს ტელევიზიას კვირის მანძილზე.

9. ა. $r_{\text{რეალური}} = +.847$.

   ბ. $r_{\text{კრიტიკული}}(16) = .507; r_{\text{რეალური}}$ სტატისტიკურად მნიშვნელოვანია.

   გ. არსებობს დადებითი კორელაცია მოწონების რანგსა და მონანილეობის რანგს შორის. რაც უფრო მაღალია მონონების რანგი, მით უფრო მაღალია მონანილეობის რანგი.

თავი XIV

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა XIV.1

4. ა. $b = +2$; $a = 0$; $Y = +2X$.
   ბ. $b = -1$; $a = +2$; $Y = -1X+2$.
   გ. $b = +1.5$; $a = +1$; $Y = +1.5X+1$.
   დ. $b = -2$; $a = +4$; $Y = -2X+4$.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა XIV.2

3. ა. $Y' = +0.8X + 9$.
   ბ.

X	Y'
60	57
65	61
80	73
85	77
90	81

   გ. $\overline{Y}$=69.8. რეგრესიის წრფე გადის წერტილებს $X = 0$, $Y = 9$; $\overline{X} = 76, \overline{Y} = 69.8$.

4. ა. $Y' = -1.4X + 23$.
   ბ.

X	Y'
5	16.0
8	11.8
11	7.6
14	3.4
17	-0.8

   გ. $\overline{Y}$=7.6. რეგრესიის წრფე გადის წერტილებს $X = 0$, $Y = 23$; $\overline{X} = 11, \overline{Y} = 7.6$.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა XIV.3

5. 4.98.
6. 4.80.
7. 4.30.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა XIV.4

1. ა. +11.507.
   ბ. 202.215.
   გ. $Y' = +11.507X + 202.215$.
   დ. რეგრესიის წრფე გადის წერტილებს $X = 0$, $Y = 202.215$; $\overline{X} = 5.17, \overline{Y} = 261.7$.
   ე.

X	Y'
6	271.3
3	236.7
9	305.8
1	213.7
4	248.2
2	225.2
3	236.7
5	259.8
8	294.3
7	282.8
8	294.3
6	271.3

3.

ცდის პირი	ნაშთი $(Y - Y')$
1	-54.3
2	-6.7
3	+9.2
4	+10.3
5	+22.8
6	-27.2
7	+19.3
8	+3.2
9	+26.7
10	+6.2
11	-29.3
12	+19.7

   ზ. 6824.43.
   თ. 26.12.
   ი. კი; $s_{Y \cdot X}$ ნაკლებია s_Y -ზე.

2. ა. $b = -0.43$.
   ბ. $a = 24.6$.
   გ. $Y' = -0.43X + 24.6$.
   დ. 41 სკანირება, $Y' = 7.0$.
   ე. 18 სკანირება, $Y' = 16.9$.

კითხვები

1. ა. +0.884.
   ბ. +0.884.
   გ. $Y' = +0.884X + 10.96$.
   დ. 79.0.
   ე. 5.52.

2. ა. $Y' = -0.116X + 3.23$.
   ბ. 2.88.
   გ. 2.64.

3. ა. $Y' = +-4.3X + 128$, სადაც X დღეში მოწეული სიგარეტების რაოდენობაა.
   გ.

სიგარეტები დღეში	ნანინასნარმეტყველები წონა დაბადებისას (oz)
0	128.0
1	123.7
5	106.5
8	93.6
10	85.0
13	72.1
20	42.0

4. ა. $Y' = +0.786X + 107.16$.

ბ.

ცდის პირი	ნაწინასწარმეტყველები არტერიული წნევა
1	157.5
2	130.7
3	136.2
4	137.8
5	120.5
6	130.0
7	135.5
8	133.9
9	141.7
10	132.3
11	136.2
12	144.1
13	146.5
14	139.4
15	143.3
16	155.1

დ. $s_{Y \bullet X}$ არის s_Y -ის .78.

5. ა. -0.562.
ბ. 28.33.
გ. $Y' = -0.562X + 28.33$.
ე. 2.90.

6.

აპლიკანტი	ნაწინასწარმეტყველები შესრულება სამსახურში: Y'
დიანა	55.2
როდრიგო	61.2
კოლინი	54.0
მარია	67.2
რუბენი	64.8
ლუკი	52.8
ჰოლი	50.4
ბლითი	70.8

როდრიგოს, მარიას, რუბენის და ბლითის სამსახურში შესრულების ნაწინასწარმეტყველები ქულები 60-ზე მეტია. ამდენად, ამ აპლიკანტებს სამსახურში აიყვანენ.

7. ა. $Y' = -1.317X + 89.17$.
ბ. Y' 4 საათისთვის = 83.9; Y' 15 საათისთვის = 69.4.
გ. $s_{Y \bullet X}$=8.01; $s_{Y \bullet X}$ არის s_Y -ის .70.

თავი XV

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა XV.1

7.

χ^2 გაანგარიშებული	*df*	χ^2 კრიტიკული	ხვდება უარყოფის არეში	გადაწყვეტილებები
7.26	2	5.99	კი	H_0: უარვყოფთ H_1: ვიღებთ
8.33	4	9.49	არა	H_0: ვერ უარვყოფთ H_1: არ ვიღებთ
14.19	7	14.1	კი	H_0: უარვყოფთ H_1: ვიღებთ
26.94	26	31.4	არა	H_0: ვერ უარვყოფთ H_1: არ ვიღებთ

8. თითოეულ უჯრედში მოცემული მნიშვნელობები მოსალოდნელი სიხშირეებია.

ა.

		სვეტი 1	სვეტი 2
სტრიქონი	1	12.6	31.4
	2	15.4	38.6

$\chi^2_{\text{გაანგარიშებული}}(1) = 0.073$, $p > .05$; არამნიშვნელოვანი.

ბ.

		სვეტი 1	სვეტი 2
სტრიქონი	1	19.2	29.8
	2	24.8	38.2

$\chi^2_{\text{გაანგარიშებული}}(1) = 9.256$, $p < .01$; სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი.

გ.

		სვეტი 1	სვეტი 2
სტრიქონი	1	42.4	56.6
	2	17.6	23.4

$\chi^2_{\text{გაანგარიშებული}}(1) = 12.442$, $p < .01$; სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი.

9. $\chi^2_{\text{გაანგარიშებული}}(2) = 0.168$. ეს $\chi^2_{\text{გაანგარიშებული}}$ არამნიშვნელოვანია; ამ მაგალითში არ არსებობს კავშირის კვირის დღესა და დღის პერიოდს შორის იმ მანქანებისათვის, რომლებიც გადიან შეჩერების ნიშანთან.

10. $\chi^2_{\text{რეალური}}(1) = 70.914$, $p<.01$; ჰიპოთეტური კავშირი არსებობს.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა XV.2

1.

ქულები, დალაგებული უმცირესიდან უდიდესამდე	7	10	14	15	16	19	23	26
ჯგუფის იდენტობა	2	1	2	1	2	1	1	2
რანგი	1	2	3	4	5	6	7	8
რაოდენობა შემთხვევებისა, როდესაც A_1 ქულა წინ უსწრებს A_2 ქულას		3		2		1	1	
რაოდენობა შემთხვევებისა, როდესაც A_2 ქულა წინ უსწრებს A_1 ქულას	4		3		2			

$U_{A1} = 7$; $U_{A2} = 9$.

ა. U_{A1}. ბ. არა.

2. $U_{A1} = 7$; $U_{A2} = 9$.
ა. კი.

4. U_{A1} დაახლოებით უნდა უტოლდებოდეს U_{A2}-ს.

5. ისინი საკმაოდ უნდა განსხვავდებოდნენ.

6.

	$U_{\text{კრიტიკული}}$	ხვდება უარყოფის არეში	გადაწყვეტილება
ა.	0	არა	H_0: ვერ უარვყოფთ H_1: არ ვიღებთ
ბ.	16	კი	H_0: უარვყოფთ H_1: ვიღებთ
გ.	27	არა	H_0: ვერ უარვყოფთ H_1: არ ვიღებთ
დ.	22	კი	H_0: უარვყოფთ H_1: ვიღებთ
ე.	56	კი	H_0: უარვყოფთ H_1: ვიღებთ
ვ.	87	არა	H_0: ვერ უარვყოფთ H_1: არ ვიღებთ

7. უფრო მცირე $U = U_{A1} = 54.5$; $U_{\text{კრიტიკული}} = 41$; U_{A1} არ ხვდება უარყოფის არეში. არ დასტურდება, რომ ჯგუფები განსხვავდება შფოთვის შეფასებებში.

შეამოწმეთ თქვენი ცოდნა XV.3

4.

	$T_{\text{კრიტიკული}}$	ხვდება უარყოფის არეში	გადაწყვეტილება
ა.	4	კი	H_0: უარვყოფთ H_1: ვიღებთ
ბ.	8	არა	H_0: ვერ უარვყოფთ H_1: არ ვიღებთ
გ.	17	კი	H_0: უარვყოფთ H_1: ვიღებთ
დ.	46	კი	H_0: უარვყოფთ H_1: ვიღებთ
ე.	90	არა	H_0: ვერ უარვყოფთ H_1: არ ვიღებთ

5. $T_{\text{რეალური}}(14) = 27$; $T_{\text{კრიტიკული}}(14) = 21$; $T_{\text{რეალური}}$ არ არის სტატისტიკურად მნიშვნელოვანი. ამ შერჩევაში შფოთვის დონე არ შეიცვალა პირველი თამაშიდან მეორე თამაშამდე.

კითხვები

1. ა. $\chi^2_{\text{რეალური}}(1) = 1.235$, $p > .05$. სკოლიდან გარიცხვის სიხშირე არ არის კავშირში სქესთან.
ბ. $\chi^2_{\text{რეალური}}(2) = 28.990$, $p > .01$. სკოლიდან გარიცხვის სიხშირე კავშირშია პრობლემის სერიოზულობასთან. ირიცხება საშუალო პრობლემების მქონე ინდივიდების მოსალოდნელზე უფრო მეტი რაოდენობა; ასევე, ირიცხება სერიოზული პრობლემების მქონე ინდივიდების მოსალოდნელზე ნაკლები რაოდენობა.

2. $\sum(-R) = 50$, $\sum(+R) = 5$; ამდენად, $T_{\text{რეალური}}(11) = 5$, $p < .01$. უარვყოფთ H_0; დავალების ტიპი გავლენას ახდენს მთქნარებაზე.
ა. უინტერესო ვიდეოფილმის პირობაში ქულები დადებითადაა ასიმეტრიული.
ბ. დამთქნარებების რაოდენობის განაწილებები განსხვავებულია. უფრო მეტი მთქნარება ხდება, როდესაც სტიმული უინტერესოა, ვიდრე როდესაც სტიმული საინტერესოა.

3. $U_{A2} = 38.5$, $p > .05$. განაწილებები მნიშვნელოვნად არ განსხვავდება.

4. $U_{A2} = 44.5$, $p > .05$. განაწილებები მნიშვნელოვნად არ განსხვავდება.

5. $T_{\text{რეალური}} = 3$; $T_{\text{კრიტიკული}}(8) = 3$. $T_{\text{რეალური}}$ ხვდება უარყოფის არეში; ასე რომ, "H_0: დაკავშირებული A_1 და A_2 ქულების პოპულაციის განაწილებები იდენტურია" უარყოფილია.

დანართი F
ხშირად გამოყენებული ფორმულები

სიხშირეთა განაწილებები

დაუჯგუფებელ სიხშირეთა განაწილებები

ქულის rf = ქულის f/N
ქულის $\%f$ = (ქულის rf) x 100

დაჯგუფებელ სიხშირეთა განაწილებები

კლასის ინტერვალის ზომა = $i = \frac{X_{\text{მაქსიმალური}} - X_{\text{მინიმალური}}}{\text{ინტერვალების რაოდენობა}}$

ინტერვალში ქულების $rf = \frac{\text{ინტერვალში ქულების } f}{N}$

ინტერვალში ქულების $\%f = \frac{\text{ინტერვალში ქულების } f}{N} \text{ x } 100$

პროცენტული რანგი

$$P_X = \left[\frac{cf_L + \left[(X - X_L)/i\right]fi}{N}\right] \text{x } 100$$

პროცენტილის წერტილი

$$X_p = X_L + \left[\frac{P(N) - cf_L}{f_i}\right] i$$

ცენტრალური ტენდენციის საზომები

მედიანა

$$Mdn = X_{50} = X_L + \left[\frac{.50(N) - cf_L}{f_i}\right] I$$

საშუალო

$$\overline{X} = \frac{\sum X}{N}$$

ცვალებადობის საზომები

დიაპაზონი

დიაპაზონი = $X_{\text{მაქსიმალური}} - X_{\text{მინიმალური}}$

კვარტილთშორისი გაბნევის დიაპაზონი
$IQR = X_{75} - X_{25}$

სემიკვარტილთშორისი გაბნევის დიაპაზონი

$$ISQR = \frac{IQR}{2} = \frac{X_{75} - X_{25}}{2}$$

დისპერსია

პოპულაციის დისპერსია

$$\sigma^2 = \frac{\sum(X - \mu^2)}{N_{\text{პოპულაცია}}}$$

შერჩევის დისპერსია

$$S^2 = \frac{\sum(X - \overline{X})^2}{N}$$

პოპულაციის დისპერსიის შეფასება

განმარტებითი ფორმულა: $s^2 = \frac{\sum(X - \overline{X})^2}{N - 1}$

კვადრატების ჯამების ფორმულა: $s^2 = SS/N-1$

გამოთვლითი ფორმულა: $s^2 = \frac{\sum X^2 - \left[(\sum X)^2 / N\right]}{N - 1}$

სტანდარტული გადახრა

პოპულაციის სტანდარტული გადახრა
$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

შერჩევის სტანდარტული გადახრა

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{\sum(X - \overline{X})^2}{N}}$$

პოპულაციის სტანდარტული გადახრის შეფასება

განმარტებითი ფორმულა: $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{\sum(X - \overline{X})^2}{N - 1}}$

კვადრატების ჯამის ფორმულა: $s = \sqrt{\frac{SS}{N - 1}}$

გამოთვლითი ფორმულა: $s = \sqrt{\frac{\sum X^2 - \left[\left(\sum X\right)^2 / N\right]}{N-1}}$

საშუალოს სტანდარტული შეცდომა

σ ცნობილი

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

σ უცნობი

$$s_{\bar{X}} = \frac{s}{\sqrt{N}}$$

საშუალოებს შორის სხვაობის სტანდარტული შეცდომა

σ ცნობილი

$$\sigma_{\bar{X}A1-\bar{X}A2} = \sqrt{\frac{\sigma_{A1}^2}{n_{A1}} + \frac{\sigma_{A2}^2}{n_{A2}}}$$

σ უცნობი

$$s_{\bar{X}A1-\bar{X}A2} = \sqrt{\left[\frac{(n_{A1}-1)s_{A1}^2 + (n_{A2}-1)s_{A2}^2}{n_{A1}+n_{A2}-2}\right]\left[\frac{1}{n_{A1}} + \frac{1}{n_{A2}}\right]}$$

ალბათობა

ხდომილობის ალბათობა (*p*)

$$p\ (\text{ხდომილება}) = \frac{\text{ხდომილების რაოდენობა პოპულაციაში}}{\text{ხდომილებების ყველა შესაძლო რაოდენობა პოპულაციაში}}$$

z ქულები და სტანდარტული ქულები

ერთეული ქულა

$$z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

სტანდარტული ქულა

$$z = \frac{X - \bar{X}}{S} \text{ ან } z = \frac{X - \bar{X}}{\sqrt{\sum (X - \bar{X})^2 / N}}$$

შერჩევის საშუალო (სტანდარტიზებული)

$$z = \frac{\overline{X} - \mu}{\sigma_{\overline{X}}}$$

t კრიტერიუმები

t კრიტერიუმი ერთი შერჩევისათვის

$$t = \frac{X - \mu}{\sigma} \text{ ან } t = \frac{\overline{X} - \mu}{s/\sqrt{N}}, df = N - 1$$

t კრიტერიუმი დამოუკიდებელი ჯგუფებისათვის

განმარტებითი ფორმულა: $t_{\text{დამოუკიდებელი}} = \frac{\overline{X}_{A1} - \overline{X}_{A2}}{s_{\overline{X}A1 - \overline{X}A2}}$

გამოთვლითი ფორმულა: $t_{\text{დამოუკიდებელი}} = \frac{\overline{X}_{A1} - \overline{X}_{A2}}{\sqrt{\left[\frac{(n_{A1}-1)s^2_{A1} + (n_{A2}-1)s^2_{A2}}{n_{A1}+n_{A2}-2}\right]\left[\frac{1}{n_{A1}} + \frac{1}{n_{A2}}\right]}}, df = N - 2$

t კრიტერიუმი დამოკიდებული ჯგუფებისათვის

$$t_{\text{დამოკიდებული}} = \frac{\overline{X}_{A1} - \overline{X}_{A2}}{\sqrt{\frac{\sum D^2 - (\sum D)^2 / N_{\text{წყვილები}}}{N_{\text{წყვილები}}\left(N_{\text{წყვილები}} - 1\right)}}}, df = N_{\text{წყვილები}} - 1$$

დისპერსიული ანალიზი

ცდის პირთა შორის ერთფაქტორიანი სქემა

წყარო	*SS*	*df*[a]	*MS*	*F*
A ფაქტორი	$\sum\sum\left(\overline{X_A} - \overline{X_G}\right)^2$	$a - 1$	SS_A/df_A	$MS_A/MS_{\text{შეცდომა}}$
შეცდომა	$\sum\sum\left(X - \overline{X_A}\right)^2$	$N - a$	$SS_{\text{შეცდომა}}/df_{\text{შეცდომა}}$	
სულ	$\sum\sum\left(X - \overline{X_G}\right)^2$	$N - 1$	არ გამოითვლება	

[a] a არის A ფაქტორის დონეების რაოდენობა, N – ქულების სრული რაოდენობა.

ცდის პირთა შორის ორფაქტორიანი სქემა

წყარო	*SS*	*df*[a]	*MS*	*F*
A ფაქტორი	SS_A	$a - 1$	SS_A/df_A	$MS_A/MS_{შეცდომა}$
B ფაქტორი	SS_B	$b - 1$	SS_B/df_B	$MS_B/MS_{შეცდომა}$
A და *B* ფაქტორების ურთიერთქმედება	$SS_{A\times B}$	$(a - 1)(b - 1)$	$SS_{A\times B}/df_{A\times B}$	$MS_{A\times B}/MS_{შეცდომა}$
შეცდომა	$SS_{შეცდომა}$	$ab(n_{AB}-1)$	$SS_{შეცდომა}/df_{შეცდომა}$	
სულ	$SS_{სრული}$	$N - 1$	არ გამოითვლება	

[a] a A ფაქტორის დონეების რაოდენობაა; b – B ფაქტორის დონეების რაოდენობა; n_{AB} — ქულების რაოდენობა თითოეულ უჯრედში; N – ქულების სრული რაოდენობა.

ცდის პირთა შიგნით ერთფაქტორიანი სქემა

წყარო	*SS*	*df*[a]	*MS*	*F*
A ფაქტორი	SS_A	$a - 1$	SS_A/df_A	$MS_A/MS_{A\times S}$
S ფაქტორი	SS_S	$n_A - 1$	SS_S/df_S	
AxS	$SS_{A\times S}$	$(a - 1)(n_A - 1)$	$SS_{A\times S}/df_{A\times S}$	
სულ	$SS_{სრული}$	$N - 1$	არ გამოითვლება	

[a] a A ფაქტორის დონეების რაოდენობაა; n_A — ქულების რაოდენობა ჩარევის პირობაში, ანუ, შესაბამისად, ცდის პირების რაოდენობა; N – ქულების სრული რაოდენობა.

ტუკის HSD მრავალჯერადი შედარების კრიტერიუმი

ცდის პირთა შორის ერთფაქტორიანი სქემისათვის

$$CD = q\sqrt{\frac{MS_{შეცდომა}}{n_A}}$$

ცდის პირთა შიგნით ერთფაქტორიანი სქემისათვის

$$CD = q\sqrt{\frac{MS_{A\times S}}{n_A}}$$

უბრალო ეფექტებისათვის ცდის პირთა შიგნით ერთფაქტორიან სქემაში

$$CD = q\sqrt{\frac{MS_{შეცდომა}}{n_{AB}}}$$

ეფექტის სიძლიერის საზომები

ეტა კვადრატი t კრიტერიუმისათვის

$$\eta^2 = \frac{t^2_{\text{რეალური}}}{t^2_{\text{რეალური}} + df}$$

ეტა კვადრატი ცდის პირთა შორის ერთფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზისათვის

$$\eta^2 = \frac{SS_A}{SS_{\text{სრული}}}$$

ან

$$\eta^2 = \frac{(df_A)(F_{\text{რეალური}})}{(df_A)(F_{\text{რეალური}}) + df_{\text{შეცდომა}}}$$

ეტა კვადრატი ცდის პირთა შიგნით ერთფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზისათვის

$$\eta^2 = \frac{SS_A}{SS_A + SS_{A\times S}}$$

ეტა კვადრატი ცდის პირთა შორის ორფაქტორიანი დისპერსიული ანალიზისათვის

$\eta^2 = \frac{SS_A}{SS_{\text{სრული}}}$ A ფაქტორისათვის

$\eta^2 = \frac{SS_B}{SS_{\text{სრული}}}$ B ფაქტორისათვის

$\eta^2 = \frac{SS_{A\times B}}{SS_{\text{სრული}}}$ A და B ფაქტორების ურთიერთქმედებისათვის

კორელაცია

პირსონის კორელაციის კოეფიციენტი

განმარტებითი ფორმულა: $r = \frac{\sum(X-\bar{X})(Y-\bar{Y})}{\sqrt{\left[\sum(X-\bar{X})^2\right]\left[\sum(Y-\bar{Y})^2\right]}}$

ჯვარედინი ნამრავლის ფორმულა: $r = \frac{CP_{XY}}{\sqrt{(SS_X)(SS_Y)}}$

გამოთვლითი ფორმულა: $r = \frac{(N_{\text{წყვილები}})(\sum XY) - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{\left[(N_{\text{წყვილები}})(\sum X^2) - (\sum X)^2\right]\left[(N_{\text{წყვილები}})(\sum Y)^2 - (\sum Y)^2\right]}}$

სტანდარტული ქულის ფორმულა: $r = \frac{\sum(z_X z_Y)}{N_{წყვილები}}$,

$df = N_{წყვილები} - 2$ ყველა ფორმულისათვის.

დეტერმინაციის კოეფიციენტი

r^2

სპირმენის რანგული კორელაციის კოეფიციენტი

$$r_s = 1 - \left[\frac{6\sum D^2}{(N_{წ:ცვლილები})(N^2_{წ:ცვლილები} - 1)}\right]$$

რეგრესია

წრფის განტოლება

$Y = bX + a$

წრფის დახრილობა

$$b = \frac{\text{ცვლილება Y -ის მნიშვნელობაში}}{\text{ცვლილება X -ის მნიშვნელობაში}} = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$$

უმცირეს კვადრატთა მეთოდით მიღებული რეგრესიის წრფის განტოლება

$Y' = bX + a$

უმცირეს კვადრატთა მეთოდით მიღებული რეგრესიის წრფის დახრილობა

გადახრათა ნამრავლების ჯამის ფორმულა: $b = \frac{\sum(X - \bar{X})(Y - \bar{Y})}{\sum(X - \bar{X})^2}$

ჯვარედინი ნამრავლის ფორმულა: $b = \frac{CP_{XY}}{SS_X}$

გამოთვლითი ფორმულა: $b = \frac{(N_{წ:ცვლილები})(\sum XY) - (\sum X)(\sum Y)}{(N_{წ:ცვლილები})(\sum X^2) - (\sum Y)^2}$

კორელაციური ფორმულა: $b = r\left(\frac{s_X}{s_Y}\right)$

უმცირეს კვადრატთა მეთოდით მიღებული რეგრესიის წრფის Y თანაკვეთა

$$a = \overline{Y} - b\overline{X}$$

შვფასების სტანდარტული შეცდომა

განმარტებითი ფორმულა: $s_{Y \bullet X} = \sqrt{\frac{SS_{\text{ნაშთი}}}{N_{\text{წყვილები}} - 2}}$ ან $s_{Y \bullet X} = \sqrt{\frac{\sum (Y - Y')^2}{N_{\text{წყვილები}} - 2}}$

გამოთვლითი ფორმულა:

$$s_{Y \bullet X} = \sqrt{\left[\frac{1}{N_{\text{წყვილები}}\left(N_{\text{წყვილები}} - 2\right)}\right]\left[N_{\text{წყვილები}} \sum Y^2 - \left(\sum Y\right)^2 - \frac{\left[N_{\text{წყვილები}}\left(\sum XY\right) - \left(\sum X\right)\left(\sum Y\right)\right]^2}{N_{\text{წყვილები}} \sum X^2 - \left(\sum X\right)^2}\right]}$$

კორელაციური ფორმულა: $s_{Y \bullet X} = s_Y \sqrt{\left[\frac{N_{\text{წყვილები}} - 1}{N_{\text{წყვილები}} - 2}\right]\left(1 - r^2_{\text{რანგური}}\right)}$

არაპარამეტრული კრიტერიუმები

ხი-კვადრატ დამოუკიდებლობის კრიტერიუმი

$$\chi^2 = \sum\sum \frac{\left(O_{rc} - E_{rc}\right)^2}{E_{rc}}, \; df = (r - 1)(c - 1)$$

$$\begin{pmatrix} \text{უჯრედის} \\ \text{მოსალოდნელი} \\ \text{სიხშირე} \end{pmatrix} = \frac{(\text{უჯრედისათვის მარგინალური სტრიქონი})(\text{უჯრედისათვის მარგინალური სვეტი})}{\text{პასუხების სრული რაოდენობა}}$$

თანხმობის ხი-კვადრატ კრიტერიუმი

$$\chi^2 = \sum \frac{\left(O_c - E_c\right)^2}{E_c}, \; df = c - 1$$

მან-უიტნის *U* კრიტერიუმი

$$U_{A1} = n_{A1} n_{A2} + \frac{n_{A1}\left(n_{A1} + 1\right)}{2} - \sum R_{A1}$$

$$U_{A2} = n_{A1} n_{A2} + \frac{n_{A2}\left(n_{A2} + 1\right)}{2} - \sum R_{A2}$$

ან

$$U_{A2} = n_{A1} n_{A2} - U_{A1}$$

უილკოქსონის ნიშნიანი რანგების კრიტერიუმი

$T =$ უფრო მცირეს $\sum(-R)$ და $\sum(+R)$-დან

ლიტერატურის სია

Abelson, R. P. (1997). On the surprising longevity of flogged horses: Why there is a case for the significance test. *Psychological Science, 8,* 12–15.

American Psychological Association. (1994). *Publication Manual of the American Psychological Association* (4th ed.). Washington, DC: Author.

Artis, J. B. (1993, January 28). A fat promise in the dark days of January. *Boston Globe*, p. 45.

Becoña, E., & Vázquez, F. L. (1998). Smoking cessation and weight gain in smokers participating in a behavioral treatment at 3-year follow-up. *Psychological Reports, 82,* 999–1005.

Birth weight, secondary smoke linked. (1986, August 22). *Boston Globe*, p. 83.

Bond, C. F., Jr., & Anderson, E. L. (1987). The reluctance to transmit bad news: Private discomfort or public display? *Journal of Experimental Social Psychology, 23,* 176–187.

Borgia, G., & Gore, M. A. (1986). Feather stealing in the satin bowerbird (Ptilonorhynchus violaceus): Male competition and the quality of display. *Animal Behaviour, 34,* 727–738.

Bower, G. H. (1981). Mood and memory. *American Psychologist, 36,* 129–148.

Bradley, J. V. (1980). Nonrobustness in classical tests on means and variances: A large-scale sampling study. *Bulletin of the Psychonomic Society, 15,* 275–278.

Bradley, J. V. (1984). The complexity of nonrobustness effects. *Bulletin of the Psychonomic Society, 22,* 250–253.

Brunner, B. (Ed.). (1999). *Time Almanac 2000.* Boston, MA: Information Please.

Cafardo, N. (1994, August 12). What they're forfeiting. *Boston Globe*, p. 41.

Caro, T. M. (1986). The functions of stotting in Thompson's gazelles: Some tests of the predictions. *Animal Behaviour, 34,* 663–684.

Carroll, J. L., & Shmidt, J. L., Jr. (1992). Correlation between humorous coping style and health. *Psychological Reports, 70,* 402.

Cavell, T. A., & Woehr, D. J. (1994). Predicting introductory psychology test scores: An engaging and useful topic. *Teaching of Psychology, 21,* 108–110.

Clarkson, P. M., James, R., Watkins, A., & Foley, P. (1986). The effect of augmented feedback on foot pronation during barre exercise in dance. *Research Quarterly for Exercise and Sport, 57,* 33–40.

Cohen, J. (1994). The Earth is round ($p < .05$). *American Psychologist, 49,* 997–1003.

Cortina, J. M., & Dunlap, W. P. (1997). On the logic and purpose of significance testing. *Psychological Methods, 2,* 161–172.

Cosmides, L. (1983). Invariance in the acoustic expression of emotion during speech. *Journal of Experimental Psychology: Human Performance and Perception, 9,* 864–881.

Coulter, R. G., Coulter, M. L., & Glover, J. A. (1984). Details and picture recall. *Bulletin of the Psychonomic Society, 22,* 327–329.

Craik, F. I. M., & Tulving, E. (1975). Depth of processing and the retention of words in episodic memory. *Journal of Experimental Psychology: General, 104,* 268–294.

Davis, D. M. (1990). Portrayals of women in prime-time network television: Some demographic characteristics. *Sex Roles, 23,* 325–331.

Day, R. H., & Kasperczyk, R. T. (1984). The Morinaga misalignment effect with circular stimulus elements. *Bulletin of the Psychonomic Society, 22,* 193–196.

Dihoff, R. E., Hetznecker, W., Brosvic, G. M., Carpenter, L. N., & Hoffman, L. S. (1993). Ordinal measurement of autistic behavior: A preliminary report. *Bulletin of the Psychonomic Society, 31,* 287–290.

Dudycha, A. L., & Dudycha, L. W. (1972). Behavioral statistics. In R. E. Kirk (ed.) *Statistical issues: A reader for the behavioral sciences* (pp. 2–25). Monterey, CA: Brooks/Cole.

Egli, E. A., & Meyers, L. S. (1984). The role of video game playing in adolescent life: Is there reason to be concerned? *Bulletin of the Psychonomic Society, 22,* 309–312.

Eisenman, R. (1987). Creativity, birth order, and risk taking. *Bulletin of the Psychonomic Society, 25,* 87–88.

Elasmar, M., Hasegawa, K., & Brain, M. (1999). The portrayal of women in U.S. prime time television. *Journal of Broadcasting & Electronic Media, 44*(1), 20–34.

Elgar, M. A., McKay, H., & Woon, P. (1986). Scanning, pecking, and alarm flights in house sparrows. *Animal Behaviour, 34*, 1892–1894.

Feaver, J., Mendl, M., & Bateson, P. (1986). A method for rating the individual distinctiveness of domestic cats. *Animal Behaviour, 34*, 1016–1025.

Frick, R. W. (1996). The appropriate use of null hypothesis testing. *Psychological Methods, 1*, 379–390.

Friedman, A., & Brown, N. R. (2000). Reasoning about geography. *Journal of Experimental Psychology: General, 129*, 193–219.

Friedman, H. S., Tucker, J. S., Tomlinson-Keasey, C., Schwartz, J. E., Wingard, D. L., & Criqui, M. H. (1993). Does childhood personality predict longevity? *Journal of Personality and Social Psychology, 65*, 176–185.

Fudin, R., & Levinson, H. (1994). Note on 1993 salaries of major league baseball players. *Perceptual and Motor Skills, 78*, 1085–1086.

Gaito, J. (1977). Directional and nondirectional alternative hypotheses. *Bulletin of the Psychonomic Society, 9*, 371–372.

Gardner, P. L. (1975). Scales and statistics. *Review of Educational Research, 45*, 43–57.

Geban, O., Askar, P., & Özkan, I. (1992). Effects of computer simulations and problem-solving approaches on high school students. *Journal of Educational Research, 86*(1), 5–10.

Good, L. R., & Good, K. C. (1973). An objective measure of the motive to avoid success. *Psychological Reports, 33*, 1009–1010.

Gormly, J., & Gormly, A. (1986). Social introversion and spatial abilities. *Bulletin of the Psychonomic Society, 24*, 273–274.

Gross, W. C. (1993). Gender and age differences in college students' alcohol consumption. *Psychological Reports, 72*, 211–216.

Gustafson, R. (1987a). Alcohol and aggression: A test of an indirect measure of aggression. *Psychological Reports, 60*, 1241–1242.

Gustafson, R. (1987b). Alcohol and the acceptance of social influence: A preliminary study. *Psychological Reports, 60*, 488–490.

Gwartney-Gibbs, P. A. (1986). The institutionalization of premarital cohabitation: Estimates from marriage license applications, 1970 and 1980. *Journal of Marriage and the Family, 48*, 423–434.

Haase, R. F., Waechter, D. M., & Solomon, G. S. (1982). How significant is a significant difference? Average effect size of research in counseling psychology. *Journal of Counseling Psychology, 29*, 58–65.

Hagen, R. L. (1997). In praise of the null hypothesis statistical test. *American Psychologist, 52*, 15–24.

Harris, L. J., & Blaiser, M. J. (1997). Effects of a mnemonic peg system on the recall of daily tasks. *Perceptual and Motor Skills, 84*, 721–722.

Harris, R. J. (1997). Significance tests have their place. *Psychological Science, 8*, 8–11.

Hicks, R. A., Mistry, R., Lucero, K., Marical, C., & Pellegrini, R. J. (1990). Self-reported sleep durations of college students: Normative data for 1978–79 and 1988–89. *Perceptual and Motor Skills, 70*, 370.

Homan, S. P., Topping, M., & Hall, B. W. (1986). Does teacher oral reading of test items affect the performance of students of varying reading ability? *Journal of Educational Research, 79*, 363–365.

Huebner, E. S., & McCullough, G. (2000). Correlates of school satisfaction among adolescents. *Journal of Educational Research, 93*, 331–335.

Hughey, A. W. (1985). Further inquiry into the relationship between GPA and undesirable behavior in residence halls. *Psychological Reports, 56*, 510.

Hunter, J. E. (1997). Needed: A ban on the significance test. *Psychological Science, 8*, 3–7.

Infoplease.com. (2000). Weekly TV viewing by age. Retrieved May 16, 2000 from the World Wide Web: www.infoplease.com/ipea/A0772264.html.

Jacoby, S. (2000, July–August). The allure of money. *Modern Maturity, 43R*(4), 34–41.

Jenkins, C. D., Zyzanski, S. J., & Rosenman, R. H. (1979). *Jenkins activity survey*. New York: Psychological Corporation.

Joseph, L. M. (2000). Developing first graders phonemic awareness, word identification and spelling: A comparison of two contemporary phonic instructional approaches. *Reading Research and Instruction, 39*(2), 160–169.

Kassel, J. D. (2000). Smoking and stress: Correlation, causation, and context. *American Psychologist, 55*, 1155–1156.

Keppel, G. (1991). *Design and analysis: A researcher's handbook* (3rd ed.). Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.

Kleinknecht, R. A., & Donaldson, D. A. (1975). A review of the effects of diazepam on cognitive and psychomotor performance. *Journal of Nervous and Mental Diseases, 161*, 399–411.

Krantz, M. (1987). Physical attractiveness and popularity: A predictive study. *Psychological Reports, 60*, 723–726.

Lindner, D., & Hynan, M. T. (1987). Perceived structure of abstract paintings as a function of structure of music listened to on initial viewing. *Bulletin of the Psychonomic Society, 25*, 44–46.

Martin, R. A., & Lefcourt, H. M. (1984). Situational humor response questionnaire: Quantitative measure of sense of humor. *Journal of Personality and Social Psychology, 47*, 145–155.

Maynard, I. W., & Howe, B. L. (1987). Interrelations of trait and state anxiety with game performance of rugby players. *Perceptual and Motor Skills, 64*, 599–602.

McCarthy, P. R., & Schmeck, R. R. (1982). Effects of teacher self-disclosure on student learning and perceptions of teacher. *College Student Journal, 16*, 45–49.

McElrea, H., & Standing, L. (1992). Fast music causes fast drinking. *Perceptual and Motor Skills, 75*, 362.

McKelvey, M. W., & McKenry, P. C. (2000). The psychosocial well-being of Black and White mothers following marital dissolution. *Psychology of Women Quarterly, 24*, 4–14.

Meyer, G. E. (1986). Interactions of subjective contours with the Ponzo, Müller-Lyer, and vertical–horizontal illusions. *Bulletin of the Psychonomic Society, 24*, 39–40.

Mintz, L. B., & Betz, N. E. (1986). Sex differences in the nature, realism, and correlates of body image. *Sex Roles, 15*, 185–195.

Mishra, R. (2000, June 21). U.S. health care system ranked 37th. *The Boston Globe*, p. A2.

Morrison, C., & Reeve, J. (1986). Effect of instructional units on the analysis of related and unrelated skills. *Perceptual and Motor Skills, 62*, 563–566.

Newburger, J. W., Takahashi, M., Burns, J. C., Beiser, A. S., Chung, K. J., Duffy, C. E., Glode, M. P., Mason, W. H., Reddy, V., Sanders, S. P., Shulman, S. T., Wiggins, J. W., Hicks, R. V., Fulton, D. R., Lewis, A. B., Leung, D. Y. M., Colton, T., Rosen, F. S., & Melish, M. E. (1986). The treatment of Kawasaki syndrome with intravenous gamma globulin. *New England Journal of Medicine, 315*, 341–347.

O'Brien, E. J., & Wolford, C. R. (1982). Effect of delay in testing on retention of plausible versus bizarre mental images. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition, 8*, 148–152.

Parrott, A. C. (1999). Does cigarette smoking *cause* stress? *American Psychologist, 54*, 817–820.

Pedersen, D. M. (1979). Dimensions of privacy. *Perceptual and Motor Skills, 48*, 1291–1297.

Pedersen, D. M. (1987). Sex differences in privacy preferences. *Perceptual and Motor Skills, 64*, 1239–1242.

Pfendler, C., & Widdel, H. (1986). Vigilance performance when using colour on electronic displays. *Perceptual and Motor Skills, 63*, 939–944.

Provine, R. R., & Hamernik, H. B. (1986). Yawning: Effects of stimulus interest. *Bulletin of the Psychonomic Society, 24*, 437–438.

Reisberg, D. (1983). General mental resources and perceptual judgments. *Journal of Experimental Psychology: Human Performance and Perception, 9*, 966–979.

Roballey, T. C., McGreevy, C., Rongo, R. R., Schwantes, M. L., Steger, P. J., Wininger, M. A., & Gardner, E. B. (1985). The effect of music on eating behavior. *Bulletin of the Psychonomic Society, 23*, 221–222.

Roberts, R. E., Lewinsohn, P. M., & Seeley, J. R. (1993). A brief measure of loneliness suitable for use with adolescents. *Psychological Reports, 72*, 1379–1391.

Rotton, J., & Kelly, I. W. (1985). A scale for assessing belief in lunar effects: Reliability and concurrent validity. *Psychological Reports, 57*, 239–245.

Sadeh, A., Raviv, A., & Gruber, R. (2000). Sleep patterns and sleep disruptions in school-age children. *Developmental Psychology, 36*, 291–301.

Senders, V. L. (1958). *Measurement and statistics*. New York: Oxford University Press.

Smith, J. E., Waldorf, V. A., & Trembath, D. L. (1990). "Single white male looking for thin, very attractive. . . ." *Sex Roles, 23*, 675–683.

Spielberger, C. D. (1980). *Test anxiety inventory*. Palo Alto, CA: Consulting Psychologists Press.

Stahler, G. J., & Eisenman, R. (1987). Psychotherapy dropouts: Do they have poor psychological adjustment? *Bulletin of the Psychonomic Society, 25*, 198–200.

Standing, L., Lynn, D., & Moxness, K. (1990). Effects of noise upon introverts and extroverts. *Bulletin of the Psychonomic Society, 28*, 138–140.

Stigler, S. M. (1986). *The history of statistics: The measurement of uncertainty before 1900*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Streiner, D. L. (1996). Maintaining standards: Differences between the standard deviation and standard error, and when to use each. *Canadian Journal of Psychiatry, 41*, 498–502.

Strueber, D., & Stadler, M. (1999). Differences in top-down influences on the reversal rate of different categories of reversible figures. *Perception, 28,* 1185–1196.

Sturgeon, R., & Beer, J. (1990). Attendance reward and absenteeism in high school. *Psychological Reports, 66,* 759–762.

The wizards of odds. (1989, June). *Aide Magazine,* pp. 9–13.

Thorson, J. A. (1993). To die with your boots on: Relative lethality of the states. *Psychological Reports, 72,* 843–854.

Tobacyk, J., Miller, M. J., & Jones, G. (1984). Paranormal beliefs of high school students. *Psychological Reports, 55,* 255–261.

Trinkhaus, J. (1982). Stop sign compliance: An informal look. *Psychological Reports, 50,* 288.

Trinkhaus, J. (1983). Stop sign compliance: Another look. *Psychological Reports, 57,* 922.

Trinkhaus, J. (1988). Stop sign compliance: A further look. *Perceptual and Motor Skills, 67,* 670.

Trinkhaus, J. (1993). Stop sign compliance: A follow-up look. *Perceptual and Motor Skills, 76,* 1218.

Trinkaus, J. (1997). Stop sign compliance: A final look. *Perceptual and Motor Skills, 85,* 217–218.

Tukey, J. W. (1977). *Exploratory data analysis.* Reading, MA: Addison-Wesley.

Unrug-Neervoort, A., Kaiser, J., & Coenen, A. (1992). Influence of diazepam on prospective time estimation. *Perceptual and Motor Skills, 75,* 993–994.

U.S. Bureau of Labor Statistics. (2000, April 19). Usual weekly earning summary. Retrieved May 16, 2000 from the World Wide Web: stats.bls.gov/newsrels.htm.

U.S. Bureau of Labor Statistics. (2000). Labor force statistics from the current population survey. Table 4. Quartiles and selected deciles of usual weekly earnings of full-time and salary workers by selected characteristics, first quarter 2000 averages, not seasonally adjusted. Retrieved May 17, 2000 from the World Wide Web: stats.bls.gov/news.release/wkyeng.t04.htm.

U.S. Census Bureau. (1998, March). Household and family characteristics: March 1998 update. Retrieved August 18, 2000 from the World Wide Web: www.census.gov/prod/3/98pubs/p20-515u.pdf.

U.S. Census Bureau. (1999). *Statistical abstract of the United States: 1999.* Author, pp. 868–889.

Villimez, C., Eisenberg, N., & Carroll, J. L. (1986). Sex differences in the relation of children's height and weight to academic performance and others' attributions of competence. *Sex Roles, 15,* 667–681.

Wainer, H. (1999). One cheer for null hypothesis significance testing. *Psychological Methods, 4,* 212–213.

Wang, A. Y., Thomas, M. H., & Ouellette, J. A. (1992). Keyword mnemonic and retention of second language vocabulary words. *Journal of Educational Psychology, 84,* 520–528.

Weiss, B. A., Kimmel, D., & Stein, J. (1993). Psychology of computer use: XXVII: Effect of computer use on depth perception. *Perceptual and Motor Skills, 77,* 175–178.

Wellens, A. R. (1987). Heart-rate changes in response to shifts in interpersonal gaze from liked and disliked others. *Perceptual and Motor Skills, 64,* 595–598.

Wiehe, V. R. (1986). *Loco Parentis* and locus of control. *Psychological Reports, 59,* 169–170.

Wilkinson, L., & The Task Force on Statistical Inference. (1999). Statistical methods in psychology journals: Guidelines and explanations. *American Psychologist, 54,* 594–604.

Williams, J. G., & Covington, C. J. (1997). Predictors of cigarette smoking among adolescents. *Psychological Reports, 80,* 481–482.

Woehr, D. J., & Cavell, T. A. (1993). Self-report measures of ability, effort, and nonacademic activity as predictors of introductory psychology test scores. *Teaching of Psychology, 20,* 156–160.

Wong, J. L. (1993). Comparison of the Shipley versus WAIS—R subtests and summary scores in predicting college grade point average. *Perceptual and Motor Skills, 76,* 1075–1078.

Yarnold, P. R., Grimm, L. G., & Mueser, K. T. (1986). Social conformity and the Type A behavior pattern. *Perceptual and Motor Skills, 62,* 99–104.

Zuckerman, M. (1979). *Sensation seeking: Beyond the optimal level of arousal.* Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Zusne, L. (1986–87). Some factors affecting the birthday–deathday phenomenon. *Omega, 17,* 9–26.