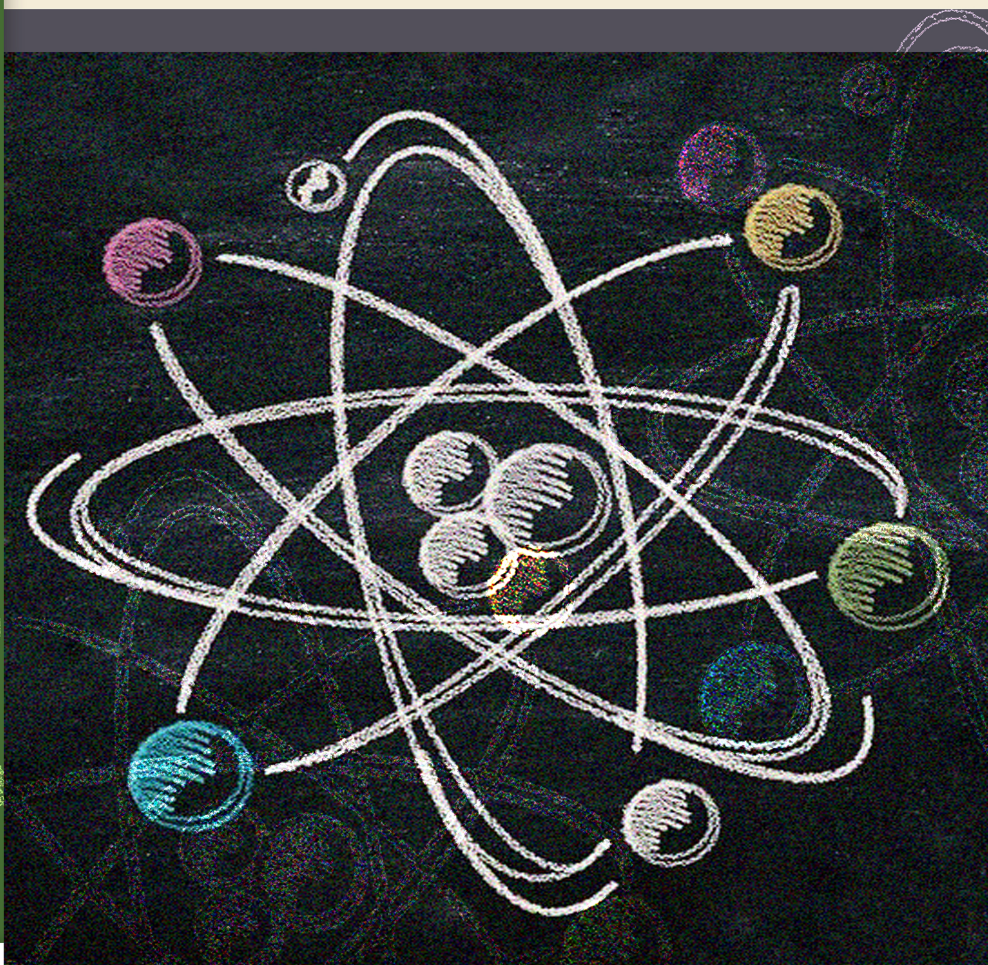


მალხაზ გომიძე

ამოსანები ახალი ფიზიკა



ამოცანები
ატომურ ფიზიკაში

ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის
სახელმწიფო უნივერსიტეტი

ზუსტ და საბუნებისმეტყველო
მეცნიერებათა ფაკულტეტი

მალხაზ გორჩიტაშვილი

ამოცანები
ატომურ ფიზიკაში



უნივერსიტეტის
გამოცემლობა

წიგნი განკუთვნილია ფიზიკის ფაკულტეტის სტუდენტებისთვის. ამოცანები მოცემულია ამოხსნებით, ყურადღება გამახვილებულია ამოცანის ფიზიკურ შინაარსზე. დამატებით მოცემულია მდიდარი თეორიული მასალა, რომელიც დაეხმარება სტუდენტებს ატომური ფიზიკის სიღრმისეულად ათვისებაში. წიგნში ასევე განხილულია მნიშვნელოვანი გამოყენებითი და პრაქტიკული ამოცანები.

რედაქტორი: ზაალ მაჭავარიანი

რეცენზენტები: იური პაპავა, თეიმურაზ ნადარეიშვილი

გამოცემულია ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის საუნივერსიტეტო საგამომცემლო საბჭოს გადაწყვეტილებით.

ავტორის სტილი დაცულია.

© ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამომცემლობა, 2026

ISBN 978-9941-36-519-5 (pdf)

შინაარსი

ერთეულები და განზომილებები, კლასიკური თეორიის გამოყენების საზღვრები	7
აბსოლუტურად შავი სხეულის გამოსხივების კანონები	11
ტალღურ-კორპუსკულური დუალიზმი	12
ფოტოეფექტი	13
გამა გამოსხივების კორპუსკულურ-კვანტური ბუნება	21
გამონთავისუფლებული ელექტრონების კუთხური განაწილება	25
კომპტონის ეფექტი	26
ტომსონის გაფანტვა განმარტება და ფიზიკური შინაარსი	27
ელექტრონ-პოზიტრონული წყვილის დაბადება	28
მიკრო ნაწილაკების ტალღური ბუნება. ელექტრონების დიფრაქცია	30
ნეიტრონების დიფრაქცია	39
ატომური ნაწილაკების დიფრაქცია	43
ელექტრომაგნიტური გამოსხივების კვანტური ბუნება-ამოცანები	44
სინათლის წნევა – გამოსხივების კორპუსკულური ბუნება	47
ფოტოეფექტი	52
კომპტონის ეფექტი	56
კვანტური ბუნება	60
ნაწილაკის ტალღური ბუნება-ამოცანები	61
პრაქტიკული, გამოყენებითი ამოცანები, ელექტრონები და დოპლერის ეფექტი	66
ატომის აგებულება	72
ბორის პლანეტარული მოდელი	77
წყალბადის ატომის სპექტრი	83

ატომშიგა ელექტრული და მაგნიტური ველის სიდიდე წყალბადის ატომში	86
ნაწილაკების დაჯახებები – ნაწილაკების გაფანტვა ბირთვზე.....	91
ატომის გარსული მოდელი, ამოცანები	94
ატომური სპექტროსკოპია, ამოცანები	96
წყალბადისმაგვარი სისტემები.....	105
ატომის კვანტური რიცხვები.....	107
რენტგენის გამოსხივება-მიმოხილვა.....	108
დამუხრუჭებითი და მახასიათებელი გამოსხივების სპექტრი.....	115
რენტგენული გამოსხივება, ამოცანები	117
ატომური სისტემის ტალღური ფუნქცია-ამოცანები	119
ტალღური ფუნქციის თვისებები	126
მაგნიტური მომენტი	130
ტომსონის ატომის მოდელი – ამოცანები	132
კლასიკური და კვანტური ობიექტების დე ბროილის ტალღა.....	134
ატომი მაგნიტურ ველში.....	140
ზეემანის ეფექტი.....	140
გამოსხივების პოლარიზაცია.....	149
ზეემანის ეფექტის გამოყენება ასტროფიზიკაში	151
შედარებით რთული ამოცანები	152
წყალბადის ატომის ნაზი და ზენაზი სტრუქტურა.....	163
ლემბის წანაცვლება	171
წონასწორული ელექტრომაგნიტური გამოსხივება.....	173
ჰაიზენბერგის განუზღვრელობის პრინციპი, ამოცანები	177
ლიტერატურა	200

ერთეულები და განზომილებები, კლასიკური თეორიის გამოყენების საზღვრები

ფარდობითობის სპეციალურ თეორიაში სინათლის სიჩქარეს, $c = 3 \cdot 10^8$ მ/წმ, ფუნდამენტური მნიშვნელობა აქვს. ეს არის ნებისმიერი მატერიალური ნაწილაკის სიჩქარისა და ფიზიკურ სივრცეში ენერგიის ან ნებისმიერი ინფორმაციის გავრცელების სიჩქარის ზედა ზღვარი. სინათლის სიჩქარე გვადლევს მარტივ და ბუნებრივ კრიტერიუმს, რომლის მიხედვითაც შეგვიძლია გადავწყვიტოთ, ფიზიკური ფენომენი „არარელატივისტურია“ თუ „რელატივისტური“. უხეშად რომ ვთქვათ, არარელატივისტური მიდგომა სამართლიანია, ანუ ის იძლევა საკმარისად ზუსტ შედეგებს იმ შემთხვევებში, როდესაც ამოცანასთან დაკავშირებული ყველა სიჩქარე მნიშვნელოვნად მცირეა სინათლის სიჩქარესთან შედარებით.

შეიძლება გაჩნდეს კითხვა, არსებობს თუ არა მსგავსი კრიტერიუმი, რომელიც აჩვენებს, თუ რომელ შემთხვევებში უნდა იქნას გამოყენებული კვანტური მექანიკა და როდის შეიძლება კლასიკური თეორიების გამოყენება, ანუ არსებობს თუ არა სხვა უნივერსალური მუდმივა, სინათლის სიჩქარის „ანალოგიური“, რომლის დახმარებითაც შეიძლება ამ კრიტერიუმის ფორმულირება? ასეთი მუდმივა არსებობს და მას პლანკის მუდმივა ეწოდება. პლანკის მუდმივას (რომელიც აღინიშნება ასო h -თი) მნიშვნელობაა

$$h = 6.626 \cdot 10^{-24} \text{ჯ} \cdot \text{წმ} \quad (1)$$

პლანკის მუდმივას ფიზიკური განზომილებაა (დრო) X (ენერგია) $=$ (სიგრძე) X (იმპულსი) $=$ (იმპულსის მომენტი).

ასეთი განზომილების მქონე სიდიდეს ქმედება ეწოდება, ხოლო პლანკის მუდმივას ასევე ქმედების ელემენტარული კვანტი ეწოდება. ჩვენთვის საინტერესო მიახლოებითი კრიტერიუმი შემდეგია. თუ მოცემულ ფიზიკურ სისტემაში ქმედების განზომილების მქონე რომელიმე სისტემის მახასიათებელი-დინამიური ცვლადის რიცხვითი მნიშვნელობა შედარებადია პლანკის h მუდმივასთან, მაშინ ამ სისტემის ქცევა აღიწერება კვანტური მექანიკის ფარგლებში. მეორეს მხრივ, თუ ქმედების განზომილების მქონე ყველა ცვლადი ძალიან დიდია h -თან შედარებით, მაშინ სისტემა საკმარისი სიზუსტით აღიწერება კლასიკური ფიზიკის კანონებით. ჩვენ ხაზს ვუსვამთ მითითებული კრიტერიუმის მიახლოებით ხასიათს, რომელიც მხოლოდ მიუთითებს, როდის უნდა გამოვიჩინოთ სიფრთხილე.

უნდა აღვნიშნოთ ის ფაქტი, რომ პლანკის მუდმივა „მცირეა“, ნიშნავს იმას, რომ მაკროსკოპული მოვლენების აღსაწერი ფიზიკური სიდიდეები დადგენილ ერთეულებში, მაგალითად, SI ან CGS სისტემის ერთეულებში, გამოიხატება h ერთეულებში უზარმაზარი რიცხვებით. განვიხილოთ, მაგალითად, საათის ქანქარა. ქმედების განზომილების მქონე სიდიდის საპოვნელად, ქანქარის პერიოდის სიდიდეს ვამრავლებთ ქანქარის სრული ენერგიის მაქსიმალურ მნიშვნელობაზე. ქანქარის პერიოდი ახლოს არის 1 წმ-თან და კინეტიკური ენერგია ნებისმიერ შემთხვევაში აღემატება 1 ერგ-ს. (10^{-7} ჯ) ამრიგად, ორივე სიდიდის ნამრავლი არის $>10^{26} h$, ანუ ბევრად აღემატება h -ს. ჩვენი კრიტერიუმების მიხედვით, ქანქარის მოძრაობის კლასიკური აღწერა სრულიად სამართლიანია. ანალოგიურად ამ მაგალითისა განვიხილოთ მბრუნავი სხეული. დავუშვათ, რომ მისი ინერციის მომენტი არის $g \cdot cm^2$ და კუთხური სიჩქარე 1 რად/წმ. მაშინ მისი კუთხური იმპულსი (იმპულსის მომენტი) იქნება $1g \cdot cm^2/წმ = 1$ ერგი $\cdot წმ \approx 10^{26} h$. ამრიგად, იმპულსის მომენტის სიდიდე ძალიან დიდია h -თან შედარებით. მაშინაც კი, თუ სხეული ქვიშის მარცვალაა, რომლის ბრუნვის პერიოდიც საათებში იზომება, მისი კუთხური იმპულსი, რომელიც h ერთეულებში იზომება, მაინც უზარმაზარი რიცხვით გამოიხატება. და ბოლოს, განვიხილოთ პატარა, მაგრამ მაკროსკოპული ჰარმონიული ოსცილატორი. დავუშვათ, მისი მასა იყოს 1 გ, მაქსიმალური სიჩქარე 1 სმ/წმ და მაქსიმალური ამპლიტუდა $x = 1$ სმ. მაშინ მისი იმპულსის მაქსიმალური მნიშვნელობა იქნება $p = 1g \cdot cm/წმ$. სიდიდე $x \cdot p = 1$ ერგი $\cdot წმ$ არის ცვლადი, ქმედების განზომილებით და მისი მნიშვნელობა კვლავ $10^{26} h$ რიგისაა. ამრიგად, მითითებული კრიტერიუმის მაკროსკოპულ სისტემებზე გამოყენება ადასტურებს იმას, რომ ასეთი სისტემები უნდა აღიწერონ კლასიკურ წარმოდგენაში.

ახლა შევეცადოთ, უფრო ღრმად გავიგოთ მოცემული კრიტერიუმის მნიშვნელობა. კლასიკურ ფიზიკაში ითვლება, რომ სისტემის თითოეული დინამიური ცვლადი, პრინციპში, შეიძლება გაიზომოს ნებისმიერი სიზუსტით. ეს არ ნიშნავს იმას, რომ ასეთი შესაძლებლობა პრაქტიკაში არსებობს. მნიშვნელოვანია, რომ პრინციპში, გაზომვების შესაძლო სიზუსტე არაფრით არ შემოიფარგლოს. კლასიკურ ფიზიკაში დინამიური ცვლადებია კოორდინატები, იმპულსის კომპონენტები, იმპულსის მომენტი და ა.შ., ასევე ცვლადები, როგორიცაა ელექტრული და მაგნიტური ველების ვექტორების კომპონენტები სივრცის მოცემულ წერტილში, დროის გარკვეულ მომენ-

ტში. თუმცა, მიკროსკოპული სისტემების ფაქტობრივი ქცევის ანალიზი აჩვენებს, რომ არსებობს ფუნდამენტური ზღვარი იმ სიზუსტისთვის, რომლითაც შესაძლებელია ასეთი ცვლადების განსაზღვრა და გაზომვა. 1927 წელს ვ. ჰაიზენბერგმა ჩაატარა ამ ზღვარის არსებობის მიზეზების ღრმა ანალიზი, რომელსაც განუზღვრელობის პრინციპი ეწოდება. მოცემული კონკრეტული შემთხვევისთვის, ამ პრინციპის გამომხატველ რაოდენობრივ დამოკიდებულებას განუზღვრელობის პრინციპი ეწოდება. განვიხილოთ განუზღვრელობის პრინციპი ცვლადების წყვილისთვის (q, p), სადაც q არის ნაწილაკის კოორდინატი, ხოლო p არის მისი იმპულსი ამ შემთხვევაში,

$$\Delta q \cdot \Delta p \geq h/4\pi \quad (2)$$

აქ Δq და Δp არის q და p გაზომვის საშუალო კვადრატული ცდომილებები შესაბამისად. ჩაწერილი უტოლობა ნიშნავს, რომ ორივე ცვლადის გაზომვა უფრო ზუსტად შეუძლებელია, ვიდრე იმ შემთხვევაში, როდესაც მათი „განუზღვრელობის“ ნამრავლი პლანკის მუდმივას რიგისაა. აქვე უნდა აღინიშნოს, რომ პლანკის მუდმივას სიმცირის გამო, განუზღვრელობის პრინციპი მაკროფიზიკაში არანაირ როლს არ თამაშობს. q და p გაზომვის სხვა ცდომილება ამ შემთხვევაში გაცილებით დიდი იქნება. ამრიგად, დამოკიდებულება (2) არ ეწინააღმდეგება ჩვენს ემპირიულ ცოდნას მაკროსამყაროს შესახებ, თუმცა, რა თქმა უნდა, ის ეწინააღმდეგება მაკროსკოპული სისტემებისთვის შემუშავებულ კლასიკურ თეორიებს.

განუზღვრელობის პრინციპი ზოგჯერ „ახსნილია“ შემდეგნაირად: დინამიური ცვლადები, როგორცაა კოორდინატი, იმპულსი, იმპულსის მომენტი და ა.შ., განსაზღვრება, თუ მივუთითებთ მათი გაზომვის ექსპერიმენტულ მეთოდს. თუ გავანალიზებთ რეალურ გაზომვის მეთოდებს მიკროფიზიკაში, აღმოვაჩენთ, რომ ნებისმიერი გაზომვა აშფოთებს სისტემას. ეს შეშფოთება ფუნდამენტურად გარდაუვალია, რადგან ის წარმოიქმნება სისტემისა და საზომი მოწყობილობის ურთიერთქმედებიდან. თუ ნაწილაკის პოზიციის ზუსტად გაზომვას ვეცდებით, მის მდგომარეობას ისე შევცვლით, რომ იმპულსის მნიშვნელობა ძალიან გაურკვეველი გახდება. პირიქით, იმპულსის ზუსტი გაზომვების შესრულებით, მის პოზიციას მდგომარეობას ძალიან გაურკვეველს ვხდით. თუ ნაწილაკის პოზიციისა და იმპულსის ერთდროულად გაზომვას ვეცდებით, ორივე გაზომვა ერთმანეთზე იმოქმედებს და საბოლოო გაზომვის შედეგში შეცდომები დაკავშირებული იქნება უტოლობით (2).

განუზღვრელობის პრინციპი ადგენს იმ საზღვრებს, რომელთა მიღმაც კლასიკური ფიზიკის პრინციპები გამოუსადეგარი ხდება. „კლასიკური ფიზიკური სისტემა“, რომელიც აღწერილია კლასიკური დინამიური ცვლადებით, რომლებიც გარკვეული გზით არიან დამოკიდებული დროზე და პრინციპში ჩვეთვის შეიძლება იყოს ცნობილი გარკვეული სიზუსტით, აბსტრაქციის პროდუქტია და არსებობს მხოლოდ ჩვენს წარმოსახვაში. რეალურ სამყაროში ასეთი სისტემები არ არსებობს. ეს დადასტურებულია უამრავი ექსპერიმენტით. როცა აღწერთ რეალურ სისტემას კლასიკური მეთოდებით, ჩვენ ვუშვებთ მიახლოებას, ხოლო განუზღვრელობის პრინციპი გვიჩვენებს ამ მიახლოების სიზუსტის ხარისხს.

ამ იდეების ახსახსნელად განვიხილოთ ნაწილაკის ერთგანზომილებიანი მოძრაობა. კლასიკურ დინამიკაში ნაწილაკის მყისიერი პოზიცია შეიძლება განისაზღვროს კოორდინატით $q = q(t)$. თუ ნაწილაკის მასა m -ია და ნაწილაკი საკმარისად ნელა მოძრაობს, მისი იმპულსი იქნება $p = p(t) = m \, dq(t)/dt$.

განუზღვრელობის პრინციპიდან გამომდინარე კლასიკური ტრაექტორიის კონცეფცია უნდა მიტოვებულ იქნას. $q(0)$ და $p(0)$ -ის ერთდროულად გაზომვის საკითხის დასმა არასწორია. შეიძლება ჩანდეს, რომ ჩვენს მსჯელობაში ლოგიკური წინააღმდეგობაა. პირველ რიგში, ჩვენ დავადგინეთ განუზღვრელობის პრინციპი და შემდეგ ვამტკიცებთ, რომ მასში შემავალი ცვლადები $q(0)$ და $p(0)$ კარგავენ აზრს. თუ ეს ასეა, მაშინ რა არის თავად ამ დამოკიდებულებების მნიშვნელობა? პასუხი ასეთია. ნაწილაკის ქცევის კვანტურ-მექანიკურ აღწერაში შეიძლება შევიტანოთ გარკვეული მათემატიკური ობიექტები q და p , რომლებიც მრავალი თვალსაზრისით შეესაბამება კლასიკურ ცვლადებს – კოორდინატს და იმპულსს. თუმცა, ეს ობიექტები არ არის იდენტური კლასიკური ცვლადების. დამოკიდებულება (2) გვეუბნება, რომ თუ ვცდებით კვანტურ-მექანიკური ობიექტების q და p ინტერპრეტაციას, როგორც „კოორდინატს“ და „იმპულსს“ და მოძრაობას კლასიკურად განვიხილავთ, მაშინ არსებობს ფუნდამენტური შეზღუდვა იმ სიზუსტეზე, რომლითაც შეიძლება „კოორდინატის“ და „იმპულსის“ ცოდნა.

სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ, განუზღვრელობის პრინციპი აჩვენებს, რომ როდესაც ვცდილობთ ნაწილაკის მოძრაობის აღწერას კლასიკური ცვლადების q და p გამოყენებით, ჩვენ საქმე გვაქვს ასეთი აღწერილობის სიზუსტის ფუნდამენტურ შეზღუდვასთან.

ნათლად უნდა გვესმოდეს, რომ განუზღვრელობის პრინციპი არ არის დასკვნა კლასიკურ კონცეფციებში განხილული გაზომვის პროცესის ანალიზიდან. ეს დამოკიდებულება ასახავს ბუნების ექსპერიმენტულად აღმოჩენილ თვისებებს. რეალური ნაწილაკები არ იქცევიან კლასიკური ფიზიკის წერტილოვანი ნაწილაკების ან პატარა ბილიარდის ბურთების მსგავსად. მათ აქვთ განსხვავებული თვისებები და სწორედ ამიტომ ზოგიერთი გაზომვის შესრულება აზობრივადაც კი შეუძლებელია.

პლანკის მუდმივა h არის ფუნდამენტური ფიზიკური მუდმივა, რომელიც პლანკმა შემოიღო აბსოლუტურად შავი სხეულის გამოსხივების სპექტრში ენერგიის განაწილების კანონის აღსაწერად. ენერგიის სიმკვრივე ν სიხშირით გამოიხატება შემდეგი გამოსახულებით:

$$dU(\nu) = \rho(\nu)d\nu, \quad \rho(\nu) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad (1)$$

ეს ფორმულა პლანკმა მიიღო 1900 წელს.

$$h = 6.6260766(40) \cdot 10^{-34} \text{ჯ} \cdot \text{წმ}. \quad (2)$$

ხშირად გამოიყენება პლანკის დაყვანილი მუდმივა $\hbar$

$$\hbar = h/2\pi = 1.05457266(63) \cdot 10^{-34} \text{ჯ} \cdot \text{წმ} = 6.5821220(20) \cdot 10^{-22} \text{მეკ} \cdot \text{წმ}. \quad (3)$$

$$k = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ჯ} \cdot \text{გრად}^{-1} = 8.62 \cdot 10^{-11} \text{მეკ} \cdot \text{გრად}^{-1} \text{ ბოლცმანის მუდმივა}.$$

პლანკის მუდმივა განსაზღვრავს მიკროსამყაროს ფიზიკაში მოვლენების ფართო სპექტრს.

აბსოლუტურად შავი სხეულის გამოსხივების კანონები

1. ნებისმიერი ტემპერატურის მქონე სხეულის გამოსხივების უნარის შეფარდება მის შთანთქმის უნართან ყველა სხეულისთვის ერთნაირია

$$\varepsilon_{\nu,T} = \frac{E_{\nu,T}}{A_{\nu,T}} \quad (1)$$

ნებისმიერი სიხშირის და ტემპერატურის დროს სხეულის გამოსხივების უნარის შეფარდება მის შთანთქმის უნართან ყველა სხეულისათვის ერთნაირია (კირხჰოფის კანონი). ეს სიდიდე არ არის დამოკიდებული სხეულის შემადგენელ ნივთიერებაზე, მის ფორმაზე და ზედაპირის მდგომარეობაზე და თანხვედრა აბსოლუტურად შავი სხეულის გამოსხივების უნარს რომელიც მხოლოდ სიხშირისა და ტემპერატურის ფუნქციაა.

2. აბსოლუტურად შავი სხეულის გამოსხივების უნარის ($\varepsilon_{\nu,T}$) დამოკიდებულებას სიხშირესა და ტემპერატურაზე აქვს სახე (პლანკის ფორმულა):

$$\varepsilon_{\nu,T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{e^{kT} - 1} \quad (2)$$

სადაც c – სინათლის სიჩქარეა, h – პლანკის მუდმივა, ხოლო k – ბოლცმანის მუდმივა.

3. პლანკის ფორმულიდან გამომდინარეობს ვინის წანაცვლების კანონი აბსოლუტურად

შავი სხეულის ($\varepsilon_{\nu,T}$) მაქსიმუმის შესაბამისი სიხშირე, პირდაპირ პროპორციულია აბსოლუტური ტემპერატურისა

$$\nu_{max} = bT \quad (3)$$

სადაც b მუდმივი სიდიდეა.

4. პლანკის ფორმულიდან მიიღება აგრეთვე სტეფან-ბოლცმანის კანონიც – აბსოლუტურად

შავი სხეულის ინტეგრალური გამოსხივების უნარი ε_T პროპორციულია მისი აბსოლუტური ტემპერატურის მეოთხე ხარისხისა

$$\varepsilon_T = \int_0^\infty \varepsilon_{\nu,T} d\nu = \sigma T^4 \quad (4)$$

სადაც

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15h^3 c^2} \quad (5)$$

სტეფან-ბოლცმანის მუდმივაა.

ტალღურ-კორპუსკულური დუალიზმი

ამ თავში აღწერილია ტალღურ-კორპუსკულური დუალიზმის ფიზიკური საფუძვლები.

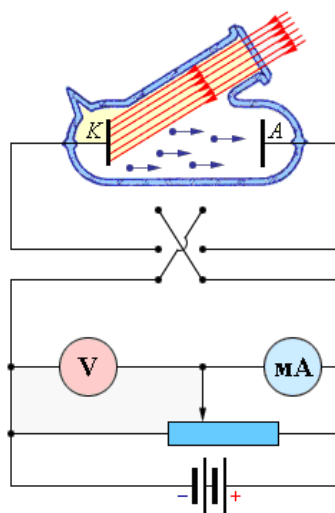
მასში გაკეთებულია მიმოხილვა ექსპერიმენტული სამუშაოებისა, რომლებშიც გამოვლინდება ელექტრომაგნიტური გამოსხივების კორპუსკულურ-კვანტური ბუნება და ნაწილაკების (ელექტრონების, ნეიტრონების, ატომური ნაწილაკების) ტალღური ბუნება. კერძოდ განხილულია ფოტოეფექტი და კომპტონის ეფექტი, როგორც ელექტრომაგნიტური ტალღების კორპუსკულური ბუნების დამადასტურებელი მოვლენები. განსაკუთრებულ-

ლი ყურადღება მიქცეულია დიფრაქციულ მოვლენებზე, რომლებშიც მიკრო ნაწილაკები ავლენენ თავიანთ ტალღურ ბუნებას. მოყვანილია უამრავი ფაქტიური მასალა, როგორც ადრეული, ასევე თანამედროვე ექსპერიმენტებიდან. ყურადღება გამახვილებულია იმაზე, რომ მიკრონაწილაკების დიფრაქციის მოვლენა საფუძვლად უდევს ელექტრონულ მიკროსკოპიას, ნეიტრონოგრაფიას და სხვა. ნაშრომში გაკეთებულია ფოტოეფექტის, კომპტონ ეფექტის, ელექტრონებისა და ნეიტრონების დიფრაქციული მოვლენების დაწვრილებითი ანალიზი. კვანტური მექანიკის საფუძველზე განხილულია აზრობრივი ექსპერიმენტები ელექტრონების დიფრაქციისა ერთ და ორ ხვრელზე. ნაჩვენებია, რომ რენტგენის სხივებისათვის აღმოჩენილი ვულფისა და ბრეგის კანონი გამოყენებას პოვებს ასევე მიკრონაწილაკების დიფრაქციული სურათის ახსნისათვის.

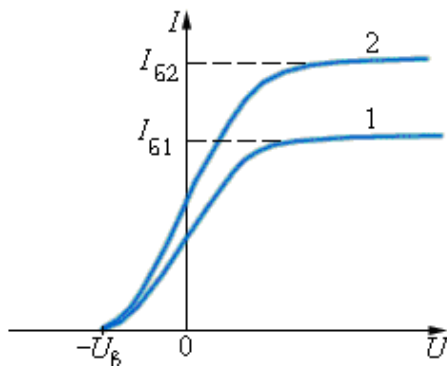
ფოტოეფექტი

ფოტოელექტრული ეფექტი აღმოჩენილი იყო 1887წელს გერმანელი ფიზიკოსის გ. ჰერცის მიერ. მოვლენა უფრო სრულად შეისწავლა ფ. ლენარდმა 1900წ. მოგვიანებით, აინშტაინმა მისცა კვანტური ახსნა, რისთვისაც 1921 წელს ნობელის პრემია მიიღო. ამ პერიოდისათვის უკვე აღმოჩენილი იყო ელექტრონი (დ. ტომსონი 1897) და ცხადი გახდა, რომ ფოტოეფექტი (უფრო ზუსტად გარეგანი ფოტოეფექტი) მდგომარეობდა ელექტრონის ამოსვლაში (მყისიერად) მეტალიდან დაცემული სინათლის გავლენით. ფოტოეფექტში გამოვლინდება ელექტრომაგნიტური ტალღების კორპუსკულურ-კვანტური ბუნება. ექსპერიმენტული დანადგარის სქემა მოყვანილია ნახ. 1.

ექსპერიმენტში გამოიყენებოდა მინის ბალონი, რომელშიც ჩარჩილული იყო ორი მეტალური ელექტროდი. ელექტროდებს შორის მოდებული იყო U ძაბვა, რომლის პოლარობის შეცვლა შესაძლებელი იყო ექსპერიმენტის პირობებში. ერთ-ერთი ელექტროდი (კათოდი K) კვარცის ფან-



ნახ. 1. ფოტოეფექტის საკვლევი ექსპერიმენტული დანადგარის სქემატური ნახაზი



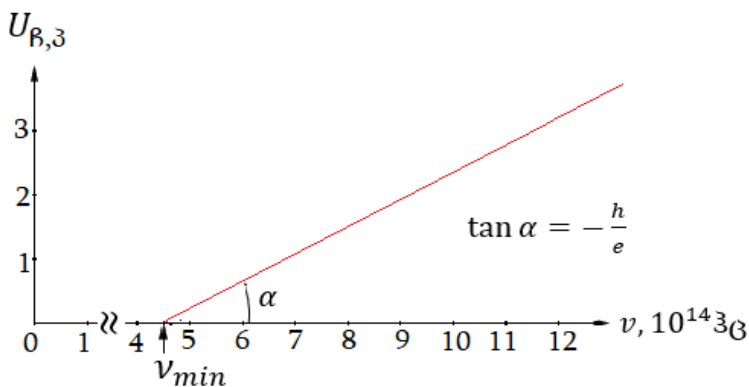
ნახ. 2. ფოტოდენის დამოკიდებულების გრაფიკი მოდებულ ძაბვაზე.
მრუდი 2 შეესაბამება სინათლის ნაკადის დიდ ინტენსივობას.
 $I_{\phi 1}$ და $I_{\phi 2}$ – ნაჯერობის დენებია, U_{ϕ} – ჩამკეტი პოტენციალი.

ჯრის გავლით სხივდებოდა მონოქრომატული λ – ტალღის სიგრძის სინათლის ნაკადით, და მუდმივი სინათლის ნაკადის პირობებში იზომებოდა ფოტოდენის I დამოკიდებულება ძაბვაზე (ვოლტამპერული მახასიათებელი). ნახ. 2 მოცემულია ეს დამოკიდებულება, რომელიც მიღებულია, კათოდზე დაცემული, სინათლის ნაკადის ინტენსივობის ორი სხვადასხვა მნიშვნელობისათვის.

მრუდების ანალიზი გვიჩვენებს, რომ ანოდური პოტენციალის საკმარისად დიდი მნიშვნელობისათვის დენი აღწევს ნაჯერობას, რადგან კათოდიდან ამოსული ყველა ელექტრონი აღწევს ანოდს. გაზომვებმა აჩვენა, რომ ნაჯერობის ფოტოდენი I_{ϕ} პროპორციულია დაცემული სინათლის ნაკადის ინტენსივობისა. როდესაც ძაბვა ანოდზე უარყოფითია, ველი კათოდსა და ანოდს შორის ამუხრუჭებს ელექტრონებს. ანოდს მიაღწევენ მხოლოდ ის ელექტრონები, რომელთა კინეტიკური ენერგია აღემატება $|eU_{\phi}|$. თუ ანოდზე ძაბვა გაუტოლდება U_{ϕ} ძაბვას, ფოტოდენი შეწყდება. U_{ϕ} -ს გაზომვით შეიძლება განისაზღვროს ფოტოელექტრონების ენერგიის მაქსიმალური მნიშვნელობა:

$$\left(\frac{mv^2}{2} \right)_{\max} = eU_{\phi} \quad (1)$$

გაზომვების შედეგად დადგინდა, რომ U_{ϕ} – ის მნიშვნელობა არ იყო დამოკიდებული დაცემული სინათლის ნაკადის ინტენსივობაზე და მისი მნიშვნელობა წრფივად იზრდებოდა სინათლის სიხშირის ν ზრდასთან ერთად (ნახ. 3).



ნახ. 3. ჩამკეტი პოტენციალის U დამოკიდებულება დაცემული მონოქრომატული სინათლის ν სიხშირეზე

მრავალი ექსპერიმენტული გაზომვების შედეგად დადგენილ იქნა:

1. ფოტოელექტრონების კინეტიკური ენერგიის მაქსიმალური მნიშვნელობა წრფივადაა დამოკიდებული დაცემული სინათლის ν სიხშირეზე და არაა დამოკიდებული დაცემული სინათლის ნაკადის ინტენსივობაზე.

2. თითოეული ნივთიერებისათვის არსებობს ეგრეთწოდებული **ფოტოეფექტის წითელი საზღვარი**, ანუ სიხშირის ის მინიმალური ν_{min} მნიშვნელობა, რომლისთვისაც დაიკვირვება ფოტოეფექტი.

3. ფოტოელექტრონების რიცხვი, რომლებიც ამოიგლიჯებიან კათოდიდან ერთ წმ-ში, პროპორციულია დაცემული სინათლის ინტენსივობისა.

4. ფოტოეფექტი არაინერციულია, ფოტოდენი პრაქტიკულად აღიძვრება მყისიერად, როგორც კი დაიწყება კათოდის დასხივება ისეთი სიხშირის სინათლის ნაკადით, რომლის სიხშირე $\nu > \nu_{min}$.

ფოტოეფექტის ყველა ეს კანონზომიერება ეწინააღმდეგებოდა სინათლეზე კლასიკურ წარმოდგენებს. ტალღურ წარმოდგენებიდან გამომდინარე ელექტრონი ელექტრომაგნიტურ ტალღასთან ურთიერთქმედებისას შთანთქავს ენერგიას, რომელიც ხმარდება მისი კინეტიკური ენერგიის გაზრდას. გარკვეული დროის შემდეგ როცა ელექტრომაგნიტური ტალღის ენერგიის სიდიდე $W \sim E^2$ (სადაც E – ტალღის ელექტრული ველის – დაძაბულობის სიდიდეა) გადააჭარბებს ელექტრონის ბმის ენერგიას ადგილი ექნება ელექტრონის ამოსვლას ზედაპირიდან (კათოდიდან). გამოთვლები აჩვენებენ, რომ დრო რომელიც სჭირდება ენერგიის დაგროვებას დამოკიდებულია სინათლის ნაკადის ინტენსივობაზე და შეადგენს რამოდენიმე წუთიდან საათამდე. ცდაზე დაიკვირვება სრულიად საპირისპირო შედეგი,

ელექტრონები ფოტოკათოდიდან გამოდიან მყისიერად, როგორც კი დაიწყება ფოტოკათოდის დასხივება ზღვრულ სიხშირეზე მეტი სიხშირის სინათლით. სინათლის ტალღური ბუნებიდან გამომდინარე ვერ აიხსნება ის ფაქტი, რომ გამონათავისუფლებული ელექტრონების ენერგია არ არის დამოკიდებული დაცემული სინათლის ინტენსივობაზე. ასევე ვერ აიხსნება ის ფაქტი, რომ ელექტრონების კინეტიკური ენერგიის მაქსიმალური მნიშვნელობა წრფივი ფუნქციაა დაცემული სინათლის სიხშირისა.

ეს წინააღმდეგობები გადალახა აინშტაინმა 1905 წ-ს პლანკის ჰიპოთეზის საფუძველზე, რომლის შინაარსიც მდგომარეობს იმაში, რომ სინათლის გამოსხივება და შთანთქმა ხდება გარკვეული პორციებით-კვანტების სახით. თითოეული კვანტის ენერგია $E = h\nu$, სადაც h – პლანკის მუდმივაა. აინშტაინმა გააკეთა შემდეგი ნაბიჯი კვანტური წარმოდგენების დასამკვიდრებლად. ის მივიდა დასკვნამდე, რომ ელექტრომაგნიტური ტალღა შედგება ცალკეული კვანტებისაგან, რომელთაც შემდგომში ფოტონები ეწოდათ. ნივთიერებასთან ურთიერთქმედებისას ფოტონი მთლიანად გადასცემს თავის ენერგიას $h\nu$ ერთ ელექტრონს. მიღებული ენერგიის ნაწილს ელექტრონი კარგავს ნივთიერების ატომებთან დაჯახებისას, ნაწილს პოტენციალური ჯებირის დასაძლევად საზღვარზე მეტალი-ვაკუუმი. ამისათვის ელექტრონი შეასრულებს გამოსვლის მუშაობას A -ს, რომელიც დამოკიდებულია მეტალის-კათოდის გვარობაზე. კინეტიკური ენერგიის მაქსიმალური მნიშვნელობა, რომელიც შეიძლება ჰქონდეს ელექტრონს განისაზღვრება ენერგიის შენახვის კანონიდან:

$$\left(\frac{mv^2}{2} \right)_{\max} = eU_{\text{ფ}} = h\nu - A \quad (2)$$

ამ ფორმულას ეწოდება აინშტაინის ფორმულა ფოტოეფექტისთვის. ამ განტოლების საშუალებით აიხსნება გარეგანი ფოტოეფექტის (გარეგანი ფოტოეფექტი ეწოდება მეტალებში ელექტრონის მიერ ფოტონის შთანთქმის პროცესს) ყველა კანონზომიერებანი: ელექტრონის კინეტიკური ენერგიის მაქსიმალური მნიშვნელობის სინათლის სიხშირეზე წრფივი დამოკიდებულება, წითელი საზღვრის არსებობა, ფოტოეფექტის არაინერციულობა. საერთო რიცხვი ფოტოელექტრონებისა, რომლებიც ტოვებენ კათოდის ზედაპირს 1წმ-ში, უნდა იყოს პროპორციული ზედაპირზე დაცე-

მული ფოტონების რიცხვისა 1წმ-ში . აქედან გამომდინარეობს ის ფაქტი, რომ ნაჯერობის ფოტოდენი პროპორციულია დაცემული სინათლის ნაკადის ინტენსივობის.

როგორც აინშტაინის განტოლებიდან ჩანს ჩამკეტი ძაბვა $U_{\text{პირდაპირ-პროპორციულია დაცემული სინათლის სიხშირისა } \nu$. ამ დამოკიდებულების გამომსახველი წრფის დახრის კუთხის ტანგენსი ტოლია (ნახ. 3), პლანკის მუდმივის h ფარდობისა ელექტრონის მუხტთან e :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{e} \quad (3)$$

ეს საშუალებას იძლევა ექსპერიმენტულად განისაზღვროს პლანკის მუდმივა. ასეთი გაზომვები პირველად ჩაატარა (1914 წ.) პლანკმა. ამ გაზომვებიდან ასევე განისაზღვრა სხვადასხვა მეტალიდან ელექტრონის გამოსვლის მუშაობა A :

$$A = h\nu_{\min} = \frac{hc}{\lambda_{\text{წ}} \quad (4)$$

სადაც c – სინათლის სიჩქარეა, $\lambda_{\text{წ}}$ – ტალღის სიგრძე, რომელიც შეესაბამება ფოტოეფექტის წითელ საზღვარს. უმრავლესი მეტალებისთვის გამოსვლის მუშაობა A შეადგენს რამოდენიმე ევ-ს ($1\text{ევ} = 1,602 \cdot 10^{-19}\text{ჯ}$). კვანტურ ფიზიკაში ელექტრონვოლტებში გამოისახება ენერგია. პლანკის მუდმივა გამოსახული ევ $\cdot$ წმ-ში. ტოლია:

$$h = 4,136 \cdot 10^{-15} \text{ევ} \cdot \text{წმ}. \quad (5)$$

მეტალებში გამოსვლის მუშაობის შედარებით მცირე მნიშვნელობით ხასიათდებიან ტუტემეტალები. მაგალითად ნატრიუმისთვის $A = 1,9$ ევ, რაც შეესაბამება ფოტოეფექტის წითელ საზღვარს $\lambda_{\text{წ}} \approx 680$ ნმ. ამიტომ ტუტემეტალების ნაერთებს იყენებენ ფოტოელემენტებში, ფოტოკათოდებში ფოტონების რეგისტრაციისთვის გამოსხივების ხილულ არეში.

ამრიგად ფოტოეფექტში გამოვლინდება ელექტრომაგნიტური გამოსხივების კორპუსკულურ-კვანტური ბუნება. ელექტრომაგნიტური გამოსხივება წარმოადგენს ცალკეული ნაწილაკების კვანტების ერთობლიობას. გამოსხივების ნაკადის ინტენსივობა განისაზღვრება მასში ფოტონების რიცხვით. ფოტონის ენერგია ტოლია:

$$E = h\nu. \quad (6)$$

ფოტონის სიჩქარე ვაკუუმში ტოლია c . ფოტონი უმასო ნაწილაკია $m = 0$. აინშტაინის ფარდობითობის სპეციალური თეორიიდან გამომდინარეობს, რომ ფოტონს გააჩნია იმპულსი

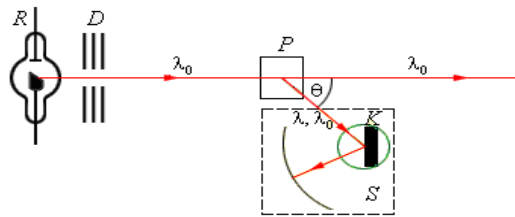
$$p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} \quad (7)$$

XX საუკუნის დასაწყისში ცხადი გახდა, რომ **სინათლეს გააჩნია ორმაგი ბუნება**. გავრცელებისას გამოვლინდება მისი **ტალღური ბუნება** (ინტერფერენცია, დიფრაქცია, პოლარიზაცია), ხოლო ნივთიერებასთან ურთიერთქმედებისას - **კორპუსკულური** (ფოტოეფექტი, კომპტონ-ეფექტი). სინათლის ამ თვისებას დაერქვა **კორპუსკულურ-ტალღური დუალიზმი**. შემდგომში ორმაგი ბუნება აღმოჩენილ იქნა ელექტრონებისთვის და სხვა ელემენტარული ნაწილაკებისთვისაც.

ფოტონების კონცეფცია, რომელიც წარმოადგინა აინშტაინმა 1905 წ. ფოტოეფექტის ასახსნელად, ექსპერიმენტულად დადასტურდა ამერიკელი მეცნიერის კომპტონის შრომებში (1922 წ.). კომპტონი სწავლობდა მოკლე-ტალღოვანი რენტგენის სხივების დრეკად გაფანტვას თავისუფალ (სუსტად ბმულ) ელექტრონებზე. მან აღმოაჩინა, რომ ელექტრონების გაფანტვისას იზრდება გაფანტული ტალღის სიგრძე. ეს ფაქტი ვერ აიხსნება ტალღურ წარმოდგენებზე დაყრდნობით. ტალღური თეორიის საფუძველზე ელექტრონი სინათლის პერიოდული ელექტრომაგნიტური ველის (პრაქტიკულად ელექტრული) გავლენით ასრულებს იძულებით პერიოდულ რხევებს, რომლის სიხშირეც ემთხვევა დაცემული სინათლის სიხშირეს. ამის გამო აჩქარებულად მოძრავი ელექტრონი ასხივებს იგივე სიხშირის გაფანტულ სინათლეს, რა სიხშირისაც იყო დაცემული სინათლე. კომპტონის ექსპერიმენტის სქემა მოცემულია ნახ. 5. λ_0 ტალღის სიგრძის მონოქრომატული რენტგენის სხივების ნაკადი, რომელიც გამოდის რენტგენის მილიდან R , გადის ტყვიის დიაფრაგმაში და ვიწრო კონის სახით ეცემა გამფანტავ სამიზნე ნივთიერებას P (გრაფიტი, ალუმინი). სხივების ნაკადი გაფანტული გარკვეულ კუთხეზე θ , რეგისტრირდება რენტგენის სხივების S სპექტროგრაფის საშუალებით, რომელშიც დიფრაქციული მესერის როლს ასრულებს კრისტალი K , რომლის მობრუნება შესაძლებელი იყო სხვადასხვა კუთხეზე. ამით იცვლებოდა რენტგენული სხივების გაფანტვის კუთხე. ცდამ აჩვენა, რომ გაფანტულ სხივებში ადგილი ჰქონდა დაცემული ტალღის სიგრძის გაზრდას $\Delta\lambda$, რომელიც დამოკიდებულია მხოლოდ გაფანტვის კუთხეზე θ :

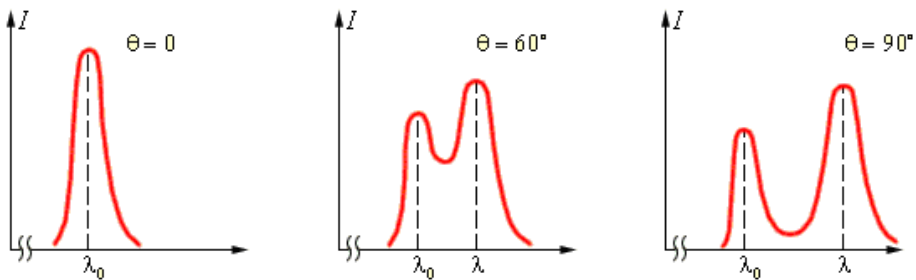
$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = 2\Lambda \sin^2 \frac{\vartheta}{2} \quad (8)$$

სადაც $\Lambda = \frac{h}{m_e c} = 2,43 \cdot 10^{-3} \text{ nm}$ – კომპტონის ტალღის სიგრძეა, სადაც h – პლანკის მუდმივაა, m_e – ელექტრონის მასა, c – სინათლის სიჩქარე. გაფანტულ სხივში დაიკვირვება ასევე დაცემული სხივის (წაუნაცვლებელი) შესაბამისი სპექტრალური ხაზი λ_0 . თანაფარდობა წაუნაცვლებულ და წაუნაცვლებელ კომპონენტების ინტენსივობებში დამოკიდებულია გამფანტავი ნივთიერების გვარობაზე.



ნახ. 4. კომპტონის ექსპერიმენტის სქემა

ნახ. 5-ზე წარმოდგენილია გაფანტული რენტგენის სხივების ინტენსივობის დამოკიდებულება სხვადასხვა θ კუთხეზე.



ნახ. 5. გაფანტული სხივების სპექტრი

კომპტონის ეფექტი ახსნილ იქნა 1923 წელს კომპტონისა და დეზაის (დამოუკიდებლად) მიერ. ამ ახსნას საფუძვლად დაედო გამოსხივების კვანტური ბუნება. დადგენილ იქნა, რომ კომპტონის ეფექტი წარმოადგენს რენტგენის ფოტონების დრეკადი გაფანტვის შედეგს თავისუფალ ელექტრონებზე. მსუბუქ ელემენტებში ელექტრონები სუსტად არიან ბმული ატომებში და ამიტომ ისინი შეიძლება ჩაითვალოს თავისუფალ ნაწილაკე-

ბად (ფოტონის ენერგია გაცილებით მეტია ელექტრონის ატომში ბმის ენერგიასთან შედარებით). დაჯახების პროცესში ფოტონი, ენერგიისა და იმპულსის შენახვის კანონიდან გამომდინარე, გადასცემს ელექტრონს თავისი ენერგიისა და იმპულსის ნაწილს. განვიხილოთ დრეკადი დაჯახება ორი ნაწილაკისა – $E_0 = h\nu_0$ ენერგიისა და იმპულსის $p_0 = h\nu_0 / c$ მქონე ფოტონის, $E_{e_0} = mc^2$ ენერგიის უძრავ ელექტრონზე. გაფანტული ფოტონის იმპულსი ტოლია $p = h\nu / c$, ხოლო ენერგია $E = h\nu < E_0$. ფოტონის ენერგიის შემცირება ნიშნავს ტალღის სიგრძის გაზრდას. დაჯახების პროცესში უკუცემული ელექტრონის (რელატივისტური) ენერგია ტოლია $E_e = \sqrt{p_e^2 c^2 + m^2 c^4}$ სადაც p_e – ელექტრონის მიერ მიღებული იმპულსია. ენერგიის შენახვის კანონი ჩაიწერება ასეთი სახით:

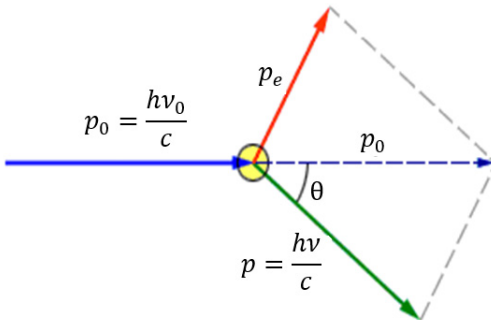
$$h\nu_0 + mc^2 = h\nu + \sqrt{p_e^2 c^2 + m^2 c^4} \quad (9)$$

იმპულსის შენახვის კანონი:

$$\vec{P}_0 = \vec{P} + \vec{P}_e \quad (10)$$

გამოვიყენოთ ვექტორული დიაგრამა იმპულსებისთვის (ნახ. 6) მაშინ:

$$P_e^2 = \left(\frac{h\nu_0}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 - 2\frac{h^2}{c^2}\nu_0\nu\cos\theta \quad (11)$$



ნახ. 6. იმპულსური დიაგრამა ფოტონის ელექტრონზე დრეკადი გაფანტვის შემთხვევაში

ორი გამოსახულებიდან გამოვრიცხოთ p_e მაშინ მივიღებთ:

$$mc^2(\nu_0 - \nu) = h\nu_0\nu(1 - \cos\theta) \quad (12)$$

თუ სიხშირეებიდან გადავალთ ტალღის სიგრძეებზე მივიღებთ კომპტონის ფორმულას:

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \lambda_e(1 - \cos\theta) = 2\frac{h}{mc}\sin^2\frac{\theta}{2} \quad (13)$$

ამრიგად თეორიული გათვლები, რომლებიც ეყრდნობოდა კვანტურ წარმოდგენებს იძლევიან ამომწურავ ახსნას კომპტონის ეფექტისა. კომპტონის ტალღის სიგრძე Λ გამოისახება ფუნდამენტური h , c და m კონსტანტების საშუალებით:

$$\Lambda = \frac{h}{m_e c} = 2.426 \times 10^{-3} \text{ ნმ} \quad (14)$$

ის ფაქტი, რომ გაფანტულ სხივებში წანაცვლებულ λ კომპონენტთან ერთად დაიკვირვება წაუნაცვლებელი λ_0 ტალღის სიგრძის კომპონენტი მიუთითებს იმაზე, რომ ექსპერიმენტში ასევე დაიკვირვება კომპონენტი დაკავშირებული ტალღურ ბუნებასთან (რელის გაფანტვა). იგივე შედეგს მივიღებთ, თუ გაფანტვა მოხდება შიდა-ძლიერად ბმულ ელექტრონზე. ამ შემთხვევაში m_e -ელექტრონის მასის მაგივრად უნდა ავიღოთ მთელი ატომის მასა და წანაცვლება პრაქტიკულად არ გვექნება. გამა ნაწილაკებისთვის პირველი – წაუნაცვლებელი კომპონენტი არ დაიკვირვება, რადგან გამა ფოტონის ენერგია იმდენად დიდია (ათეული და ასეული კევ რიგისა), რომ პრაქტიკულად ატომის შიგა ელექტრონებიც შეიძლება ჩაითვალოს თავისუფლად. ცნობილია, რომ რენტგენისა და გამა ნაწილაკებით ეფექტურად ხორციელდება ასევე ფოტოეფექტი ამასთან ფოტოეფექტის განხორციელების ალბათობა იზრდება, რაც უფრო დიდია ელექტრონის ბმის ენერგია ატომში. კერძოდ შიგა K გარსის ელექტრონებისათვის ყველაზე დიდი ალბათობით ხორციელდება ფოტოეფექტი. უნდა აღინიშნოს, რომ კომპტონ ეფექტი წარმოადგენს რენტგენისა და გამა გამოსხივების არაკოჰერენტულ გაფანტვის პროცესს, ანუ გაფანტვისას იცვლება ტალღის სიგრძე(იმატებს). ფოტოეფექტის დროს ადგილი აქვს ელექტრონის მიერ კვანტის შთანთქმას.

გამა გამოსხივების კორპუსკულურ-კვანტური ბუნება

როგორც უკვე აღვნიშნეთ ფოტოეფექტი პირველად დაკვირვებულ იქნა მეტალებში(გარე ფოტოეფექტი), სადაც ელექტრონის ბმის ენერგია რამდენიმე ევ-ის რიგისაა. გაცილებით კარგად ფოტოეფექტი თავს იჩენს მძიმე ატომებისთვის, როცა ბირთვის მუხტი Z დიდია როცა, ელექტრო-მაგნიტური გამოსხივების კვანტის ენერგია ასეული ევ და კევ რიგისაა.

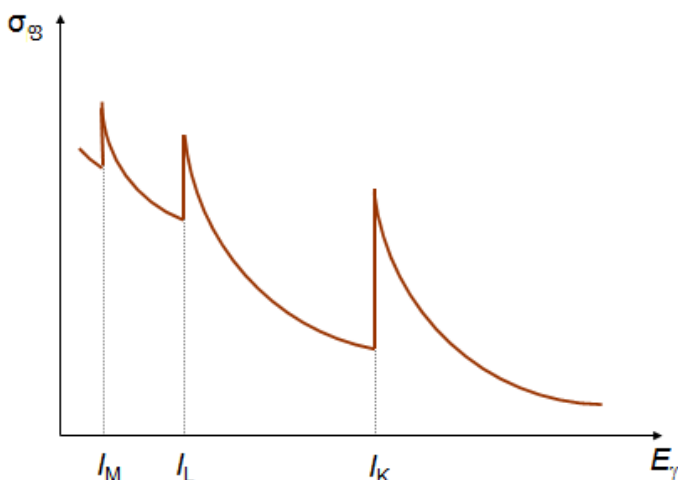
ურთიერთქმედების ძირითადი მექანიზმებია:

1. ფოტოეფექტი.
2. კომპტონეფექტი.
3. ელექტრონ-პოზიტრონული წყვილის დაბადება.

როგორც ვიცით ფოტოეფექტი შთანთქმის პროცესია, როდესაც ხდება ფოტონის შთანთქმა ატომური ან გარემოს ელექტრონის მიერ. ამ პროცესში ელექტრონი იღებს ენერგიას, რომელიც აღემატება ატომში მისი იონიზაციის E_i პოტენციალს, ხოლო გარემოში ბმის ენერგიას. გამონთავისუფლებული ენერგია პრაქტიკულად მთლიანად გადაეცემა ელექტრონს $E_e = E_\gamma - E_i$ კინეტიკური ენერგიის სახით, რადგან ბირთვის უკუცემის

ენერგია $\frac{E_\gamma^2}{M_a c^2}$ გაცილებით მცირეა E_γ და E_i - თან (M_a - ატომის მასა).

ამის გამო ელექტრონის ენერგეტიკული სპექტრი დისკრეტულია. როცა E_γ ენერგია აღემატება k -გარსზე ელექტრონის იონიზაციის ენერგიას ძირითადად ხდება k -გარსის ელექტრონის გამონთავისუფლება.



ნახ. 7. ფოტოეფექტის σ_{ph} კვეთის დამოკიდებულების თვისობრივი სურათი გამა ფოტონების E_γ ენერგიაზე, სადაც I_M , I_L და I_K ატომის M , L და K გარსების იონიზაციის პოტენციალებია შესაბამისად.

სრული კვეთის ფიზიკური არსი ახსნილი იქნება მოგვიანებით, მისი სიდიდე პროპორციულია ორი ნაწილაკის ურთიერთქმედების ალბათობისა და იმ ეფექტური ფართის (დაცემული ნაწილაკის მიმართულების მართობულად) რომელიც უნდა განჭოლოს დამჯახებელმა ნაწილაკმა სამიზნე ნაწილაკის გარშემო, რომ რეალიზდებოდეს მოცემული დრეკადი გაფანტვის, თუ არადრეკადი ურთიერთქმედების პროცესი. კვეთი იზომება $სმ^2$ -ში.

ფოტოეფექტის ფიზიკური არსის გასაგებად აუცილებელია გავითვალისწინოთ ის ფაქტი, რომ თავისუფალ ელექტრონს არ შეუძლია ფოტონის შთანთქმა!

ამრიგად, რაც უფრო სუსტადაა ბმული ელექტრონი ატომში, მით უფრო მცირეა ფოტოეფექტის ალბათობა და პირიქით.

ე.ი. შეიძლება მოველოდეთ, რომ:

- ფოტოეფექტის ალბათობა K - გარსისათვის მეტია, ვიდრე L - გარსისათვის და ა.შ;
- რაც უფრო დიდია Z მით მეტია ფოტოეფექტის რეალიზაციის ალბათობა;
- გამა ფოტონების E_γ ენერგიის გაზრდასთან ერთად მცირდება ფოტოეფექტის ალბათობა.

კვანტური ელექტროდინამიკის ფარგლებში შესაძლებელია გამოითვალოს ფოტოეფექტის (ფე) განვიკვეთი წყალბადის ატომისა ან წყალბადის-მაგვარ იონისათვის მუხტით $Z \ll 137$ (ანუ მსუბუქი ბირთვებისათვის). აღმოჩნდა რომ არარელატივისტურ შემთხვევაში ($E_\gamma \ll m_e c^2$) მიღებული შედეგი ასევე კარგად მიესადაგება ფოტოეფექტის შემთხვევას სხვა ატომებისთვისაც:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = 2^7 \pi \alpha a^2 \left(\frac{I}{E_\gamma} \right)^4 \frac{\exp(-4\eta \cdot \arctg \eta)}{1 - \exp(-2\pi\eta)} (\mathbf{n} \cdot \mathbf{e})^2 \left(a = \frac{a_0}{Z}; \eta = \frac{Ze^2 m_e}{p_e} \right). \quad (1)$$

π -ფოტოელექტრონის იმპულსის მიმართულებაა; **e -ფოტონის** პოლარიზაციის ვექტორია.

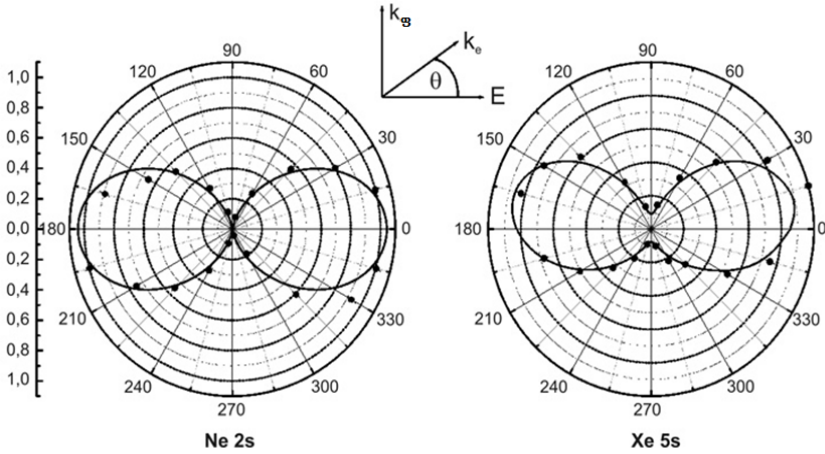
$$E_\gamma \rightarrow I (\text{ანუ } \eta \rightarrow \infty): \sigma = \frac{2^9 \pi^2}{3} \frac{2^9 \pi^2}{3} = \frac{2^9 \pi^2}{3} \frac{\alpha a_0}{Z^2} \quad (2)$$

როცა $m_e c^2 \gg E_\gamma \gg I$ (ანუ $\eta \ll 1$) სრული კვეთისათვის გვექნება:

$$\sigma = \frac{2^8 \pi}{3} \alpha a_0^2 Z^5 \left(\frac{I_0}{E_\gamma} \right)^{7/2} \left(I = Z^2 I_0; I_0 = \frac{\alpha^2 m_e c^2}{2} \right). \quad (3)$$

სადაც a_0 – ბორის რადიუსია $\alpha = e^2 / \hbar c \approx 1/137$ – ნაზი სტრუქტურის მუდმივა.

განვიხილოთ შემთხვევა $E_\gamma = 150$ ევ; E – ფოტონის პოლარიზაციის ვექტორია; k_π და k_e – ფოტონისა და ელექტრონის იმპულსებია შესაბამისად.



ნახ. 8. ფოტოელექტრონების კუთხური განაწილების სურათი.

ულტრარელატივისტურ შემთხვევაში, როცა $E_\gamma - E_i \gg m_e c^2$:

$$d\sigma \approx 4Z^5 \alpha^4 r_e^2 \frac{(1 - \beta^2)^{\frac{3}{2}} \vartheta^3}{(1 - \beta^2 + \vartheta^2)^3} d\vartheta d\varphi, \quad \left(r_e = \frac{e^2}{m_e c^2} \cong 2.82 \text{ ფმ} \right) \quad (4)$$

სადაც r_e ელექტრონის კლასიკური რადიუსია, ამრიგად, კუთხურ განაწილებას აქვს მკვეთრად გამოსახული მაქსიმუმი კუთხისათვის $\theta \sim 1/\gamma$ (γ – ლორენც ფაქტორია), ანუ ფოტოელექტრონები უპირატესად გამოსხივდებიან ფოტონის დაცემის მიმართულებით. ჩვენ შემთხვევაში ფოტოეფექტის პროცესში ერთმანეთს ეჯახებიან ფოტონი და ელექტრონი ამ შემთხვევაში ხდება ფოტონის შთანთქმა ელექტრონის მიერ. სრული კვეთი მოიცემა შემდეგი ფორმულით:

$$\sigma \approx 2\pi Z^5 \alpha^4 r_e^2 \frac{1}{\gamma}. \quad (5)$$

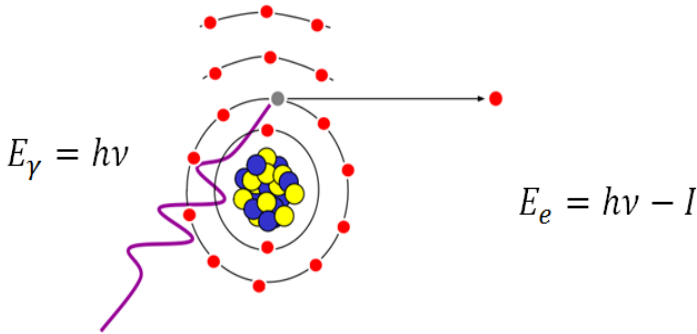
სადაც განიკვეთების შეფარდება სხვადასხვა ელექტრონული გარსებისათვის:

$$\frac{\sigma_L}{\sigma_K} \approx \frac{1}{5}, \quad \frac{\sigma_M}{\sigma_L} \approx \frac{1}{4} \Rightarrow \sigma_{\text{tot}} = \sum_X \sigma_X \approx \frac{5}{4} \sigma_K. \quad (6)$$

ფოტოეფექტის ძირითადი შედეგები:

- ფოტოეფექტის კვეთი $\sim Z^5$;
- განიკვეთი ეცემა გამა ფოტონის E_γ ენერგიის ზრდასთან ერთად:
- $\sim (1/E_\gamma)^{7/2}$, როცა $E_\gamma > I_k$; $I_k - K$ გარსის ელექტრონის იონიზაციის პოტენციალია.

- $\sim 1/E_\gamma$, როცა $E_\gamma \gg I_k$;
- განიკვეთის 80% განისაზღვრება K გარსის ფოტოეფექტით



ნახ. 9. ფოტოეფექტის რეალიზაციის სქემატური სურათი.

ფოტოეფექტის პროცესში ატომის ბმული ელექტრონი შთანთქავს $E_\gamma = h\nu$ ენერგიის ფოტონს, რომლის ენერგია E_γ აღემატება ელექტრონის ბმის I ენერგიას (იონიზაციის პოტენციალს). შედეგად ელექტრონი ტოვებს ატომს და მისი ენერგია დისკრეტულია $E_e = E_\gamma - I$.

ფოტოეფექტის პროცესში შთანთქმის კვეთის სიდიდე ფოტონების შედარებით ფართე ენერგეტიკულ არეში გამოისახება შემდეგი თანაფარდობით:

$$\sigma_{\text{ფე}} = \left(2 \cdot 10^{-8} \frac{8\pi}{3} e^2 (m_e c^2)^{3/2} \right) \cdot S \cdot (Z - 0.3)^5 \cdot (h\nu)^{-7/2} \quad (7)$$

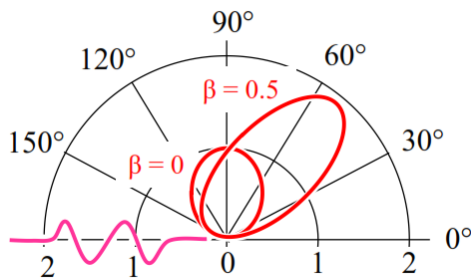
სადაც Z ატომური ნომერია (ატომბირთვის მუხტი), $h\nu$ – ფოტონის ენერგია (კევ), S – ფუნქციაა $h\nu$ და Z -ის.

$$S \approx -0.18 + 0.28 \log \frac{1000 \cdot h\nu}{Z^2} \quad (8)$$

გამონთავისუფლებული ელექტრონების კუთხური განაწილება

$d\Omega$ სხეულოვან კუთხეში, ϑ - კუთხით (კუთხე ათვლილია დაცემული ფოტონების მიმართულების მიმართ) გაფანტული ელექტრონების კუთხური განაწილება მოიცემა ფორმულით

$$dn = \frac{\sin^2 \vartheta}{(1 - \beta \cos \vartheta)^4} \quad (9)$$

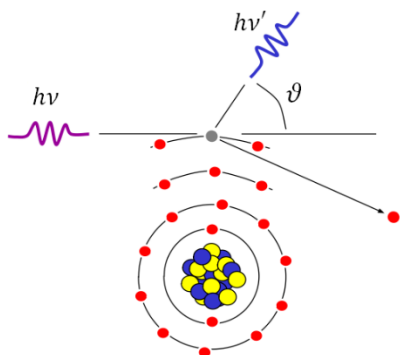


ნახ. 10. ფოტოეფექტში გამონათავისუფლებული ელექტრონების კუთხური განაწილება.

კუთხე ϑ ათვლილია დაცემული ფოტონების მიმართულების მიმართ. $\beta = v/c$, სადაც v – ელექტრონის სიჩქარე, c – სინათლის სიჩქარე.

კომპტონის ეფექტი

კომპტონის ეფექტი, განსხვავებით ფოტოეფექტის – შთანთქმის პროცესისა, წარმოადგენს ფოტონის დრეკადი გაფანტვის პროცესს სუსტად ბმულ (ძირითადად ატომის სავალენტო ელექტრონზე) $E_\gamma \gg I$. ელექტრონი შეიძლება ჩაითვალოს თავისუფალ ნაწილაკად და გაფანტვის პროცესი აღიწერება, როგორც დრეკადი გაფანტვა ფოტონისა ელექტრონზე. ამ შემთხვევაში ელექტრონს, ფოტონის მიერ, გადაეცემა ენერგია და ის გამოდის ატომიდან (ამ თვალსაზრისით პროცესი არა დრეკადია). რეალურად ამ პროცესს კომპტონის პირდაპირი ეფექტი ეწოდება. არსებობს შებრუნებული ეფექტი, როცა მაღალი ენერგიის ელექტრონი გადასცემს ფოტონს ენერგიას და ფოტონის ენერგია იზრდება.



ნახ. 11. კომპტონ ეფექტის სქემატური სურათი.

$h\nu$ – დაცემული ფოტონის ენერგია,

$h\nu'$ – გაფანტული ფოტონის ენერგია.

გაფანტული ფოტონის ენერგია მოიცემა ფორმულით

$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{m_e c^2} (1 - \cos \vartheta)} \quad (1)$$

გამონათვისუფლებული ელექტრონის ენერგია მოიცემა შემდეგი ფორმულით

$$E_e = \frac{h^2 \nu^2 (1 - \cos \vartheta)}{m_e c^2 + h\nu (1 - \cos \vartheta)} \quad (2)$$

კომპტონის პირდაპირ ეფექტში დაცემული ფოტონის ტალღის λ_0 სიგრძე იზრდება და ტალღის სიგრძის ცვლილება $\Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda_0$ არაა დამოკიდებული ტალღის სიგრძის საწყის მნიშვნელობაზე (λ_1 -გაფანტული ფოტონის ტალღის სიგრძე).

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \vartheta) \quad (3)$$

სიდიდეს $\lambda_k = \frac{h}{m_e c}$ კომპტონის ტალღის სიგრძე ეწოდება, რომელიც სიდიდით ტოლია $2.43 \cdot 10^{-3}$ ნმ.

კომპტონის გაფანტვის კვეთი მოიცემა კლეინ – ნიშინას განტოლებით (1929 წ),

$$\sigma_3 = \frac{3\sigma_0}{4\alpha} \left(\frac{9 + 51\alpha + 93\alpha^2 + 5\alpha^3 - 10\alpha^4}{3 \cdot (1 + 2\alpha)^3} - \frac{3 + 2\alpha - \alpha^2}{2\alpha} \ln(1 + 2\alpha) \right) \quad (4)$$

სადაც $\alpha = \frac{h\nu}{m_e c^2}$, σ_0 – ტომსონის, კოჰერენტული გაფანტვის კვეთია ელექტრონისთვის.

$$\sigma_0 = \frac{8\pi}{3} \cdot \frac{e^4}{m_e^2 c^4} \quad (5)$$

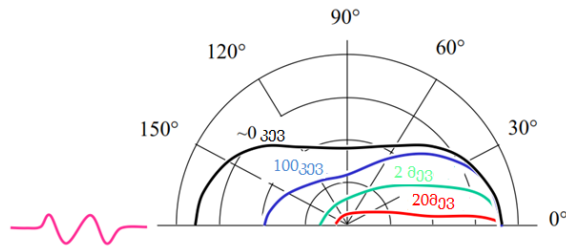
ტომსონის გაფანტვა განმარტება და ფიზიკური შინაარსი

ტომსონის გაფანტვა არის ელექტრომაგნიტური გამოსხივების დრეკადი გაფანტვა თავისუფალ ან სუსტად ბმულ დამუხტულ ნაწილაკებზე, ყველაზე ხშირად ელექტრონებზე, როდესაც ფოტონის ენერგია მნიშვნელოვნად დაბალია ელექტრონის უძრაობის ენერგიაზე ($h\nu \ll m_e c^2$). ეს პროცესი საფუძვლად უდევს პლაზმურ დიაგნოსტიკას, რაც ელექტრონების კონცენტრაციისა და ტემპერატურის განსაზღვრის საშუალებას იძლევა პლაზმის შემოფოთების გარეშე.

კომპტონის გაფანტვისგან განსხვავებით, რომელშიც ფოტონის ენერგია იგივე რიგისაა ელექტრონის უძრაობის ენერგიასთან შედარებით. ტომსონის გაფანტვის დროს ელექტრონის კინეტიკური ენერგია პრაქტიკულად უცვლელი რჩება, ხოლო ფოტონის ტალღის სიგრძე თითქმის მუდმივი.

ფოტოელექტრონებისაგან განსხვავებით, რომლებიც წარმოიშვნენ ფოტოეფექტის პროცესში, კომპტონის ელექტრონების ენერგეტიკული სპექტრი უწყვეტია, რადგან დამოკიდებულია ფოტონის გაფანტვის კუთხეზე.

კლეინ -ნიშინას განტოლება იძლევა გაფანტული ფოტონების კუთხურ განაწილებას

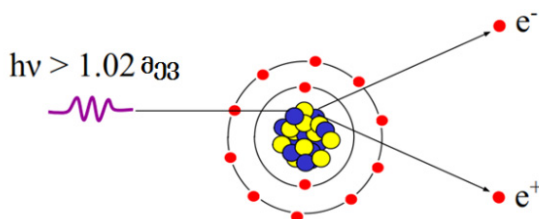


ნახ. 12. გაფანტული ფოტონების კუთხური განაწილება ენერგიის სხვადასხვა მნიშვნელობისათვის.

კომპტონ ეფექტი კვანტის, როგორც ნაწილაკის დრეკადი გაფანტვის პროცესია, ხოლო ფოტოეფექტი არადრეკადი პროცესი – ამ დროს ხდება ფოტონის ან გამა ნაწილაკის შთანთქმა და გარემოდან ან ატომიდან ელექტრონის გამონთავისუფლება

ელექტრონ-პოზიტრონული წყვილის დაბადება

წყვილის დაბადება ხდება გამა ფოტონების ბირთვის ველთან ელექტრომაგნიტური ურთიერთქმედების შედეგად.



ნახ. 13. ელექტრონ-პოზიტრონული წყვილის დაბადების სქემატური სურათი

ამ შემთხვევაში უნდა დაკმაყოფილდეს **ენერგიისა და იმპულსის შენახვის კანონი**. თუ ფოტონი „ცარიელ სივრცეში“ (ვაკუუმში) გარდაიქმნება წყვილად, **იმპულსის შენახვის კანონი ვერ შესრულდებოდა**:

ერთი ფოტონი ვერ დაიშლება ორ ნაწილაკად ისე, რომ ერთდროულად შეინახოს ენერგია და იმპულსი.

მათემატიკურად, ეს შეუძლებელია, რადგან ფოტონს უძრაობის მასა არ გააჩნია, ხოლო ელექტრონდპოზიტრონს აქვთ მასა m_e .

ამიტომ საჭიროა **მესამე ობიექტი**, რომელიც აიღებს ზედმეტ იმპულსს – ეს არის ბირთვი (ან ზოგჯერ ელექტრონი).

ბირთვი როგორც უკუცემული ნაწილაკი

ბირთვი მონაწილეობს პროცესში, მაგრამ **არ იშლება**.

ის იღებს მცირე იმპულსს (უკუცემის), რომელიც უზრუნველყოფს შენახვის კანონების შესრულებას.

ენერგიის დიდი ნაწილი მიდის წყვილის მასასა და კინეტიკურ ენერგიაში, ხოლო ბირთვი იღებს მხოლოდ უმნიშვნელო წილს.

ენერგეტიკული ზღვარი

წყვილის დაბადებისთვის საჭიროა მინიმუმ:

$$E_\gamma \geq 2m_e c^2$$

რეალურად, რადგან ბირთვსაც უნდა გადაეცეს მცირე იმპულსი, **ზღვარი ოდნავ მეტია** ვიდრე 1.022 მევ.

ალტერნატიული შემთხვევა

თუ ფოტონი ურთიერთქმედებს **თავისუფალ ელექტრონთან**, შეიძლება მოხდეს წყვილის დაბადება, მაგრამ ამ შემთხვევაში ენერგეტიკული ზღვარი უფრო მაღალია (~4 მევ), რადგან მსუბუქი ელექტრონი უფრო დიდ იმპულსს იღებს და მეტი ენერგიაა საჭირო.

ასტროფიზიკაში ელექტრონდპოზიტრონული წყვილი შეიძლება დაიბადოს რამდენიმე განსხვავებული მექანიზმით: მაღალი ენერგიის ფოტონების ბირთვთან ურთიერთქმედებით, ორი ფოტონის შეჯახებით (Breit-Wheeler პროცესი), ან უკიდურესად ძლიერ ელექტრომაგნიტურ ველებში (Schwinger ეფექტი). ეს პროცესები მნიშვნელოვან როლს თამაშობენ შავი ხვრელების და ნეიტრონული ვარსკვლავების ფიზიკაში.

ორი ფოტონის შეჯახება (Breit–Wheeler პროცესი)

ორი მაღალი ენერგიის ფოტონი ($\gamma + \gamma \rightarrow e^- + e^+$) კმნის წყვილს.

ეს პროცესი განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია **აქტიურ გალაქტიკურ ბირთვებში**, სადაც ფოტონების სიმკვრივე ძალიან მაღალია.

პირველად თეორიულად აღწერეს Breit და Wheeler-მა (1934).

ასევე უკიდურესად ძლიერ ელექტრულ ველში ($E \sim 10^{18}$ ვ/მ) ფიზიკური ვაკუუმი პოლარიზდება და სპონტანურად ჩნდება ელექტრონ-პოზიტრონული წყვილები. ასტროფიზიკაში ეს შეიძლება მოხდეს **ნეიტრონული ვარსკვლავების ზედაპირზე ან შავი ხვრელის მახლობლად**, სადაც ველები უკიდურესად ძლიერია.

Schwinger effect: უკიდურესად ძლიერი ველები „აპოლარებენ“ ვაკუუმს.

Photon–photon absorption(ფოტონ-ფოტონური შთანთქმა): განსაზღვრავს იმას, თუ რატომ ვერ აღწევნ ძალიან მაღალი ენერგიის γ -ფოტონები შორეულ გალაქტიკებამდე – ისინი „იკარგებიან“ ფონურ ფოტონებთან ურთიერთქმედებისას წყვილის დაბადების პროცესში.

მიკრო ნაწილაკების ტალღური ბუნება. ელექტრონების დიფრაქცია

იმ პერიოდში, როცა ჩამოყალიბდა მოსაზრება ელექტრომაგნიტური გამოსხივების ორმაგი(ტალღურ-კორპუსკულური) ბუნების შესახებ, ლუი დე ბროილს დაეხმად გენიალური იდეა იმის შესახებ, რომ ანალოგიურად ორმაგი ბუნება ნაწილაკსაც უნდა ახასიათებდეს. მან 1924 წელს თავის სადოქტორო დისერტაციაში გამოთქვა მოსაზრება იმის შესახებ, რომ ნაწილაკები გარკვეულ პირობებში უნდა ავლენდნენ ტალღურ ბუნებას და მათ უნდა შევუსაბამოთ ტალღა. დე ბროილის თანახმად თითოეული მიკროობიექტი შეიძლება დახასიათდეს კორპუსკულური სიდიდეებით ენერგიით E და იმპულსით $\vec{p}$, მეორეს მხრივ, **ტალღური მახასიათებლებით** – სიხშირით ν და ტალღის სიგრძით λ .

მიკროობიექტების კორპუსკულური და ტალღური მახასიათებლები დაკავშირებული არიან ისეთივე რაოდენობრივი თანაფარდობებით, როგორც ფოტონები:

$$E = h\nu, p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} \quad (1)$$

დე ბროილის ჰიპოთეზა გავრცელებული იყო ყველა ნაწილაკზე, რომელსაც ჰქონდა მასა m . ნებისმიერ ნაწილაკს, რომელსაც აქვს იმპულსი p შეესაბამება ტალღა $\lambda_B = h / p$. ნაწილაკებს, რომელსაც გააჩნიათ მასა:

რელატივისტურ მიახლოებაში

$$\lambda = \frac{h}{P} = \frac{h\sqrt{1-v^2/c^2}}{m} \quad (2)$$

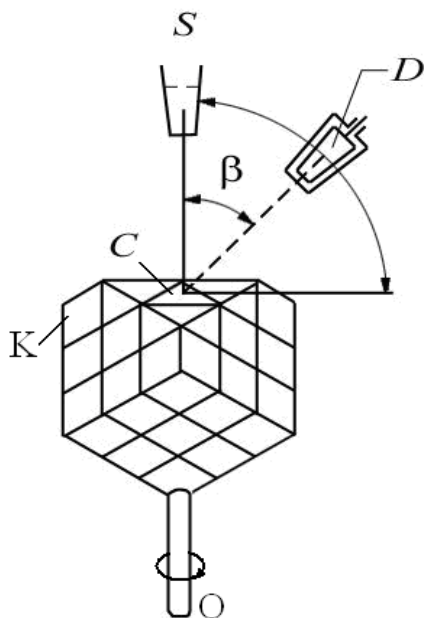
არარელატივისტურ მიახლოებაში ($v \ll c$)

$$\lambda = \frac{h}{mv} \quad (3)$$

დე ბროილის ჰიპოთეზა ეყრდნობოდა მატერიის თვისებების სიმეტრიას. ამ ჰიპოთეზამ რევოლუციური ბიძგი მისცა ახალი წარმოდგენების განვითარებას მატერიალური ობიექტების ბუნების შესახებ. ამ წარმოდგენის საფუძველზე მე-20 საუკუნეში განვითარდა კვანტური მექანიკა ჰაიზენბერგის, შრედინგერის, დირაკის, ბორის, ბორნის და სხვების მიერ.

ტალღური ბუნება ნაწილაკებისთვის გამოვლინდება ინტერფერენციულ და დიფრაქციულ მოვლენებში. 1927 წ. დევისონი და ჯერმერი პირველად დააკვირდნენ დიფრაქციის მოვლენას მონოენერგეტიკული ელექტრონების ნაკადის გაფანტვისას მონოკრისტალებზე. დევისონმა და ჯერმერმა აღმოაჩინეს, რომ ელექტრონების გაფანტვისას ნიკელის მონოკრისტალზე დაიკვირვება მკვეთრი დიფრაქციული სურათი-ანალოგიური იმისა, რომელიც მიიღება მონოკრისტალზე მოკლეტალღოვანი რენტგენის სხივების გაფანტვისას.

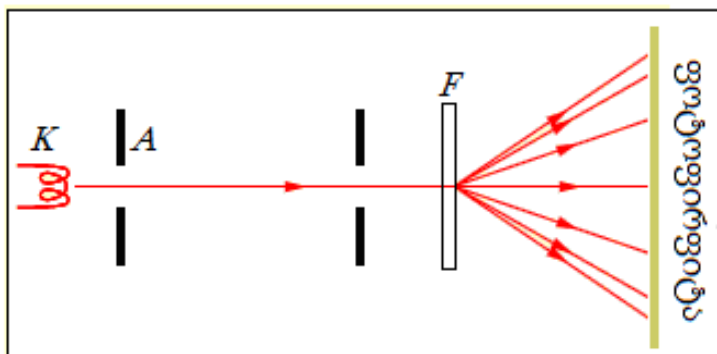
ამ ექსპერიმენტებში კრისტალი თამაშობდა ბუნებრივი დიფრაქციული მესერის როლს. ელექტრონების ნაკადი მართობულად ეცემოდა მაღალი სიზუსტით დამუშავებულ ბრტყელ კრისტალურ ზედაპირს C. კრისტალის მობრუნებისას O ღერძის გარშემო გალვანომეტრი, რომელიც მიერთებული იყო D მიმღებზე, პერიოდულად აფიქსირებდა მაქსიმუმებს გაფანტული ელექტრონების ნაკადში. დიფრაქციული მაქსიმუმების მდებარეობიდან განსაზღვრულ იქნა ელექტრონების ტალღის სიგრძე, რომელიც დაემთხვა დე ბროილის ჰიპოთეზით განსაზღვრულს. შემდგომში 1928 წელს ჯ. ტომსონის ცდებში კვლავ დადასტურდა დე ბროილის ჰიპოთეზა. ტომსონი აკვირდებოდა დიფრაქციულ სურათს, რომელიც წარმოიშობოდა ელექტრონების ნაკადის გავლისას თხელ ოქროს პოლიკრისტალურ ფოლგაში.



ნახ. 14. დევისონისა და ჯერმერის ექსპერიმენტის სქემატური სურათი:

K – ნიკელის მონოკრისტალი; S – ელექტრონების წყარო;

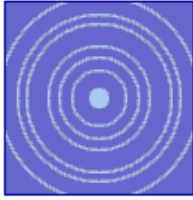
D – ელექტრონების მიმღები; β – ელექტრონების გაფანტვის კუთხე.



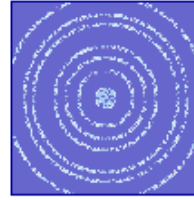
ნახ. 15 ტომსონის ექსპერიმენტის გამარტივებული სქემა:

K – კათოდი, A – ანოდი, F – ოქროს ფოლგა.

ფოლგის უკან მოთავსებულ ფოტოფირზე დაიკვირვებოდა ნათელი და ბნელი კონცენტრული რგოლები, რომელთა რადიუსი იცვლებოდა ელექტრონების სიჩქარის (ანუ დე-ბროილის ტალღის სიგრძის) ცვლილებასთან ერთად ნახ. 16.



ა)



ბ)

ნახ. 16 ელექტრონების დიფრაქციული სურათი პოლიკრისტალურ ნიმუშზე: ექსპოზიცია დიდ დროში (ა) და ექსპოზიცია მცირე დროში (ბ). (ბ) – შემთხვევაში ფოტოფირფიტაზე ჩანს ცალკეული ელექტრონების დაცემის წერტილები.

შემდგომში ტომსონის ექსპერიმენტი მრავალჯერ იქნა გამეორებული, მათ შორის იმ პირობებშიც, როცა ელექტრონების ნაკადი იყო იმდენად სუსტი, რომ ხელსაწყოში შეიძლება მოხვედრილიყო მხოლოდ ერთი ნაწილაკი ნახ. 16 (ბ) (ვ.ა. ფაბრიკანტი, 1948 წ). ამრიგად ექსპერიმენტულად დადასტურებულ იქნა, რომ ტალღური ბუნება ახასიათებს არა მარტო ელექტრონების ერთობლიობას, არამედ **ცალკეულ ელექტრონსაც**. შემდგომში დიფრაქციული მოვლენები აღმოჩენილ იქნა ასევე ნეიტრონებისთვის, პროტონებისთვის, ატომური და მოლეკულური ნაწილაკების ნაკადებისთვის. ამ ექსპერიმენტების საფუძველზე დადგენილ იქნა, რომ ნაწილაკების ტალღური ბუნება წარმოადგენს მატერიის ზოგად თვისებას. ანუ ტალღური ბუნება უნდა ახასიათებდეს მაკრონაწილაკებსაც. მაგრამ ნაწილაკის დიდი მასის გამო ტალღური ბუნება მაკრონაწილაკისათვის ექსპერიმენტზე არ შეიძლება დაკვირვებულ იქნას. **მაგალითად, მტვრის ნაწილაკს**, რომლის მასაა 10^{-9} გ და მოძრაობს 0,5 მ/წმ სიჩქარით, შეესაბამება დე ბროილის 10^{-21} მ სიგრძის ტალღა, ანუ მიახლოებით 11 რიგით უფრო მცირე, ვიდრე ატომის ზომა. ცხადია, რომ ასეთი სიგრძის ტალღის გაზომვის სიზუსტე მნიშვნელოვნად აღემატება ექსპერიმენტულ შესაძლებლობებს. ეს მაგალითი აჩვენებს, რომ მაკროსკოპულ ნაწილაკებს შეუძლიათ გამოავლინონ მხოლოდ კორპუსკულური თვისებები. განვიხილოთ ერთი მაგალითი. $U = 100$ ვ პოტენციალთა სხვაობით აჩქარებული ელექტრონის დე ბროილის ტალღის სიგრძე შეიძლება გამოითვალოს ფორმულით:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meU}} \quad (4)$$

ელექტრონებისათვის, მცირე ენერგიებზე, (არარელატივისტური ელექტრონებისათვის) ტალღის სიგრძე (ნმ) შეიძლება გამოვსახოთ შემდეგნაირად:

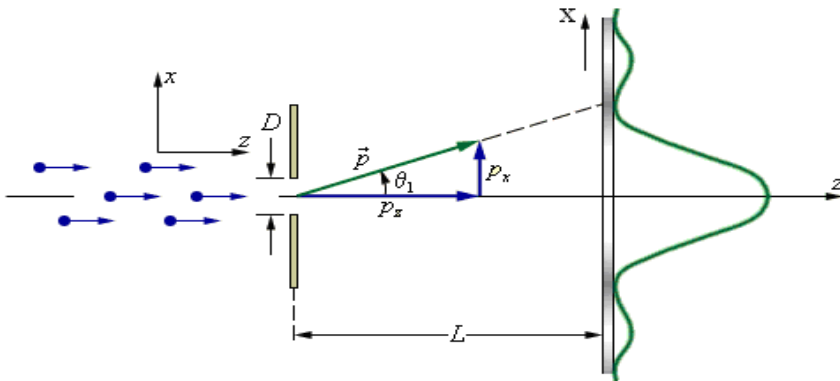
$$\lambda = 1.22 / \sqrt{T_e} \quad (5)$$

სადაც T_e – ელექტრონის კინეტიკური ენერგიაა ევ-ში. იმ შემთხვევაში, როცა ელექტრონების კინეტიკური ენერგია $eU = 100$ ევ გაცილებით მცირეა უძრავობის ენერგიაზე $mc^2 \approx 0.5$ მევ, გამოთვლები გვაძლევს, რომ $\lambda \approx 0.1$ ნმ, ანუ ტალღის სიგრძე ზუსტად შეესაბამება ატომის ზომებს. ასეთი ელექტრონებისთვის კრისტალური ნივთიერება წარმოადგენს კარგ დიფრაქციულ მესერს. ამავე პირობებში ელექტრონი, რომელმაც განიცადა დიფრაქციული გაფანტვა კრისტალზე, როგორც ტალღამ, ურთიერთქმედებს ფოტოფირფიტის ატომებთან როგორც ნაწილაკი და იწვევს ფოტოემულსიის გამავებას გარკვეულ წერტილში (ნახ. 16).

ამრიგად დე ბროილის ჰიპოთეზის-კორპუსკულური-დუალიზმის ექსპერიმენტულად დადასტურებამ ძირითადად შეცვალა წარმოდგენები მიკროობიექტების თვისებების შესახებ. ყველა მიკროობიექტს გააჩნია ტალღური და კორპუსკულური თვისებები, თუმცა ისინი არ წარმოადგენენ არც ნაწილაკს და არც ტალღას კლასიკური წარმოდგენით. მიკროობიექტის სხვადასხვა თვისებები არ გამოვლინდება ერთდროულად, ისინი ავსებენ ერთმანეთს, მხოლოდ მათი ერთობლიობა ახასიათებს სრულად მიკროობიექტს. შეიძლება ითქვას, რომ მიკროობიექტები ვრცელდებიან როგორც ტალღები და შეიცვლიან ენერგიას ურთიერთქმედებისას როგორც ნაწილაკები. ტალღური თეორიის თვალსაზრისით, მაქსიმუმები ელექტრონების დიფრაქციულ სურათში შეესაბამება დე ბროილის ტალღის ინტენსივობას. მაქსიმუმების არეში, რომლებიც დაფიქსირებულია ფოტოფირზე, ხვდება მეტი ელექტრონი. მაგრამ ელექტრონების მოხვედრის პროცესი ფოტოფირფიტის სხვადასხვა არეში არაა ინდივიდუალური. პრინციპულად შეუძლებელია ვიწინასწარმეტყველოთ, სად მოხვდება შემდეგი ელექტრონი გაფანტვის შემდეგ, არსებობს მხოლოდ განსაზღვრული ალბათობა იმისა, რომ ელექტრონი მოხვდება ამა თუ იმ ადგილას. ამრიგად მიკროობიექტის მდგომარეობის აღწერა და მისი ყოფაქცევა შეიძლება მოცემულ იქნას მხოლოდ ალბათური წარმოდგენით.

მიკროობიექტების მდგომარეობის აღწერისათვის ალბათური წარმოდგენის აუცილებლობა წარმოადგენს კვანტური მექანიკის მნიშვნელოვან თვისებურებას. კვანტურ მექანიკაში მდგომარეობის აღწერისათვის შემოტანილია ტალღური ფუნქციის Ψ (ფსი-ფუნქცია) ცნება. ტალღური ფუნქციის მოდულის კვადრატი $|\Psi|^2$ პროპორციულია მიკრონაწილაკის ერთეულოვან

მოცულობაში მოხვედრის ალბათობისა (მოცემულ კვანტურ მდგომარეობაში ყოფნის ალბათობისა). ტალღური ფუნქციის კონკრეტული სახე განისაზღვრება გარე პირობებით, რომელშიც იმყოფება მიკრონაწილაკი. კვანტური მექანიკის მათემატიკური აპარატი საშუალებას იძლევა ვიპოვოთ ტალღური ფუნქცია და ენერგია ნაწილაკისა, რომელიც იმყოფება ძალურ ველში (შრედინგერის განტოლების ამოხსნა). დე ბროილის ტალღებისათვის ბუნებრივ დიფრაქციულ მესერს წარმოადგენს კრისტალის მოწესრიგებული სტრუქტურა, რომლის სივრცული მესერის მუდმივა არის ატომის რიგის (მიახლოებით 0,1 ნმ). ასეთი ზომის ხვრელის შექმნა ეკრანში ხელოვნურად პრაქტიკულად შეუძლებელია. განვიხილოთ ელექტრონების დიფრაქცია ერთ ხვრელზე, რომლის სიგანეა D (ნახ. 18).



ნახ. 17. ელექტრონების დიფრაქცია ხვრელზე. გრაფიკზე მარჯვნივ – ელექტრონების ინტენსივობის განაწილება ფოტოფირზე

85 % მეტი ელექტრონებისა, რომლებმაც გაიარეს ხვრელი მოხვდებიან ცენტრალურ დიფრაქციულ მაქსიმუმში. კუთხური ნახევარსიგანე θ_1 ამ მაქსიმუმისა მოიძებნება პირობიდან:

$$D \sin \theta_1 = \lambda \quad (6)$$

ეს ფორმულა მიღებულია ტალღური თეორიიდან. კორპუსკულური თვალსაზრისიდან გამომდინარე შეიძლება ვიგულისხმოთ, რომ ნაწილაკი ხვრელში გავლისას იღებს დამატებით იმპულსს გავრცელების მართობული მიმართულებით (განივი მდგენელი). მხოლოდ 15 % ელექტრონებისა ხვდება ცენტრალური მაქსიმუმის გარეთ. თუ ამ ელექტრონებს არ გავითვალისწინებთ შეიძლება დავწეროთ, რომ მაქსიმალური მნიშვნელობა განივი იმპულსისა p_x ტოლია:

$$p_x = p \sin \vartheta_1 = \frac{h}{\lambda} \sin \vartheta_1 \quad (7)$$

სადაც p – სრული იმპულსის მოდულია, რომელიც დე-ბროილის თანახმად ტოლია h/λ . აქედან გამომდინარე:

$$p_x = \frac{h}{D} \quad (8)$$

ამ მარტივ თანაფარდობას სინამდვილეში აქვს ძალიან ღრმა კვანტური შინაარსი. ელექტრონების გავლისას ხვრელში მისი კოორდინატა განისაზღვრება სიზუსტით. $\Delta x = D$. სიდიდეს Δx ეწოდება განუზღვრელობა კოორდინატის გაზომვაში. მეორეს მხრივ x – მიმართულებით იმპულსის განსაზღვრის სიზუსტე ტოლია ან მეტი p_x ზე, თუ გავითვალისწინებთ დამატებით მაქსიმუმებს ცენტრალურის გარდა. ამ სიდიდეს უწოდებენ იმპულსის განუზღვრელობის სიდიდეს და აღნიშნავენ Δp_x -ით. ამრიგად Δx და Δp_x დაკავშირებული არიან ერთმანეთთან თანაფარდობით:

$$\Delta p_x \Delta x \geq h \quad (9)$$

რომელსაც ჰაიზენბერგის განუზღვრელობის პრინციპი ეწოდება. სიდიდეები Δx და Δp_x უნდა გაგებულ იქნას შემდეგნაირად, რომ მიკრონაწილაკისთვის არ შეიძლება ერთდროულად განისაზღვროს იმპულსისა და კოორდინატის ზუსტი მნიშვნელობა. განუზღვრელობის პრინციპი არაა დაკავშირებული გამზომი ხელსაწყოების სიზუსტესთან. ის წარმოადგენს მატერიალური ობიექტის კორპუსკულურ-ტალღური ბუნების გამოვლენის შედეგს.

განუზღვრელობის პრინციპი გვიჩვენებს, რომ მიკროობიექტებისთვის მიუღებელია ტრაექტორიის კლასიკური ცნება, რადგან ტრაექტორიაზე მოძრაობა ხასიათდება დროის ნებისმიერ მომენტში კოორდინატისა და სიჩქარის განსაზღვრული მნიშვნელობებით. პრინციპულად შეუძლებელია მივუთითოთ ტრაექტორია, რომელზედაც მოძრაობს კონკრეტული ელექტრონი ხვრელის გავლის შემდეგ. თუმცა გარკვეულ პირობებში განუზღვრელობის პრინციპი არ ეწინააღმდეგება ნაწილიკის მოძრაობის კლასიკურ აღწერას. მაგალითად ელექტრონების ნაკადს ელექტრონულ სხივურ მილაკში, ელექტრონული ქვემეხიდან გამოსვლისას, აქვს დიამეტრი D დაახლოებით 10^{-3} სმ. სხივური მილაკში ელექტრონების ამაჩქრებელი პოტენცი-ალი ტოლია $U \approx 15$ კვ. შესაბამისი იმპულსი ტოლია $6,6 \cdot 10^{-23}$ კგ მ/წმ-ის. ეს იმპულსი მიმართულია მილაკის ღერძის გასწვრივ. განუზღვრელობის

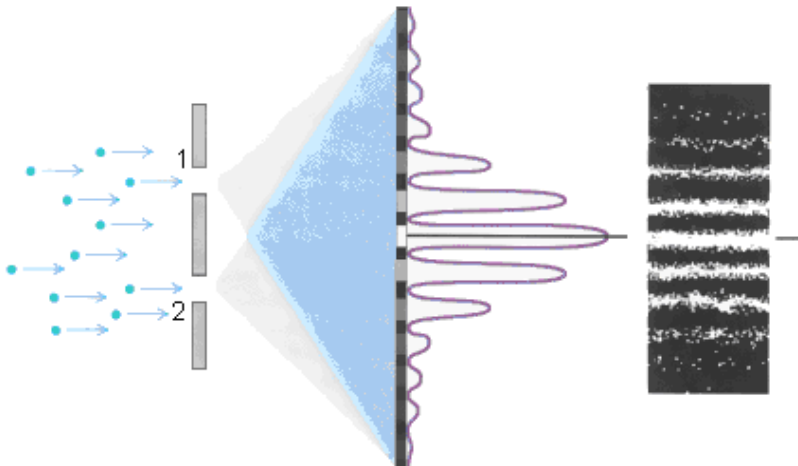
პრინციპიდან გამომდინარე ელექტრონული ნაკადის ფორმირებისას ელექტრონები მიიღებენ განივ იმპულსს Δp , რომელიც მართობულია ნაკადის ღერძისა:

$$\Delta p \approx h / D \approx 6,6 \cdot 10^{-29} \text{ კგ მ/წმ} \quad (10)$$

ვთქვათ ეკრანამდე ფრენის მანძილი ელექტრონებისათვის შეადგენს $L \approx 0,5 \text{ მ}$. მაშინ კვალის განშლადობის სიდიდე ეკრანზე Δl , რომელიც განპირობებულია ელექტრონების ტალღური ბუნებით შეადგენს :

$$\Delta l \approx \frac{\Delta p}{P} L \approx 5 \cdot 10^{-5} \text{ სმ} \quad (11)$$

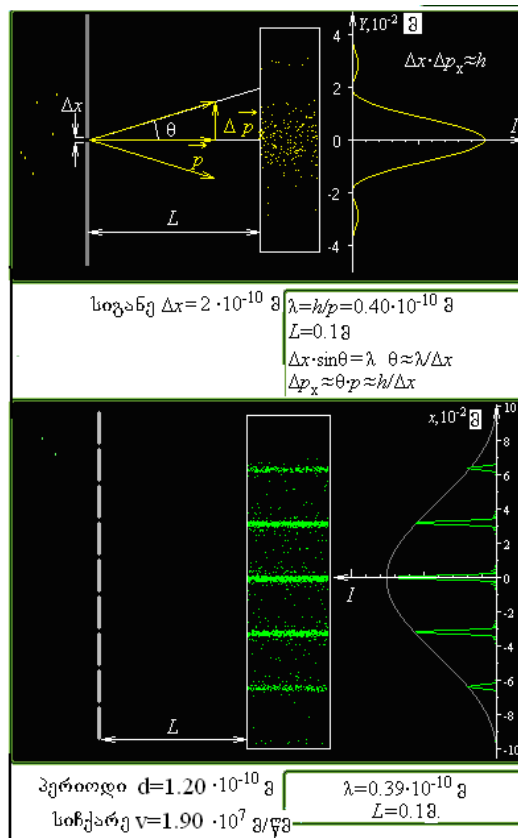
რადგან $\Delta l \ll D$, ელექტრონის მოძრაობა შეიძლება ჩაითვალოს კლასიკურად. განვიხილოთ კიდევ ერთი აზრობრივი ექსპერიმენტი-ელექტრონების დიფრაქცია ორ ხვრელზე (ნახ. 18). ამ ცდის სქემა ემთხვევა ოპტიკური ინტერფერენციის სქემას-იუნგის ცდას.



ნახ. 18. ელექტრონების დიფრაქცია ორ ხვრელზე

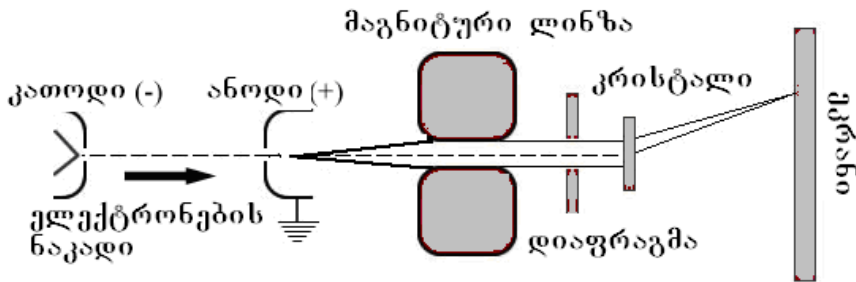
ამ ექსპერიმენტის ანალიზი საშუალებას გვაძლევს წარმოვიდგინოთ ლოგიკური სიმკვლეები. თუ ამ ცდაში ერთ ხვრელს დავხურავთ, მაშინ ინტერფერენციული ზოლები გაქრებიან და ფოტოფირფიტით დაფიქსირდება ელექტრონების განაწილების სურათი ერთ ხვრელზე დიფრაქციის შემთხვევაში (ნახ. 17). ამ შემთხვევაში ყველა ელექტრონი გადის ერთადერთ ღია ხვრელში. როდესაც გახსნილია ორივე ხვრელი, მაშინ წარმოიშობიან ინტერფერენციული ზოლები და ისმება შეკითხვა, რომელ ხვრელში გაივ-

ლის ესა თუ ის ელექტრონი? ფსიქოლოგიურად ძალიან რთულია დავეთანხმოთ იმას, რომ არსებობს მხოლოდ ერთადერთი პასუხი: ელექტრონი გადის ორივე ხვრელში ერთდროულად. თუ ელექტრონების ინტენსივობას მნიშვნელოვნად შევამცირებთ, მაშინ ცალკეული ელექტრონების გავლისას ხვრელში მივალწევთ ისეთ პირობას, რომ ორ ხვრელს დროის მოცემულ მომენტში დაეცემა მხოლოდ ერთი ელექტრონი. მიუხედავად ამისა კვლავ დაიკვირვება ინტერფერენციული სურათი. ამაზე დაყრდნობით შეიძლება გაკეთდეს დასკვნა, რომ დებროილის ტალღა თითოეული ელექტრონისა ერთდროულად გადის ორივე ხვრელში და შედეგად მიიღება ინტერფერენციული სურათი. ცალკეული ელექტრონების ნაკადი იძლევა ინტერფერენციულ სურათს, თუ გავზრდით ექსპოზიციის დროს. თუ ერთ ხვრელს დავხურავთ, მაშინ ინტერფერენციული სურათი მკვეთრად შეიცვლება-დაემსგავსება ერთი ხვრელის სურათს.



ნახ. 19. ნაწილაკების ტალღური ბუნება (მოდელი)

ელექტრონების დიფრაქციის მოვლენა მონოკრისტალებზე საფუძვლად დაედო ელექტრონული მიკროსკოპის მუშაობის პრინციპს. მარტივი ელექტრონული მიკროსკოპის სქემატური სურათი მოყვანილია ნახ. 21

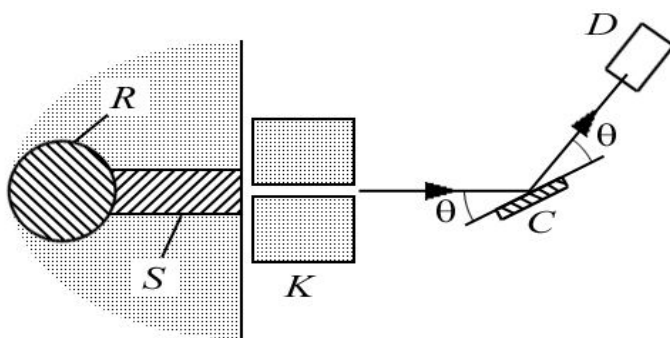


ნახ. 20

ამ სქემის მიხედვით შექმნილ იქნა პირველი ელექტრონული მიკროსკოპი ჯერ კიდევ მე-20 საუკუნის 30-იან წლებში, რომელიც იძლეოდა გამოსახულების გამადიდებლობას 10^6 -ჯერ. ელექტრონულ მიკროსკოპში სინათლის ტალღების მაგივრად გამოიყენებოდა ელექტრონების ნაკადის ტალღური ბუნება. ელექტრონების ნაკადის აჩქარება (დიდ ენერგიებზე) ხორციელდებოდა მაღალი ვაკუუმის პირობებში. შესწავლილ იქნა გაცილებით უფრო მცირე ზომის ობიექტები, ვიდრე ჩვეულებრივ სინათლის მიკროსკოპში. გარჩევის უნარიანობა გაზრდილ იქნა ათასჯერ. **თანამედროვე პირობებში შეიძლება გადაღებულ იქნას ცალკეული დიდი ზომის ატომი, ობიექტები რომელთა ზომა ახლოსაა 10^{-10} მ-თან.** ელექტრონული მიკროსკოპის გარეშე შეუძლებელი იქნებოდა მიკროსქემებში დეფექტების აღმოჩენა, ქიმიურად სუფთა ნივთიერებების მიღება, ელექტრონიკის, მოლეკულური ბიოლოგიის განვითარება და სხვა.

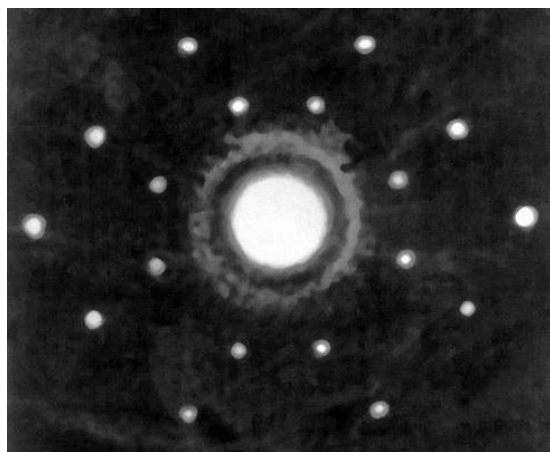
ნეიტრონების დიფრაქცია

დიფრაქციული სურათი მიღებულ იქნა არამარტო ელექტრონებისათვის, არამედ სხვა მიკრონაწილაკებისათვისაც. ნახ. 21-ზე მოცემულია ექსპერიმენტული დანადგარის სქემატური სურათი ნეიტრონების დიფრაქციის დასაკვირვებლად:

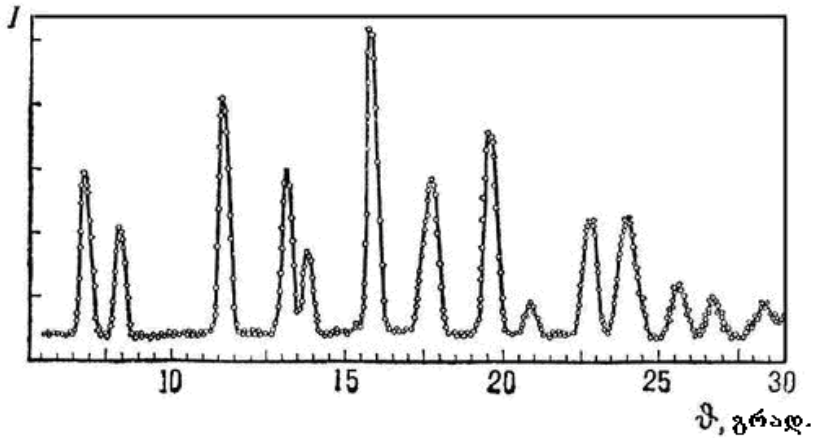


ნახ. 21

R-რეაქტორიდან გამოსული ნეიტრონების ნაკადი გადის რა შენელებას S-გარემოში ხვდება მაკოლიმირებელ K ხერხელში და ვიწრო ნაკადის სახით ეცემა კრისტალურ ზედაპირს. არეკლილი სხივი რეგისტრირდება ნეიტრონების D-დეტექტორის მიერ. ნეიტრონების დიფრაქციული სურათები მოყვანილია 22 და 23 ნახაზებზე. დიფრაქციული სურათის მისაღებად აუცილებელია, რომ ნაწილაკის დე ბროილის ტალღის სიგრძე იყოს კრისტალური მესერის მუდმივის რიგისა. ამ პირობას აკმაყოფილებენ ფოტონები ენერგიით $E = 5-20$ კევ, ელექტრონები ენერგიით $E = 10-100$ ევ, და ნეიტრონები ენერგიით $E = 0.01-0.1$ ევ (სითბური ნეიტრონები). 23-ე ნახაზზე მოყვანილი ნეიტრონოგრამა შეესაბამება სითბური ნეიტრონების BiFeO_3 პოლიკრისტალზე გაფანტვას. აქ მოცემულია გაფანტული ნეიტრონების ინტენსივობის გაფანტვის კუთხეზე დამოკიდებულება.



ნახ. 22. ნეიტრონების დიფრაქციული სურათი NaCl -ის მონოკრისტალზე



ნახ. 23. ნეიტრონოგრამა პოლიკრისტალურ ნიმუშზე BiFeO_3

კვანტურმა მექანიკამ წაშალა ზღვარი ნაწილაკსა და ტალღას შორის. კვანტური მექანიკის ძირითადი საფუძველია კორპუსკულურ-ტალღური დუალიზმი, ანუ მიკრონაწილაკის ორმაგი ბუნება. ასე მაგალითად ელექტრონის ან სხვა ნაწილაკის ყოფაქცევა მისი მოძრაობისას ვილსონის კამერაში შეიძლება აღწერილ იქნას ნაწილაკებზე წარმოდგენების საფუძველზე, სხვა პირობებში კი, როცა ვაკვირდებით დიფრაქციულ სურათს ეს ნაწილაკები ავლენენ ტალღურ ბუნებას. კვანტური მექანიკის საფუძველზე, თავისუფალი ნაწილაკი, რომელსაც აქვს m მასა $p = mv$ იმპულსი (სადაც v – ნაწილაკის სიჩქარეა) შეიძლება წარმოდგენილ იქნეს, როგორც ბრტყელი მონოქრომატული ტალღა λ_B (დე ბროილის ტალღა) ტალღის სიგრძით ობიექტის ზომის რიგისა, რომელსაც ეცემა ტალღა. ანუ ნაწილაკის დებროილის ტალღის სიგრძე უნდა აკმაყოფილებდეს პირობას:

$$\lambda_B \sim d. \quad (12)$$

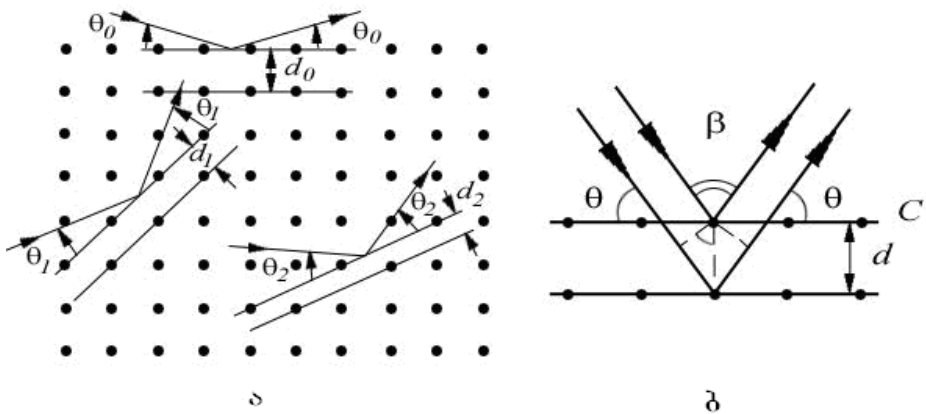
კრისტალები წარმოადგენენ მაღალი ხარისხის მოწესრიგებულ სტრუქტურას. ატომები მასში განლაგებული არიან სამგანზომილებიან პერიოდულ კრისტალურ მესერში, ანუ ქმნიან ბუნებრივ დიფრაქციულ მესერს, რომლის მუდმივა ატომური მანძილების რიგისაა $d \sim 10^{-8} \text{ სმ}$. დიფრაქციას ასეთ კრისტალებში ადგილი აქვს პარალელურ კრისტალოგრაფულ სიბრტყეებზე გაფანტვის გამო ნახ. 18. დიფრაქციული მაქსიმუმების დაკვირვების პირობა მოცემულია ვულფისა და ბრეგის ფორმულის საფუძველზე:

$$2d \sin \vartheta = n\lambda. \quad (13)$$

აქ θ – ელექტრონების (ან სხვა ნაწილაკების) კრისტალზე დაცემისას სრიალის კუთხეა (კუთხე ზედაპირსა და არეკლილ სხივს შორის), ხოლო d შესაბამის კრისტალოგრაფულ სიბრტყეებს შორის მანძილია (მესერის მუდმივა). ელექტრონების შემდეგ დიფრაქციული სურათი დაკვირვებულ იქნა მონოენერგეტიკული ატომებისათვის და მოლეკულებისათვის. ატომებს მასით M , რომლებიც იმყოფებიან გაზურ მდგომარეობაში აბსოლუტურ ტემპერატურაზე T , შეესაბამება ტალღის სიგრძე:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{3MkT}} \quad (14)$$

სადაც k – ბოლცმანის მუდმივაა. (ატომის საშუალო კინეტიკური ენერგია $E = 3/2kT$, თითოეულ თავისუფლების ხარისხზე მოდის ენერგია $1/2 kT$). მსუბუქი ატომებისათვის და მოლეკულებისათვის (H, H₂, He) ასეული კელვინის რიგის ტემპერატურაზე ტალღის სიგრძე λ ასევე 1 ანგსტრემის $\text{\AA}$ რიგისაა (10^{-8} სმ).



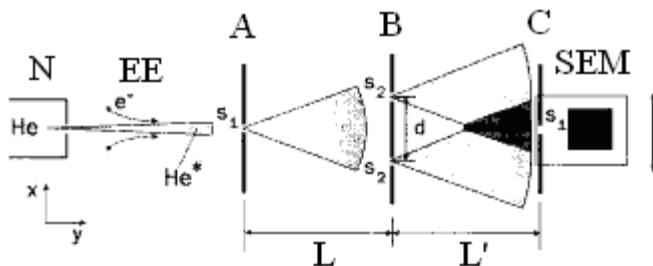
ნახ. 24 ა) კრისტალური მესერის სურათი.

ბ) დე ბროილის ტალღების ინტერფერენცია

ატომები და მოლეკულები პრაქტიკულად ვერ აღწევენ კრისტალის შიგნით, ამიტომ შეიძლება ჩაითვალოს, რომ დიფრაქციას ადგილი აქვს კრისტალურ ზედაპირზე გაფანტვის შედეგად, ანალოგიურად დიფრაქციის ბრტყელ დიფრაქციულ მესერზე.

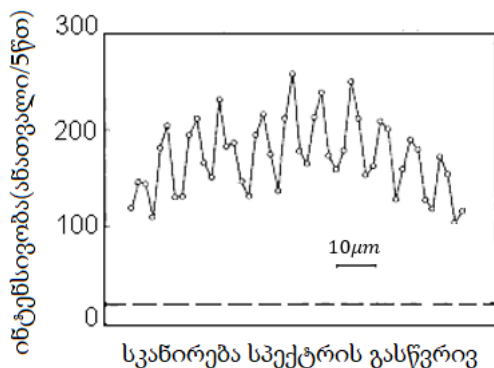
ატომური ნაწილაკების დიფრაქცია

იუნგის ცნობილ ნაშრომში აღწერილია ინტერფერენციული ცდა, რომელიც ავტორებმა ჩაატარეს არა სინათლის სხივებზე, არამედ ჰელიუმის ატომების ნაკადზე. ექსპერიმენტული დანადგარის სქემატური სურათი მოცემულია ნახ. 26. სადაც



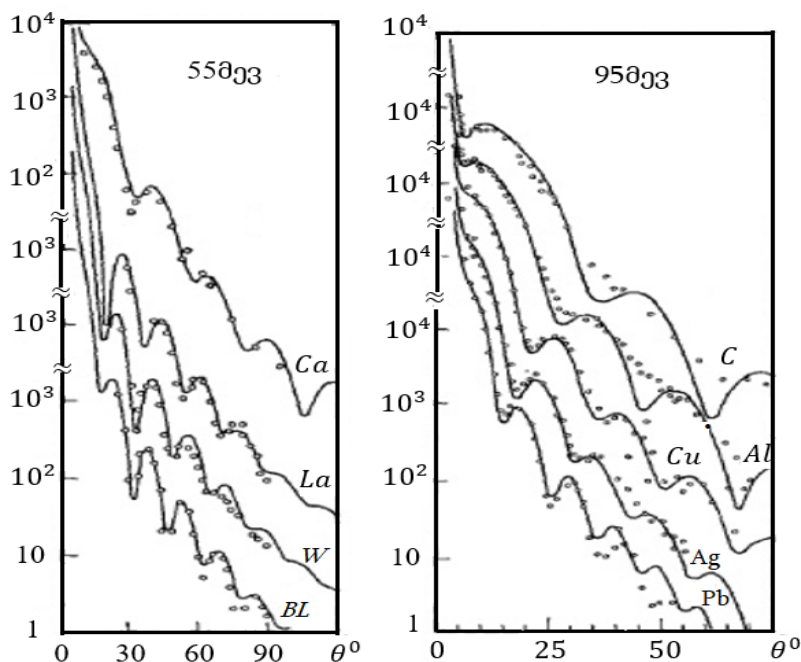
ნახ. 25. იუნგის ცდა ჰელიუმის ატომური ნაწილაკებისთვის, როგორც ტალღებისთვის (დე ბროილის ტალღა).

ხერელების ზომები $s_1 = 2$ მკმ, $s_2 = 1$ მკმ, ხერელებს შორის მანძილი $d = 8$ მკმ, $L = L' = 64$ სმ. ცდები ჩატარდა ორი ტემპერატურისთვის (ტიგელის ტემპერატურა საიდანაც გამოდიან სითბური ატომები) $T = 295$ K და 83 K. მოცემული ტემპერატურებისთვის დე ბროილის ტალღა შეადგენს $\lambda = 0.056$ ნმ და 0.103 ნმ, შესაბამისად. ნახ. 26 მოყვანილია შედეგი $\lambda = 0.103$ ნმ ტალღისთვის. ნახაზიდან ჩანს, რომ დაიკვირვება მკვეთრად გამოყოფილი მაქსიმუმები და მინიმუმები. საშუალო მანძილი მაქსიმუმებს შორის შეადგენს 7.7 ± 0.5 მკმ, რაც კარგად ემთხვევა თეორიულ შეფასებას $\Delta = L' \cdot \lambda / d = 8.2$ მკმ-ს ექსპერიმენტული ცდომილების ფარგლებში.



ნახ. 26. ჰელიუმის ატომების ინტერფერენციული სურათი

27-ე ნახაზზე მოყვანილია დიფრაქციული სურათი, რომელიც მიღებულია პროტონების სხვადასხვა ბირთვებზე დრეკადი გაფანტვის პროცესში.



ნახ. 27. პროტონების სხვადასხვა ბირთვებზე დრეკადი გაფანტვის დიფრენციალური კვეთი (მზარნი/სტერადიანი, მასათა ცენტრის სისტემაში 1 ბარნი = 10^{-24} სმ²). წერტილები – ექსპერიმენტული მონაცემები, უწყვეტი წირი-თეორია.

ელექტრომაგნიტური გამოსხივების კვანტური ბუნება-ამოცანები

შავი სხეულის გამოსხივება – ამოცანები

1. ამოცანა

აბსოლუტურად შავი სხეული გააცხელეს 100° -დან 300° -მდე. ვიპოვოთ როგორ შეიცვალა გამოსხივების სიმძლავრე.

$$\text{მოც: } T_1 = 100^{\circ}\text{C} = 373\text{K}; T_2 = 300^{\circ}\text{C} = 573\text{K}; \text{ვიპოვოთ } \frac{N_2}{N_1}$$

ამოხსნა:

გამოსხივების სიმძლავრე განისაზღვრება ფორმულით $N = RS$, სადაც R – სხეულის ენერგეტიკული გამოსხივების უნარიანობაა(ფართის ერთეუ-

ლიდან დროის ერთეულში გამოსხივებული ენერგია), S -ფართობი. სტეფან-ბოლცმანის კანონის თანახმად $R = \sigma T^4$. ამ გამოსახულებებიდან მივიღებთ

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{\sigma T_2^4 S}{\sigma T_1^4 S}; \quad \frac{N_2}{N_1} = \frac{T_2^4}{T_1^4} = \left(\frac{573}{373}\right)^4 \approx 5.6$$

გამოსხივების სიმძლავრე გაიზარდა 5.6-ჯერ.

2. ამოცანა

აბსოლუტურად შავი სხეულის გამოსხივების ენერგიის მაქსიმუმი მოდის ტალღის სიგრძეზე 450 ნმ. განვსაზღვროთ სხეულის ტემპერატურა და ენერგეტიკული გამოსხივების უნარიანობა.

ამოხსნა:

$$\text{მოც: } \lambda_{\max} = 450 \text{ nm} = 4.5 \cdot 10^{-7} \text{ მ}; \quad b = 2.89 \cdot 10^{-3} \text{ მ} \cdot \text{K};$$

$$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ ვტ}/(\text{მ}^2 \cdot \text{K}^4).$$

$$\text{ვინის კანონის თანახმად} \quad \lambda_{\max} = \frac{b}{T}.$$

აქედან გამომდინარე

$$T = \frac{b}{\lambda_{\max}}; \quad T = \frac{2.89 \cdot 10^{-3}}{4.5 \cdot 10^{-7}} \cong 6422^\circ \text{K}$$

$$R = \sigma T^4 = 5.67 \cdot 10^{-8} \cdot 6422^4 \cdot 10^{12} \cong 9.6 \cdot 10^7 \text{ (ვტ}/\text{მ}^2)$$

3. ამოცანა

აბსოლუტური შავი სხეულის ტემპერატურა შემცირდა 1000°K -დან 850°K -მდე. განვსაზღვროთ, როგორ და რამდენით შეიცვალა გამოსხივებული ტალღის სიგრძის მაქსიმალური მნიშვნელობა?

ამოხსნა:

$$\text{მოც: } T_1 = 1000 \text{ K}; \quad T_2 = 850 \text{ K}; \quad b = 2.89 \cdot 10^{-3} \text{ მ} \cdot \text{K};$$

$$\text{ვიპოვოთ: } \Delta \lambda_{\max}.$$

ვინის წანაცვლების კანონის თანახმად $\lambda_{\max} = \frac{b}{T}$ (სადაც b – მუდმივი სიდიდეა). აქედან გამომდინარე $\lambda_{1\max} = \frac{b}{T_1}, \lambda_{2\max} = \frac{b}{T_2}$

$$\Delta \lambda_{\max} = \frac{b}{T_2} - \frac{b}{T_1} = \frac{b(T_1 - T_2)}{T_1 \cdot T_2};$$

$$\text{მივიღებთ } \Delta\lambda_{\max} = 0.51 \cdot 10^{-6} \text{ მ} = 0.51 \text{ მკმ}$$

4. ამოცანა

რამდენჯერ გაიზრდება შავი სხეულის გამოსხივების სიმძლავრე, თუ გამოსხივების ენერგიის მაქსიმუმი წაინაცვლებს წითელი საზღვრიდან $\lambda_{\text{წით.}} = 0.76 \text{ მკმ}$; იისფერ საზღვრამდე $\lambda_{\text{იისფ.}} = 0.38 \text{ მკმ}$?

ამოხსნა:

$$\text{მოც: } \lambda_{\text{წით.}} = 0.76 \text{ მკმ}; \lambda_{\text{იისფ.}} = 0.38 \text{ მკმ}.$$

$$\text{ვიპოვოთ: } \frac{N_{\text{იისფ.}}}{N_{\text{წით.}}}.$$

ვინის წანაცვლების კანონიდან გამომდინარე გამოსხივების ენერგიის მაქსიმუმის შესაბამისი მაქსიმალური ტალღის სიგრძე დაკავშირებულია აბსოლუტურ ტემპერატურასთან შემდეგი თანაფარდობით:

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T} \quad (1)$$

სადაც b მუდმივი სიდიდეა. აქედან გამომდინარე

$$\lambda_{\text{წით.}} = \frac{b}{T_{\text{წით.}}}; \lambda_{\text{იისფ.}} = \frac{b}{T_{\text{იისფ.}}} \quad (2)$$

ვიცით, რომ გამოსხივების სიმძლავრე განისაზღვრება ფორმულით $N = RS$, სადაც R – სხეულის ენერგეტიკული გამოსხივების უნარიანობაა (ფართის ერთეულიდან დროის ერთეულში გამოსხივებული ენერგია), S – ფართობი. სტეფან-ბოლცმანის კანონის თანახმად $R = \sigma T^4$. ამ გამოსახულებებიდან მივიღებთ

$$\frac{N_{\text{იისფ.}}}{N_{\text{წით.}}} = \frac{\sigma T_{\text{იისფ.}}^4 S}{\sigma T_{\text{წით.}}^4 S} \quad (3)$$

$$\frac{N_{\text{იისფ.}}}{N_{\text{წით.}}} = \frac{T_{\text{იისფ.}}^4}{T_{\text{წით.}}^4} \quad (4)$$

$$\frac{N_{\text{იისფ.}}}{N_{\text{წით.}}} = \frac{\lambda_{\text{წით.}}^4}{\lambda_{\text{იისფ.}}^4} \quad (5)$$

$$\frac{N_{\text{იისფ.}}}{N_{\text{წით.}}} = \left(\frac{0.76}{0.38} \right)^4 = 16 \quad (6)$$

პას: შავი სხეულის გამოსხივების სიმძლავრე გაიზრდება 16-ჯერ.

სინათლის წნევა – გამოსხივების კორპუსკულური ბუნება

1. ამოცანა

განვსაზღვროთ სინათლის სხივების წნევა, რომლებიც ნორმალურად (მართობულად) ეცემიან სარკისებრ ზედაპირზე. მზის სხივების ინტენსივობა ჩავთვალოთ 1.37 კვტ/მ^2 -ის ტოლად.

ამოხსნა:

მოც.: $E = 1.37 \cdot 10^3 \text{ ვტ/მ}^2$; არეკვლის კოეფიციენტი $\rho = 1$.

ვიპოვოთ p .

სინათლის სხივების წნევა ზედაპირზე განისაზღვრება ფორმულით

$$p = \frac{E}{c}(1 + \rho)$$

სადაც E – ენერგეტიკული განათებულობა (ნათობა) ზედაპირისა, c – სინათლის სიჩქარე, ρ – არეკვლის კოეფიციენტი. სარკისათვის $\rho = 1$ (სრული არეკვლა მართობულად).

$$p = \frac{1.37 \cdot 10^3 \cdot 2}{3 \cdot 10^8} \approx 9 \cdot 10^{-6} (\text{პა})$$

2. ამოცანა

$\lambda = 0.5$ მკმ ტალღის სიგრძის სინათლე ნორმალურად ეცემა სარკულ ზედაპირს და აწარმოებს მასზე 4 მკპა წნევას. განვსაზღვროთ ფოტონების რიცხვი, რომლებიც ყოველ წამში ეცემიან 1 სმ^2 ფართზე ამ ზედაპირს.

ამოხსნა:

მოც.: $\lambda = 0.5 \text{ მკმ} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ მ}$; $\rho = 1$; $p = 4 \cdot 10^{-6} \text{ პა}$; $S = 1 \text{ სმ}^2 = 10^{-4} \text{ მ}^2$

ვიპოვოთ n .

ამოხსნა: სინათლის წნევა $p = \frac{E}{c}(1 + \rho)$

სადაც $E = \frac{hc}{\lambda}N$ – ზედაპირის ენერგეტიკული განათებულობა, რომელიც ტოლია ფოტონის ენერგიის $\frac{hc}{\lambda}$ ნამრავლისა N რიცხვზე ფოტონებისა, რომლებიც ეცემიან 1 მ^2 ფართზე ყოველ 1 წმ -ში.

ფოტონების n რიცხვი დაცემული ყოველ წამში $S = 1 \text{ სმ}^2$ ფართზე იქნება $n = NS$.

$$p = \frac{h}{\lambda}(1 + \rho)N; N = \frac{p\lambda}{h(1 + \rho)}; n = \frac{p\lambda}{h(1 + \rho)}S;$$

$$n = \frac{4 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^{-7} \cdot 10^{-4}}{6.63 \cdot 10^{-34}(1 + 1)} = 1.5 \cdot 10^{17}.$$

3. ამოცანა

განვსაზღვროთ წნევა, რომელსაც აწარმოებს 0.4მკმ ტალღის სიგრძის სინათლე შავ ზედაპირზე, თუ ზედაპირის ყოველ $S = 1\text{სმ}^2$ ფართზე ნორმალურად ეცემა $6 \cdot 10^{16}$ ფოტონი.

$$\text{მოც: } \lambda = 0.4\text{მკმ} = 4 \cdot 10^{-7}\text{მ}; \rho = 0; n = 6 \cdot 10^{16}; S = 1\text{სმ}^2 = 10^{-4}\text{მ}^2$$

ვიპოვოთ : p

ამოხსნა: სინათლის სხივების წნევა ზედაპირზე განისაზღვრება ფორმულით

$$p = \frac{E}{c}(1 + \rho)$$

სადაც $E_e = \frac{hc}{\lambda} N$ – ზედაპირის ენერგეტიკული განათებულობაა, რომელიც ტოლია ფოტონის ენერგიის $\frac{hc}{\lambda}$ ნამრავლისა N რიცხვზე ფოტონებისა, რომლებიც ეცემიან 1მ^2 ფართზე ყოველ 1წმ -ში.

ფოტონების n რიცხვი დაცემული ყოველ წამში $S = 1\text{სმ}^2$ ფართზე იქნება $n = NS$. 1მ^2 ფართზე დაცემული ფოტონების რიცხვი იქნება $6 \cdot 10^{20}$ ფოტონი. მაშინ $p = \frac{h}{\lambda}(1 + \rho)N$

$$p = \frac{6.63 \cdot 10^{-34} \cdot 6 \cdot 10^{20}}{4 \cdot 10^{-7}} \simeq 10^{-6}\text{პა}$$

4. ამოცანა

შავად შეღებილ ზედაპირს მართობულად ეცემა სინათლის ნაკადი ტალღის სიგრძით 0.65 მკმ, და აწარმოებს წნევას $5 \cdot 10^{-6}$ პა. განვსაზღვროთ ფოტონების კონცენტრაცია ზედაპირის მახლობლად და ფოტონების რიცხვი, რომლებიც ეცემიან 1მ^2 ფართობს 1წმ -ში.

ამოხსნა:

მოც.: $\lambda = 0.65\text{მკმ} = 6.5 \cdot 10^{-7}\text{მ}; p = 5 \cdot 10^{-6}$ პა; $\rho = 0$ (ყველა დაცემული ფოტონი შთაინთქმება); $S = 1\text{მ}^2$; $t = 1\text{წმ}$.

სინათლის წნევა ზედაპირზე, მართობულად დაცემის პირობებში გამოისახება ფორმულით:

$$p = \frac{E_e}{c}(1 + \rho)$$

სადაც $E = \frac{hc}{\lambda} N$ – ზედაპირის ენერგეტიკული განათებულობაა, რომელიც ტოლია ფოტონის ენერგიის $\frac{hc}{\lambda}$ ნამრავლისა N რიცხვზე ფოტონებისა, რომ-

ლებიც ეცემიან 1მ^2 ფართზე ყოველ 1წმ -ში. ვიცით, რომ $\rho = 0$ (ხდება სრული შთანთქმა)

ენერგიის მოცულობითი სიმკვრივე ტოლია ფოტონების კონცენტრაციის (ფოტონების რიცხვი მოცულობის ერთეულში) ნამრავლისა ერთი ფოტონის ენერგიაზე

$$n = \frac{pc\lambda}{hc} = \frac{p\lambda}{h}; \quad n_0 = \frac{p\lambda}{h}; \quad n_0 = \frac{5 \cdot 10^{-6} \cdot 6.5 \cdot 10^{-7}}{6.63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8} \approx 1.6 \cdot 10^{13} (\text{მ}^{-3}).$$

5. ამოცანა

პარალელური სხივების ნაკადი მართობულად ეცემა სარკულ ზედაპირს. განვსაზღვროთ წნევის ძალა, რომელსაც განიცდის ეს ზედაპირი, თუ მისი ფართი 2მ^2 -ია, ხოლო ზედაპირის ენერგეტიკული ნათობა (განათებულობა) ტოლია 0.6 ვტ/მ^2 -ის.

ამოხსნა:

მოც.: $\rho = 1$; $S = 2\text{მ}^2$; $E = 0.6 \text{ ვტ/მ}^2$.

ვიპოვოთ F

სინათლის წნევა განისაზღვრება ფორმულით:

$$p = \frac{E}{c}(1 + \rho)$$

წნევის ძალა იქნება :

$$F = pS = \frac{E}{c}(1 + \rho)S; \quad F = \frac{0.6 \cdot 2 \cdot 2}{3 \cdot 10^8} = 8 \cdot 10^{-9} (\text{ნ}).$$

6. ამოცანა

სფერულ სარკულ ზედაპირზე, რომელიც იმყოფება ნათურიდან 2მ მანძილზე, სინათლე მართობულად ეცემა და აწარმოებს წნევას 10^{-8}პა .

ამოხსნა:

მოც.: $r = 2\text{მ}$; $\rho = 1$; $p = 10^{-8}\text{პა}$.

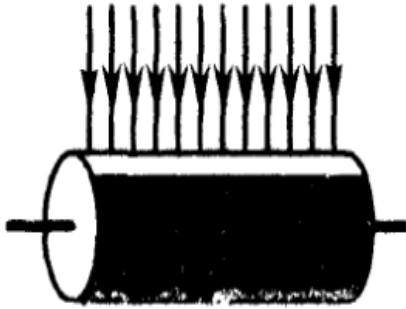
უნდა ვიპოვოთ N .

სინათლის წნევა განისაზღვრება ფორმულით $p = \frac{E}{c}(1 + \rho)$. სამეზნი სიმძლავრე $N = ES$, სადაც $S = 4\pi r^2$ – წარმოსახვითი, r – რადიუსის სფერული ზედაპირის ფართია, რომელიც შემოსაზღვრავს ნათურას.

$$E = \frac{pc}{1 + \rho}; \quad N = \frac{pc}{1 + \rho} \cdot 4\pi r^2; \quad E = \frac{10^{-8} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 4 \cdot 3.14 \cdot 4}{2} \approx 75.4 (\text{ვტ}).$$

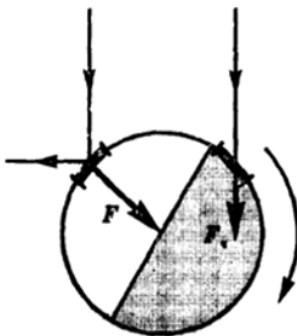
7. ამოცანა

იმყოფება რა ვაკუუმში მსუბუქ ცილინდრს შეუძლია მცირე ხახუნის პირობებში ბრუნვა ჰაერში თავისი ღერძის გარშემო (იხ. სურათი).

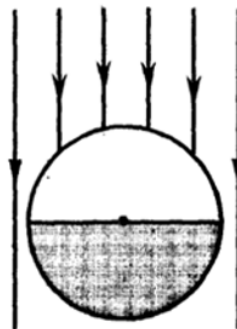


ცილინდრის ნახევარი შეღებილია შავად, მეორე ნახევარი წარმოადგენს სარკულ ზედაპირს. როგორ მოტრიალდება ცილინდრი მზის სხივების გავლენით, თუ მზის სხივები ეცემიან ცილინდრს ცილინდრის ღერძის მართობულად?

ამოხსნა. ერთი შეხედვით ჩანს, რომ აუცილებელია შევადაროთ ერთმანეთს სინათლის წნევის მნიშვნელობები ცილინდრის შავ და სარკულ ზედაპირებზე. თუმცა ცილინდრის მობრუნება დამოკიდებულია არა სინათლის წნევის ძალაზე, არამედ ამ ძალის მამრუნებელ მომენტზე. როგორც სურათიდან ჩანს ძალა F_1 სარკულ ზედაპირზე ყოველთვის მიმართულია ზედაპირის მართობულად, რადგან ძალის ზედაპირის გასწვრივი მდგენელი არ იცვლება (დაცემის კუთხე არეკვლის კუთხის ტოლია), ხოლო მართობული მდგენელი ყოველთვის მიმართულია ბრუნვის ღერძის მართობულად. ამიტომ ამ ძალის მამრუნებელი მომენტი ნულის ტოლია. ხოლო შავ ზედაპირზე წნევის ძალის მომენტი ცდილობს მოაბრუნოს ცილინდრი (სურ.ა). სურ. ბ) -ზე ნაჩვენებია ცილინდრის წონასწორული მდგომარეობა. ხახუნის ძალის მცირე სიდიდის შემთხვევაში ცილინდრს შეუძლია შეასრულოს რხევები წონასწორული მდგომარეობის მახლობლობაში.



სურ.ა



სურ.ბ

8. ამოცანა

თერაპიული ჰელიუმ-ნეონის ლაზერი, რომელიც მუშაობს უწყვეტ რეჟიმში, ასხივებს მონოქრომატულ სინათლეს $\lambda = 630$ ნმ ტალღის სიგრძით, ანვითარებს $P = 40$ მვტ (მილივატი) სიმძლავრეს. რამდენ ფოტონს ასხივებს ლაზერი 1 წამში?

ამოხსნა:

ლაზერის სიმძლავრე შეიძლება ჩაიწეროს, როგორც $P = \frac{E}{t}$, სადაც E – გამოსხივების ენერგიაა, t – დრო. გამოსხივების ენერგია შეიძლება გამოვსახოთ ცალკეული ფოტონის $E_0 = h\nu$ ენერგია გამრავლებული ფოტონების რიცხვზე N . აქ ν – სიხშირეა, h – პლანკის მუდმივა. გავითვალისწინოთ, რომ $\nu = \frac{c}{\lambda}$, შეიძლება ჩავწეროთ: $P = \frac{hcN}{\lambda t}$. აქედან მარტივად გამოვითვლით N : $N = \frac{P\lambda t}{hc} = 1,3 \cdot 10^{17}$.

9. ამოცანა

აპარატული დიაგნოსტიკური კომპლექსის რენტგენული მილაკი, რომელიც მუშაობს 50კეე დაბეზზე და 2მა-დენზე, ასხივებს $5 \cdot 10^{13}$ ფოტონს წამში. ჩავთვალოთ, რომ გამოსხივების საშუალო ტალღის სიგრძე 0,1ნმ-ია, ვიპოვოთ მილაკის მქკ (მარგი ქმედების კოეფიციენტი)

ამოხსნა:

$$\eta = \frac{P_0}{P_1} 100\% \quad (1)$$

მქკ ტოლია სასარგებლო სიმძლავის შეფარდებისა სრულად დახარჯულთან. დახარჯული სიმძლავრე გამოითვლება მილაკში გამავალი დენის ძალის ნამრავლით ანოდურ დაბეზზე:

$$P_1 = IU \quad (2)$$

სასარგებლო სიმძლავრე წარმოადგენს კვანტების ენერგიას გამოსხივებულს მილაკის ანოდიდან დროის ერთეულში:

$$P_0 = n \frac{E}{t} = \frac{n h \nu}{t} \quad (3)$$

მე- (2) და მე- (3) გათვალისწინებით (1) გადაიწერება ასე:

$$\eta = \frac{nh\nu}{tUI} 100\% = \frac{9 \cdot 10^{12} \cdot 6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 2,9 \cdot 10^{18}}{1 \cdot 5 \cdot 10^4 \cdot 0,2 \cdot 10^{-3}} 100\% = 0,17 \%$$

ფოტოეფექტი

ამოცანები

1. ამოცანა

ნიკელისათვის ფოტოეფექტის წითელი საზღვარი ტოლია 0.257მკმ. ვიპოვოთ, ნიკელის ელექტროდზე, დაცემული სინათლის ტალღის სიგრძე, თუ ფოტოდენი ნულის ტოლი ხდება დამამუხრუჭებელ პოტენციალთა სხაობაზე 1.5ვ.

მოც: $\lambda_{\text{წით}} = 0.257\text{მკმ} = 2.57 \cdot 10^{-7}\text{მ}$; $U = 1.5\text{ვ}$, $e = 1.6 \cdot 10^{-19}\text{კ}$.

უნდა ვიპოვოთ λ .

$$\frac{hc}{\lambda} = A + E_{k \max} \quad (1)$$

სადაც A გამოსვლის მუშაობაა, $E_{k \max}$ – გამოსული ელექტრონების კინეტიკური ენერგიის მაქსიმალური მნიშვნელობაა, რომელიც განისაზღვრება ექსპერიმენტზე დამამუხრუჭებელი ძაბვის საშუალებით

$$E_{k \max} = eU \quad (2)$$

ფოტოეფექტის წითელი საზღვარი განისაზღვრება პირობით კვანტის ენერგია $\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$ უტოლდება გამოსვლის A მუშაობას.

$$\frac{hc}{\lambda_{\text{წით}}} = A \quad (3)$$

ჩავსვათ მეორე და მესამე გამოსახულებები (1)-ში. მივიღებთ

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda_{\text{წით}}} + eU \quad (4)$$

ამ განტოლებიდან ვიპოვიოთ λ – დაცემული სინათლის ტალღის სიგრძეს

$$\lambda = \left(\frac{1}{\lambda_{\text{წით}}} + \frac{eU}{hc} \right)^{-1}; \lambda = \left(\frac{1}{2.57 \cdot 10^{-7}} + \frac{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 1.5}{6.63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8} \right)^{-1} \simeq 1.96 \cdot 10^{-7}(\text{მ}) = 0.196(\text{მკმ})$$

პასუხი: $\lambda = 0.196$ (მკმ)

2. ამოცანა

ფოტოკათოდისათვის, რომელიც დამზადებულია ვოლფრამისაგან, გამოსვლის მუშაობა ტოლია 4.5ევ. განვსაზღვროთ ტალღის სიგრძის რა მაქსიმალური მნიშვნელობისათვის რეალიზდება ფოტოეფექტი.

მოც.: $A = 4.5\text{ევ} = 4.5 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}\text{ჯ. ვიპოვოთ : } \lambda_{\text{ფწით.}}$

ამოხსნა. გამოსვლის მუშაობა და $\lambda_{\text{ფწით.}}$ ფოტოეფექტის წითელი საზღვრის შესაბამისი ტალღის სიგრძე ერთმანეთთან დაკავშირებული არიან თანაფარდობით:

$$A = \frac{hc}{\lambda_{\text{ფწით.}}}$$

აქედან გამომდინარე

$$\lambda_{\text{ფწით.}} = \frac{hc}{A}; \lambda_{\text{ფწით.}} = \frac{6.63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{4.5 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}} (\text{მ}) \simeq 2.76 \cdot 10^{-7} (\text{მ}) = 276 (\text{ნმ})$$

3. ამოცანა

0.2 მკმ ტალღის სიგრძის ფოტონი ფოტოკათოდის ზედაპირიდან ამოგლეჯს ელექტრონს, რომლის კინეტიკური ენერგიის მაქსიმალური მნიშვნელობა ტოლია 2ევ-ის. განვსაზღვროთ ფოტოკათოდის გამოსვლის მუშაობა A და ფოტოეფექტის წითელი საზღვარი $\lambda_{\text{წით.}}$.

მოც.: $\lambda = 0.2\text{მკმ} = 2 \cdot 10^{-7}\text{მ}; E_{\text{max.კინ.}} = 2\text{ევ} = 3.2 \cdot 10^{-19}\text{ჯ}$

ვიპოვოთ: $A_{\text{გამოს.}}, \lambda_{\text{ფწით.}}$

ამოხსნა. აინშტაინის ფოტოეფექტის განტოლებიდან ფოტონის-კვანტის ენერგია ტოლია:

$$h\nu = \frac{hc}{\lambda} = A_{\text{გამოს.}} + E_{\text{max.კინ.}}; A_{\text{გამოს.}} = \frac{hc}{\lambda} - E_{\text{max.კინ.}}$$

$$A_{\text{გამოს.}} = \frac{6.63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^{-7}} - 3.2 \cdot 10^{-19} \simeq 6.7 \cdot 10^{-19} (\text{ჯ}) \simeq 4.2 (\text{ევ})$$

წითელი საზღვრის ტალღის სიგრძე $\lambda_{\text{ფწით.}}$ გამოითვლება თანაფარდობიდან

$$A_{\text{გამოს.}} = \frac{hc}{\lambda_{\text{ფწით.}}}, \text{ საიდანაც } \lambda_{\text{ფწით.}} = \frac{hc}{A_{\text{გამოს.}}}; \lambda_{\text{ფწით.}} = \frac{6.63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{6.7 \cdot 10^{-19}} (\text{მ}) = 2.97 \cdot 10^{-7} (\text{მ}) = 297 (\text{ნმ})$$

4. ამოცანა

ფოტოეფექტის პროცესში ცეზიუმის ფოტოკათოდიდან გამოსული ელექტრონების კინეტიკური ენერგია ტოლია 3 ევ. ვიპოვოთ დაცემული ფოტონის ტალღის სიგრძე, თუ გამოსვლის მუშაობა 1.8ევ-ია.

$$\text{მოც.: } E_{\text{max.კინ.}} = 3\text{ევ} = 4.8 \cdot 10^{-19}\text{ჯ}; A_{\text{გამოს.}} = 1.8\text{ევ} = 2.88 \cdot 10^{-19}\text{ჯ}.$$

ვიპოვოთ λ .

ამოხსნა. დავწეროთ აინშტაინის განტოლება ფოტოეფექტისთვის

$$\frac{hc}{\lambda} = A_{\text{გამოს.}} + E_{k \text{ max}}$$

$$\text{აქედან } \lambda = \frac{hc}{A_{\text{გამოს.}} + E_{k \text{ max}}} = \frac{6.63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{(4.8 + 2.88) \cdot 10^{-19}} \approx 2.6 \cdot 10^{-7}(\text{მ}) = 260(\text{ნმ}).$$

5. ამოცანა

ლითიუმის ფოტოკათოდის დასხივება ხდება 0.4მკმ ტალღის სიგრძის იისფერი სხივებით. განვსაზღვროთ ფოტოელექტრონების სიჩქარე, თუკი ფოტოეფექტის წითელი საზღვრის შესაბამისი ტალღის სიგრძე ტოლია 0.52მკმ-ის.

ამოხსნა:

$$\text{მოც.: } \lambda = 4 \cdot 10^{-7}\text{მ}; \lambda_{\text{წით.}} = 5.2 \cdot 10^{-7}\text{მ.}, h = 6.63 \cdot 10^{-34}\text{ჯ} \cdot \text{წმ}; c = 3 \cdot 10^8\text{მ/წმ}$$

უნდა ვიპოვოთ v .

აინშტაინის ფოტოეფექტის განტოლების თანახმად ფოტონის ენერგია $\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}$ იხარჯება ელექტრონის ფოტოკათოდიდან გამონთავისუფლების – გამოსვლის მუშაობაზე $A_{\text{გამოს.}} = \frac{hc}{\lambda_{\text{წით.}}}$ და ელექტრონის კინეტიკურ ენერგიაზე $E_{\text{კინ.}}$.

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda_{\text{წით.}}} + E_{\text{კინ.}}; E_{\text{კინ.}} = \frac{mv^2}{2} = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda_{\text{წით.}}}$$

მაშინ თუ რიცხვით მნიშვნელობებს შევიტანთ გამოსახულებაში აინშტაინის განტოლებიდან მივიღებთ:

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda_{\text{წით.}}} + E_{\text{კინ.}}; E_{\text{კინ.}} = \frac{mv^2}{2} = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda_{\text{წით.}}}$$

$$\text{მაშინ } v = \sqrt{\left(\frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda_{\text{წით.}}}\right) \frac{2}{m}} = \sqrt{\frac{2hc}{m} \left(\frac{\lambda_{\text{წით.}} - \lambda}{\lambda_{\text{წით.}} \lambda}\right)};$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 6.63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 (5.2 - 4) \cdot 10^{-7}}{9.1 \cdot 10^{-31} \cdot 5.2 \cdot 4 \cdot 10^{-14}}} \approx 5 \cdot 10^5 (\text{მ/წმ})$$

6. ამოცანა

ფოტონის ენერგიის რა ნაწილს შეადგენს ენერგია, რომელიც დაიხარჯა ფოტოკათოდის ელექტრონის გამოსვლაზე, თუ ფოტოკათოდის ნივთიერების წითელი საზღვარი ტოლია 0.54 მკმ, ხოლო ფოტოელექტრონების კინეტიკური ენერგია ტოლია 0.5 ევ?

ამოხსნა:

$$\text{მოც.: } \lambda_{\text{წით}} = 0.54 \text{ მკმ} = 5,4 \cdot 10^{-7} \text{ მ}; E_{\text{ეკინ}} = 0.5 \text{ ევ.}$$

უნდა ვიპოვოთ $\frac{A}{\varepsilon}$, სადაც $\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$, A – ფოტოკათოდის გამოსვლის მუშაობა.

დავწეროთ აინშტაინის ფორმულა ფოტოეფექტისთვის $\varepsilon = A + E_{\text{ეკინ}}$.
წითელი საზღვრის ტალღის სიგრძე $\lambda_{\text{წით}} = \frac{hc}{A}$; $\frac{A}{\varepsilon} = \frac{\varepsilon - E_{\text{ეკინ}}}{\varepsilon} = 1 - \frac{E_{\text{ეკინ}}}{\varepsilon}$

მაშინ

$$\varepsilon = \frac{hc}{\lambda_{\text{წით}}} + E_{\text{ეკინ}};$$

$$\varepsilon = \frac{6.63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{5,4 \cdot 10^{-7}} + 0,5 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \approx 4,48 \cdot 10^{-19} (\text{ჯ}) \approx 2,8 (\text{ევ}).$$

$$\frac{A}{\varepsilon} = \frac{\varepsilon - E_{\text{ეკინ}}}{\varepsilon} = 1 - \frac{E_{\text{ეკინ}}}{\varepsilon} = 1 - \frac{0,5}{2,8} \approx 0,82, \text{ ანუ } 82\%$$

7. ამოცანა

გამოვთვალოთ მაქსიმალური v_{max} სიჩქარის მნიშვნელობა ელექტრონისა, რომელიც ამოიგლიჯება მეტალის ზედაპირიდან 1.53მევ ენერგიის γ – კვანტით. ელექტრონის უძრაობის ენერგია $E_0 = m_e c^2 = 0.511 \text{ მევ}$.

ამოხსნა:

$$\text{მოც.: } E_\gamma = 1.53 \text{ მევ, } E_0 = m_e c^2 = 0.511 \text{ მევ.}$$

$$v_{\text{max}} = ?$$

აინშტაინის ფორმულიდან გვექნება $E_\gamma = A + E_{\text{ეკინ}}$. რადგან $E_\gamma \gg A$ ამიტომ ელექტრონი იქნება რელატივისტური და პრაქტიკულად $E_\gamma = E_{\text{ეკინ}}$, ხოლო კინეტიკური ენერგია გამოისახება ფორმულით:

$$\begin{aligned} E_{\text{ეკინ}} = T &= E_0 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - E_0; T + E_0 = \\ &= \frac{E_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; 1 - \frac{v^2}{c^2} = \left(\frac{E_0}{T + E_0} \right)^2 \end{aligned}$$

$$\left(\frac{E_0}{T + E_0}\right)^2 = 1 - \frac{v^2}{c^2} = \left(\frac{0.511}{1.53 + 0.511}\right)^2 \approx 0.063; \frac{v^2}{c^2} \approx 0.937;$$

$$v = c \cdot 0.968 \approx 2.9 \cdot 10^8 \text{ მ/წმ}$$

8. ამოცანა

როგორც უკვე აღვნიშნეთ, ფოტოეფექტის ფიზიკური არსის გასაგებად აუცილებელია გავითვალისწინოთ ის ფაქტი, რომ თავისუფალ ელექტრონს არ შეუძლია ფოტონის შთანთქმა! ეს ცალსახად გამომდინარეობს იმპულსისა და ენერგიის შენახვის კანონიდან:

$$(E_\gamma + m_e c^2)^2 = c^2 (P_e^2 + m_e^2 c^2); E_\gamma = P_\gamma c; c^2 P_\gamma^2 = E_\gamma^2 \\ E_\gamma^2 + 2E_\gamma m_e c^2 + m_e^2 c^4 = c^2 P_e^2 + m_e^2 c^4 = c^2 P_\gamma^2 + m_e^2 c^4 = E_\gamma^2 + m_e^2 c^4,$$

$$\text{აქედან } 2E_\gamma m_e c^2 = 0$$

ე.ი. გამოდის, რომ ენერგიისა და იმპულსის შენახვის კანონი თავისუფალი ელექტრონის-თვის გვაძლევს $E_\gamma = 0$. ანუ ფოტოეფექტი არ რეალიზდება-თავისუფალი ელექტრონი არ შთანთქმევს კვანტს.

ამრიგად, რაც უფრო სუსტადაა ბმული ელექტრონი ატომში, მით უფრო მცირეა ფოტოეფექტის ალბათობა და პირიქით.

კომპტონის ეფექტი

ამოცანები

როგორც უკვე აღვნიშნეთ, კომპტონის ეფექტი, განსხვავებით ფოტოეფექტის, როგორც შთანთქმის არადრეკადი პროცესისა, წარმოადგენს ფოტონის – ნაწილაკის დრეკადი გაფანტვის პროცესს სუსტად ბმულ ელექტრონზე (ატომის სავალენტო ელექტრონზე) $E_\gamma \gg I$. ელექტრონი შეიძლება ჩაითვალოს თავისუფალ ნაწილაკად და გაფანტვის პროცესი აღიწერება, როგორც დრეკადი გაფანტვა ფოტონისა ელექტრონზე. ამ შემთხვევაში ელექტრონს, ფოტონის მიერ, გადაეცემა ენერგია და ის გამოდის ატომიდან (ამ თვალსაზრისით პროცესი არა დრეკადია). რეალურად ამ პროცესს კომპტონის პირდაპირი ეფექტი ეწოდება. არსებობს შეზღუდებული ეფექტი, როცა მაღალი ენერგიის ელექტრონი გადასცემს ფოტონს ენერგიას და ფოტონის ენერგია იზრდება.

გაფანტული ფოტონის ენერგია მოიცემა ფორმულით

$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{m_e c^2} (1 - \cos \vartheta)} \quad (1)$$

გამონათავისუფლებული ელექტრონის ენერგია მოიცემა შემდეგი ფორმულით

$$E_e = \frac{h^2 v^2 (1 - \cos \vartheta)}{m_e c^2 + h v (1 - \cos \vartheta)} \quad (2)$$

კომპტონის პირდაპირ ეფექტში დაცემული ფოტონის ტალღის λ სიგრძე იზრდება და ტალღის სიგრძის ცვლილება $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ არაა დამოკიდებული ტალღის სიგრძის საწყის მნიშვნელობაზე (λ' -გაფანტული ფოტონის ტალღის სიგრძე).

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \vartheta) \quad (3)$$

სიდიდეს $\lambda_k = \frac{h}{m_e c}$ კომპტონის ტალღის სიგრძე ეწოდება, რომელიც სიდიდით ტოლია $2.43 \cdot 10^{-3}$ ნმ.

1. ამოცანა

რენტგენის გამოსხივება ტალღის სიგრძით $\lambda=55,8$ ნმ იფანტება გრაფიტის ფირფიტაზე(კომპტონ ეფექტი). განვსაზღვროთ გაფანტული ტალღის λ' სიგრძე, რომელიც იფანტება $\theta=60^\circ$ კუთხით დაცემული სხივის მიმართ.

ამოხსნა:

მოც.: $\lambda = 55,8$ ნმ ; $\theta = 60^\circ$, $\lambda_c = \lambda_{\text{კომპ}} = 2.436$ ნმ ;

$\lambda' = ?$

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{2\pi\hbar}{mc} (1 - \cos\theta) = 2\lambda_c \cdot \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right), \quad \lambda' = \lambda + \Delta\lambda,$$

$$\lambda' = 55,8 + 2 \cdot 2.436 \cdot \frac{1}{4} = 55.8 + 1.2 = 57(\text{ნმ})$$

2. ამოცანა

კომპტონის გაფანტვისას განვსაზღვროთ, ტალღის სიგრძის მნიშვნელობის მაქსიმალური ცვლილება: 1) თავისუფალ ელექტრონებზე; 2) თავისუფალ პროტონებზე. კომპტონის ტალღის სიგრძე $\lambda_c = \frac{h}{mc} = 2.43$ ნმ.

კომპტონის ფორმულიდან

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos\theta) = 2\lambda_c \cdot \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right). \text{ აქედან}$$

$$\Delta\lambda_{\text{max}} = \frac{2h}{mc} = \frac{2 \cdot 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ჯ} \cdot \text{წმ}}{m \cdot 3 \cdot 10^8 \text{მ/წმ}} = \frac{4.42 \cdot 10^{-42}}{m};$$

ელექტრონისთვის $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31}$ კგ; მაშინ მივიღებთ

$$\Delta\lambda_{max} = 4.85 \cdot 10^{-12} \text{მ} = 4.85 \text{ პმ}; \Delta\lambda_{max} = 2 \cdot \lambda_c = 2 \cdot 2.43 \text{ პმ} = 4.86 \text{ პმ}$$

$$\text{პროტონის მასა } m_p = 1.672 \cdot 10^{-27} \text{კგ}; \Delta\lambda_{max}(p) = 2.643 \cdot 10^{-15} \text{მ} = 2.643(fm) = 2.643 \text{ფმ}.$$

კომპტონის ტალღის სიგრძე პროტონისთვის იქნება იმდენჯერ მცირე ელექტრონის კომპტონის ტალღის სიგრძეზე, რამდენჯერაც პროტონის მასა მეტია ელექტრონის მასაზე.

$$\lambda_{ce} = \frac{h}{m_e c},$$

$$\lambda_{cp} = \frac{h}{m_p c} \frac{\lambda_{ce}}{\lambda_{cp}} = \frac{m_p}{m_e} \approx 1840 \Delta\lambda_{max}(p) = 2\lambda_{cp} = 2 \cdot \frac{\lambda_{ce}}{1840} = \frac{4.86}{1840} \text{პმ} \approx 2.64 \text{ფმ}$$

3. ამოცანა

$\varepsilon = 0.4$ მევ ენერგიის ფოტონი გაიფანტა $\theta = 90^\circ$ თავისუფალ ელექტრონზე. განვსაზღვროთ გაფანტული ფოტონის ε' ენერგია და ელექტრონის უკუცემის კინეტიკური ენერგია T.

$$\text{მოც: } \varepsilon = 0.4 \text{მევ}; \theta = 90^\circ; \varepsilon = h\nu; m_e c^2 = 0.511 \text{მევ}$$

$$\text{ვიპოვოთ 1) } \varepsilon' = ?, 2) T = ?$$

ამოხსნა:

$$1) \Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{2\pi\hbar}{m_e c} (1 - \cos\theta); \cos\theta = 0; h\nu = \frac{\hbar 2\pi c}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{\hbar 2\pi c}{\varepsilon};$$

$$\frac{\hbar 2\pi c}{\varepsilon'} - \frac{\hbar 2\pi c}{\varepsilon} = \frac{2\pi\hbar}{m_e c} (1 - \cos\theta);$$

$$\frac{1}{\varepsilon'} - \frac{1}{\varepsilon} = \frac{1}{m_e c^2} \rightarrow \varepsilon' = \frac{\varepsilon m_e c^2}{m_e c^2 + \varepsilon} = \frac{0.4 \cdot 0.511}{0.511 + 0.4} = 0.224 \text{ მევ}$$

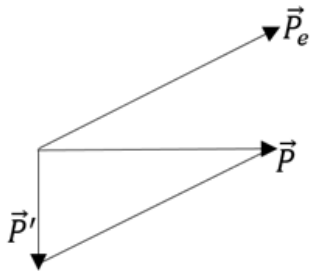
$$2) T = \varepsilon - \varepsilon' = \varepsilon \left(1 - \frac{m_e c^2}{m_e c^2 + \varepsilon} \right) = \frac{\varepsilon^2}{m_e c^2 + \varepsilon} = 0.4 - 0.224 = 0.176 \text{ მევ}$$

$$3) T = \frac{(0.4)^2}{0.511 + 0.4} \text{მევ} \approx 0.176 \text{ მევ}$$

4. ამოცანა

ფოტონი ტალღის სიგრძით $\lambda = 5 \text{პმ}$ გაიფანტა $\theta = 90^\circ$ კუთხით უძრავ, თავისუფალ ელექტრონზე. განვსაზღვროთ ტალღის სიგრძის ცვლილება; ელექტრონის უკუცემის ენერგია; გაფანტული ელექტრონის იმპულსი.

$$\text{მოც.: } \lambda = 5 \cdot 10^{-12} \text{მ}, \theta = 90^\circ$$



იმპულსური დიაგრამა

1) $\Delta\lambda = ?$ კომპტონის ეფექტიდან

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \lambda_c (1 - \cos\theta) = \lambda_c, \text{ რადგან } \cos 90^\circ = 0$$

$$2) E_e = ? E_e = \varepsilon - \varepsilon' = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda'} = hc \frac{\Delta\lambda}{\lambda(\lambda + \Delta\lambda)}$$

$$3) P_e = ? \vec{P} = \vec{P}_e + \vec{P}' \quad P_e^2 = \left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{h}{\lambda + \Delta\lambda}\right)^2 P_e = \sqrt{\left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{h}{\lambda + \Delta\lambda}\right)^2} \text{ ვიცით, რომ } \Delta\lambda = 2.43 \text{ პმ}$$

(კომპტონის ტალღის სიგრძე).

$$E_e = 81.3 \text{ კევ და } P_e = 1.6 \cdot 10^{-2} \text{ კგ მ/წმ}$$

5. ამოცანა

$\varepsilon = 0.25$ მევ ენერგიის ელექტრონი გაიფანტა უძრავ თავისუფალ ელექტრონზე. განვსაზღვროთ ელექტრონის უკუცემის ენერგია, თუკი გაფანტული ფოტონის ტალღის სიგრძე შეიცვალა 20%-ით.

მოც.:

$$\varepsilon = 0.25 \text{ მევ} = 0.25 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ ჯ} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ ჯ}$$

$$\lambda' = 1.2\lambda$$

$$T_e = ?$$

$$\varepsilon = T_e + \varepsilon'; \quad \varepsilon = \frac{hc}{\lambda}; \quad \lambda = \frac{hc}{\varepsilon}, \quad \varepsilon' = \frac{hc}{\lambda'} = \frac{hc}{1.2\lambda} = \frac{\varepsilon}{1.2}$$

$$T_e = \varepsilon - \varepsilon' = \frac{\varepsilon}{6} = 41.7 \text{ კევ}$$

6. ამოცანა

შებრუნებული კომპტონ ეფექტი. „ლალის“ ლაზერის ფოტონი ტალღის სიგრძით $\lambda = 0.6943 \text{ მკმ}$ განიცდის „შუბლა“ დაჯახებას ელექტრონთან, რომლის კინეტიკური ენერგიაა $T = 500$ მევ შევავსოთ ფოტონის ენერგია, რომელიც მას ექნება „შებრუნებულ კომპტონ ეფექტში“.

ამოხსნა:



$$hv + E = hv_1 + E_1, \quad \frac{hv}{c} - p = -\frac{hv_1}{c} - p_1$$

$$hv_1 = hv(E + pc) / (2hv + E - pc).$$

$$T \gg m_e c^2 \text{ აქედან } E = m_e c^2 + T \approx T$$

მეორეს მხრივ ვიცით, რომ $m^2 c^4 = E^2 - p^2 c^2 = (E - pc)(E + pc)$

$pc \approx E \approx T, E - pc \approx m_e^2 c^4 / (2T), hv_1 \approx hv \cdot 2T / [2hv + m^2 c^4 / 2T]$

$hv = hc/\lambda = 6.6 \cdot 10^{-27} \cdot 3 \cdot 10^{10} / (0.6943 \cdot 10^{-4} \cdot 1.6 \cdot 10^{-12}) \approx 1.7 \text{ ევ}$

$hv \ll m^2 c^4 / T, hv_1 \approx hv (2T / mc^2)^2 \approx 6.7 \text{ მევ}$

შებრუნებულ კომპტონეფექტში ფოტონი იღებს ენერგიას სწრაფი ელექტრონისგან და მისი ტალღის სიგრძე მცირდება. ეს ეფექტი შეიძლება გამოყენებულ იქნეს მაღალი ენერგიის მონოქრომატული გამა გამოსხივების მისაღებად.

როგორც სითბურ გამოსხივებაში, ასევე ფოტოეფექტში და კომპტონეფექტში ვლინდება სინათლის კვანტური ბუნება. ანუ გამოსხივება არის ნაწილაკების ფოტონების ერთობლიობა. კვანტის ენერგია

$$\varepsilon = hv = \frac{hc}{\lambda} = \frac{\hbar 2\pi c}{\lambda};$$

კვანტური ბუნება

რა შემთხვევაში შეიძლება მოველოდეთ ოსცილატორების (რხევების-ტალღების) კვანტური ბუნების გამოვლენას? განვიხილოთ შემდეგი მაგალითები.

1. ამოცანა

მაკროსკოპული შემთხვევა. მექანიკური სხეულების რხევის სიხშირე – ზამბარების, ქანქარების არის რამოდენიმე ჰერცის რიგის $\omega \sim 1 \text{ წმ}^{-1}$. შესაბამისად კვანტის ენერგია იქნება $\varepsilon = \hbar \omega \sim 10^{-34} \text{ ჯ} \sim 10^{-15} \text{ ევ} \sim 1.16 \cdot 10^{-11} \text{ K}$.

მაკროსკოპული შემთხვევა. მექანიკური სხეულების რხევის სიხშირე – ზამბარების, ქანქარების არის რამოდენიმე ჰერცის რიგის $\omega \sim 1 \text{ წმ}^{-1}$. შესაბამისად კვანტის ენერგია იქნება $\varepsilon = \hbar \omega \sim 10^{-34} \text{ ჯ} \sim 10^{-15} \text{ ევ} \sim 1.16 \cdot 10^{-11} \text{ K}$.

ენერგეტიკული სხვაობა ოსცილატორების ენერგიებს შორის მივიღეთ იმდენად მცირე, რომ ამის დაკვირვება დღევანდელ პირობებში შეუძლებელია. ლაზორატორიაში მიღებული ყველაზე დაბალი ტემპერატურა არის 38 პიკოკელვინი ($38 \times 10^{-12} \text{ K}$). ეს მიღწევა განხორციელდა გერმანიაში, ბრემენის Drop Tower-ში, QUANTUS ჯგუფის მიერ, სადაც რუბიდიუმის ატომები Bose–Einstein-ის კონდენსატში გადაიყვანეს.

2. ამოცანა

რადიო დიაპაზონი. ბონის მახლობლად არსებული 100-მეტრიანი ტელესკოპის ტალღის სიგრძე შეადგენს 6 სმ. გამოსხივების სიხშირე ტოლია

$\omega = 2\pi c/\lambda \sim 3 \cdot 10^{10}$ ჰც, ხოლო კვანტის ენერგია ტოლია $\varepsilon = \hbar\omega \sim 3 \cdot 10^{-24}$ ჯ $\sim 3 \cdot 10^{-5}$ ევ ~ 0.3 °K. ცნობილია, რომ ამ ტელესკოპის საშუალებით, სიხშირეების ზოლში $\Delta\nu = 200$ მგჰც-დან 500 მგჰც-მდე, შეიძლება გაიზომოს გამოსხივების ნაკადი 10^{-28} (ვატი $\cdot$ მ $^{-2}$). ჩავთვალოთ, რომ $\Delta\nu = 300 \cdot 10^6$ ჰც, შესაბამისად ნაკადის სიდიდე მთელი სიხშირის $\Delta\nu$ ზოლში იქნება $3 \cdot 10^{-20}$ (ჯ $\cdot$ მ $^{-2} \cdot$ წმ $^{-1}$).

შევადაროთ ეს სიდიდე კვანტის ენერგიას $\varepsilon = \hbar\omega \sim 3 \cdot 10^{-24}$ ჯ, მივიღეთ, რომ ტელესკოპი, ერთ კვადრატულ სანტიმეტრზე, ყოველ წამში, არეგისტრირებს სამ ფოტონს, ტალღის სიგრძით ნსმ. თუმცა ისმება საკითხი, როგორ შეიძლება 1 სმ 2 -ზე ლოკალიზდებოდეს ნსმ ტალღის სიგრძის ფოტონი.

3. ამოცანა

ატომის შემთხვევაში მახასიათებელი სიხშირე ტოლია ელექტრონის გარშემოვლის სიხშირისა ბირთვის გარშემო, და ზემოთ მოყვანილი შეფასებებიდან ის შეადგენს დაახლოებით $\omega \sim 10^{16}$ ჰც. აქედან გამოგვდის ენერგიის დიაპაზონი:

$\varepsilon \sim 10^{-18}$ ჯ ~ 10 ევ $\sim 10^5$ K. ატომში ენერგეტიკული დონეების შესაბამისი ენერგიები შეიძლება იყოს ამ რიგის, მაგრამ ატომის შემთხვევაში ენერგეტიკული დონეების დისკრეტულობა წარმოადგენს მთავარ ფაქტორს.

ნაწილაკის ტალღური ბუნება-ამოცანები

1. ამოცანა

ვიპოვოთ წყალბადის მოლეკულის დებროილის ტალღის სიგრძე, რომელიც შეესაბამება მოლეკულის უაღბათეს სიჩქარეს ოთახის ტემპერატურაზე.

მოც: H_2 , $T = 300^\circ K$

უნდა ვიპოვოთ $\lambda_D = ?$

ამოხსნა:

წყალბადის მოლეკულის მოლური მასა:

$$M_{H_2} = 2 \cdot 0.001 \text{ კგ/მოლი}$$

უაღბათესი სიჩქარე გამოისახება ფორმულით:

$$v_{\text{უაღბ.}} = \sqrt{\frac{2RT}{M_{H_2}}}$$

დე-ბროილის ტალღის სიგრძე მოლეკულისთვის:

$$\lambda_D = \frac{h}{P} = \frac{h}{m_0 \cdot v_{\text{უაღ.}}} = \frac{N_A \cdot h}{M_{H_2} \cdot v_{\text{უაღ.}}}$$

$$\lambda_D = 1.264 \cdot 10^{-10} \text{ მ}$$

2. ამოცანა

გამოვთვალოთ ელექტრონის დებროილის ტალღის სიგრძე, როცა ელექტრონი მოძრაობს სიჩქარით $v = 0.75c$ (სადაც c – სინათლეს სიჩქარეა ვაკუუმში).

მოც.: $v = 0.75c$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ მ/წმ}$; $m = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ კგ}$.

ვიპოვოთ: λ .

ამოხსნა. დე ბროილის ტალღის სიგრძე $\lambda = \frac{h}{p}$. როცა ნაწილაკის სიჩქარე რელატივისტურია, მაშინ ნაწილაკის იმპულსი ტოლია

$$P = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

მაშინ

$$\lambda = \frac{h}{mv} \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}};$$

$$\lambda = \frac{6.63 \cdot 10^{-34}}{9.1 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^8} \sqrt{1 - 0.75^2} \approx 2.14 \cdot 10^{-12} \text{ (მ)}.$$

3. ამოცანა

განვსაზღვროთ პროტონისა და ელექტრონის კინეტიკური ენერგია, როცა მათი დე ბროილის ტალღის სიგრძე ტოლია 0.06 ნმ . (ითვლება, რომ ნაწილაკის სიჩქარე არარელატივისტურია)

მოც.: $\lambda = 6 \cdot 10^{-11} \text{ მ}$.

ვიპოვოთ: E_e, E_p .

ამოხსნა. დე ბროილის ტალღის სიგრძე $\lambda = \frac{h}{p}$. კინეტიკური ენერგიის ფორმულიდან

$$T = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m}$$

ვიპოვოთ იმპულსი:

$$p = \sqrt{2mT}$$

ჩავსვათ იმპულსის მნიშვნელობა ტალღის სიგრძის გამოსახულებაში:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mT}}$$

საიდანაც მივიღებთ

$$T_e = \frac{h^2}{2\lambda^2 m}; \quad T_e = \frac{6.63^2 \cdot 10^{-68}}{2 \cdot 6^2 \cdot 10^{-22} \cdot 9.1 \cdot 10^{-31}} \simeq 6.7 \cdot 10^{-17} (\text{ჯ}) \simeq 419 (\text{ევ}).$$

$$T_p = \frac{6.63^2 \cdot 10^{-68}}{2 \cdot 6^2 \cdot 10^{-22} \cdot 1.67 \cdot 10^{-27}} \simeq 3.7 \cdot 10^{-20} (\text{ჯ}) \simeq 0.23 (\text{ევ}).$$

4. ამოცანა

პროტონის კინეტიკური ენერგია, სიდიდით ტოლია უძრავობის ენერგიისა. რამდენჯერ შეიცვლება პროტონის დე ბროილის ტალღის სიგრძე, თუ მისი კინეტიკური გაიზრდება 2-ჯერ?

მოც.: $T_1 = E_0 = m_p c^2$; $T_2 = 2E_0$.

ვიპოვოთ: $\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$

ამოხსნა. დე ბროილის ტალღის სიგრძე $\lambda = \frac{h}{p}$. ჩვენ ვიცით, რომ თუ ნაწილაკის კინეტიკური ენერგია სიდიდით ტოლია მისი უძრავობის ენერგიის, მაშინ ნაწილაკის სიჩქარე $v \simeq 0.87c$. ე.ი. სიჩქარე რელატივისტურია და იმპულსისთვის უნდა გამოვიყენოთ რელატივისტური განტოლება.

იმპულსი $p = \frac{1}{c} \sqrt{T(T + 2E_0)}$.

მაშინ

$$\lambda_1 = \frac{hc}{\sqrt{T_1(T_1 + 2E_0)}} = \frac{hc}{\sqrt{E_0(E_0 + 2E_0)}} = \frac{hc}{E_0 \sqrt{3}};$$

$$\lambda_2 = \frac{hc}{\sqrt{T_2(T_2 + 2E_0)}} = \frac{hc}{2\sqrt{2}} \frac{1}{E_0}; \quad \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \simeq 1.63$$

ტალღის სიგრძე შემცირდება 1.63 ჯერ.

5. ამოცანა

რა სიდიდის კინეტიკური ენერგია უნდა ჰქონდეს პროტონს, რომ მისი დე ბროილის ტალღის სიგრძე გაუტოლდეს მის კომპტონის ტალღის სიგრძეს?

მოც.: $\lambda_D = \lambda_C$, $E_0 = m_p c^2$

უნდა ვიპოვოთ: T .

ამოხსნა. $\lambda_D = \frac{h}{p}$; $\lambda_C = \frac{h}{m_p c}$;

პროტონის იმპულსი

$$p = \frac{m_p v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

რადგან $\lambda_D = \lambda_C$, მაშინ $p = m_p c$

$$m_p c = \frac{m_p v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

საიდანაც $\frac{v}{c} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$, ხოლო $v = \frac{c}{\sqrt{2}}$

$$T = E - m_p c^2; \quad E = \frac{m_p c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$T = E_0 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right);$$

$$T = E_0(\sqrt{2} - 1) = 938.3(1.412 - 1)(\text{მევ}) = 386(\text{მევ})$$

6. ამოცანა

პროტონი დე ბროილის ტალღით $\lambda = 0.0015\text{მ}$ დრეკადად იფანტება $\pi/2$ კუთხით საწყის მომენტში უძრავ α -ნაწილაკზე. განვსაზღვროთ გაფანტული პროტონის დე ბროილის ტალღის სიგრძე λ_1 .

ამოხსნა:

პროტონისთვის და α -ნაწილაკისთვის გამოვიყენოთ თანაფარდობები: გამოვიყენოთ იმპულსისა და ენერგიის შენახვის კანონები პროტონსა და α -ნაწილაკისთვის. დავაგეგმილოთ ეს განტოლებები x და y ღერძებზე შესაბამისად

$$p_x = p = h/\lambda = h/\lambda_\alpha \cos\theta, \quad p_y = h/\lambda_1 - h/\lambda_\alpha \sin\theta = 0$$

$h/\lambda = (h/\lambda_\alpha) \cos\theta$. θ - არის α -ნაწილაკის გაფანტვის კუთხე x -ღერძის მიმართ. რადგან პროტონი იფანტება $\pi/2$ კუთხით, მისი იმპულსის გეგმილი x -ღერძზე გაფანტვის შემდეგ 0-ია. ხოლო y ღერძზე h/λ_1 .

ენერგიის შენახვის კანონიდან

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$$

პროტონის ენერგია საწყის მომენტში ტოლია

$$\sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4} = (h^2 c^2 / \lambda^2 + m^2 c^4)^{1/2}$$

რადგან გაფანტვა დრეკადია, ენერგიის შენახვის კანონი დაიწერება ასეთი სახით:

$$m_\alpha c^2 + (h^2 c^2 / \lambda^2 + m_p^2 c^4)^{1/2} = (h^2 c^2 / \lambda_1^2 + m_p^2 c^4)^{1/2} + \\ + (h^2 c^2 / \lambda_\alpha^2 + m_\alpha^2 c^4)^{1/2}$$

საბოლოოდ იმპულსის შენახვის კანონიდან გვექნება განტოლებათა სისტემა:

$$h/\lambda = h/\lambda_\alpha \cos\theta, h/\lambda_1 = h/\lambda_\alpha \sin\theta, \text{ აქედან გამოვრიცხოთ } \theta.$$

$\cos\theta = \lambda_\alpha/\lambda; (\cos\theta)^2 = (\lambda_\alpha/\lambda)^2$; ანალოგიურად $(\sin\theta)^2 = (\lambda_\alpha/\lambda_1)^2$ შევკრიბოთ მარცხენა და მარჯვენა გამოსახულებები, მივიღებთ $1 = (\lambda_\alpha/\lambda)^2 + (\lambda_\alpha/\lambda_1^2)$ საბოლოოდ გვექნება:

$$(\lambda_\alpha/\lambda^2) + (\lambda_\alpha/\lambda_1^2) = 1, \lambda_\alpha(1/\lambda^2 + 1/\lambda_1^2) = 1 \quad \lambda_\alpha = 1/(1/\lambda^2 + 1/\lambda_1^2);$$

$$\frac{1}{\lambda_\alpha^2} = (1/\lambda^2 + 1/\lambda_1^2)^2$$

$$m_\alpha c^2 + (h^2 c^2 / \lambda^2 + m_p^2 c^4)^{1/2} = (h^2 c^2 / \lambda_1^2 + m_p^2 c^4)^{1/2} + \\ + (h^2 c^2 / \lambda_\alpha^2 + m_\alpha^2 c^4)^{1/2}$$

$$h^2 c^2 / \lambda_\alpha^2 = h^2 c^2 (1/\lambda^2 + 1/\lambda_1^2)^2$$

$$\text{ვიცით, რომ } m_\alpha/m_p = 4$$

$$4m_p c^2 + (h^2 c^2 / \lambda^2 + m_p^2 c^4)^{1/2} = (h^2 c^2 / \lambda_1^2 + m_p^2 c^4)^{1/2} + \\ + (h^2 c^2 / \lambda_\alpha^2 + 16 m_p^2 c^4)^{1/2} \\ 4m_p c^2 + (h^2 c^2 / \lambda^2 + m_p^2 c^4)^{1/2} = (h^2 c^2 / \lambda_1^2 + m_p^2 c^4)^{1/2} + \\ + (h^2 c^2 / \lambda_\alpha^2 + 16 m_p^2 c^4)^{1/2} = (h^2 c^2 / \lambda_1^2 + m_p^2 c^4)^{1/2} + \\ + (h^2 c^2 (1/\lambda^2 + 1/\lambda_1^2)^2 + 16 m_p^2 c^4)^{1/2}$$

სადაც $\lambda_\alpha - \alpha$ - ნაწილაკის დე ბროილის ტალღის სიგრძეა გაფანტვის შემდეგ. θ - არის α - ნაწილაკის გაფანტვის კუთხე - რომელიც აითვლება პროტონის საწყისი მიმართულებიდან. m_α - ნაწილაკის მასა, m_p - პროტონის მასა.

$$\text{აღვნიშნოთ } [h^2 c^2 / (\lambda^2 m_p^2 c^4)] = a, \text{ ხოლო } a_1 = a \lambda^2 / \lambda_1^2.$$

საბოლოოდ მივიღებთ: $(1 + a_1)^{1/2} = [1 + 4(1 + a)^{1/2}] / [4 + (1 + a)^{1/2}]$ ორივე მხარე ავიყვანოთ კვადრატში, გავითვალისწინოთ რომ $a = 1.7 \cdot 10^{-6}$, მივიღებთ:

$$\lambda_1 = \lambda(5/3)^{1/2} = 0.00129 \text{ მმ}$$

პრაქტიკული, გამოყენებითი ამოცანები, ელექტრონები და დოპლერის ეფექტი

1. ამოცანა

განვსაზღვროთ თავისუფალი ელექტრონის იძულებითი რხევის მაქსიმალური სიჩქარე, როცა ელექტრონის მდებარეობის წერტილში რადიოტალღების დეტექტორი, რომელიც მუშაობს 500 კჰც სიხშირეზე, წარმოქმნის ელექტრომაგნიტური გამოსხივების ველს $E_0 = 10 \cdot 10^{-3}$ ვოლტი/სმ.

მოგ.:

ამოხსნა:

$$e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{კლ}$$

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F_{\text{ოდ}}}{m} \cos \omega t, \omega = 2\pi\nu, \omega_0 = 0$$

$$m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{კგ}$$

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = v = \frac{eE_0}{m\omega} \sin \omega t, v_{\max} = \frac{eE_0}{m\omega} = \frac{eE_0}{2\pi m\nu}$$

$$= 55.9 \text{ კმ/წმ}$$

$$\nu = 500 \text{კჰც} = 5 \cdot 10^5 \text{ჰც}, E_0 = 1 \text{ვ/მ}.$$

$$v_{\max} - ?$$

$$\text{პასუხი: } v_{\max} = 55.9 \text{ კმ/წმ}.$$

2. ამოცანა

განვსაზღვროთ თავისუფალი ელექტრონების n_0 კონცენტრაცია იონოსფეროში, თუ ვიცით რომ რადიოტალღებისთვის სიხშირით $\nu = 97 \text{მგჰც}$ გარდატეხის მაჩვენებელი $n = 1.91$.

ცნობილია, რომ $n = \sqrt{\varepsilon\mu}$ სადაც ε – გარემოს დიელექტრიკული შეღწევადობაა, ხოლო μ – მაგნიტური ამთვისებლობა. გარემოს პოლარიზებულობა გამოისახება შემდეგი ფორმულით:

$$P = \kappa \varepsilon_0 E_0$$

სადაც P – პოლარიზაციის ვექტორია, რომელიც გვიჩვენებს ერთეულ მოცულობაში წარმოქმნილი დიპოლური მომენტების სიმკვრივეს. κ – ელექტრული მგრძნობელობა, ის გვიჩვენებს რამდენად ადვილად პოლარიზდება გარემო. ε_0 – ელექტრული მუდმივა. E_0 – გარე ელექტრული ველი (დაძაბულობა). $\varepsilon = \varepsilon_0(1 + \kappa)$ $P = n_0 e x_{\max}$ n_0 – დიპოლების სიმკვრივე, e – ელექტრონის მუხტი, $e x_{\max}$ დიპოლური მომენტი. ჩათვლილია, რომ რადიოტალღების ელექტრული ველი მოქმედებს ერთი x ღერძის გასწვრივ,

ანუ პოლარიზებულია. ეს მართლაც ასეა რადგან რადიოტალღების წყაროს წარმოადგენს რადიოტელესკოპი, რომლებიც აღჭურვილია პოლარიზაციის სელექტორებით (ანტენების ორიენტაცია).

მოც.:

ამოხსნა:

$$\nu = 97\text{მგჰც} = 97 \cdot 10^6 \text{ჰც}$$

$$n = 0.91$$

$$n = \sqrt{\varepsilon\mu}, \quad \mu = 1, n = \sqrt{\varepsilon}, \quad \varepsilon = 1 + \kappa$$

$$e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{კლ}$$

$$P = \kappa \varepsilon_0 E_0, P = n_0 e x_{\max},$$

$$m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{კგ}$$

$$n^2 = \varepsilon = 1 + \kappa = 1 + \frac{P}{\varepsilon_0 E_0} = 1 + \frac{n_0 e}{\varepsilon_0 E_0} x_{\max},$$

$$n_0 - ?$$

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F_{\text{od}}}{m} \cos \omega t, \quad \omega = 2\pi\nu, \quad x = A \cos \omega t, \quad A = \frac{eE_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)},$$

$$\omega_0 = 0, \quad x_{\max} = A, \quad x_{\max} = -\frac{eE_0}{m\omega^2}$$

$$n_0 = (1 - n^2) \frac{\varepsilon_0 E_0 m \omega^2}{E_0 e^2} = (1 - n^2) \frac{4\pi^2 \nu^2 \varepsilon_0 m}{e^2}.$$

$$\text{პასუხი: } n_0 = 2.01 \cdot 10^7 \text{მ}^{-3}.$$

3. ამოცანა

ასტრონომიული ობიექტის-კვაზარის გამოსხივების სპექტრში. დაიკვირვებოდა წითელი წანაცვლება, რომელიც გამოწვეულია სიხშირის სამჯერ შემცირებასთან. განვსაზღვროთ ამ შემთხვევაში რა სიჩქარით გვცილდება კვაზარი.

მოც.:

$$\nu = \nu_0/3 \quad \nu = \nu_0 \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 + \frac{v}{c} \cos \vartheta} \quad \vartheta = 0, \quad \cos \vartheta = 1, \quad \nu = \nu_0 \sqrt{\frac{1 - \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c}}}$$

$$\vartheta = 0$$

$$\frac{\nu}{\nu_0} = \frac{1}{3}, \quad \frac{1 - \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c}} = \left(\frac{1}{3}\right)^2, \quad 1 + \frac{v}{c} = 9 \left(1 - \frac{v}{c}\right), \quad 10 \cdot \frac{v}{c} = 8.$$

$$\text{პასუხი: } v = 0.8c$$

4. ამოცანა

სპექტრალური ხაზების გაფართოებისთვის $\Delta\lambda/\lambda$ მივიღოთ გამოსახულება, როცა ადგილი აქვს განივ დოპლერ წანაცვლებას.

მოგ.:

$$\vartheta = \frac{\pi}{2} \quad v = v_0 \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 + \frac{v}{c} \cos \vartheta}, \quad \cos \vartheta = \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0, \quad \lambda = \frac{c}{v}, \quad \lambda' = \frac{c}{v'}$$

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} - ? \quad \frac{\lambda'}{\lambda} = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}, \quad \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \text{ გავშალოთ მწკრივად და}$$

შევიწარჩუნოთ პირველი ორი წევრი

$$\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} = 1 + \frac{1}{2}\left(\frac{v^2}{c^2}\right) + \frac{3}{8}\left(\frac{v^4}{c^4}\right) + \dots$$

$$\frac{\lambda'}{\lambda} = 1 + \frac{1}{2}\left(\frac{v^2}{c^2}\right), \Delta\lambda = \lambda' - \lambda \quad \text{აქედან მივიღებთ, რომ} \quad \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v^2}{2c^2}$$

პასუხი: სპექტრალური ხაზის გაფართოება დაკავშირებული განივ დოპლერ ეფექტთან

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v^2}{2c^2}.$$

5. ამოცანა

განსაზღვრეთ ელექტრომაგნიტური გამოსხივების $\lambda = 0.5$ მკმ ტალღის სიგრძის ფოტონისთვის 1) ენერგია; 2) იმპულსი; 3) მასა.

$$h = 6.62607015 \times 10^{-34} \text{ ჯ}\cdot\text{წმ}, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ მ/წმ}.$$

$$1\text{ევ} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ ჯ}.$$

$$E = h\nu = hc/\lambda, \quad P = h\nu/c = h/\lambda, \quad m = 0 \text{ ფოტონის მასა ნულის ტოლია.}$$

$$E = 6.63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 / 0.5 \cdot 10^{-6} \text{ ჯ} \approx 39.8 \cdot 10^{-20} \text{ ჯ} \approx 4\text{ევ}$$

$$P \approx 1.33 \cdot 10^{-27} \text{ კგ} \cdot \text{მ/წმ}$$

6. ამოცანა

განსაზღვროთ წყალბადის ატომური ხაზის ($\lambda = 468.1$ ნმ) დოპლერ წანაცვლება, როცა დაკვირვება, $T = 100$ კევ ენერგიის ატომების ნაკადზე, ხდება მოძრაობის მიმართულებისადმი მართობულად.

მოც.:

$$\lambda = 468.1 \text{ ნმ} = 468.1 \cdot 10^{-9} \text{ მ} \quad v = v_0 \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 + \frac{v}{c} \cos \vartheta}, \quad \cos \vartheta = \cos(\pi/2) = 0,$$

$$\vartheta = \pi/2$$

$$\lambda = \frac{c}{v}, \quad \lambda' = \frac{c}{v'}$$

$$T = 100 \text{ პეკ} = 1.6 \cdot 10^{-14} \text{ ს}$$

$$\frac{\lambda'}{\lambda} = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}, \quad \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$m = 1.87 \cdot 10^{-27} \text{ კგ}$$

გავშალოთ მწკრივად და შევინარჩუნოთ პირველი ორი წევრი

$$mc^2 = 938.3 \text{ მევ}$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ მ/წმ}$$

$$\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} = 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{v^2}{c^2}\right) + \frac{3}{8} \left(\frac{v^4}{c^4}\right) + \dots$$

$$\Delta\lambda - ?$$

$$\text{საბოლოოდ მივიღებთ } \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v^2}{2c^2},$$

წყალბადის ატომის კინეტიკური ენერგია გაცილებით ნაკლებია უძრავობის ენერგიაზე, ამიტომ კინეტიკური ენერგიისთვის შეგვიძლია გამოვიყენოთ არარელატივისტური მიახლოება, მაშინ

$$T = \frac{mv^2}{2}, \quad v^2 = \frac{2T}{m}, \quad \Delta\lambda = \lambda \frac{T}{mc^2}$$

$$mc^2 = 938.3 \text{ მევ. აქედან}$$

$$\Delta\lambda = \lambda \frac{T}{mc^2} = 468.1 \frac{100 \cdot 10^3}{938.3 \cdot 10^6} \cdot 10^{-9} \text{ მ} = 0.489 \cdot 10^{-10} \text{ მ} \approx 50 \text{ პმ}$$

7. ამოცანა

ცდებში, რადიოტალისთვის $\lambda = 300 \text{ მ}$ დადგენილ იქნა, რომ მათი გავრცელების სიჩქარე u ვაკუუმში ემთხვევა სინათლის სიჩქარეს 0.05% ($\delta = 5 \cdot 10^{-4}$) სიზუსტით. ამ შედეგების საფუძველზე შევაფასოთ ფოტონის მასის ზედა ზღვარი.

ფარდობითობის თეორიიდან ცნობილია, რომ ნაწილაკისთვის, რომელსაც გააჩნია უძრავობის მასა m , ენერგიასა და იმპულსს შორის კავშირი გამოისახება თანაფარდობით:

$$E = (p^2 c^2 + m^2 c^4)^{1/2}, \text{ მეორეს მხრივ}$$

$$u = dE/dp = pc/(p^2 + m^2 c^2)^{1/2} = c/(1 + m^2 c^2 \lambda^2 / h^2)^{1/2}$$

$$\text{სადაც } \lambda = h/p.$$

$$\text{საბოლოოდ გვექნება } u/c = 1/(1 + m^2 c^2 \lambda^2 / h^2)^{1/2} \geq 1 - \delta; m^2 \leq 2\delta h^2 / (c^2 \lambda^2)$$

აქედან,

$$m_\gamma \leq (2\delta)^{1/2} h / \lambda c = 2 \cdot 10^{-43} \text{ გ} \text{ და } m_\gamma c^2 \leq 1.1 \cdot 10^{-10} \text{ ევ.}$$

8. ამოცანა

დედამიწასა და მთვარეს შორის მანძილის ($L = 3.8 \cdot 10^5$ კმ) გაზომვის ექსპერიმენტებში, ზედაპირის ლოკაციის გამოყენებით აღმოჩნდა, რომ ოპტიკურ და რადიო დიაპაზონებში ($\lambda = 20$ სმ) შედეგები არ ემთხვეოდა ერთმანეთს. გაზომვის შედეგებში ეს შეუსაბამობა აიხსნება მთვარის ზედაპირის სხვადასხვა წერტილში მოხვედრილი გამოსხივებით, რომელთა სიმაღლე შეიძლება განსხვავდებოდეს $\Delta L = \pm 100$ მ-ით. ალტერნატიულად, ეს შედეგი შეიძლება იქნას განმარტებული, როგორც არანულოვანი მასის მქონე ფოტონის ბრტყელი ზედაპირიდან არეკვლა. ამის გათვალისწინებით, ჩვენ შეგვიძლია ფოტონის მასის m_γ -ს შესაძლო ზედა ზღვარის შეფასება (eV-ში). ელექტრომაგნიტური ტალღების, რომლებიც მოიცავს ოპტიკურ და რადიო დიაპაზონებში არსებულ ტალღებს, დედამიწიდან მთვარემდე და უკან გავრცელების დროის გაზომვის შედეგებში მაქსიმალური სხვაობა განპირობებული მთვარის ტოპოგრაფიის ცვლილებებით (ზედაპირის ცვლილებებით) ტოლია:

$$\Delta t = \frac{2(L + \Delta L)}{c} - \frac{2(L - \Delta L)}{c} = 4 \frac{\Delta L}{c}.$$

თუ ვივარაუდებთ, რომ ფოტონს აქვს უძრაობის მასა, როგორც ეს თანაფარდობიდან

$$u = dE/dp = pc/(p^2 + m_\gamma^2 c^2)^{\frac{1}{2}} = c/(1 + m_\gamma^2 c^2 \lambda^2 / h^2)^{\frac{1}{2}}$$

გამომდინარეობს, არსებობს დისპერსია, ანუ ტალღის გავრცელების სიჩქარე დამოკიდებულია ტალღის სიგრძეზე. სიჩქარისთვის ვიღებთ

$$u = c/(1 + m_\gamma^2 c^2 \lambda^2 / h^2)^{\frac{1}{2}} \approx c[1 - m_\gamma^2 c^2 \lambda^2 / (2h^2)].$$

სიჩქარეების სხვაობისთვის, რომელიც დაკავშირებულია ფოტონის მასის არსებობასთან გვექნება

$$\Delta u = u_1 - u = m_\gamma^2 c^3 (\lambda^2 - \lambda_1^2) / 2h^2 \approx m_\gamma^2 c^3 \lambda^2 / 2h^2$$

სადაც u_1 ოპტიკური დიაპაზონის ტალღების გავრცელების სიჩქარეა, ხოლო u – რადიოტალღების გავრცელების სიჩქარე შესაბამისად.

აქ ვისარგებლეთ იმით, რომ რადიოტალღების ტალღის სიგრძე λ გაცილებით მეტია ტალღის სიგრძეზე λ_1 ოპტიკურ დიაპაზონში $\lambda \gg \lambda_1$. ტალღების გავრცელების დროებს შორის სხვაობისთვის გვექნება:

$$\Delta t_1 = 2L(1/u - 1/u_1) \approx L m_\gamma^2 c \lambda^2 / h^2.$$

რადგან ორივე სიჩქარე ახლოსაა სინათლის სიჩქარესთან, ფოტონის უძრაობის მასის ზედა ზღვარის შეფასებისთვის ჩავთვალოთ, რომ $\Delta t_1 = \Delta t$ საიდანაც $m_\gamma \leq (4\Delta L/L)^{1/2} h/\lambda c \approx 10^{-41}$ გ. და $m_\gamma c^2 \leq 5.5 \cdot 10^{-9}$ ევ.

9. ამოცანა

განვსაზღვროთ ელექტრონის ამაჩქარებელი პოტენციალის მინიმალური მნიშვნელობა, რომლის დროსაც გარემოში გარადატეხის მაჩვენებლით $n = 1.5$ ადგილი ექნება ჩერენკოვის გამოსხივებას. ჩერენკოვის გამოსხივებას ადგილი აქვს მაშინ როცა დამუხტული ნაწილაკის სიჩქარე მოცემულ გარემოში მეტია, ვიდრე სინათლის ფაზური სიჩქარე c/n მოცემულ გარემოში (n -გარემოს გარდატეხის მაჩვენებელია).

მოც.:

$m = 9.11 \cdot 10^{-31}$ კგ ჩერენკოვის გამოსხივების ზღურბლური კუთხე დაკავშირებულია

$n = 1.5$ დამუხტული ნაწილაკის(ჩვენს შემთხვევაში ელექტრონის) სიჩქარესთან:

$$U_{min} = \frac{c}{n \cos \vartheta}, \quad v = \frac{c}{n \cos \vartheta}, \quad v_{min} = \frac{c}{n} (\cos \vartheta = 1)$$

$$T_{min} = mc^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_{min}^2}{c^2}}} - 1 \right), \quad T_{min} = mc^2 \left(\frac{n}{\sqrt{n^2 - 1}} - 1 \right),$$

$$T_{min} = |e|U_{min}$$

$$U_{min} = \frac{mc^2}{|e|} \left(\frac{n}{\sqrt{n^2 - 1}} - 1 \right).$$

პასუხი: $U_{min} = 175$ კევ.

10. ამოცანა

როგორი სიჩქარით უნდა მოძრაობდეს ელექტრონი, რომ მისი იმპულსი ტოლი იყოს $\lambda = 2$ პმ ტალღის სიგრძის ფოტონის იმპულსისა.

მოც.:

$$P_e = P_{\gamma} \quad E_{\gamma} = h\nu = hc/\lambda \text{ ელექტრონის უძრაობის ენერგია}$$

$$\lambda = 23\text{მ} = 2 \cdot 10^{-12}\text{მ} \quad E_0 = m_e c^2 = 8.2 \cdot 10^{-14} \text{ჯ} = 0.511 \text{მევ}$$

$$m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{კგ} \quad E_{\gamma} = 6.63 \cdot 10^{-34} (\text{ჯ} \cdot \text{წმ}) \cdot 3 \cdot \frac{10^8 \left(\frac{\text{მ}}{\text{წმ}} \right)}{2} \cdot 10^{12} (\text{მ}) \simeq$$

$$v = ? \quad \simeq 9.9 \cdot 10^{-14} \text{ჯ} = 0.62 \text{ევ}$$

$$P_{\text{ფ}} = \frac{h}{\lambda} = P_e = m_e v \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2}, \quad v^2 = \frac{h^2}{\lambda^2} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right),$$

$$h^2 c^2 = v^2 (m_e^2 \lambda^2 c^2 + h^2)$$

$$v = \frac{hc}{\sqrt{m_e^2 \lambda^2 c^2 + h^2}}, \quad v = 0.77c.$$

11. ამოცანა

განვსაზღვროთ ელექტრონის იმპულსის მინიმალური მნიშვნელობა, რომლის დროსაც გარემოში გარადატეხის მაჩვენებლით $n = 1.5$ ადგილი ექნება ვავილოვ-ჩერენკოვის გამოსხივებას.

მოც.:

$$m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ კგ}$$

$$n = 1.5$$

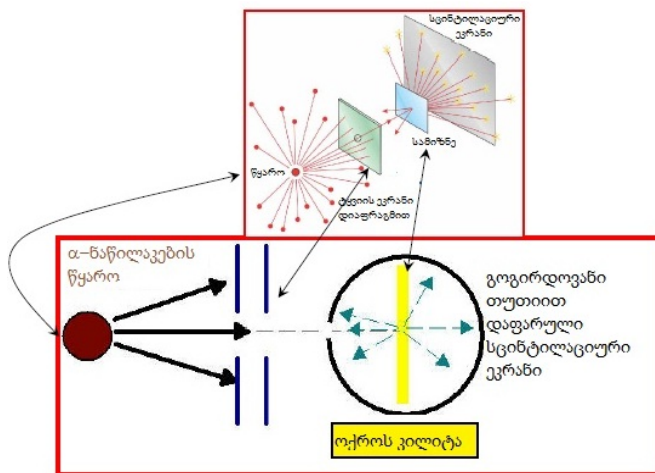
$$P_{\min} - ? \quad \cos \vartheta = \frac{c}{nv}, \quad v = \frac{c}{n \cos \vartheta}, \quad v_{\min} = \frac{c}{n} (\cos \vartheta = 1) = \frac{c}{n}$$

$$P_{\min} = \frac{mc}{n \sqrt{1 - \left(\frac{v_{\min}}{c}\right)^2}} = \frac{mc}{n \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}}} = \frac{mc}{\sqrt{n^2 - 1}}$$

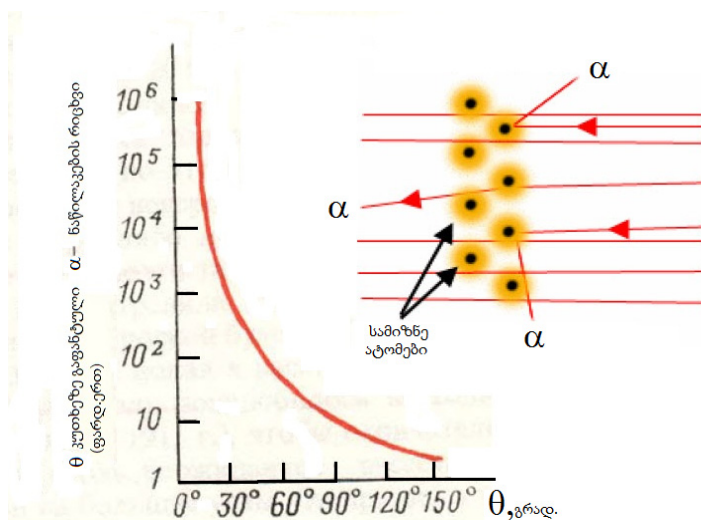
$$P_{\min} = 2.44 \cdot 10^{-22} \text{ კგ} \cdot \text{მ/წმ}$$

ატომის აგებულება

ატომის შემადგენლობის პირდაპირი ექსპერიმენტული გამოკვლევები, რეზერფორდის ხელმძღვანელობით, ჩაატარეს 1911წ გეიგერმა და მარსდენმა. შეისწავლებოდა α ნაწილაკების გაფანტვა თხელ ($\sim 8.6 \cdot 10^{-8} \text{ მ}$) ოქროს კილიტაზე. თითქმის ყველა α -ნაწილაკი, რომელიც გადიოდა ოქროს კილიტაში, გაიფანტებოდა ძალზედ მცირე კუთხეზე. მხოლოდ ძალიან მცირე ნაწილი α -ნაწილაკებისა გაიფანტებოდა კუთხეზე, რომელიც აღემატებოდა 90° -ს. ალფა ნაწილაკების კუთხური განაწილების ანალიზის საფუძველზე გაკეთდა დასკვნა, რომ ატომის შიგნით მცირე ზომის 10^{-14} მ არეში ლოკალიზებულია დადებითად დამუხტული „ბირთვი“. ატომის ზომა კი განისაზღვრება მისი ელექტრონული გარსის ზომით $\sim 10^{-10} \text{ მ}$, რომელიც რამოდენიმე რიგით აღემატება ბირთვის ზომას. მიუხედავად იმისა, რომ ატომბირთვს უკავია ატომის მოცულობის მცირე ნაწილი, მასში თავმოყრილია ატომის მთელი მასის 99,98%.



ნახ. 1. რეზერფორდის ცდა



ნახ. 2. გაფანტული α -ნაწილაკების რიცხვის (ფარდ. ერთ.) გაფანტვის კუთხეზე დამოკიდებულება

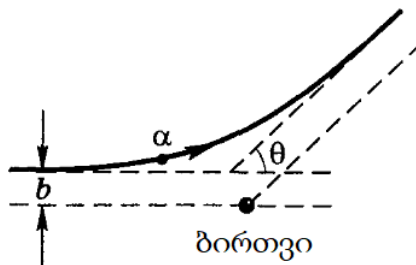
ატომის ბირთვული მოდელი

დღესდღეობით ცნობილია, რომ ნებისმიერი ატომი შედგება დადებითად დამუხტული ბირთვისგან და ბირთვის შემომსაზღვრავი ელექტრონული გარსებით. ბირთვის ზომა 10^{-12} სმ-ის რიგისაა, ხოლო ატომის ზომა 10^{-8} სმ-ის რიგისაა. ატომის მთელი მასა პრაქტიკულად განისაზღვრება ბირთვის მასით. აქედან გამომდინარე ატომი უნდა იყოს გამჭვირვალე მას-

ზე დაცემული ნაწილაკებისთვის. ეს მოდელი ექსპერიმენტულად დამტკიცებულ იქნა რეზერფორდის მიერ (1911). ექსპერიმენტში ის იკვლევდა α – ნაწილაკების გაბნევას თხელ ოქროს კილიტაზე. სამიზნე ფირფიტის სისქე (მიკრონის რიგისა) განაპირობებდა იმას, რომ ერთი α – ნაწილაკი გაფანტვისას შეიძლება შესულიყო ურთიერთქმედებაში მხოლოდ ერთ სამიზნე ნაწილაკთან-ბირთვთან. ორჯერადი გაფანტვა გამორიცხული იყო.

კვლევებში დადგინდა, რომ α – ნაწილაკები ძირითადად განიბნეოდნენ მცირე კუთხეებზე (არა უმეტეს $\sim 3^\circ$). ამასთან არმოჩნდა, რომ ცალკეული ნაწილაკები იფანტებოდნენ დიდ კუთხეებზე. გამოდიოდა რა წარმოდგენიდან, რომ α – ნაწილაკების ურთიერთქმედება ბირთვთან იყო კულონური ხასიათის და მუხტი და მასა ატომში ლოკაზებული იყო ატომის ძალიან მცირე ნაწილში, რეზერფორდმა შეიმუშავა გაფანტვის რაოდენობრივი თეორია და გამოიყვანა ფორმულა გაფანტული α – ნაწილაკების განაწილების დამოკიდებულებისა გაფანტვის θ კუთხეზე. თავის მოსაზრებებში რეზერფორდი განიხილავდა გაფანტვას მხოლოდ ბირთვზე, რადგან ელექტრონის მასა ოთხი რიგით მცირეა α – ნაწილაკის მასასთან შედარებით.

როცა α – ნაწილაკი გაივლის ბირთვის მახლობლობაში, მისი ტრაექტორია წარმოადგენს ჰიპერბოლას



ნახ. 1

θ -კუთხისთვის მიღებულ იქნა გამოსახულება

$$\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} = \frac{qq_0}{2bT} \quad (1)$$

სადაც q და q_0 დაცემული და სამიზნე ნაწილაკების მუხტებია შესაბამისად, b – სამიზნე პარამეტრია, ანუ მანძილი ბირთვიდან ნაწილაკის პირვანდელ ტრაექტორიამდე, როცა ის იმყოფებოდა ბირთვისაგან შორს. T – α – ნაწილაკის კინეტიკური ენერგიაა დაჯახებამდე.

1-ფორმულიდან ჩანს, რომ რაც უფრო მცირეა დაჯახების პარამეტრი მით უფრო დიდია გაფანტვის კუთხე ϑ .

რეზერფორდის ფორმულა

განვიხილოთ გამფანტავი ნივთიერების თხელი ფენა, იმდენად თხელი ფოლგა, რომ თითოეული დაცემული ნაწილაკი განიცდის მხოლოდ ერთჯერად გაფანტვას. კუთხეების არეში $(\vartheta, \vartheta + d\vartheta)$ გაფანტვას შეესაბამება $(b, b + db)$ სამიზნე პარამეტრის არე. გამოვსახოთ დაჯახების სამიზნე პარამეტრი (1) გაფანტვის კუთხისა და კინეტიკური ენერგიის საშუალებით:

$$b = \frac{qq_0}{2T} \operatorname{ctg} \frac{\vartheta}{2} \quad (2)$$

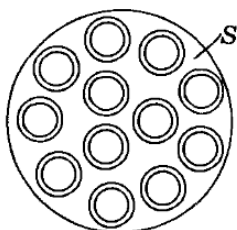
აქედან გაწარმოების შემდეგ მივიღებთ

$$db = -\frac{qq_0}{2T} \frac{d\vartheta}{2 \sin^2(\vartheta/2)} \quad (3)$$

მინუსი ამ გამოსახულებაში განპირობებულია იმით, რომ db და $d\vartheta$ ნიშნები ურთიერთ საპირისპიროა, რადგან სამიზნე პარამეტრის შემცირება იწვევს გაფანტვის კუთხის გაზრდას და პირიქით.

დავუშვათ, რომ დაცემული ნაწილაკების ვიწრო ნაკადის განივი კვეთი ტოლია S -ის, მაშინ ბირთვების რაოდენობა თხელ გამფანტავ შრეში იქნება nS , სადაც n – ბირთვების (ატომების) რიცხვია მოსული ფართის ერთეულზე. მაშინ ფარდობითი რიცხვი გაფანტული ნაწილაკებისა რომელთა სამიზნე პარამეტრი მოხვდება ინტერვალში $(b, b + db)$ და შესაბამისად გაფანტვის კუთხე $(\vartheta, \vartheta + d\vartheta)$ არეში ტოლი იქნება

$$\frac{dN}{N} = \frac{dS}{S} = \frac{nS \cdot 2\pi b db}{S} = n \cdot 2\pi b db \quad (4)$$



სურ. 2

სადაც dS – ჯამური ფართია გამფანტავი რგოლებისა ალფა ნაწილაკების ნაკადის S ფართში, dN – ნაწილაკების ნაკადია, რომლებიც გაიფანტნენ $(\vartheta, \vartheta + d\vartheta)$ კუთხის ინტერვალში. N – დაცემული ნაწილაკების ნაკადია.

მე-(4)-ში ჩავსვით b და db -ს გამოსახულებები, მაშინ მივიღებთ:

$$\frac{dN}{N} = n \left(\frac{qq_0}{2T} \right)^2 2\pi \frac{\cos(\vartheta/2) d\vartheta}{2 \sin^3(\vartheta/2)} \quad (5)$$

მრიცხველი და მნიშვნელი გავამრავლოთ $\sin(\vartheta/2)$ საბოლოოდ მივიღებთ რეზერფორდის ფორმულას:

$$\begin{aligned} \frac{dN}{N} &= n \left(\frac{qq_0}{2T} \right)^2 \frac{2\pi \sin(\vartheta) d\vartheta}{4 \sin^4(\vartheta/2)} \Rightarrow \frac{dN}{N} = n \left(\frac{qq_0}{2T} \right)^2 \frac{d\Omega}{\sin^4(\vartheta/2)} \\ d\sigma &= \left(\frac{qq_0}{4T} \right)^2 \frac{2\pi \sin(\vartheta) d\vartheta}{\sin^4(\vartheta/2)} \end{aligned} \quad (6)$$

სადაც $d\Omega = 2\pi \sin(\vartheta) d\vartheta$ სხეულოვანი კუთხეა.

ექსპერიმენტი

რეზერფორდის ფორმულა (6) შეგვიძლია წარმოვადგინოთ სხვა სახით, თუ შემოვიტანთ დიფერენციალური $d\sigma$ კვეთის ცნებას, რომელიც ტოლია b რადიუსისა db სიგანის რგოლის ფართისა

$$d\sigma = 2\pi b db$$

თუ ექსპერიმენტში ფიქსირებულია სხეულოვანი კუთხე (მუდმივია მანძილი ნაწილაკების დეტექტორიდან გამფანტავ ცენტრამდე და ასევე მოდმივია ფართი, რომელზედაც ფიქსირდებიან გაფანტული ნაწილაკები) მაშინ:

$$dN \cdot \sin^4(\vartheta/2) = \text{const}$$

ექსპერიმენტში მოწმდებოდა სწორედ ეს პირობა. მიუხედავად იმისა, რომ მარცხენა მხარეს თითოეული თანამარავლი იცვლებოდა (გაფანტვის ϑ კუთხის ცვლილებისას სამი რიგით, მათი ნამრავლი კარგი სიზუსტით იყო მუდმივი სიდიდის.

გვაქვს რა სამიზნე პარამეტრები ინტერვალში $(b, b + db)$, დაცემული ნაწილაკები გაიფანტებიან კუთხეების $(\vartheta, \vartheta + d\vartheta)$ ინტერვალში ფორმულა (6) შეგვიძლია წარმოვადგინოთ შემდეგი სახით:

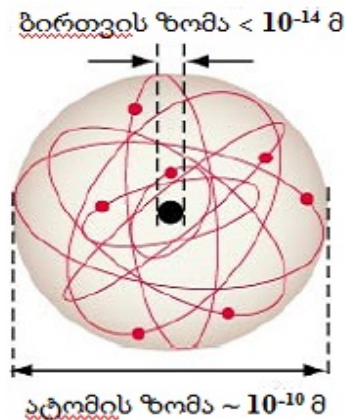
$$\frac{dN}{N} = nd\sigma \quad (7)$$

$$d\sigma = \left(\frac{qq_0}{4T} \right)^2 \frac{2\pi \sin(\vartheta) d\vartheta}{\sin^4(\vartheta/2)} \quad (8)$$

ბორის პლანეტარული მოდელი

რადგან ატომი ელექტრულად ნეიტრალურია ელექტრონები განაწილებული უნდა იყვნენ ბირთვის გარეთ მთელ მოცულობაში და მათი მუხტი უნდა აკომპენსირებდეს ბირთვის მუხტს. ამ ექსპერიმენტის საფუძველზე შეიქმნა ატომის „პლანეტარული მოდელი“, რომლის არსი შეიძლება ჩამოყალიბდეს შემდეგნაირად:

– ატომის ცენტრში მოთავსებულია დადებითად დამუხტული ბირთვი, რომელშიც თავმოყრილია მთელი ატომის მასა. უარყოფითად დამუხტული ნაწილაკები-ელექტრონები მიიზიდებიან ბირთვის მიერ და მოძრაობენ მის გარშემო ორბიტებზე, ანალოგიურად იმისა, როგორც პლანეტები მოძრაობენ მზის გარშემო. ორივე შემთხვევაში მიზიდულობის ძალა მანძილზე დამოკიდებულია, როგორც $1/r^2$.



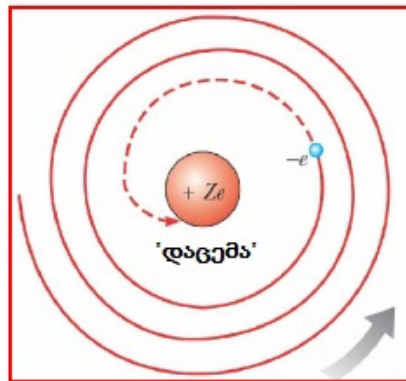
ნახ. 2. რეზერფორდ-ბორის პლანეტარული მოდელი

ატომის პლანეტარულ მოდელს აქვს პირდაპირი ექსპერიმენტული დასაბუთება, მაგრამ ის ვერ ხსნის ატომის არსებობის ფაქტს, მის მდგრადობას. რადგან ელექტრონი მოძრაობს ორბიტაზე, მაქსველის ელექტროდინამიკის კანონების საფუძველზე, ის უნდა ასხივებდეს ელექტრომაგნიტურ

ტალღას, როგორც აჩქარებულად მოძრავი დამუხტული ნაწილაკი. კლასიკური წარმოდგენებიდან გამომდინარე, r -ის შემცირების გამო, გამოსხივების სპექტრი უნდა მოიცავდეს ფართე სპექტრალურ არეს(იყოს უწყვეტი). გამოსხივების ტალღის სიგრძის დამოკიდებულება რადიუსზე გამოსახება შემდეგი ფორმულით:

$$\lambda = \left\{ \frac{e^2 c^2}{16\pi^3 m \epsilon_0} \right\}^{1/2} \frac{1}{r^{3/2}} \Rightarrow \lambda \propto \frac{1}{r^{3/2}} \quad (1)$$

გამოსხივების შედეგად მისი ენერგია უნდა მცირდებოდეს და საბოლოოდ 10^{-8} წმ-ის რიგის დროის შემდეგ ის უნდა დაეცეს ბირთვს, რაც სინამდვილეში არ ხდება, რადგან ატომი მდგრადი სისტემაა და არააღზნებულ მდგომარეობაში შეუძლია განუსაზღვრელად დიდხანს იარსებოს. ასევე ექსპერიმენტული შედეგებიდან ცნობილია, რომ ატომების გამოსხივების სპექტრი არის ხაზოვანი, შედეგაა ცალკეული მცირე სიგანის ($\sim 0.01\text{\AA}$ რიგის) ხაზებისაგან, რომელთა სპექტრალური სურათი დამოკიდებულია ატომის გვარობაზე.



ნახ. 3

ბორის თეორია

წინააღმდეგობები რომელიც წარმოიშვა პლანეტარული მოდელის ფარგლებში 1913წ გადაჭრა დანიელმა ფიზიკოსმა ნილს ბორმა. ბუნების პროცესებზე კვანტური წარმოდგენების განვითარების გზაზე, მან პოსტულატების სახით ჩამოაყალიბა ახალი თეორიის ძირითადი დებულებები:

- I. პოსტულატი: ატომური სისტემა შეიძლება იმყოფებოდეს მხოლოდ განსაკუთრებულ სტაციონალურ ანუ კვანტურ მდგომარეობაში, რო-

მელთაც შეესაბამება განსაზღვრული ენერგია E_n . სტაციონალურ მდგომარეობაში ატომი არ ასხივებს.

- II. პოსტულატი: ატომის გადასვლისას ერთი სტაციონალური მდგომარეობიდან მეორეში გამოსხივდება ან შთაინთქმება ელექტრომაგნიტური ენერგიის კვანტი.

$$E = h\nu_{n_1, n_2} = E_{n_1} - E_{n_2}$$

- III. პოსტულატი: ელექტრონს შეუძლია იმყოფებოდეს მხოლოდ ისეთი ორბიტებზე, რომლებზედაც კუთხური ორბიტალური მომენტი L -იმპულსის მომენტი (ელექტრონის იმპულსის ნამრავლი ორბიტის რადიუსზე) მიიღებს დისკრეტულ მნიშვნელობებს (ორბიტები იკვანტება):

$$L = mv \cdot r = n\hbar$$

$$\text{სადაც } \hbar = h/2\pi, h = 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ჯ} \cdot \text{წმ}$$

h -პლანკის მუდმივაა. მესამე პოსტულატი ბორმა ჩამოაყალიბა ყოველივე დასაბუთების გარეშე. ეს პოსტულატი(სტაციონალური ორბიტების არსებობა) თეორიულად დაასაბუთა ლუი დე ბროილმა. იმ პერიოდში, როცა ჩამოყალიბდა მოსაზრება ელექტრომაგნიტური გამოსხივების ორმაგი(-ტალღურ-კორპუსკულური) ბუნების შესახებ, ლუი დე ბროილს დაებადა გენიალური იდეა იმის შესახებ, რომ ანალოგიურად ორმაგი ბუნება უნდა ახასიათებდეს ნაწილაკსაც. მან 1924წელს თავის სადოქტორო დისერტაციაში გამოთქვა მოსაზრება იმის შესახებ, რომ ნაწილაკები გარკვეულ პირობებში უნდა ავლენდნენ ტალღურ ბუნებას და მათ უნდა შევუსაბამოთ ტალღა. როგორც უკვე ადრე აღვნიშნეთ დე-ბროილის თანახმად თითოეული მიკროობიექტი შეიძლება დახასიათდეს კორპუსკულური სიდიდეებით ენერგიით E და იმპულსით p , მეორეს მხრივ, ტალღური მახასიათებლებით – სიხშირით ν და ტალღის სიგრძით λ . მისი ჰიპოთეზის თანახმად ყველა ნაწილაკს რომელსაც აქვს იმპულსი შეესაბამება ტალღის სიგრძე

$$\lambda = h/p \quad (2)$$

სადაც h არის პლანკის მუდმივა, და p არის ნაწილაკის იმპულსი. ეს ჰიპოთეზა შეადგენდა კვანტური მექანიკის ერთ-ერთ ფუძემდებლურ დებულებას. დღეს ამ ტალღის სიგრძეს დე ბროილის ტალღის სიგრძე ეწოდება.

რა კავშირი აქვს ყოველივე ამას სტაციონალური ორბიტების არსებობასთან? დე ბროილის თანახმად დაშვებულია მხოლოდ ისეთი ორბიტები, რომლებშიც დე-ბროილის ტალღა მოთავსდება მთელ რიცხვჯერ. ე.ი. ორბიტაზე იქმნება მდგრადი ტალღა. მაშინ შეგვიძლია დავწეროთ

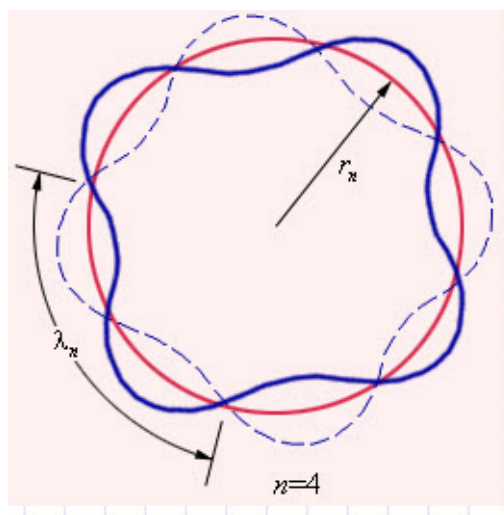
$$2\pi r = n\lambda \quad (3)$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \quad (4)$$

$$r = \frac{n\lambda}{2\pi} \Rightarrow \frac{nh}{2\pi mv} \quad (5)$$

$$L = mvr = \frac{nh}{2\pi} = n\hbar \quad (6)$$

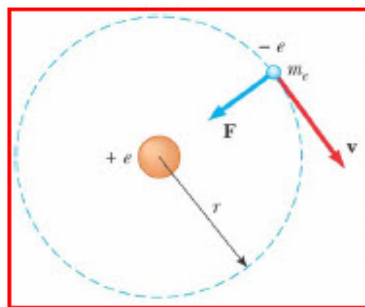
ამრიგად მივიღეთ ბორის დაკვანტვის პირობა L ორბიტალური მომენტისთვის.



ნახ. 4. დე ბროილის იდეის საილუსტრაციო ნახაზი, მდგრადი ტალღების წარმოშობა სტაციონალურ ორბიტაზე $n = 4$.

დე ბროილის ჰიპოთეზამ რევოლუციური ბიძგი მისცა ახალი წარმოდგენების განვითარებას მატერიალური ობიექტების ბუნების შესახებ. ამ წარმოდგენის საფუძველზე მე-20 საუკუნეში განვითარდა კვანტური მექანიკა ჰაიზენბერგის, შრედინგერის, დირაკის, ბორის, ბორნის და სხვების მიერ. ტალღური ბუნება ნაწილაკებისათვის გამოვლინდება ინტერფერენციულ და დიფრაქციულ მოვლენებში. 1927წ. დევისონი და ჯერმერი პირველად დააკვირდნენ დიფრაქციის მოვლენას მონოენერგეტიკული ელექტრონების ნაკადის გაფანტვისას მონოკრისტალებზე.

ბორმა თავისი თეორია ჩამოაყალიბა წყალბადის ატომისათვის. ბორის თანახმად ელექტრონები ატომში მოძრაობენ ბირთვის მიზიდვის ველში წრიულ ორბიტებზე, რომლებიც შეესაბამებიან სტაციონალურ ენერგეტიკულ მდგომარეობებს.



ნახ. 5

იმისათვის, რომ ელექტრონმა წრეწირზე იმოძრაოს, საჭიროა მას ცენტრისკენული აჩქარება მივანიჭოთ. ელექტრონს ცენტრისკენულ აჩქარებას ბირთვთან კულონური ურთიერთქმედების ძალა ანიჭებს:

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (7)$$

ანუ

$$mrv^2 = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \quad (8)$$

სადაც m -ელექტრონის მასაა, r -ორბიტის რადიუსი, v - ელექტრონის წრიულ ორბიტაზე მოძრაობის სიჩქარე, e – ელექტრონის მუხტი, Z - ატომის რიგითი ნომერი პერიოდულ სისტემაში (Ze - ბირთვის მუხტია), ϵ_0 – ელექტრული მუდმივა.

მეორეს მხრივ ატომის სრული ენერგია კინეტიკური და პოტენციური ენერგიების ჯამი:

$$E = \frac{mv^2}{2} - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (9)$$

წინა თანაფარდობიდან ნაპოვნი სიჩქარის მნიშვნელობა ჩავსვათ სრული ენერგიის ფორმულაში. მიღწეული პოტენციური ენერგიის წინ მიუთითებს იმაზე, რომ ელექტრონსა და პროტონს შორის ურთიერთქმედება მიზიდვის ხასიათისაა (ბირთვის მუხტი და ელექტრონის მუხტი სხვადასხვა ნიშნისაა). შაბოლოოდ სრული ენერგია გამოისახება რადიუსის საშუალებით:

$$E = -\frac{Ze^2}{8\pi\epsilon_0 r} \quad (10)$$

გამოვიყენოთ კიდევ ერთი თანაფარდობა:

$$mvr = n\hbar \quad (11)$$

აქედან გამოვსახოთ v სიჩქარე r რადიუსის საშუალებით და ჩავსვათ მე-8 ფორმულაში. საბოლოოდ r რადიუსისათვის მივიღებთ:

$$r_n = 4\pi\epsilon_0 \frac{\hbar^2 n^2}{Zme^2} \quad (12)$$

აქედან ცხადია, რომ :

$$r_n = a_0 \frac{n^2}{Z} \Rightarrow r_{min} = r_1 = \frac{a_0}{Z} \quad (13)$$

წყალბადის ატომისთვის $r_{min} = a_0 = 0.53 \cdot 10^{-10} \text{მ} = 0.53 \text{\AA}$, მას ბორის რადიუსი ეწოდება. რადიუსის ინდექსი n მიუთითებს იმაზე, რომ ორბიტების რადიუსებს შეუძლიათ მიიღონ მხოლოდ გარკვეული დისკრეტული მნიშვნელობები (იკვანტებიან). თუ რადიუსის (12) მნიშვნელობას შევითავსებთ ენერგიის გამოსახულებაში (10) მივიღებთ სტაციონალური მდგომარეობების ენერგიის მნიშვნელობებს (ენერგეტიკულ დონეებს):

$$E_n = -\frac{Z^2}{(4\pi\epsilon_0)^2} \cdot \frac{me^4}{2\hbar^2 n^2} \quad (14)$$

წყალბადის ატომისთვის $Z = 1$ და

$$E_1 = -\frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^2} \cdot \frac{me^4}{2\hbar^2} = -2.168 \cdot 10^{-18} \text{ჯ} = -13.55 \text{ ევ} \quad (15)$$

სადაც $1 \text{ ევ} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ჯ}$.

ამ მდგომარეობას ძირითადი მდგომარეობა ეწოდება. ატომს ძირითად მდგომარეობაში ყოფნა ნებისმიერად დიდხანს შეუძლია. ყველა დანარჩენ მდგომარეობებს აგზნებული ეწოდებათ. იმისათვის, რომ მოვახდინოთ ძირითად მდგომარეობაში მყოფი წყალბადის ატომის იონიზაცია (მოვწყვიტოთ ელექტრონი), საჭიროა მივანიჭოთ მას 13.55 ევ ენერგია. ამ ენერგიას იონიზაციის ენერგია ეწოდება.

ამგვარად, ენერგია იცვლება n -კვანტური რიცხვის კვადრატის უკუპროპორციულად, n -ის ზრდისას ენერგია იზრდება (მცირდება მისი უარყოფითი მნიშვნელობა). ენერგიის ნებადართული მნიშვნელობები, ე.წ. E ენერგიის n დონეები წარმოდგენილია მე-8 ნახაზზე.

ატომების გამოსხივება ხდება მეტი ენერგიის მქონე სტაციონალური მდგომარეობიდან ნაკლები ენერგიის მქონე სტაციონალურ მდგომარეობაში გადასვლისას.

ენერგიის შთანთქმისას ატომი გადადის ნაკლები ენერგიის მქონე მდგომარეობიდან მეტი ენერგიის მქონე მდგომარეობაში.

ელექტრომაგნიტური კვანტის-ფოტონის ენერგია ტოლია ატომის ორი სტაციონალური მდგომარეობის ენერგიათა სხვაობისა:

$$h\nu_{nk} = E_k - E_n \quad (16)$$

სადაც k და n სტაციონალურ მდგომარეობათა ნომრებია, ν_{nk} – გამოსხივებული, ან შთანთქმული კვანტის სიხშირეა, ხოლო h –პლანკის მუდმივა. თუ $E_k > E_n$ ფოტონი გამოსხივდება, ხოლო თუ $E_k < E_n$ – შთანთქმდება. (16)-დან სიხშირისათვის მივიღებთ:

$$\nu_{nk} = \frac{E_k - E_n}{h} = \frac{Z^2}{(4\pi\epsilon_0)^2} \cdot \frac{me^4}{4\pi\hbar^3} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right) = RZ^2 \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right) \quad (17)$$

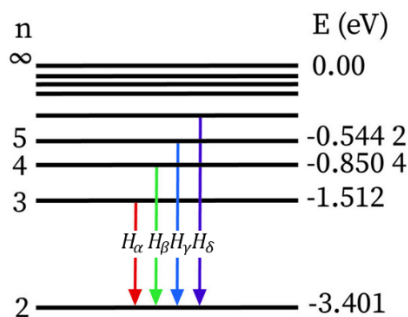
სადაც

$$R = \frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^2} \cdot \frac{me^4}{4\pi\hbar^3} \approx 3.29 \cdot 10^{15} \text{წმ}^{-1}$$

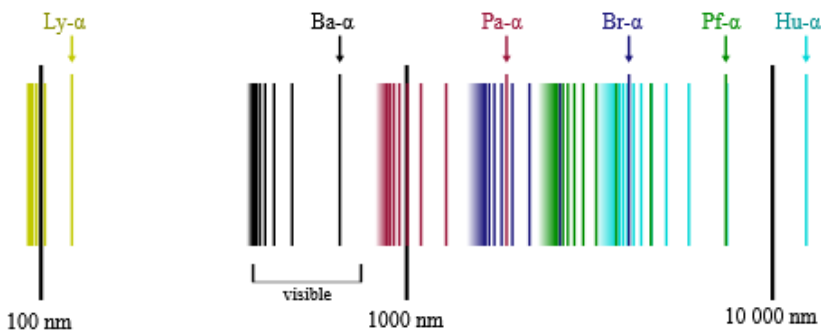
მუდმივი სიდიდეა. მას რიდბერგის მუდმივა ეწოდება. ფორმულები (14) და (17) ასევე სამართლიანია წყალბადისმაგვარი იონებისთვის. წყალბადისმაგვარ იონებად იწოდებიან იონიზირებული ატომები ბირთვის მუხტით Ze და ერთი ელექტრონით (მაგ. $H_e^+, Li^{++}, Be^{+++}, B^{++++}$ და ა.შ).

წყალბადის ატომის სპექტრი

ატომები აგზნებულ მდგომარეობაში გამოსხივებენ ცალკეული ხაზებისაგან შედგენილ სპექტრს. ყველაზე უფრო მარტივი ხაზოვანი სპექტრი აქვს ატომურ წყალბადს, რომლებიც ბალმერის სერიისთვის იწოდებიან, როგორც: წითელი H_α , მომწვანო მოცისფრო $-H_\beta$, ლურჯი $-H_\gamma$, იისფერი $-H_\delta$, ϵ და ა.შ. წყალბადის ატომის გამოსხივების, (ბალმერის სერიის) შესაბამისი გადასვლებს ენერგეტიკულ დონეებს შორის აქვს შემდეგი სახე:



ნახ. 8. ბალმერის სერიის შესაბამისი გადასვლები



ნახ. 9. წყალბადის ატომის გამოსხივების ხაზოვანი სპექტრი

წყალბადის ატომის გამოსხივების სიხშირისათვის მივიღებთ:

$$\nu_{nk} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right) \quad (18)$$

იგივე ფორმულა შეიძლება გამოვიყენოთ ტალღის სიგრძის განსაზღვრისათვის:

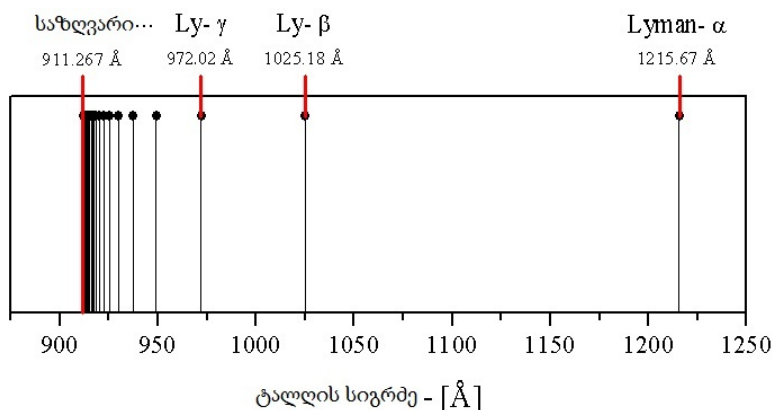
$$\frac{c}{\lambda} = \nu_{nk} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right) \quad (19)$$

სადაც c - სინათლის სიჩქარეა λ - ტალღის სიგრძე.

როცა $n = 1$, მაშინ k მიიღებს მნიშვნელობებს 2,3,4...და ა.შ., მას მთავარი კვანტური რიცხვი ეწოდება. ამ შემთხვევაში მიიღება გამოსხივების სერია, რომელთა სიხშირეები მოხვდებიან ულტრაიისფერ არეში:

$$\nu_{nk} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{k^2} \right) \quad (20)$$

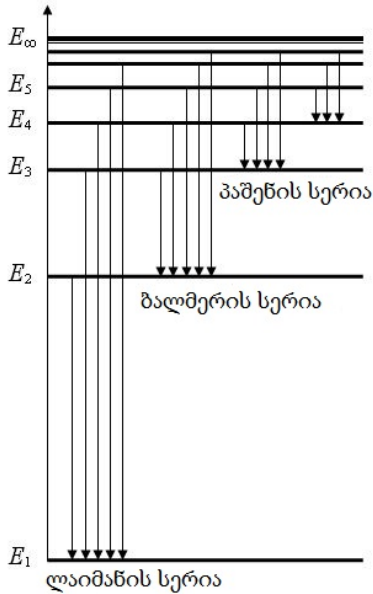
ამ სერიას ლაიმანის სერია ეწოდება, მისი აღმომჩენის საპატივცემულოდ.



ნახ. 10. ლაიმანის სერია, ტალღის სიგრძე მოყვანილია [Å] ანგსტრემებში

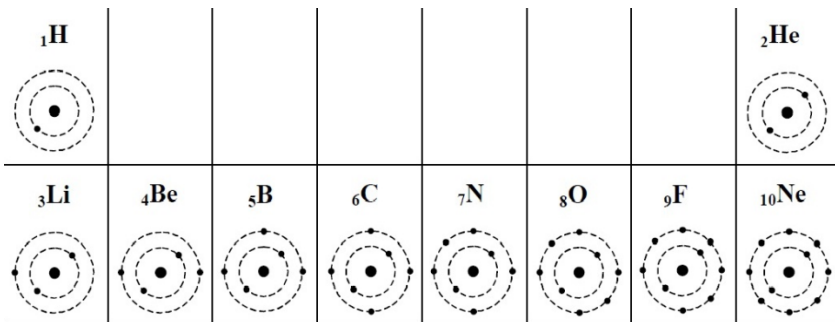
თუ (18) ფორმულაში ავიღებთ $n = 2$ და $k = 3, 4, 5, 6, 7 \dots$, მივიღებთ ბალმერის სერიას, რომელიც აერთიანებს ზედა დონეებიდან მეორე დონეზე ელექტრონების გადასვლისას გამოსხივებულ სპექტრალურ ხაზებს ნახ. 8,11, ბალმერის სერიის შესაბამისი სიხშირეები მოიცემა შემდეგი ფორმულით:

$$\nu_{nk} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2} \right) \quad (21)$$



ნახ. 11. წყალბადის ატომის ენერგეტიკული დონეები.

გადასვლები ზემო დონეებიდან $n = 1$ დონეზე შეესაბამება ლაიმანის სერიას ულტრაიისფერ არეში, $n = 2$ დონეზე ბალმერის სერიას ხილულ არეში, ხოლო $n = 3$ დონეზე პაშენის სერიას ინფრაწითელ არეში. მე-9 ნახაზზე მოყვანილია მსუბუქი ატომების ელექტრონული სტრუქტურის შესაბამისი სქემატური სურათი შედგენილი ბორ-რეზერფორდის პლანეტარული მოდელის ფარგლებში.



ნახ. 12. პლანეტარული მოდელი მსუბუქი ელემენტებისათვის

დასკვნა

რეალურად ბორის თეორია კარგად აღწერს მხოლოდ წყალბადის ატომის სპექტრალურ კანონზომიერებებს. ეს დაკავშირებულია იმ ფაქტთან, რომ ელექტრონის სიჩქარე პირველ ორბიტაზე გაცილებით მცირეა სინათლის სიჩქარესთან შედარებით $\frac{v}{c} \approx \frac{1}{137}$ და ამ შემთხვევაში შესაძლებელია გამოთვლების ჩატარების გარკვეულ ეტაპზე ნახევრად კლასიკური მიდგომის გამოყენება. ბორის თეორიიდან არ მიიღება სხვადასხვა სპექტრალური ხაზების აბსოლუტური და ფარდობითი ინტენსივობების სიდიდეები. თეორია ვერ ხსნის გამოსხივებული ელექტრომაგნიტური ტალღის პოლარიზაციის მოვლენას (ელექტრული დამაბულობის ვექტორის ორიენტაცია ტალღის გავრცელების მართობულ სიბრტყეში). სტაციონალური ორბიტების არსებობის ფიზიკურ საფუძველს და სხვა. ყველა ეს პრობლემა გადაწყვეტილია ზუსტი კვანტურ მექანიკური მიდგომის ფარგლებში.

კვანტური მექანიკის საფუძველზე არ არსებობს ნაწილაკის მოძრაობის ტრაექტორიის - ორბიტის ცნება. ელექტრონი ატომში შეიძლება იმყოფებოდეს ყველგან სხვადასხვა ალბათობით **ბორის ორბიტა შეესაბამება ადგილს** სადაც ელექტრონი იმყოფება მაქსიმალური ალბათობით.

ატომშიგა ელექტრული და მაგნიტური ველის სიდიდე წყალბადის ატომში

1. ამოცანა

გამოვთვალოთ მაგნიტური ველის ინდუქცია წყალბადის ატომის ცენტრში, რომელიც განპირობებულია ელექტრონის მოძრაობით ბორის პირველ ორბიტაზე. ვიპოვოთ: B

მოც.: $n = 1$

ამოხსნა:

ბორის პირველი პოსტულატის თანახმად იკვანტება ელექტრონის იმპულსის მომენტი

$$m_e v_n r_n = \frac{nh}{2\pi}; \quad m_e \omega_n r_n^2 = \frac{nh}{2\pi};$$

ელექტრონის ცენტრისკენული აჩქარება ორბიტაზე იქნება:

$$a_n = \frac{F}{m_e} = \frac{q_e^2}{4\pi\epsilon_0 r_n^2 m_e}; \quad a_n = \frac{v_n^2}{r_n} = \omega_n^2 r_n; \quad \frac{q_e^2}{4\pi\epsilon_0 r_n^2 m_e} = \omega_n^2 r_n$$

გავაერთიანოთ ეს განტოლებები, მაშინ მივიღებთ:

$$\omega_n = \frac{1}{2n^3 h^3 \varepsilon_0^2} \cdot q_e^4 \pi ; r_n = n^2 h^2 \cdot \frac{\varepsilon_0}{q_e^2 m_e \pi} .$$

ელექტრონი r_n რადიუსის ორბიტაზე ქმნის დენს

$$I = q_e \cdot \frac{\omega_n}{2\pi} ; I = \frac{1}{4} \cdot \frac{q_e^5}{n^3 h^3} \cdot \frac{m_e}{\varepsilon_0^2} \cdot \pi ;$$

მაგნიტური ველი წრიული დენის ცენტრში განისაზღვრება ბიო-სავარ-
ლაპლასის კანონით:

$$B = \mu_0 \cdot \frac{I}{2r_n} ; B = \frac{1}{8} \cdot \mu_0 \cdot \frac{q_e^7}{n^5 h^5} \cdot \frac{m_e^2}{\varepsilon_0^3} \cdot \pi$$

$$B = 12.517 \text{ ტესლა}$$

ეს ველი საკმაოდ დიდია, თუ მას შევადარებთ დედამიწის მაგნიტური ველის 50მიკრო ტესლა და მზის ზედაპირზე არსებული 0.5ტესლა ველის სიდიდეს. ამ რიგის ველები $B \sim 10$ ტესლა უკვე მიღებულია ლაბორატორიულ პირობებში. 2022 წელს ჩინეთის მეცნიერებათა აკადემიის Steady High Magnetic Field Facility-ში მიღწეულია **45.22 ტესლა** – ეს არის ყველაზე ძლიერი სტაბილური ველი, რომელიც შეიძლება ხანგრძლივად შენარჩუნდეს კვლევებისთვის. იპულსური მაგნიტური ველებისთვის მიღწეულია 100ტესლა სიდიდის მაგნიტური ველი(U.S. National High Magnetic Field Laboratory (MagLab) in Los Alamos). MagLab-ში 2018 წელს მიიღეს 1800ტესლა სიდიდის ველი, ოღონდ მაგნიტი ძალიან მცირე დროში-წამიერად თავისით დაიშალა.

არსებობენ ველები, რომლებიც გაცილებით აღემატებიან ამ სიდიდეს, მაგალითად ნეიტრონული ვარსკვლავების მაგნიტური ველის რიგია $\sim 10^9 \div 10^{11}$ ტესლა.

2. ამოცანა

შევაფასოთ ელექტრული ველის სიდიდე(დამაბულობა) წყალბადის ატომში:

$$E \sim e/a_0 \approx 300 - 4.8 - 10 - 10 / (0.5 \cdot 10^{-8})^2 \approx 5 \cdot 10^{11} \text{ (ვ/მ)}$$

ასეთი ძლიერი ველი ქმნის ატომის მყარ-მდგრად სისტემას. ასეთი ველის მიღება შესაძლებელია მძლავრი ლაზერებით. ველაზე ძლიერი თანამედროვე ლაზერები, ე.წ. **პეტავატური ლაზერები**, აღწევენ წარმოუდგენლად მაღალ ინტენსივობებს – დაახლოებით 10^{22} ვატი/სმ². ასეთი ინტენსი-

ვობისას ელექტრული ველის სიდიდემ შეიძლება მიაღწიოს დაახლოებით 10^{14} (ვ/მ), ანუ ასობით ტრილიონ ვოლტს მეტრზე.

3. ამოცანა

წყალბადის ატომში, შევაფასოთ ელექტრონის, წრიულ ორბიტაზე მოძრაობის პერიოდი.

შეფასება:

გარშემოვლის პერიოდი ბორის პირველ ორბიტაზე იქნება $T_0 = 2\pi r / v_0$ სადაც T_0 -პერიოდია, $r = a_0$ -წრეწირის რადიუსია (ბორის პირველ ორბიტაზე), v_0 -სიჩქარე

$$v_0 = \alpha c = \frac{e^2}{\hbar c} \cdot c = \frac{1}{137} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{მ}}{\text{წმ}} = 2.19 \cdot 10^6 \frac{\text{მ}}{\text{წმ}}.$$

$$\text{ცნობილია, რომ დროის ატომური ერთეული } t_0 = \frac{a_0}{v_0} = \frac{\hbar^3}{m_e e^4} \approx 2.42 \cdot 10^{-17} \text{ წმ},$$

$$\text{სიგრძის ატომური ერთეული } a_0 = \frac{\hbar}{m_e v_0}, v_0 = \alpha c \Rightarrow a_0 = \frac{\hbar^2}{m_e e^2} \Rightarrow a_0 = 0.53 \cdot 10^{-10} \text{ მ},$$

$\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}$ – ნაზი სტრუქტურის მუდმივა, დაკავშირებულია ელექტრომაგნიტურ ურთიერთქმედებასთან.

$$\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}; \quad v_0 = \alpha c = \frac{e^2}{\hbar c} \cdot c = \frac{1}{137} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{მ}}{\text{წმ}} = 2.19 \cdot 10^6 \frac{\text{მ}}{\text{წმ}},$$

$$a_0 = 0.53 \cdot 10^{-10} \text{ მ}$$

აქედან გამომდინარე

$$T = \frac{2\pi r}{v_0} = 1.5 \cdot 10^{-16} \text{ წმ}$$

t_0 – ეწოდება დროის ატომური ერთეული, ხოლო შეზღუდულ სიდიდეს

$$\omega_0 = \frac{1}{t_0} = \frac{m_e e^4}{\hbar^3} \approx 4.1 \cdot 10^{16} \text{ sec}^{-1}, \text{ სიხშირის ატომური ერთეული. ატომის}$$

ცენტრიდან მოშორებულ ორბიტებზე სიხშირე ძლიერ არ განსხვავდება

$$\omega_0 \text{ გან. აქედან შეგვიძლია შევაფასოთ ტალღის სიგრძე } \lambda = \frac{2\pi c}{\omega} \approx 1000 \text{ \AA}.$$

ძალზედ მნიშვნელოვანია ის ფაქტი, რომ ტალღის სიგრძე ათასჯერ-სამი რიგით აღემატება ატომის ზომას. ტიპიური ატომის რადიუსი არის დაახლოებით $\sim 10^{-10} \text{ მ} = (1 \text{ \AA})$

ეს ფაქტი პირდაპირ ეხება კვანტურ მექანიკას და მატერიის ტალღურ ბუნებას.

ელექტრონის ტალღის სიგრძე: ელექტრონის დე ბროილის ტალღის სიგრძე შეიძლება იყოს ბევრად უფრო დიდი – მაგალითად, 10^{-7} მ ან მეტი, რაც ათასჯერ აღემატება ატომის ზომას.

კვანტური ეფექტები: ასეთი დიდი ტალღის სიგრძე იწვევს ინტერფერენციას, დიფრაქციას და კოლექტიურ ქცევას – რაც კლასიკური ნაწილაკებისთვის წარმოუდგენელია.

მნიშვნელობა: ეს არის მიზეზი, რატომაც ატომური და სუბატომური ნაწილაკები ვერ აღიწერება მხოლოდ "წერტილოვანი" ობიექტებით. მათ უნდა მივუდგეთ როგორც ტალღურ სისტემებს.

მაგალითად შეიძლება მოვიყვანოთ ის ფაქტი, რომ არადრეკადი რეზონანსული გადამუხტვის პროცესებში $H^+ + H(1s) \rightarrow H(1s) + H^+$, $He^+(1s) + He(1s^2) + He^+(1s)$ ურთიერთქმედება დამჯახებელ და სამიზნე ნაწილაკებს შორის მნიშვნელოვნად აღემატება ატომის ზომას. ეს განპირობებულია დაცემული და სამიზნე ატომების ტალღური ფუნქციების გადაფარვით მანძილებზე, რომლებიც აღემატებიან ატომის ზომას.

4. ამოცანა

ელექტრონი წყალბადის ატომში შეიძლება იმყოფებოდეს წრიულ ორბიტებზე რადიუსებით $0.5 \cdot 10^{-8}$ მ და $2 \cdot 10^{-8}$ მ. რამდენჯერ განსხვავდება მათი კუთხური სიჩქარეები ამ ორბიტებზე.

$$r_1 = 0.5 \cdot 10^{-10} \text{მ} \quad F_3 = \frac{q_\delta |e|}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \quad F = m_e a_\phi = m_e \omega^2 r \text{ მაშინ}$$

$$r_2 = 2 \cdot 10^{-10} \text{მ}$$

$$\frac{q_\delta |e|}{4\pi\epsilon_0 r^2} = m_e \omega^2 r$$

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = ? \quad \omega^2 = \frac{q_\delta |e|}{m_e 4\pi\epsilon_0 r^3}$$

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \sqrt{\frac{r_2^3}{r_1^3}} = 8.$$

ყურადღება უნდა მივაქციოთ იმ ფაქტს, რომ სიჩქარე ბორის პირველ ორბიტაზე ორი რიგით მცირეა სინათლის სიჩქარეზე. აქედან გამომდინარე ენერგიის, გამოსხივების ტალღის სიგრძის, სიხშირის განსაზღვრისას კლასიკური მიახლოების გამოყენება მიზანშეწონილია მხოლოდ წყალბადის ატომის შემთხვევაში. მაგალითად მრავალჯერად იონიზირებული მძიმე

იონებისთვის, როცა ურანის ბირთვის ველში არის მხოლოდ ერთი ელექტრონი გვექნება U^{+91} ერთელექტრონიანი სისტემა $Z = 92$ მუხტის ველში. ცხადია ელექტრონი ამ შემთხვევაში იქნება რელატივისტური.

5. ამოცანა

რისი ტოლია ნაწილაკის v სიჩქარე, თუ მისი კინეტიკური ენერგია T ტოლია მისი უძრაობის mc^2 ენერგიის?

ამოხსნა:

რელატივისტური ნაწილაკის სრული ენერგია ტოლია:

$$E = T + mc^2 = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

როცა $T = mc^2$, მივიღებთ

$$2mc^2 = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$\text{საიდანაც } v = \frac{\sqrt{3}}{2} c \approx 0.87c.$$

ძირითადი ატომური ერთეულები

ერთეული	დასახელება	სიმბოლო	სიდიდე SI-სისტემაში
მასა	ელექტრონის უძრაობის მასა	m_e	$9,109\,383\,7015(28) \cdot 10^{-31}$ კგ
სიგრძე	ბორის რადიუსი	$a_0 = \hbar/m_e c \alpha$	$5,291\,772\,109\,03(80) \cdot 10^{-11}$ მ
დრო	დროის ატომური ერთეული	$t_0 = \hbar/m_e c^2 \alpha^2$	$2,418\,884\,326\,5857(47) \cdot 10^{-17}$ წმ
სიჩქარე	სინათლის სიჩქარე	c	$299\,792\,458$ მ/წმ
მუხტი	ელემენტარული მუხტი	e	$1,602\,176\,634 \cdot 10^{-19}$ კ
კუთხური მომენტი	პლანკის დაყვანილი მუდმივა	$\hbar = h/2\pi$	$1,054\,571\,817 \dots \cdot 10^{-34}$ ჯ.წმ
ელექტრული ველის დამაბულობა	დამაბულობის ატომური ერთეული	$E_h/(ea_0)$	$5,142\,206\,747\,63(78) \cdot 10^{11}$ ვ/მ
ფუნდამენტური სიდიდე	ნაზი სტრუქტურის მუდმივა	$\alpha = e^2/\hbar c$	$0.0072973525643(11)$

ნაწილაკების დაჯახებები – ნაწილაკების გაფანტვა ბირთვზე

1. ამოცანა

ვიპოვოთ მინიმალური მანძილი, რომელზედაც შეიძლება მიუახლოვდეს α – ნაწილაკი უძრავ ოქროს ატომს, თუ ის მოძრაობს ზუსტად სამიზნე ბირთვის ცენტრის მიმართულებით. ოქროსთვის $Z = 79$ და კინეტიკური ენერგია α – ნაწილაკისა საწყის მომენტში (ბირთვიდან შორს) $T = 5.7$ მევ-ს. გაჩერების მომენტში (იგულისხმება, რომ სამიზნე ბირთვის მასა იმდენად დიდია დაცემული ნაწილაკის მასასთან შედარებით, რომ მის მიერ მიღებული უკუცემის კინეტიკური ენერგია შეგვიძლია უგულებელვყოთ) α – ნაწილაკის კინეტიკური ენერგია მთლიანად გადადის პოტენციურ ენერგიაში:

$$T = 2Ze^2/r_{min}$$

აქედან

$$r_{min} = \frac{2Ze^2}{T} = 4 \cdot 10^{-12} (\text{სმ}).$$

2. ამოცანა

$T = 600$ კევ ენერგიის α -ნაწილაკების ვიწრო კონა მართობულად ეცემა ოქროს ფოლგას, რომელიც შეიცავს $n = 1.1 \cdot 10^{19}$ ბირთვს/სმ². ვიპოვოთ α -ნაწილაკების ფარდობითი რიცხვი გაფანტული კუთხეებზე $\vartheta < \vartheta_0 = 20^\circ$.

მოც.:

$$T = 600 \cdot 10^3 \text{ ევ}; \quad 1 \text{ ევ} = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ ჯ}$$

$$n = 1.1 \cdot 10^{19} \cdot \frac{1}{10^{-4}} \text{ მ}^2$$

$$\vartheta_0 = 20^\circ.$$

$$\text{ვიპოვოთ } \frac{\Delta N}{N}.$$

ამოხსნა:

ვისარგებლოთ რეზერფორდის ფორმულით. გაფანტული ნაწილაკების რაოდენობა ელემენტარულ სხეულოვან კუთხეში

$$dN = N \cdot n \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_\alpha q_n}{4T} \right)^2 \cdot \frac{d\Omega}{\sin^4\left(\frac{\vartheta}{2}\right)} \quad (1)$$

$$dN = N \cdot n \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2 \cdot |q_e| Z \cdot |q_e|}{4T} \right)^2 \cdot \frac{d\Omega}{\sin^4\left(\frac{\vartheta}{2}\right)}$$

$$\frac{dN}{N} = n \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2 \cdot |q_e| Z \cdot |q_e|}{4T} \right)^2 \cdot \frac{\sin(\vartheta) \cdot d\vartheta \cdot d\phi}{\sin^4\left(\frac{\vartheta}{2}\right)}$$

ვანტეგროთ ეს (1) გამოსახულება ყველა მიმართულებით, რომლებშიც გამორიცხულია მოცემული არე-შესაბამისად მივიღებთ ნაწილაკების ფარდობით რიცხვს გაფანტულს ამ მოცემული კუთხის გარეთ:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta N'}{N} &= \int_{\vartheta_0}^{\pi} \int_0^{2\pi} n \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2 \cdot |q_e| Z \cdot |q_e|}{4T} \right)^2 \cdot \frac{\sin(\vartheta)}{\sin^4\left(\frac{\vartheta}{2}\right)} \cdot d\phi d\vartheta \\ \frac{\Delta N'}{N} &= n \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Z \cdot q_e^2}{2T} \right)^2 \left(4\pi \cdot \frac{\cos^2\left(\frac{1}{2}\vartheta_0\right)}{1 - \cos^2\left(\frac{1}{2}\vartheta_0\right)} \right) \end{aligned} \quad (2)$$

გაფანტული ნაწილაკების რიცხვი მოცემული კუთხის არეში:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta N}{N} &= 1 - \frac{\Delta N'}{N} = 1 - 4\pi n \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Z \cdot q_e^2}{2T} \right)^2 \cdot \text{ctg}^2\left(\frac{1}{2}\vartheta_0\right) \\ \frac{\Delta N}{N} &= 0.6 \end{aligned} \quad (3)$$

3. ამოცანა

რა მანძილზე შეიძლება დაუახლოვდეს ერთმანეთს ორი ელექტრონი, თუ ისინი მოძრაობენ ერთმანეთის საპირისპიროდ ფარდობითი სიჩქარით 10^8 სმ/წმ.

მოც.: $v = 10^8 \frac{\text{სმ}}{\text{წმ}} = 10^6 \frac{\text{მ}}{\text{წმ}}$

$r = ?$

ამოხსნა:

ვისარგებლოთ ენერგიის შენახვის კანონით

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}$$

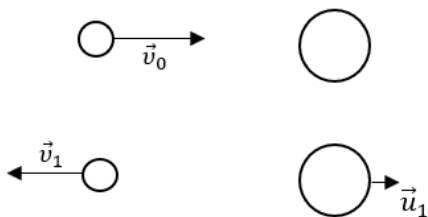
აქედან გამომდინარე მივიღებთ:

$$r = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{mv^2} = \frac{(1.6 \cdot 10^{-19})^2}{2\pi \cdot 8.85 \cdot 10^{-12} \cdot 9 \cdot 10^{-31} \cdot (10^6)^2} \approx 5.511 \cdot 10^{-10} \text{მ}$$

4. ამოცანა

რეზერვუორდმა დაადგინა, რომ 5მევ ენერგიის α ნაწილაკის სპილენძის ^{64}Cu ბირთვთან შუბლა დაჯახებისას ხდება α ნაწილაკის უკან არეკვლა ენერგიით 3.9მევ. როგორია დამჯახებელი α და სამიზნე ბირთვის ^{64}Cu მასების შეფარდება?

$$E_{\alpha 1} = 5\text{მევ} ; E_{\alpha 2} = 3.9\text{მევ}$$



$$E_{\alpha 1} = E_{\alpha 2} + E_{Cu} \quad m_{\alpha} \vec{v}_0 = m_{\alpha} \vec{v}_1 + m_{Cu} \vec{u}_1$$

$$E_{Cu} = E_{\alpha 1} - E_{\alpha 2} = 1.1 \text{ მევ}$$

$m_{\alpha} v_0 = -m_{\alpha} v_1 + m_{Cu} u_1$ ორივე ნაწილაკი არარელატივისტურია, რადგან მათი ენერგიები დაჯახების შემდეგ გაცილებით ნაკლებია მათ უძრავობის ენერგიაზე $m_{\alpha} c^2$ და

$m_{Cu} c^2$ შესაბამისად. მართლაც $m_{\alpha} c^2 = 4 \cdot 839 \text{ მევ} \gg 3.9 \text{ მევ}$, ხოლო $m_{Cu} c^2 \gg 1.1 \text{ მევ}$. ამიტომ შეგვიძლია გამოვიყენოთ კლასიკური მიახლოების კანონები.

$E = \frac{mv^2}{2}$, მაშინ შეგვიძლია ჩავწეროთ

$$v_0 = \sqrt{\frac{2E_{\alpha 1}}{m_{\alpha}}} ; \quad v_1 = \sqrt{\frac{2E_{\alpha 2}}{m_{\alpha}}} ; \quad u_1 = \sqrt{\frac{2E_{Cu}}{m_{Cu}}}$$

$$m_{\alpha} \sqrt{\frac{2E_{\alpha 1}}{m_{\alpha}}} = -m_{\alpha} \sqrt{\frac{2E_{\alpha 2}}{m_{\alpha}}} + m_{Cu} \sqrt{\frac{2E_{Cu}}{m_{Cu}}}$$

$$\sqrt{2E_{\alpha 1} m_{\alpha}} + \sqrt{2E_{\alpha 2} m_{\alpha}} = \sqrt{2E_{Cu} m_{Cu}}$$

$$\sqrt{\frac{m_{\alpha}}{m_{Cu}}} \cdot (\sqrt{2E_{\alpha 1}} + \sqrt{2E_{\alpha 2}}) = \sqrt{2E_{Cu}}$$

$$\frac{m_{Cu}}{m_{\alpha}} = \frac{(\sqrt{2E_{\alpha 1}} + \sqrt{2E_{\alpha 2}})^2}{2E_{Cu}} = 16$$

ატომის გარსული მოდელი, ამოცანები

1. ამოცანა

ბორის დაკვანტვის პირობის მისაღებად გამოვიყენოთ დე ბროილის ტალღის სიგრძის ცნება. ჩავთვალოთ, რომ ელექტრონი მოძრაობს წრიულ ორბიტაზე, ქმნის მდგარ ტალღას, ანუ ელექტრონის ტალღის სიგრძე მთელ რიცხვჯერ თავსდება ორბიტის სიგრძეში.

ამოხსნა:

$$\lambda = \frac{h}{p}; \quad p = mv = \frac{h}{\lambda};$$

$$mv \cdot 2\pi R = \frac{h}{\lambda} \cdot (2\pi R);$$

$$\lambda n = 2\pi R; \quad n \cdot \frac{h}{p} = 2\pi R; \quad pR = n \frac{h}{2\pi} = n\hbar$$

pR – იმპულსის მომენტის სიდიდეა, რადგან იმპულსი $\vec{P}$ მართობულია რადიუს ვექტორის

2. ამოცანა

ელექტრონის ბმის ენერგია He -ატომის ძირითად მდგომარეობში ტოლია $E_0 = 24,6$ ევ (იონიზაციის პოტენციალი). განვსაზღვროთ ენერგია, რომელიც საჭიროა He -ატომის ორივე ელექტრონის მოსაცილებლად.

პირველი ელექტრონის მოსაცილებლად საჭიროა $E_0 = 24,6$ ევ. ამის შემდეგ მივიღებთ წყალბადისმაგვარ ატომს H_e^+ , რომლის ბირთვის მუხტი $Z=2e$. აქედან, ბორის თეორიიდან გამომდინარე, ბმის ენერგიისათვის შეგვიძლია დავწეროთ:

$$E_n = -\frac{me^4 Z^2}{2\hbar^2 n^2} = -13.6 \frac{Z^2}{n^2} \text{ ევ}$$

$$Z = 2, n = 1, E_n = -13.6 \cdot 4 \text{ ევ} = -54.4 \text{ ევ.}$$

საბოლოოდ ჰელიუმის ატომში ორივე ელექტრონის მოცილებისათვის საჭიროა $24.6 \text{ ევ} + 54.4 \text{ ევ} = 79 \text{ ევ}$

3. ამოცანა

უძრავმა H_e^+ იონმა გამოასხივა ლაიმანის სერიის მეწინავე ხაზის შესაბამისი ფოტონი. ამ ფოტონმა ძირითად მდგომარეობაში მყოფი წყალბადის უძრავი ატომიდან ამოგლიჯა ელექტრონი (ფოტოეფექტის პროცესში). იპო-

ვეთ ფოტოელექტრონის სიჩქარე. ამოცანის ამოხსნისას უგულებელვყოთ უკუცემის ეფექტი. H_e^+ იონისთვის ლაიმანის პირველი ხაზის შესაბამისი ფოტონის ენერგიაა

$$4\hbar R(1 - \frac{1}{4}) = 3\hbar R$$

სიჩქარე, რომელიც ექნება წყალბადის ატომიდან გამონთავისუფლებულ ელექტრონს გამოითვლება შემდეგი გზით

$$3\hbar R = \frac{1}{2}mv^2 + \hbar R$$

სადაც $\hbar R$ არის ელექტრონის ბმის ენერგია წყალბადის ატომის ძირითად მდგომარეობაში, ხოლო m ელექტრონის მასა.

$$\text{აქედან: } v = \sqrt{\frac{4\hbar R}{m}} = 2 \sqrt{\frac{\hbar R}{m}} = 3.1 \cdot 10^6 \text{ მ/წმ.}$$

4. ამოცანა

განვსაზღვროთ როგორ შეიცვლება ელექტრონის ბმის ენერგია წყალბადის ატომში, როცა გამოსხივდება ფოტონი ტალღის სიგრძით $\lambda = 486.15 \text{ მ} = 486.1 \cdot 10^{-9} \text{ მ}$.

$Z = 1$ $\lambda = 486.1 \cdot 10^{-9} \text{ მ}$ $\Delta E = ?$	$\Delta E = E_n - E_m = h\nu$ $\nu = c/\lambda, \Delta E = (h \cdot c)/\lambda$
---	--

$$\text{გაიზრდება } \Delta E = \frac{h = 6.63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{486.1 \cdot 10^{-9} \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}} \text{ ევ} = 2.56 \text{ ევ-ით.}$$

5. ამოცანა

გამოვთვალოთ რიდბერგის მუდმივა R , თუ ცნობილია, რომ H_e^+ იონებისთვის ბალმერისა და ლაიმანის სერიების მეწინავე ხაზების ტალღის სიგრძეებს შორის სხვაობა $\Delta\lambda = 133.75 \text{ მ}$ -ის ტოლია.

$$\lambda_{\text{ლ}} = \frac{2\pi c}{Z^2 R \left(1 - \frac{1}{2^2}\right)}; \lambda_{\text{ბ}} = \frac{2\pi c}{Z^2 R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right)}$$

$$\Delta\lambda = \lambda_{\text{ბ}} - \lambda_{\text{ლ}} = \frac{2\pi c}{Z^2 R} \left(\frac{36}{5} - \frac{4}{3}\right) = \frac{176 \pi c}{15 R}; R = \frac{176 \pi c}{15 \Delta\lambda} = 2.07 \cdot 10^{16} \text{ წმ}^{-1}$$

ატომური სპექტროსკოპია, ამოცანები

1. ამოცანა

რამდენ სპექტრალურ ხაზს გამოასხივებს ატომური წყალბადი, რომელიც მე- n ენერგეტიკულ დონეზეა აღზნებული?

რადგან კასკადური გადასვლები შესაძლებელია ყველა შესაძლო ქვედა დონეზე

n - დან შესაძლებელია გადასვლა $n - 1$ ქვედა დონეზე.

$n - 1$ -ე დონიდან $n - 2$ -ზე

.

.

2-1 ზე

გამოვთვალოთ არითმეტიკული პროგრესიის ჯამი, როცა $a_1 = 1$, $a_n = n - 1$, $d = 1$ სულ გვექნება $\frac{a_1 + a_n}{2}(n - 1)$ რადგან პროგრესიის წევრთა რაოდენობა არის $(n - 1)$.

საბოლოოდ გვექნება $\frac{n}{2}(n - 1)$.

2. ამოცანა

განსაზღვრეთ, რომელი სპექტრალური ხაზები წარმოიშობიან ატომური წყალბადის გამოსხივების სპექტრში, ატომზე ულტრაიისფერი $\lambda = 95\text{ნმ}$ გამოსხივების ურთიერთქმედებისას.

მოგ.:

$$Z = 1$$

$$\lambda = 95\text{ნმ}$$

$$h = 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ჯ} \cdot \text{წმ}$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{მ/წმ}$$

$$\text{ქვანტის ენერგია } \varepsilon = \frac{hc}{\lambda},$$

$$\text{აქედან } E_2 = E_1 + \varepsilon$$

$E_1 = -13.6$ ევ ელექტრონის ბმის ენერგიაა წყალბადის ატომის ძირითად მდგომარეობაში.

$$E_2 = \frac{1}{n^2} E_1$$

$$\text{აქედან } n = \sqrt{\frac{E_1}{E_2}}, \quad \lambda_n = \frac{c}{R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)}, \quad n = n, n - 1, n - 2, \dots$$

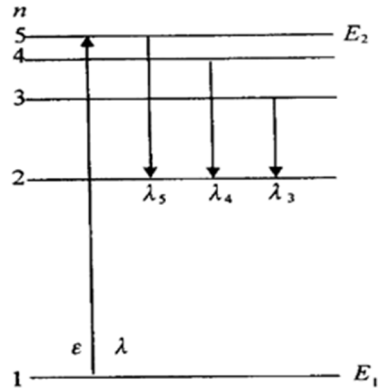
გამოთვლები:

$$\varepsilon = \frac{h = 6.63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{95 \cdot 10^{-9} \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}} \text{ ევ} = 13.1 \text{ ევ}$$

$$E_2 = -13.6\text{ევ} + 13.1\text{ევ} = -0.5\text{ევ}$$

$$\sqrt{\frac{E_1}{E_2}} = \sqrt{\frac{-13.6}{-0.5}} \geq 5 \quad n = 5 \text{ მაშინ}$$

$$\lambda_5 = 4345\text{მ}, \lambda_4 = 4865\text{მ}, \lambda_3 = 6565\text{მ},$$



3. ამოცანა

რა სიდიდის ტალღის სიგრძეების გამოსხივება დაფიქსირდება, როცა წყალბადის ატომს აღვაგზნებთ 12.5ევ ენერგიის ელექტრონებით?

მოგ.: $E_e = 12.5\text{ევ}$; $h = 6.63 \cdot 10^{-34}\text{ჯ} \cdot \text{წმ}$, $1\text{ევ} = 1.6 \cdot 10^{-19}\text{ჯ}$, $R' = 1.1 \cdot 10^7\text{მ}^{-1}$

ძირითად მდგომარეობაში ელექტრონის ბმის ენერგია $E_1 = -13.6\text{ევ}$.

$$E_n \approx E_1 + E_e = -13.6 + 12.5 = -1.1(\text{ევ})$$

n – სტაციონალურ მდგომარეობაში ელექტრონის ბმის ენერგია ტოლია:

$$E_n = E_1 \frac{1}{n^2}; \quad n^2 = \frac{E_1}{E_n}, \quad n \approx \sqrt{\frac{E_1}{E_n}} = \sqrt{\frac{-13.6}{-1.1}} = 3.52 \text{ ე.ი. ელექტრონების დაჯახებით}$$

ხდება $n = 3$ დონის აგზნება. ცხადია ამ შემთხვევაში გვექნება გადასვლები დონეებს შორის $3 \rightarrow 1$,

$3 \rightarrow 2$ და $2 \rightarrow 1$. ანუ გვექნება ორი ლაიმანიის სერიის ხაზი, რომელთაც შეესაბამება გადასვლები $2 \rightarrow 1$ და $3 \rightarrow 1$ და კიდევ ერთი ბალმერის სერიის მოწინავე ხაზი, რომელსაც შეესაბამება $3 \rightarrow 2$.

$$\frac{1}{\lambda} = R' \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right); \quad \lambda = \frac{1}{R' \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)}$$

$$\lambda_1 = \frac{1}{R' \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right)} = 122 \text{ ნმ}$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{R' \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2} \right)} = 102 \text{ ნმ}$$

$$\lambda_3 = \frac{1}{R' \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right)} = 656 \text{ ნმ}$$

4. ამოცანა

განვსაზღვროთ სპექტრალური ხაზის ტალღის სიგრძე, რომელიც შეესაბამება ელექტრონის გადასვლას წყალბადის ატომში მე-6 ორბიტიდან მე-2 ორბიტაზე.

მოც.: $m = 2; n = 6; R' = 1.097 \cdot 10^7 \text{ მ}^{-1}$.

ვიპოვოთ: λ

ამოხსნა. ფოტონის ტალღის სიგრძე λ წყალბადის ატომში გამოსხივებისას გამოისახება ბალმერის განზოგადოებული ფორმულით

$$\frac{1}{\lambda} = R' \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

სადაც R' - რიდბერგის მუდმივაა, m და n ნომრებია ორბიტების, რომელთა შორისაც გადადის ელექტრონი. ამ ფორმულიდან გამომდინარეობს, რომ

$$\lambda = \frac{1}{R' \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)}; \lambda = \frac{1}{1.097 \cdot 10^7 \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{36} \right)} \simeq 4.1 \cdot 10^{-7} (\text{მ})$$

5. ამოცანა

განვსაზღვროთ ფოტონების უდიდესი და უმცირესი ტალღის სიგრძეების მნიშვნელობები გამოსხივების ლაიმანის, ბალმერისა და პაშენის წყალბადის სერიებში.

მოც.: $R' = 1.097 \cdot 10^7 \text{ მ}^{-1}$.

ვიპოვოთ $\therefore \lambda_{1max}, \lambda_{1min}, \lambda_{2max}, \lambda_{2min}, \lambda_{3max}$.

ამოხსნა.

$$\frac{1}{\lambda} = R' \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad \text{აღ} \quad \lambda = \frac{1}{R' \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)}$$

ლაიმანის სერიაში ყველა გადასლა რეალიზდება $m = 1$ ორბიტაზე $m = 1; n = 2, 3, 4, \dots, \infty$.

შესაბამისად გვექნება:

$$\lambda_{1max} = \frac{1}{R' \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right)} \simeq 0.122 \text{ მკმ}$$
$$\lambda_{1min} = \frac{1}{R' \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{\infty} \right)} = \frac{1}{R'} \simeq 0.091 (\text{მკმ})$$

ბალმერის სერიაში ყველა გადასვლა რეალიზდება დონეზე $m = 2$;
 $n = 3, 4, 5, \dots, \infty$.

$$\lambda_{1max} = \frac{1}{R' \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right)} \simeq 0.656 \text{ მკმ}$$

$$\lambda_{1min} = \frac{1}{R' \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{\infty} \right)} = \frac{1}{R'} \simeq 0.365 \text{ (მკმ)}$$

პაშენის სერიაში ყველა გადასვლა რეალიზდება დონეზე $m = 3$;
 $n = 4, 5, 6, \dots, \infty$.

$$\lambda_{1max} = \frac{1}{R' \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} \right)} \simeq 1.88 \text{ მკმ}$$

$$\lambda_{1min} = \frac{1}{R' \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{\infty} \right)} = \frac{1}{R'} \simeq 0.82 \text{ (მკმ)}$$

6. ამოცანა

რომელ ხაზებს შეიცავს ატომური წყალბადის შთანთქმის სპექტრი 94.5 ნმ-დან 122.0 ნმ-მდე ტალღის სიგრძეთა დიაპაზონში? $R' = 1.097 \cdot 10^7 \text{ მ}^{-1}$

ამოხსნა

შთანთქმის და გამოსხივების სპექტრი ერთიდაიგივეა
 ეს ხაზები შეესაბამებოდა ლაიმანის სერიას

$$\frac{1}{\lambda} = R' \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{n^2} \right)$$

როცა $n = 2$ გვექნება $\lambda = 121.16 \text{ ნმ}$

როცა $n = 3$ გვექნება $\lambda = 102.26 \text{ ნმ}$

როცა $n = 4$ გვექნება $\lambda = 96.96 \text{ ნმ}$

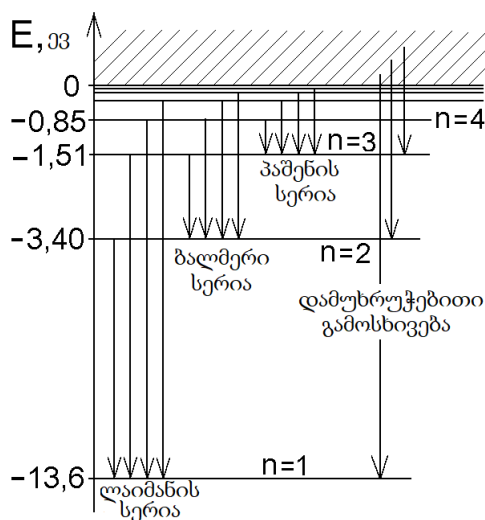
როცა $n = 5$ გვექნება $\lambda = 94.64 \text{ ნმ}$

როცა $n = 6$ გვექნება $\lambda = 93.45 \text{ ნმ}$

ანუ 94.5 ნმ-დან 122.0 ნმ-მდე ტალღის სიგრძეთა არეში ხვდება 4 ხაზი 121.16, 102.26, 96.96, 94.64 ნმ

7. ამოცანა

რამდენჯერ მცირეა ბალმერის სერიის მაქსიმალური სიდიდის ტალღის სიგრძე, პაშენის სერიის მინიმალური სიდიდის ტალღის სიგრძეზე?



წყალბადის ატომის გამოსხივების სერიები

ბალმერის სერიაში ენერგიის მინიმალური ცვლილება შეესაბამება გადასვლას

$n_2 = 3 \rightarrow n_1 = 2$ და შესაბამისად, ბალმერის სერიის მაქსიმალური სი-
დიდეს ტალღის სიგრძე გამოითვლება შემდეგი გზით:

$$\lambda_{max} = \frac{2\pi c}{\omega} = \frac{2\pi c\hbar}{E_{n_2} - E_{n_1}} = \frac{2\pi c\hbar}{\left(\frac{|E_1|}{n_1^2} - \frac{|E_1|}{n_2^2}\right)} = \frac{2\pi c\hbar}{|E_1| \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right)} = \frac{2\pi c\hbar}{|E_1|} \cdot \frac{36}{5}$$

ყველაზე დიდი სიდიდის ენერგეტიკულ გადასვლის მნიშვნელობას პაშენის სერიაში შეესაბამება გადასვლა $n_2 = \infty \rightarrow n_1 = 3$ და გამოსხივებუ-
ლი ტალღის სიგრძის მინიმალური მნიშვნელობა

$$\lambda_{min} = \frac{2\pi c}{\omega} = \frac{2\pi c\hbar}{E_{n_2} - E_{n_1}} = \frac{2\pi c\hbar}{\left(\frac{|E_1|}{n_1^2} - \frac{|E_1|}{n_2^2}\right)} = \frac{2\pi c\hbar}{|E_1| \left(\frac{1}{3^2}\right)} = 9 \cdot \frac{2\pi c\hbar}{|E_1|}$$

$$\text{აქედან გამომდინარე } \frac{\lambda_{min}}{\lambda_{max}} = \frac{9}{36/5} = 1.25.$$

8. ამოცანა

წყალბადის ატომის, ლაიმანის სერიის, სპექტრალური ხაზის მაქსიმა-
ლური სიგრძეა $\lambda_{Lyman} = 0.12\text{მკმ}$. ჩავთვალოთ, რომ არ ვიცით რიდბერგის
მუდმივის სიდიდე და განვსაზღვროთ ბალმერის სერიის ტალღის სი-
გრძის მაქ-სიმალური მნიშვნელობა.

მოც.:

$$\lambda_{Ly\max} = 0.12\text{მკმ} = 1.2 \cdot 10^{-7}\text{მ}$$

$$m_{Ly} = 1; m_b = 2$$

$$\lambda_{b\max} = ?$$

$$\frac{1}{\lambda} = R' \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right); \quad \frac{1}{\lambda_{Ly}} = R' \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right); \quad \frac{1}{\lambda_b} = R' \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right);$$

$$\frac{1}{\lambda_{Ly\max}} = R' \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right); \quad \frac{1}{\lambda_{b\max}} = R' \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right)$$

$$\text{აქედან მივიღებთ } \lambda_{b\max} = \lambda_{Ly\max} \frac{\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right)}{\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right)} = 0.648 \text{ მკმ.}$$

9. ამოცანა

წყალბადის ატომის რამდენი ხაზი ხვდება გამოსხივების ხილულ არეში ($\lambda = 0.4 \div 0.76\text{მკმ}$) და მივუთითოთ მათი ფერი.

მოც.: $0.4 \leq \lambda \leq 0.76\text{მკმ}; R' = 1.097 \cdot 10^7\text{მ}^{-1}$.

ვიპოვოთ λ .

ამოხსნა. წყალბადის ატომის გამოსხივების სპექტრალური ხაზების მნიშვნელობები განისაზღვრება ფორმულიდან

$$\frac{1}{\lambda} = R' \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right)$$

სადაც $n = 1, 2, 3, \dots, k = n + 1, n + 2 \dots$

ამ ხაზების ტალღის სიგრძეები იქნება:

$$\lambda_1 = \frac{1}{R' \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right)} \simeq 656\text{ნმ, წითელი ხაზი}$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{R' \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2} \right)} \simeq 486\text{ნმ, ლურჯი ხაზი}$$

$$\lambda_3 = \frac{1}{R' \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{5^2} \right)} \simeq 434\text{ნმ, იისფერი ხაზი}$$

$$\lambda_4 = \frac{1}{R' \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{6^2} \right)} \simeq 410\text{ნმ, იისფერი ხაზი}$$

10. ამოცანა

წყალბადის უძრავმა M მასის ატომმა გამოასხივა ფოტონი, რომელიც ლაიმანის სერიის მეწინავე ხაზს შეესაბამება. რა სიჩქარეს შეიძენს უკუდემული ატომი?

ამოხსნა:

უძრავი წყალბადის ატომის სისტემაში იმპულსისა და ენერგიის შენახვის კანონებიდან გამომდინარე გვექნება:

$$0 = \vec{P}_\gamma + \vec{P}_H$$

$$h\nu = c|\vec{P}_\gamma| + P_H^2/2M$$

სადაც $h\nu = E_2 - E_1 = \frac{3}{4}\hbar R = \frac{3}{4} \cdot 13.6\text{ევ}$, აქედან:

$$\text{ცხადია, რომ } |\vec{P}_\gamma| = |\vec{P}_H|, P_H^2 + 2McP_H - \frac{3}{2}M\hbar R = 0$$

$$(P_H + Mc)^2 = M^2c^2 + \frac{3}{2}M\hbar R$$

$$P_H = -Mc + \sqrt{M^2c^2 + \frac{3}{2}M\hbar R} = -Mc + Mc \left(1 + \frac{3}{2Mc^2}\hbar R\right)^{1/2}$$

წევრი $\left(1 + \frac{3}{2Mc^2}\hbar R\right)^{1/2}$ გამოსახულებაში გავშალოთ მწკრივად და შევი-ნარჩუნოთ პირველი ორი წევრი. მაშინ გვექნება

$$P_H = -Mc + Mc \left(1 + \frac{3}{4Mc^2}\hbar R\right) = \frac{3\hbar R}{4c} = \frac{3 \cdot 13.6\text{ ევ}}{4c} = Mv_H$$

თუ გავითვალისწინებთ, რომ $\frac{P_H^2}{2M} \ll cP_\gamma$, მაშინ

$$v_H = \frac{3\hbar R}{4Mc} = 3.3 \cdot 10^{-6}\text{მ/წმ}$$

11. ამოცანა

წყალბადის უძრავმა M მასის ატომმა გამოასხივა ფოტონი, რომელიც ლაიმანის სერიის მეწინავე ხაზს შეესაბამება. იპოვეთ, რამდენი პროცენტით განსხვავდება გამოსხივებული ფოტონის ენერგია წყალბადის ატომში შესაბამისი გადასვლის ენერგიისაგან?

ჩვენ გვაქვს

$$\mathcal{E} = \frac{3}{4}\hbar R \text{ და } \mathcal{E}' \cong \frac{3}{4}\hbar R - \frac{1}{2M} \left(\frac{3}{4}\hbar R/c\right)^2$$

$$\frac{\mathcal{E} - \mathcal{E}'}{\mathcal{E}} = \frac{3\hbar R}{8Mc^2} = \frac{v_H}{2c} = 5.5 \cdot 10^{-9}; 0.55 \cdot 10^{-6}\%$$

12. ამოცანა

იპოვეთ წყალბადის ატომის უწყვეტი სპექტრის სიჩქარე, თუ მათი მოძრაობის მიმართულებისადმი $\vartheta = 45^\circ$ -იანი კუთხით გამოსხივების დაკვირვების დროს ლაიმანის სერიის მეწინავე ხაზის ტალღის სიგრძე აღმოჩნდა $\Delta\lambda = 0.20$ ნმ-ით წანაცვლებული. ცხადია ეს წანაცვლება დაკავშირებულია დოპლერ ეფექტთან.

ამოხსნა:

$$\text{რადგან } \Delta\lambda(0.20) \ll \lambda(1215\text{მ})$$

$$\omega' = \frac{\omega}{1 - \beta \cos \vartheta}; \quad \beta = \frac{v}{c}$$

$$\text{აქედან } 1 - \beta \cos \vartheta = \frac{\omega}{\omega'} = \frac{\lambda'}{\lambda}$$

$$\text{ან } \beta \cos \vartheta = 1 - \frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$$

$$\text{მაგრამ } \omega = \frac{3}{4}R, \quad \text{აქედან } \lambda = \frac{2\pi c}{\omega} = \frac{8\pi c}{3R}$$

$$v = c\beta = \frac{3R\Delta\lambda}{8\pi \cos \vartheta}$$

$$\text{ჩავსვით } \left(\cos \vartheta = \frac{1}{\sqrt{2}}\right), \text{ მივიღებთ } v = 7.0 \cdot 10^5 \text{მ/წმ}$$

13. ამოცანა

რა მინიმალური კინეტიკური ენერგიით უნდა მოძრაობდეს წყალბადის ატომი, რომ უძრავ წყალბადთან არადრეკადი ცენტრალური დაჯახებისას ერთ ერთმა მათგანმა გამოასხივოს ფოტონი? იგულისხმება, რომ დაჯახებამდე ორივე ატომი ძირითად მდგომარეობაში იმყოფებოდა.

$$H + H \rightarrow H + H^* \rightarrow H + H + h\nu$$

ფოტონის გამოსხივებას ადგილი ექნება იმ შემთხვევაში, თუ მოხდება ერთერთი ატომის აგზნება პირველ აგზნებულ მდგომარეობაში $n = 2$. დავუშვათ ატომების სიჩქარეებია v_1 და v_2 შესაბამისად, ხოლო წყალბადის ატომის მასაა $m_1 = m_2 = m$,

ამ ამოცანის ამოხსნა მარტივია თუ გადავალთ მასათა ცენტრის სისტემაში:

ამ შემთხვევაში დაყვანილი მასაა $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} = \frac{m}{2}$, რეაქციის ზღურბლური ენერგია(ენერგია, რომელიც გადადის არადრეკად არხში) კლასიკურ მიახ-

ლოებაში $Q = \mu \frac{v^2}{2}$, სადაც v დამჯახებული ნაწილაკების ფარდობით სიჩქარეა პირველი ატომისა მეორის მიმართ. თუ ჩავთვლით, რომ მეორე ატომი გაჩერებულია, მაშინ $Q = \frac{M}{4} v^2 = \frac{1}{2} T$. კინეტიკური ენერგიის მინიმალური მნიშვნელობის საპოვნელად საჭიროა ზღურბლური ენერგია გავუტოლოთ ატომში ელექტრონის აგზნების ენერგიას 10.2ევ. ანუ $T = 2Q = 20.4$ ევ.

ეგ ზოტიკური ატომები

14. ამოცანა

გამოვიყენოთ ბორის თეორია წყალბადის მეზოატომისთვის (წყალბადის მეზოატომში ელექტრონი შეცვლილია მიუონით. მიუონის მუხტი ელექტრონის მუხტის ტოლია, ხოლო მასა 207-ჯერ მეტია ელექტრონის მასაზე) და განვსაზღვროთ 1) მეზოატომის პირველი ორბიტის რადიუსი ; 2) მეზოატომის იონიზაციის ენერგია.

$$Z = 1, \quad n = 1 \quad \frac{mv^2}{r} = \frac{ZQ^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \quad mvr = n\hbar$$

$$Q = e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{კ} \quad r_n = n^2 \frac{\hbar^2 \cdot 4\pi\epsilon_0}{mZQ^2}, \quad n = 1, 2, \dots,$$

$$m = 207m_e \quad n = 1, Z = 1 \quad r_1 = \frac{\hbar^2 \cdot 4\pi\epsilon_0}{mQ^2}.$$

$$1) r_1 - ? \quad 2) E_i - ? \quad E_i = E_\infty - E_1, \quad E_1 = -\frac{Z^2 m Q^4}{8h^2 \epsilon_0^2}, \quad Z = 1, E_\infty = 0, E_i = \frac{m Q^4}{8h^2 \epsilon_0^2}$$

$$1) r_1 = 0.254 \text{პმ} = 254 \text{ფმ} \quad 2) E_i = 2.8 \text{კევ}$$

ცხრილი – ნაწილაკების უძრაობის მასები მევ-ში

ნაწილაკი	P (პროტონი)	n (ნეიტრონი)	$e^\pm$ (ელექტრონი და პოზიტრონი)	$\mu^\pm$ (მიუ- მეზონი)	$\pi^\pm$ (პი-მეზონი)
mc^2 (მევ)	938.7	939.57	0.511	105.658	139.658

$$E_1 = -\frac{(m_e c^2)}{2} \cdot \left(\frac{e^2}{\hbar c}\right) = 13.6 \text{ევ}$$

სინამდვილეში, ფორმულაში ელექტრონის მასის მაგივრად უნდა იყოს დაყვანილი მასა

$$\mu = \frac{m_e \cdot m_p}{m_e + m_p},$$

რადგან $m_e \ll m_p, \mu = m_e = 0.511\text{მევ}, \mu_{\text{მეზ}} = \frac{105,66 \cdot 938,27}{105,66 + 938,27} = 94.966\text{მევ}.$

ამრიგად წყალბადის მეზოატომისთვის იონიზაციის ენერგია

$$E_{i\text{მეზ}} = \left(\frac{\mu_{\text{მეზ}}}{\mu} \right) \cdot 13.6\text{ევ} \approx 2.53\text{კევ}.$$

წყალბადისმაგვარი სისტემები

წყალბადისმაგვარია ჰელიუმის, ლითიუმის და ბორის H_e^+, Li^{++}, B^{+++} იონები რომელთა ბირთვულ ველში იმყოფება ერთი ელექტრონი და კარგად აღიწერებიან ბორის ატომური თეორიის საფუძველზე

1. ამოცანა

იპოვეთ წყალბადისმაგვარი H_e^+ იონის აგზნებული მდგომარეობის შესაბამისი კვანტური რიცხვი n , თუ ძირითად მდგომარეობაში გადასვლისას ამ იონმა თანამიმდევრულად გამოასხივა $\lambda_1 = 108.5\text{ნმ}$ და $\lambda_2 = 30.4\text{ნმ}$ ტალღის სიგრძის შესაბამისი ორი ფოტონი.

ამოხსნა: თუკი λ_1 და λ_2 თანამიმდევარი-კასკადური გადასვლის შესაბამისი ტალღის სიგრძეებია მაშინ:

აგზნებული მდგომარეობის შესაბამისი ენერგია უნდა იყოს:

$$E_n = E_1 + \frac{2\pi c\hbar}{\lambda_1} + \frac{2\pi c\hbar}{\lambda_2}$$

მაგრამ $E_1 = -4E_H$ და $E_n = -\frac{4E_H}{n^2}$ საიდანაც მივიღებთ:

$$-\frac{4E_H}{n^2} = -4E_H + \frac{2\pi c\hbar}{\lambda_1} + \frac{2\pi c\hbar}{\lambda_2}$$

$$4E_H = \frac{4E_H}{n^2} + \frac{2\pi c\hbar}{\lambda_1} + \frac{2\pi c\hbar}{\lambda_2}$$

$$n^2 = \frac{E_H}{E_H - \frac{\pi c\hbar}{2} \left(\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} \right)}$$

რიცხვითი მნიშვნელობების ჩასმის შემდეგ მივიღებთ:

$$n^2 \approx 23 \text{ ანუ } n = 5$$

2. ამოცანა

იპოვეთ წყალბადისმაგვარი იონი, რომლის ბალმერისა და ლაიმანის სერიების მეწინავე ხაზების ტალღის სიგრძეებს შორის სხვაობა $\Delta\lambda = 59.35\text{მმ-ია}.$

ზორის თეორიიდან გამომდინარე m დონიდან n დონეზე გადასვლისას გამოსხივებული კვანტის ენერგია მოიცემა შემდეგი ფორმულით:

$$h\nu = \hbar\omega = Z^2 R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right).$$

აქედან მივიღებთ

$$\lambda_{\infty} = \frac{2\pi c}{Z^2 R \left(1 - \frac{1}{2^2} \right)}; \lambda_{\infty} = \frac{2\pi c}{Z^2 R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right)}$$

$$\Delta\lambda = \lambda_{1\infty} - \lambda_{1\infty} = \frac{2\pi c}{Z^2 R} \left(\frac{36}{5} - \frac{4}{3} \right) = \frac{176}{15Z^2} \frac{\pi c}{R}; R = \frac{176\pi c}{15Z^2 \Delta\lambda} = 2.07 \cdot 10^{16} \text{წმ}^{-1}.$$

$$\text{აქედან } Z = \sqrt{\frac{176}{15\Delta\lambda} \frac{\pi c}{R}}.$$

რიცხვითი მნიშვნელობების ჩასმის შემდეგ მივიღებთ: $Z = 3$ ანუ წყალბადისმაგვარ ატომს წარმოადგენს L_i^{++} .

3. ამოცანა

იპოვეთ ელექტრონის ბმის ენერგია იმ წყალბადისმაგვარ იონების ძირითად მდგომარეობაში, რომელთა სპექტრში ბალმერის სერიის მესამე ხაზის ტალღის სიგრძეა 108.5 ნმ.

ამოხსნა:

$$\hbar\omega = Z^2 R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$$

ბალმერის სერიის მესამე ხაზი შეესაბამება გადასვლას $m = 5$ -დან დონეზე $n = 2$

$$\lambda_{\infty} = \frac{2\pi c}{Z^2 R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{5^2} \right)} Z = \sqrt{\frac{200}{21\lambda} \frac{\pi c}{R}}$$

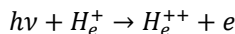
რიცხვების ჩასმა გვაძლევს $Z = 2$ ესაა წყალბადისმაგვარი ატომი H_e^+ ბმის ენერგია ძირითად მდგომარეობაში ტოლია $E_{\infty} = Z^2 E_H = 4 \cdot 13.6 \text{ევ} = 54.6 \text{ევ}$

4. ამოცანა

იპოვეთ ძირითად მდგომარეობაში მყოფი, უძრავი H_e^+ იონებიდან $\lambda = 18.05 \text{ნმ}$ ტალღის სიგრძის ელექტრომაგნიტური გამოსხივებით ამოგლეჯილი (ფოტოეფექტის პროცესში) ფოტო-ელექტრონების სიჩქარე.

ამოხსნა:

განვიხილავთ ფოტოიონიზაციის პროცესს



ენერგიის შენახვის კანონიდან

$$h\nu + M_{H_e^+}c^2 = M_{H_e^{++}}c^2 + m_e c^2 + T_e + E_{\text{ბმ}}$$

$$M_{H_e^+}c^2 = M_{H_e^{++}}c^2 + m_e c^2$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{hc}{\lambda} - E_{\text{ბმ}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2}{m} \left(\frac{hc}{\lambda} - E_{\text{ბმ}} \right)}$$

ამოხსნის პროცესში H_e^{++} იონის უკუცემის ენერგია უგულველყოფილია საბოლოოდ მივიღებთ $v = 2.25 \cdot 10^6 \text{ მ/წმ}$.

ატომის კვანტური რიცხვები

1. ამოცანა

ელექტრონი ატომში იმყოფება d მდგომარეობაში. განვსაზღვროთ: 1) ელექტრონის იმპულსის მომენტი (ორბიტალური) L_l ; 2) იმპულსის მომენტის პროექციის მაქსიმალური მნიშვნელობა $L_{lz\text{max}}$ გარე მაგნიტური ველის z მიმართულებაზე.

მოც:

ამოხსნა:

d – მდგომარეობა

$l = 2$

1) L_l –?

2) $L_{lz\text{max}}$ –?

$$L_l = \hbar \sqrt{l(l+1)}, l = 2, L_l = \hbar \sqrt{6},$$

$$m_l = 0, \pm 1, \pm 2$$

$$m_{l\text{max}} = 2, L_{lz} = \hbar m_l, L_{lz\text{max}} = 2\hbar.$$

პასუხი: 1) $L_l = \hbar \sqrt{6} = 2,45\hbar, L_{lz\text{max}} = 2\hbar$.

2. ამოცანა

განვსაზღვროთ ელექტრონული კუთხური მომენტის რიცხვითი მნიშვნელობა : 1) L_s – სპინური მომენტის; 2) სპინის პროექციის L_{sz} გარე მაგნიტური ველის z მიმართულებაზე.

ამოხსნა:

$$L_s = \hbar \sqrt{s(s+1)}, \quad s = \frac{1}{2}, L_s = \hbar \sqrt{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}+1)} = \hbar \sqrt{\frac{3}{4}} = 9.09 \cdot 10^{-35} \text{ჯ} \cdot \text{წმ};$$

$$L_{sz} = \hbar m_s, m_s = \pm \frac{1}{2}, L_{sz} = \pm \hbar \frac{1}{2} = \pm 5.25 \cdot 10^{-35} \text{ჯ} \cdot \text{წმ}.$$

3. ამოცანა

შევსებულ ელექტრონულ გარსს შეესაბამება მთავარი კვანტური რიცხვი $n = 3$. განვსაზღვროთ ელექტრონების რიცხვი ამ გარსში, რომელთაც აქვთ ერთნაირი კვანტური რიცხვები: $m_s = -\frac{1}{2}, m_l = 0, m_l = -1, m_s = \frac{1}{2}$.

მოგ.:

$n = 3$	$\left \begin{array}{l} l = 0, m_l = 0, m_s = \pm 1/2; \\ l = 1, m_l = 0, \pm 1, m_s = \pm 1/2; \\ l = 2, m_l = 0, \pm 1, \pm 2, m_s = \pm 1/2 \end{array} \right.$
1) $m_s = -1/2, m_l = 0$	
2) $m_s = 1/2, m_l = -1$	
$N = ?$	

პასუხი: $m_s = -1/2, N = 9; m_l = 0, N = 6; m_l = -1, m_s = 1/2, N = 2$.

4. ამოცანა

ჩავწეროთ კვანტური რიცხვები, რომლებიც განსაზღვრავენ ვალენტურ ელექტრონს ნატრიუმის ატომის ძირითად მდგომარეობაში.

ამოხსნა:

$$^{11}\text{Na}: 1s^2 2s^2 2p^6 3s$$

სავალენტო ელექტრონი: $n = 3, l = 0, m_l = 0, m_s = \pm 1/2$

რენტგენის გამოსხივება-მიმოხილვა

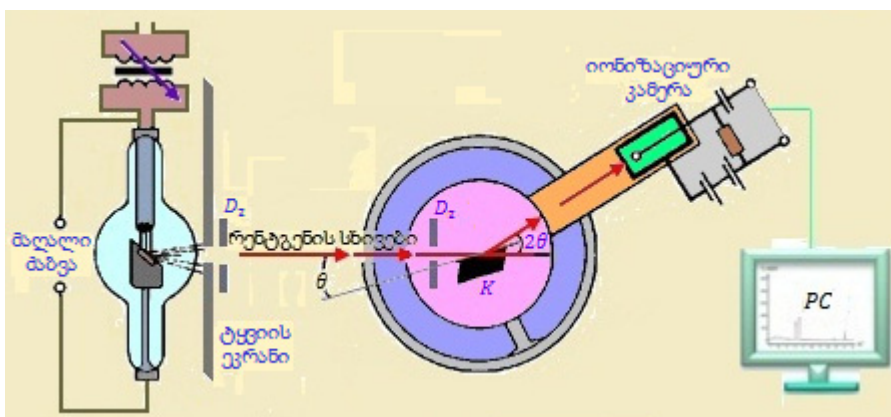
რენტგენის სხივები. რენტგენის სხივები მიიღება სწრაფი ელექტრონების კინეტიკური ენერგიის, ელექტრომაგნიტური გამოსხივების ენერგიად გარდაქმნის შედეგად და წარმოადგენენ $0.1\text{\AA} \div 100\text{\AA}$ სიგრძის ელექტრომაგნიტურ ტალღებს.

1. ცხრილში ნაჩვენებია, თუ როგორი ადგილი უჭირავს რენტგენის სხივებს, ელექტრომაგნიტური ტალღების სკალაზე. სხვადასხვა სახის ელექტრომაგნიტური ტალღებს შორის მოცემული საზღვრები საკმაოდ პირობითია. რენტგენის სხივები აღმოჩენილი იქნა გერმანელი მეცნიერის ვ. რენტგენის (1845-1923) მიერ 1895წ-ს, კათოდური სხივების შესწავლისას.

რენტგენის სხივები მიიღება მაღალი ვაკუუმის ($\sim 10^{-6}$ მმ ვწყ. სვ.) რენტგენის მილაკის საშუალებით (ნახ. 1).

ცხრილი

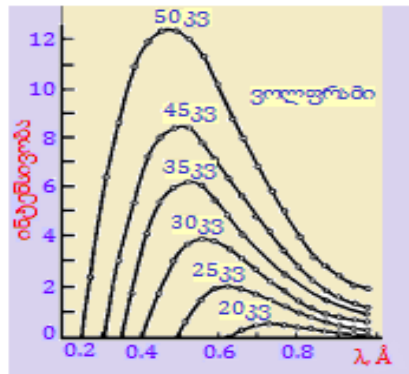
გამოსხივების სახეები	ტალღის სიგრძე, სმ	ტალღის სიხშირე, ჰც
გამა-გამოსხივება	10^{-9}	$> 3 \cdot 10^{19}$
რენტგენის გამოსხივება	$10^{-9} \div 10^{-6}$	$3 \cdot 10^{19} \div 3 \cdot 10^{16}$
ულტრაიისფერი გამოსხივება	$10^{-6} \div 10^{-5}$	$3 \cdot 10^{16} \div 7.5 \cdot 10^{16}$
ხილული გამოსხივება	$4 \cdot 10^{-5} \div 7.7 \cdot 10^{-6}$	$7.5 \cdot 10^{14} \div 4 \cdot 10^{14}$
ინფრაწითელი გამოსხივება	$7.7 \cdot 10^{-6} \div 7.7 \cdot 10^{-2}$	$4 \cdot 10^{14} \div 3 \cdot 10^{12}$
რადიოტალღები	$> 10^{-2}$	$< 3 \cdot 10^{12}$



ნახ. 1.

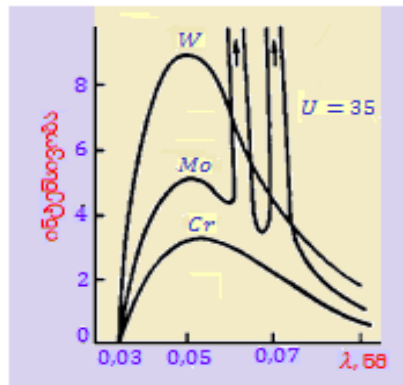
მილაკი შედგება სამი ნაწილისაგან: მინის, ან, ლითონის კორპუსისაგან, კათოდისაგან, რომელიც წარმოადგენს ელექტრონების წყაროს და ანოდისაგან. ანოდს ხშირად ანტი-კათოდს უწოდებენ. კათოდსა და ანოდს შორის მოდებულია ძლიერი ელექტრული ველი, რომლის საშუალებითაც ხდება ელექტრონების აჩქარება ($10^4 \div 10^5$)ევ ენერგიამდე. არსებობს ორი ტიპის რენტგენის სხივები. ერთია, დამუხრუჭებითი რენტგენის გამოსხივება, რომელიც წარმოიშობა ელექტრონების ანტიკათოდზე დაჯახებისას და რომლის თვისებები არ არის დამოკიდებული ანტიკათოდის მასალაზე, და განისაზღვრება მხოლოდ მილაკზე ძაბვის მნიშვნელობით. დამუხრუჭებითი რენტგენის გამოსხივება იძლევა უწყვეტ სპექტრს, ისევე როგორც თეთრი სინათლე. ამიტომ უწყვეტი რენტგენის გამოსხივებას, ხშირად თეთრი რენტგენის გამოსხივებას უწოდებენ. გრძელი ტალღების მხარეს,

დამუხრუჭებითი რენტგენის გამოსხივების ინტენსივობა ეცემა დამრეცად და ასიმპტოტურად მიისწრაფის ნულისაკენ. მოკლე ტალღების მხარეს, ტალღის სიგრძის რაღაც მნიშვნელობისას, ინტენსივობის მრუდი მკვეთრად ეცემა ნულამდე, რომელსაც უწყვეტ რენტგენის გამოსხივების მოკლეს-ტალღოვანი საზღვარი ეწოდება (ნახ. 2).



ნახ. 2.

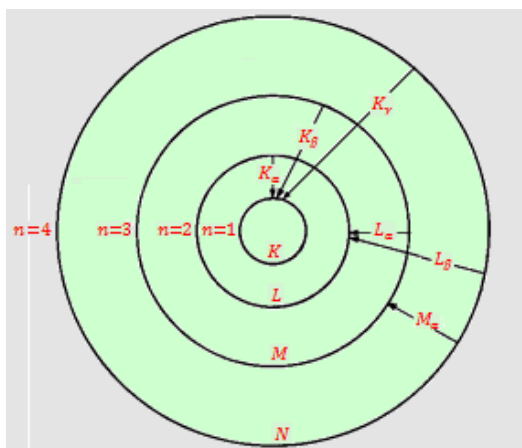
რენტგენის გამოსხივების მეორე ტიპს მიეკუთვნება ე.წ. მახასიათებელი რენტგენული გამოსხივება. ის წარმოიშობა მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როცა მილაკზე ძაბვა აღემატება რაღაც განსაზღვრულ მნიშვნელობას, რომელიც დამოკიდებულია მხოლოდ ანოდის მასალაზე (ნახ. 3).



ნახ. 3.

მახასიათებელი რენტგენული გამოსხივება მოგვაგონებს აირების ხაზოვან სპექტრს, ოპტიკურ არეში. სპექტრის შესწავლა გვიჩვენებს რომ ეს გამოსხივება დაკავშირებულია ატომში ელექტრონულ შრეებზე ელექტრონების გადასვლებთან. დაუშვათ, რომ ანოდზე დაცემული დიდი ენერგიის ელექტრონის მოქმედებით მოხდა K შრიდან ელექტრონის ამოგლეჯა, სადაც L

შრიდან გადავა ელექტრონი. ამ დროს გამოყოფილი ენერგია გამოსხივდება რენტგენის სხივების სახით. აღნიშნული გამოსხივება გვაძლევს სპექტრში K_{α} ხაზს. თუ K შრეზე განთავისუფლებულ ადგილზე გადავა ელექტრონი M შრიდან, ამ შემთხვევაშიც გამოიყოფა ენერგია რენტგენის გამოსხივების სახით, ხოლო სპექტრში მიიღება K_{β} ხაზი. ამრიგად, L , M , N და ა.შ. შრეებიდან, K შრეზე გადასვლებისას, გამოსხივდება K_{α} , K_{β} , K_{γ} , K_{δ} და ა.შ. სერიის ხაზები. როცა დაცემული ელექტრონების მოქმედებით გამოიტყორცნებიან ელექტრონები L შრიდან, განთავისუფლებულ ადგილებს შეავსებენ ელექტრონები M , N , O და ა.შ. შრეებიდან. ასეთი გადასვლებისას გამოსხივდება L_{α} , L_{β} , L_{γ} და ა.შ. სერიის ხაზები, როგორც ეს ნაჩვენებია ნახაზზე (ნახ. 4).



ნახ. 4

რენტგენის სხივებს, რომლებიც მიეკუთვნებიან K სერიას, „ხისტი“ რენტგენის სხივები ეწოდებათ, ხოლო, რომლებიც L , M , N და ა.შ. შრეებს „რბილი“. ხისტი რენტგენის სხივებს გააჩნიათ დიდი შეღწევადობის უნარიანობა.

რენტგენის კვანტების მაქსიმალური ენერგია $h\nu_{max}$, რომელიც წარმოიშობა ელექტრონების კინეტიკური ენერგიის ხარჯზე, არ შეიძლება აღემატებოდეს ამ ენერგიას – $T = eU = h\nu_{max}$, სადაც, U არის პოტენციალთა სხვაობა, რომლის ხარჯზე ელექტრონი შეიძენს T კინეტიკურ ენერგიას. აქედან შეიძლება განვსაზღვროთ მოკლესალღოვანი საზღვრის მნიშვნელობა,

$$\lambda_{min} = \frac{c}{\nu_{max}} = \frac{ch}{eU} = \frac{ch}{T} \quad (1)$$

მიღებული ფორმულა მთლიანად შეესაბამება ექსპერიმენტულ მონაცემებს და საფუძვლად უდევს პლანკის მუდმივას (h) ექსპერიმენტული განსაზღვრის ერთ-ერთ მეთოდს.

მოზლის კანონი. ელემენტთა რენტგენული სპექტრის შესწავლისას, ინ-გლისელი მეცნიერის ჰ. მოზლის (1887-1915) მიერ, ექსპერიმენტულად დადგენილი იქნა კანონი, რომელიც აკავშირებს ერთმანეთს, სპექტრის ხა-ზების სიხშირეს და ელემენტთა ატომურ ნომერს,

$$\sqrt{\nu/R} = a(z - \sigma) \quad (2)$$

სადაც, ν – გამოსხივების სიხშირეა, z – ელემენტის რიგითი ნომერი, R – რიდბერგის მუდმივა, a – მუდმივი კოეფიციენტი, σ – ეკრანირების მუდმი-ვა. (1) გამოსახულება ავიყვანოთ კვადრატში,

$$\frac{\nu}{R} = a^2(z - \sigma)^2 \quad (3)$$

აქედან,

$$\nu = Ra^2(z - \sigma)^2 \quad (4)$$

სპექტრის K სერიისათვის, $a = (3/4)^{1/2}$. რასაც თუ გავითვალისწინებთ (2) გამოსახულებაში, გვექნება

$$\nu = \frac{3}{4}R(z - \sigma)^2 = R(z - \sigma)^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (5)$$

რომელიც შეიძლება ჩავწეროთ შემდეგი სახით,

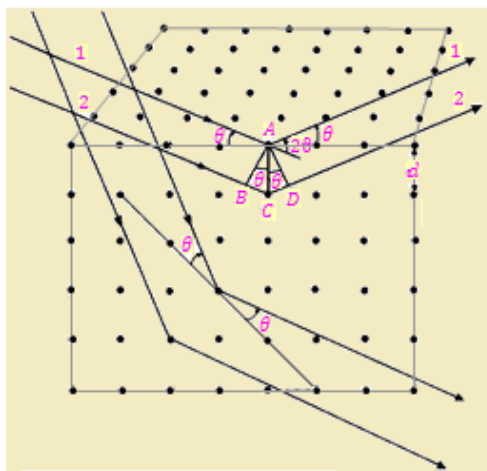
$$\nu = R(z - \sigma)^2 \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right) \quad (6)$$

სადაც, n – გვიჩვენებს სერიის ნომერს, k – გვიჩვენებს მოცემულ სერიაში სპექტრალური ხაზის რიგს. ამასთან, $k = n + 1$. K სერიისათვის, $n = 1$, $k = 2$. ხოლო, L სერიისათვის, $n = 2$, $k = 3$ და ა.შ.

რენტგენის სხივების დიფრაქცია. რენტგენის სხივებით შეიძლება და-ვაკვირდეთ დიფრაქციის მოვლენას ისევე როგორც სინათლის შემთხვევა-ში. დიფრაქციული მესრის ნაცვლად შეიძლება გამოვიყენოთ კრისტალი, რაც ხელსაყრელია იმით, რომ კრისტალში ატომთა შორის მანძილი, რენ-ტგენის ტალღის სიგრძის რიგისაა. დაუშვათ, რომ რენტგენის სხივების მო-ნოქრომატული ნაკადი ($\lambda = const$) ეცემა კრისტალს, რომლის ატომებს შო-რის მანძილია d . სიმარტივისათვის განვიხილოთ ორი სხივი, რაიმე θ კუთხით. დაცემის შემდეგ სხივები აირეკლებიან იმავე θ კუთხით (ნახ. 5).

1 და 2 სხივების შორის სვლათა სხვაობა,

$$\Delta = BC + CD = 2BC \quad (7)$$



ნახ. 5

თავის მხრივ,

$$BC = AC \sin \theta = d \sin \theta$$

ამიტომ, გვექნება,

$$\Delta = 2BC = 2d \sin \theta \quad (8)$$

იმისათვის, რომ არეკვლილმა სხივებმა მოგვეცეს ინტერფერენცია, ამისათვის სვლათა სხვაობა უნდა აკმაყოფილებდეს პირობას – $\Delta = k\lambda$, $k = 1, 2, 3, \dots$. შესაბამისად, რენტგენის სხივებს დიფრაქციისათვის გვექნება პირობა,

$$2d \sin \theta = k\lambda \quad (9)$$

რომელსაც ვულფი-ბრეგის ფორმულა ეწოდება. სადაც, d – დიფრაქციული მესერის პარამეტრია, θ – დაცემული და არეკვლილი სხივების მიერ შედგენილი კუთხე, k – დიფრაქციული მაქსიმუმების რიგი. ვულფი-ბრეგის ფორმულის გამოყენებით შეიძლება გადავწყვიტოთ შემდეგი ორი მნიშვნელოვანი ამოცანა:

1. თუ დავაკვირდებით ცნობილი ტალღის სიგრძის რენტგენის სხივების დიფრაქციას, უცნობი აგებულების კრისტალური სტრუქტურისათვის და გავზომავთ θ კუთხეს და k -ს, შეიძლება განვსაზღვროთ d , ე.ი. შეიძლება განვსაზღვროთ ნივთიერების სტრუქტურა. რაც საფუძვლად უდევს რენტგენოსტრუქტურულ ანალიზს. ვულფი-ბრეგის ფორმულა სამართლიანია ელექტრონებისა და ნეიტრონების დიფრაქციისათვისაც. ელექტრონებისა და ნეიტრონების დიფრაქციის საფუძველზე ნივთიერების სტრუქტურის განსაზღვრის მეთოდს, შესაბამისად ელექტრონოგრაფია და ნეიტრონოგრაფია ეწოდება.

2. თუ დავაკვირდებით უცნობი ტალღის სიგრძის რენტგენის სხივების დიფრაქციას კრისტალურ სტრუქტურისათვის, როცა ცნობილია d , და გავზომავთ θ კუთხეს და k -ს, შეიძლება განვსაზღვროთ დაცემული რენტგენის სხივების ტალღის სიგრძე – λ . რენტგენის სხივების ტალღის სიგრძის განსაზღვრის ეს მეთოდი საფუძვლად უდევს რენტგენოსპექტროსკოპიას.

მედიცინაში გამოიყენება 60-დან 100-120 კეV-მდე ენერგიის ფოტონების გამოსხივება რენტგენოდიაგნოსტიკის დროს, და 150-200 კეV-მდე რენტგენოთერაპიის დროს.

რენტგენის სხივების შთანთქმა და გაბნევა. რენტგენის სხივების პარალელური ნაკადი ნივთიერებაში გავლისას განიცდის შესუსტებას. რაც გამოწვეულია ორი მიზეზით. პირველია გაბნევა, როცა სხივების ნაწილი გადაიხრებიან ნაკადიდან გვერდით და გამოდიან თავდაპირველი მიმართულებიდან. ეს მოვლენა ანალოგიურია მღვრიე გარემოში ხილული სინათლის გაბნევის. მეორე მიზეზია ის, რომ რენტგენის სხივების ნაკადის შესუსტება ხდება ნამდვილი შთანთქმით, ანუ აბსორბციით, როცა ნაკადის ენერგიის ნაწილი გარდაიქმნება სითბოდ.

თუ I_0 ინტენსივობის რენტგენის სხივების მონოქრომატული ($\lambda = const$) პარალელური ნაკადი ეცემა ნივთიერებას, მაშინ მისი ინტენსივობის შესუსტება ერთგვაროვანი ნივთიერების x მონაკვეთზე განისაზღვრება თანაფარდობით,

$$I(x) = I_0 e^{-\mu x} \quad (10)$$

სადაც, μ – მუდმივას, რენტგენის სხივების ხაზოვანი შესუსტების კოეფიციენტი ეწოდება. მისი ერთეულია m^{-1} (ან, cm^{-1}). ე.ი. $x = 1/\mu$ მანძილის გავლისას რენტგენის სხივების ნაკადის ინტენსივობა e – ჯერ კლებულობს.

ნაკადის ინტენსივობის შესუსტება ხდება როგორც ნამდვილი შთანთქმის, ასევე რენტგენის სხივების გაბნევის შედეგად $-\mu = \tau + \sigma$, სადაც, τ – ნამდვილი შთანთქმის კოეფიციენტი, ხოლო, σ – გაბნევის კოეფიციენტი. μ , τ და σ კოეფიციენტები პროპორციულია ნივთიერების ρ სიმკვრივის, ამიტომ მოსახერხებელია ვისარგებლოთ ე.წ. მასური კოეფიციენტით,

$$\mu_m = \frac{\mu}{\rho} \quad (11)$$

შესუსტების მასური კოეფიციენტი წარმოადგენს რენტგენის სხივების ინტენსივობის ფარდობით შესუსტებას, ერთეულოვანი მასის ნივთიერების, ერთეულოვან განიკვეთში გავლისას. მისი განზომილებაა $m^2 \cdot kg^{-1}$ (ან, $cm^2 \cdot g^{-1}$).

მასური კოეფიციენტის ანალოგიურად შემოაქვთ შთანთქმისა და გაბნევის მასური კოეფიციენტები,

$$\tau_m = \frac{\tau}{\rho}, \sigma_m = \frac{\sigma}{\rho} \quad (12)$$

ე.ი., $\mu_m = \tau_m + \sigma_m$. რომლის გათვალისწინებითაც (1) ფორმულა ასე გადაიწერება,

$$I(x) = I_0 e^{-\mu_m \rho x} \quad (13)$$

თეორიული გამოთვლებისათვის უფრო მოსახერხებელია ვისარგებლოთ ე.წ. ატომური კოეფიციენტებით,

$$\mu_a = \frac{\mu}{\rho} m = \frac{\mu}{\rho} \frac{M}{N_A}, \tau_a = \frac{\tau}{\rho} m = \frac{\tau}{\rho} \frac{M}{N_A}, \sigma_a = \frac{\sigma}{\rho} m = \frac{\sigma}{\rho} \frac{M}{N_A} \quad (14)$$

სადაც, $m = M/N_A$ – ატომის მასა, M – მოლური მასა, ხოლო, N_A – ავოგადროს მუდმივა.

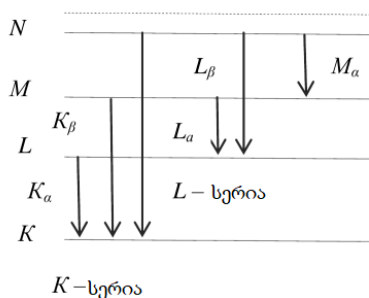
დამუხრუჭებითი და მახასიათებელი გამოსხივების სპექტრი

რენტგენული გამოსხივების სპექტრი მოიცავს არეს $\lambda = 105\text{მ} - 0.0015\text{მ}$, მედიცინაში გამოიყენება გამოსხივების სპექტრალური არე $0.01 - 0.06\text{მ}$.

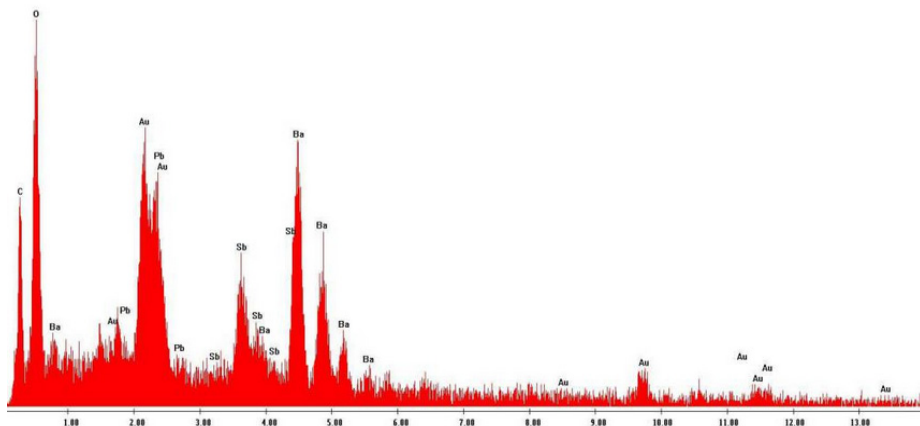
დასხივების არე ($\sim 0.015 - 0.009\text{მ}$) გამოიყენება კომპიუტერულ ტომოგრაფიაში (CT), სადაც საჭიროა მაღალი კონტრასტი და დეტალური გამოსახულება.

ხისტი (hard X-rays): უფრო მაღალი ენერგიით, მოკლე ტალღის სიგრძით ($\sim 0.01 - 0.1\text{ნმ}$), ხშირად გამოიყენება მასალათმცოდნეობასა და კრისტალოგრაფიაში.

მახასიათებელი გამოსხივება



ნახ. 1

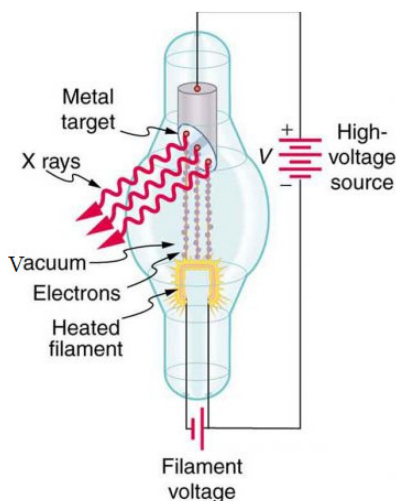


ნახ. 2. სხვადასხვა ელემენტების მახასიათებელი რენტგენული გამოსხივების სპექტრი

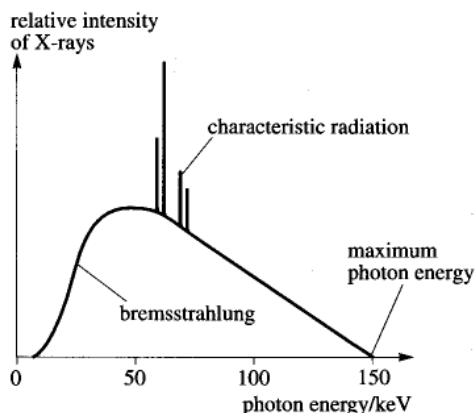
დამუხრუჭებითი გამოსხივების რენტგენული სპექტრის ინტენსივობა გამოსახება შემდეგი ფორმულით:

$$I_{\lambda} = k I_a U^2 Z \quad (1)$$

სადაც I_{λ} – გამოსხივების ინტენსივობაა, I_a – რენტგენული მილის კათოდურ სპირალში გამავალი დენის სიდიდეა, U – ელექტრონების ამაჩქარებელი ველის პოტენციალთა სხვაობაა, Z – ანოდური ელემენტის რიგითი ნომერია პერიოდულ სისტემაში.



ნახ. 3. რენტგენული ვაკუუმური მილაკი.
სამიზნე ელექტროდი - ანოდი მზადდება W , Cu , Pt .



ნახ. 4 რენტგენული გამოსხივების სპექტრის სურათი.

სპექტრის უწყვეტი ფონი შეესაბამება დამუხრუჭებით გამოსხივებას, ხოლო დისკრეტული მახასიათებელ გამოსხივებას.

$$E_{max} = h\nu_{max} = eU, \lambda_{min} = c/\nu_{max} = ch/E_{max} \quad (2)$$

რენტგენული გამოსხივება, ამოცანები

1. ამოცანა

ამაჩქარებელი U პოტენციალთა სხვაობის რა მნიშვნელობაზე მუშაობს რენტგენის მილი, თუ გამოსხივების სპექტრში ხისტი გამოსხივების ტალღის სიგრძის მინიმუმი ტოლია

$$\lambda_{min} = 3.0 \cdot 10^{-11} \text{ მ} ?$$

რენტგენის მილში ელექტრონი მიიღებს კინეტიკურ ენერგიას $T = E_{\text{ვინ}} = eU$; ეს ენერგია ელექტრონების ანოდზე დაცემისას გადადის გამოსხივებული ფოტონების ენერგიაში და ანოდის შინაგან სითბურ ენერგიაში (ამის გამო ხდება ანოდის წყლით გაცივება).

მოგ:

$$\lambda_{min} = 3.0 \cdot 10^{-11} \text{ მ}$$

$$U = ?$$

ცხადია, რომ გამოსხივებული ფოტონის ენერგია $h\nu = \frac{hc}{\lambda_{min}}$ არ შეიძლება აღემატებოდეს ელექტრონის კინეტიკურ ენერგიას $E_{\text{ვინ}}$, ამიტომ $\frac{hc}{\lambda_{min}} = eU$.

$$\text{აქედან გამომდინარე } \frac{hc}{\lambda_{min}} = 41 \text{ კეV.}$$

პასუხი: $U = 41 \text{ კეV.}$

2. ამოცანა

განვსაზღვროთ უწყვეტი დამუხრუჭებითი რენტგენული გამოსხივების სპექტრის მოკლესალღოვანი საზღვარი, როცა რენტგენული მილაკის ანოდის ბომბარდირება ხდება $v = 0.8c$ სიჩქარის ელექტრონებით.

მოც.: ამოხსნა

$$v = 0.8c, v = 3 \cdot \frac{10^8 \text{ მ}}{\text{წმ}}$$

$$\lambda_{\min} = ?$$

$$eU = T, T = mc^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right), eU = \frac{hc}{\lambda_{\min}};$$

სადაც c – სინათლის სიჩქარეა,

$$m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ კგ}, e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ კ}$$

m და e ელექტრონის მასა და მუხტია შესაბამისად

$$\text{პასუხი: } \lambda_{\min} = 3.64 \text{ პმ}$$

3. ამოცანა

განვსაზღვროთ ელემენტის რიგითი Z ნომერი პერიოდულ სისტემაში, თუ რენტგენული მახასიათებელი K_{α} გამოსხივების ტალღის სიგრძე $\lambda = 72 \text{ პმ}$.

მოც.:

ამოხსნა

$$\left. \begin{array}{l} K_{\alpha} - \text{ხაზი, } \sigma = 1 \\ \lambda = 72 \text{ პმ} = 7.2 \cdot 10^{-11} \text{ მ} \end{array} \right\} \begin{array}{l} e \frac{1}{\lambda} = R'(Z - \sigma)^2 \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \\ \text{სადაც } \sigma - \text{ეკრანიერების მუდმივა} \\ \frac{1}{\lambda} = R'(Z - 1)^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) \end{array}$$

$$R' = 1.1 \cdot 10^7 \text{ მ}^{-1},$$

$$(Z - 1)^2 = \frac{4}{3R'\lambda}$$

$$m = 1, n = 2, Z = ?$$

$$Z = \sqrt{\frac{4}{3R'\lambda} + 1}$$

$$\text{პასუხი: } Z = 42, Mo - \text{მოლიბდენი.}$$

4. ამოცანა

განვსაზღვროთ ეკრანიერების σ – მუდმივა რენტგენული გამოსხივების L სერიისთვის (იხ.ნახ.), თუ ვოლტრამის ატომში ელექტრონის გადასვლისას M – გარსიდან L – გარსში გამოსხივებული ფოტონის ტალღის სიგრძე ტოლია $\lambda = 148 \text{ პმ}$.

მოც.:

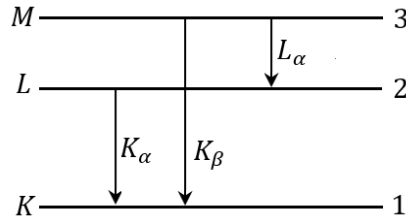
$$Z = 74$$

$$\lambda(L_\alpha) = 1483\text{მ} = \lambda = 1.48 \cdot 10^{-10}\text{მ}.$$

$$R' = 1.097 \cdot 10^7 \text{მ}^{-1}.$$

$\sigma = ?$

ამოხსნა:



L_α – ხაზისთვის:

$$m = 2, n = 3 \quad \frac{1}{\lambda} = R'(Z - \sigma)^2 \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right), \quad (Z - \sigma)^2 = \frac{36}{5R'\lambda'}$$

$$\sigma = Z - \sqrt{\frac{36}{5R'\lambda'}}$$

პასუხი: $\sigma \approx 7.4$.

5. ამოცანა

განვსაზღვროთ დამუხრუჭებითი რენტგენული გამოსხივების მინიმალური ტალღის სიგრძე, თუ რენტგენის მილზე მოვდებთ 30კვ, 75კვ ძაბვას.

ვიპოვოთ: λ_1, λ_2 .

ამოხსნა. უწყვეტ რენტგენული გამოსხივების მოკლე ტალღოვან ზღვარს შეესაბამება რენტგენული ფოტონების მაქსიმალური ენერგია $h\nu_{max}$ და შესაბამისად ელექტრონების ამაჩქარებელი ძაბვის მაქსიმალური მნიშვნელობა eU . აქედან გამომდინარე ცხადია, რომ $\lambda = \frac{hc}{eU}$. მაშინ

$$\lambda_1 = \frac{6.63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 7.5 \cdot 10^4} \approx 4.1 \cdot 10^{-11}(\text{მ}),$$

$$\lambda_2 = \frac{6.63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 30 \cdot 10^4} \approx 1.66 \cdot 10^{-11}(\text{მ})$$

ატომური სისტემის ტალღური ფუნქცია-ამოცანები

1. ამოცანა

წყალბადის ატომის $1s$ მდგომარეობის ნორმირებულ ტალღურ ფუნქციას აქვს სახე $\Psi_{100}(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a}$, სადაც r – ელექტრონის მანძილია ბირთვიდან (ბირთვი ითვლება წერტილოვან ნაწილაკად ატომის ზომასთან შე-

დარებით); a – ბორის პირველი რადიუსია. განვსაზღვროთ ელექტრონის პოტენციური ენერგიის საშუალო მნიშვნელობა ბირთვის ველში.

ამოხსნა:

$$\Psi_{100}(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a}, a = \text{const}$$

$$U = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \langle U \rangle = \int_V U \Psi^* \Psi dV, \quad dV = 4\pi r^2 dr,$$

$$\langle U \rangle = \int_0^\infty \left(-\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \frac{1}{\pi a^3} e^{-2r/a} \cdot 4\pi r^2 dr = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{4}{a^3} \int_0^\infty r e^{-2r/a} dr = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{a}$$

პასუხი: $-\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{a}$

2. ამოცანა

წყალბადის ატომის $1s$ მდგომარეობის ნორმირებულ ტალღურ ფუნქციას აქვს სახე $\Psi_{100}(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a}$, სადაც r - ელექტრონის მანძილია ბირთვიდან (ბირთვი ითვლება წერტილოვან ნაწილაკად ატომის ზომასთან შედარებით); a – ბორის პირველი რადიუსია.

განვსაზღვროთ ელექტრონის აღმოჩენის W ალბათობა ატომში სფეროს შიგნით $r = 0.05a$.

ამოხსნა:

მოგ.: $\Psi_{100}(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a}, r = 0.05a$

W -?

$$dV = 4\pi r^2 dr,$$

$$dW = |\Psi_{100}(r)|^2 dV = \left| \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a} \right|^2 4\pi r^2 dr$$

$$W = \frac{4}{a^3} \int_0^{0.05a} r^2 e^{-2r/a} dr$$

ამოცანის პირობიდან გამომდინარე, r მცირეა ($r_{\max} = 0.05a$; $a = 52.8\text{პმ}$), ამიტომ $e^{-2r/a}$ თანამამრავლი შეიძლება გავშალოთ მწკრივად და შევინარჩუნოთ პირველი ორი წევრი:

$$e^{-2r/a} = 1 - \frac{2r}{a} + \frac{1}{2} \left(\frac{2r}{a} \right)^2 - \dots;$$

$$W = \frac{4}{a^3} \int_0^{0.05a} r^2 \left(1 - \frac{2r}{a} \right) dr = \frac{4}{a^3} \left[\int_0^{0.05a} r^2 dr - \frac{2}{a} \int_0^{0.05a} r^3 dr \right] =$$

$$= \frac{4}{a^3} \left[\frac{r^3}{3} \Big|_0^{0.05a} - \frac{2}{a} \frac{r^4}{4} \Big|_0^{0.05a} \right] = 1.54 \cdot 10^{-4}$$

პასუხი: $W = 1.54 \cdot 10^{-4}$.

3. ამოცანა

ნაწილაკის ψ -ფუნქციას აქვს სახე $\psi = \frac{A}{r} e^{-r/\alpha}$, სადაც r – ნაწილაკის მანძილია მაღლური ცენტრიდან; $\alpha = 10^{-10}$ მ. გამოვიყენოთ ნორმირების პირობა და განვსაზღვროთ A მუდმივა.

ამოხსნა: ჩანს, რომ ტალღური ფუნქცია სფერულად სიმეტრიულია. აქედან გამომდინარე მოცულობის ელემენტისათვის შეგვიძლია დავწეროთ $dV = 4\pi r^2 dr$ ჩავსვათ ტალღური ფუნქცია ნორმირების პირობის გამომსახველ გამოსახულებაში:

$$\int |\psi(\vec{r}, t)|^2 dV = 1$$

$$\int_0^\infty \frac{A^2}{r^2} e^{-2r/\alpha} 4\pi r^2 dr = 4\pi A^2 \int_0^\infty e^{-2r/\alpha} dr = 4\pi A^2 \frac{e^{-2r/\alpha}}{-2/\alpha} \Big|_0^\infty = 2\pi \alpha A^2 = 1$$

$$A = \frac{1}{\sqrt{2\pi\alpha}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot 10^{-10}}} = 3,99 \cdot 10^4 \text{ მ}^{-1/2}$$

პასუხი: $3,99 \cdot 10^4 \text{ მ}^{-1/2}$

4. ამოცანა

ვიპოვოთ მიკრონაწილაკის x კოორდინატა ერთგანზომილებიან $a = 10^{-9}$ მ სიგანის პოტენციურ ორმოში უსასრულო კედლებით, თუ ამ წერტილში ალბათობის სიმკვრივე აღწევს მაქსიმალურ მნიშვნელობას. მიკრონაწილაკის ტალღურ ფუნქციას აქვს სახე $\psi = Ax^5(a-x)^2$.

ამოხსნა:

ვიცით, რომ ალბათობის სიმკვრივე მაქსიმალურია მაშინ, როცა ტალღური ფუნქციის კვადრატის მოდული მაქსიმალურია, ანუ ტალღური ფუნქციის მოდული აღწევს ექსტრემუმს.

დავწეროთ ექსტრემუმის პირობა: $\frac{d|\psi|^2}{dx} = 0$

$$\frac{d}{dx} \left(A^2 x^{10} (a-x)^4 \right) = A^2 10x^9 (a-x)^4 - A^2 x^{10} 4(a-x)^3 = 0$$

$$A^2 x^9 (a-x)^3 (10(a-x) - 4x) = 0 \Rightarrow$$

$$x_1 = 0; x_2 = a; x_3 = 10a/14 = 0,714 \cdot 10^{-9}$$

პასუხი: 0,714 ნმ

5. ამოცანა

m მასის მიკრონაწილაკის ტალღურ ფუნქციას აქვს შემდეგი სახე:

$$\psi = A \sin(\alpha x) \sin(\beta y) e^{-\gamma z}.$$

ნაწილაკის კინეტიკური ენერგიის მნიშვნელობაა E_k . ვიპოვოთ α კონსტანტა. ჩავთვალოთ, რომ $\hbar = 10^{-34}$ ჯ.წმ; $E_k = 5$ ევ; $m = 2,5 \cdot 10^{-29}$ კგ; $\beta = 6 \cdot 10^{10} \text{მ}^{-1}$; $\gamma = 2 \cdot 10^{10} \text{მ}^{-1}$.

ამოხსნა:

განვსაზღვროთ ტალღური ფუნქციის მეორე რიგის კერძო წარმოებულები:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = -A \alpha^2 \sin(\alpha x) \sin(\beta y) e^{-\gamma z} = -\alpha^2 \psi;$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -A \beta^2 \sin(\alpha x) \sin(\beta y) e^{-\gamma z} = -\beta^2 \psi;$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = A (-\gamma)^2 \sin(\alpha x) \sin(\beta y) e^{-\gamma z} = \gamma^2 \psi.$$

$$\text{ფორმულიდან } \Delta \psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}$$

ვიპოვოთ ტალღური ფუნქციის ლაპლასიანი:

$$\Delta \psi = -\alpha^2 A (\cos \alpha y + e^{i\alpha z}) = -\alpha^2 \psi$$

შრედინგერის სტაციონალური განტოლებიდან

$$\Delta\psi(\vec{r}) + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U(\vec{r}))\psi = 0$$

ვიპოვით α , თუ გავითვალისწინებთ, რომ $E_k = E - U(\vec{r})$:

$$\psi(-\alpha^2 - \beta^2 + \gamma^2) + \frac{2m}{\hbar^2} E_k \psi = 0 \Rightarrow \alpha = \sqrt{\frac{2mE_k}{\hbar^2} - \beta^2 + \gamma^2};$$

რიცხვითი მონაცემების შეტანის შემდეგ მივიღებთ:

$$\alpha = \sqrt{\frac{2 \cdot 2.5 \cdot 10^{-29} \cdot 5 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}}{10^{-68}} - 36 \cdot 10^{20} + 4 \cdot 10^{20}} = 2.83 \cdot 10^{10} \text{ მ}^{-1}$$

6. ამოცანა

m მასის მიკრონაწილაკის ტალღურ ფუნქციას აქვს შემდეგი სახე:

$$\psi = A(\cos \alpha y + e^{i\alpha z}).$$

ნაწილაკის კინეტიკური ენერგიაა E_k . ვიპოვოთ α კონსტანტა. ჩავთვალოთ, რომ $\hbar = 10^{-34}$ ჯ.წმ; $E_k = 5$ ევ; $m = 2.5 \cdot 10^{-29}$ კგ;

ამოხსნა:

ვიპოვოთ ტალღური ფუნქციის მეორე რიგის კერძო წარმოებულები:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = 0;$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -A\alpha^2 \cos \alpha y;$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = A(i\alpha)^2 e^{i\alpha z} = -A\alpha^2 e^{i\alpha z}$$

ფორმულიდან

$$\Delta\psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}$$

ვიპოვოთ ტალღური ფუნქციის ლაპლასიანი:

$$\Delta\psi = -\alpha^2 A(\cos \alpha y + e^{i\alpha z}) = -\alpha^2 \psi.$$

შრედინგერის სტაციონალური განტოლებიდან

$$\Delta\psi(\vec{r}) + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U(\vec{r}))\psi = 0$$

ვიპოვით α , თუ გავითვალისწინებთ, რომ $E_k = E - U(\vec{r})$:

$$-\alpha^2\psi + \frac{2m}{\hbar^2}E_k\psi = 0 \Rightarrow$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{2mE_k}{\hbar^2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2,5 \cdot 10^{-29} \cdot 5 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{10^{-68}}}$$

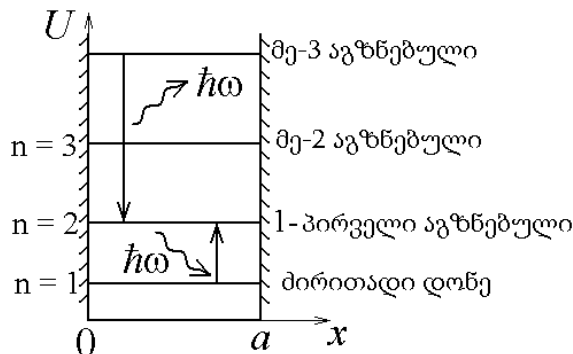
$$\alpha = \sqrt{\frac{2 \cdot 2,5 \cdot 10^{-29} \cdot 5 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{10^{-68}}} = 6,32 \cdot 10^{10} \quad (\text{მ}^{-1}).$$

7. ამოცანა

m -მასის მიკრონაწილაკი იმყოფება, მართკუთხა, უსასრულო სიმაღლის კედლებიან a სიგანის პოტენციურ ორმოში. ნაწილაკი იმყოფება მეორე აგზნებულ მდგომარეობაში და მისი ენერგია $E = 36$ ევ ტოლია. ვიპოვოთ ფოტონის იმპულსის სიდიდე, როცა ის გამოსხივდება მიკრონაწილაკის გადასვლისას მეორე აგზნებული მდგომარეობიდან ძირითადში. პლანკის მუდმივა $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ ჯ.წმ.

ამოხსნა:

მეორე აგზნებული მდგომარეობის ნომერია $n_2 = 3$, ხოლო ძირითადი მდგომარეობის შესაბამისად $n_1 = 1$.



ფორმულიდან: $E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2ma^2}$, სადაც $n = 1, 2, 3, \dots$

$$\frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2} = \frac{E_{n_2}}{n_2^2} = \frac{36 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{3^2} = 6,4 \cdot 10^{-19}$$

ფორმულიდან: $\hbar\omega = E_{n_2} - E_{n_1}$

ვიპოვით გამოსხივებული ფოტონის ენერგიას

$$\hbar\omega = E_{n_2} - E_{n_1} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2} (n_2^2 - n_1^2) = 6,4 \cdot 10^{-19} (3^2 - 1^2) = 51,2 \cdot 10^{-19} (J)$$

ფოტონის იმპულსი $P_{\text{ფ}} = E_{\text{ფ}}/c$:

$$P_{\text{ფ}} = \frac{\hbar\omega}{c} = \frac{51,2 \cdot 10^{-19}}{3 \cdot 10^8} = 17,1 \cdot 10^{-27} \left(38 \frac{\text{მ}}{\text{წმ}} \right).$$

პასუხი: $1,71 \cdot 10^{-26}$ კგ·მ/წმ;

8. ამოცანა

ერთგანზომილებიანმა კვანტურმა ოსცილატორმა შთანთქა $E = 9$ ევ ენერგიის კვანტი და ძირითადი მდგომარეობიდან გადავიდა მესამე აგზნებულ მდგომარეობაში. ვიპოვოთ ტალღის უმცირესი სიდიდის სიხშირე, რომელიც შეიძლება გამოასხივოს ამ ოსცილატორმა აგზნების შემდეგ. პლანკის მუდმივა $6,63 \cdot 10^{-34}$ ჯ·წმ.

ამოხსნა:

ოსცილატორის ძირითადი მდგომარეობის ნომერი არის $n_1 = 0$, ხოლო მესამე აგზნებული მდგომარეობის ნომერია $n_2 = 3$. გამოვიყენოთ ფორმულები

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega_0 \quad \text{და} \quad \hbar\omega = E_{n_2} - E_{n_1}$$

ვიპოვოთ გამოსხივებული კვანტის ენერგია $\hbar\omega_0$:

$$E_{ph} = \left(n_2 + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega_0 - \left(n_1 + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega_0 = (n_2 - n_1) \hbar\omega_0 \Rightarrow$$

$$\hbar\omega_0 = \frac{E_{ph}}{n_2 - n_1} = \frac{9 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{3 - 0} = \hbar\nu_0 = 4,8 \cdot 10^{-19} (J) \Rightarrow$$

$$= 4,8 \cdot 10^{-19} \text{ ჯ.}$$

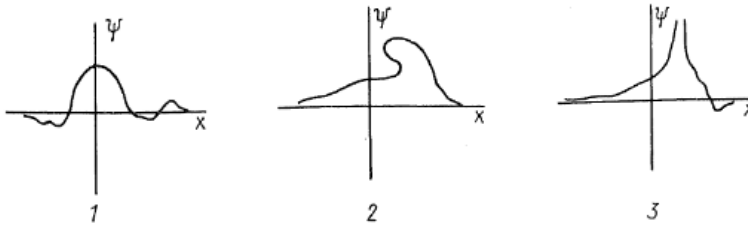
ვიპოვოთ გადასვლის შესაბამისი სიხშირე

$$\nu_0 = \frac{h\nu_0}{h} \Rightarrow \frac{4,8 \cdot 10^{-19}}{6,63 \cdot 10^{-34}} (\text{Hz}) \Rightarrow 7,24 \cdot 10^{14} \text{ (ჰც)}.$$

ტალღური ფუნქციის თვისებები

1. ამოცანა

ა) ნახაზზე წარმოდგენილი ტალღური ფუნქციებიდან რომელი აკმაყოფილებს მოთხოვნებს ტალღური ფუნქციისათვის (უწყვეტობა და ცალსახობა) და ბ) ასევე არგუმენტის ცვლილების რომელ არეში ფუნქციები: $\exp(ar)$, $0 < r < \infty$; $\sin(ax)$; $\text{Arcsin}x$, აკმაყოფილებენ მოთხოვნებს?



ნახ. 1

ამოხსნა:

ა) გრაფიკებზე მოცემული ფუნქციებიდან 1 ცალსახაა და უწყვეტი მთელ განსაზღვრის არეში, ფუნქცია 2 არაცალსახაა, ფუნქცია 3 არგუმენტი x -ის სასრულ ინტერვალში ხდება უსასრულოდ დიდი. მისაღებია მხოლოდ ფუნქცია 1.

ბ) ფუნქცია $\exp(ar)$ აკმაყოფილებს ტალღური ფუნქციის პირობას მაშინ, როცა $a < 0$, რადგან, როცა $r \rightarrow \infty$ ფუნქცია $\exp(-|a|r) \rightarrow 0$, $\sin(ax)$ აკმაყოფილებს უწყვეტობის და ცალსახობის პირობას მთელ არეში. $\text{Arcsin}x$ პირობას არ აკმაყოფილებს, თუმცა არეში $-\pi/2 \leq x \leq \pi/2$ ფუნქცია ცალსახაა.

2. ამოცანა

ნაწილაკი იმყოფება მდგომარეობაში, რომელიც აღიწერება ტალღური ფუნქციით

$$\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) (0 < x < a). \text{ იპოვეთ ნაწილაკის } \frac{a}{3} < x < \frac{2}{3}a \text{ არეში}$$

მოხვედრის ალბათობა.

ამოხსნა:

ალბათობის განმარტების თანახმად

$$W = \frac{2}{a} \int_{\frac{a}{3}}^{\frac{2}{3}a} \sin^2\left(\frac{\pi x}{a}\right) dx = \frac{1}{3} + \frac{3}{2\pi} \approx 0.61.$$

3. ამოცანა

გამოთვალეთ იმპულსისა და კოორდინატის განუზღვრელობათა ნამრავლი $\Delta x \Delta p_x$:

ა) ჰარმონიული ოსცილატორისთვის, რომლის მდგომარეობაც აღიწერება ფუნქციით

$$\psi(x) = \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{\frac{1}{4}} \exp\left(-\frac{\alpha x^2}{2}\right).$$

ბ) ნაწილაკისთვის მდგომარეობაში $\psi_n(x) = (2/a)^{1/2} \sin(n\pi x/a)$, სადაც n – მთელი დადებითი რიცხვია; a – პარამეტრია, $0 < x < a$.

ამოხსნა:

ა) $\langle x \rangle = \int \psi^* x \psi d\tau$ და $\langle p_x \rangle = \int \psi^* \hat{p}_x \psi d\tau$ ცხადია, რომ $\langle x \rangle < p_x > 0$, რადგან ორივე შემთხვევაში ინტეგრალქვეშა ფუნქციები წარმოადგენენ კენტ ფუნქციას x – ის ნიშნის ცვლილების მიმართ. შემდეგ საშუალო მნიშვნელობის განმარტებიდან გამომდინარე გვექნება:

$$\begin{aligned} \langle x^2 \rangle &= \int_{-\infty}^{\infty} \Psi^* x^2 \Psi dx = \sqrt{\alpha/\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha x^2/2} x^2 e^{-\alpha x^2/2} dx = \\ &= 2\sqrt{\alpha/\pi} \int_0^{\infty} x^2 e^{-\alpha x^2/2} dx = \frac{1}{2\alpha}; \end{aligned}$$

$$\langle p_x^2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi^* \left(-i\hbar \frac{d}{dx}\right)^2 \Psi dx = \hbar^2 \sqrt{\alpha/\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha x^2/2} \frac{d^2}{dx^2} e^{-\alpha x^2/2} dx = \frac{1}{2} \alpha \hbar^2.$$

შედეგად $\langle x^2 \rangle \langle p_x^2 \rangle = \frac{\hbar^2}{4}$ და $\Delta x \Delta p = \langle x^2 \rangle^{1/2} \langle p_x^2 \rangle^{1/2} = \frac{\hbar}{2}$ საბოლოოდ $\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$.

4. ამოცანა

განვსაზღვროთ $\hat{A}$ ოპერატორის მოქმედების შედეგი ქვემოთ ჩამოთვლილ ფუნქციებზე:

$$\hat{A} = \frac{d}{dx},$$

ა) $f(x) = \sin x$; ბ) $f(x) = x^5 + 3e^x$; გ) $\hat{A} = d^2/dx^2$, $f(x) = e^{ax^2}$

ამოხსნა:

ა) $\cos x$, ბ) $5x^4 + 3e^x$

გ) $\frac{d^2}{dx^2}(e^{ax^2}) = 2ae^{ax^2} + 4a^2x^2e^{ax^2}.$

5. ამოცანა

მოცემულია ოპერატორი $\hat{A} = \frac{\partial}{\partial x}$, აჩვენეთ, რომ

$$(\hat{A} + x)(\hat{A} - x) = \hat{A}^2 - x^2 - 1.$$

იპოვეთ ოპერატორები გამოსახული ნამრავლით $(\frac{\partial}{\partial x} + x)(\frac{\partial}{\partial x} - x)$ და $(\frac{\partial}{\partial x} - x)(\frac{\partial}{\partial x} + x)$ და მათი კომუტატორი $[(\frac{\partial}{\partial x} - x), (\frac{\partial}{\partial x} + x)]$.

ამოხსნა:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial}{\partial x} + x\right)\left(\frac{\partial}{\partial x} - x\right)f &= \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + x \frac{\partial f}{\partial x} - \frac{\partial(xf)}{\partial x} - x^2 f = \\ &= \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + x \frac{\partial f}{\partial x} - x \frac{\partial f}{\partial x} - f - x^2 f = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - x^2 - 1\right)f. \end{aligned}$$

ანალოგიურად მივიღებთ, რომ

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} - x\right)\left(\frac{\partial}{\partial x} + x\right) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} - x^2 + 1.$$

ვიპოვოთ ამ $(\frac{\partial}{\partial x} - x)$ და $(\frac{\partial}{\partial x} + x)$ ოპერატორების კომუტატორი

$$\left[\left(\frac{\partial}{\partial x} - x\right), \left(\frac{\partial}{\partial x} + x\right)\right] = -2$$

6. ამოცანა

დაამტკიცეთ, რომ თუ k არის $\hat{A}$ ოპერატორის საკუთარი მნიშვნელობა, მაშინ k^n იქნება $\hat{A}^n$ - ოპერატორის საკუთარი მნიშვნელობა.

ამოხსნა:

პირობის თანახმად $\hat{A}f = kf$ გამოვიყენოთ მათემატიკური ინდუქციის კანონი დავუშვათ, რომ სამართლიანია $\hat{A}^n f = k^n f$ და დავამტკიცოთ $\hat{A}^{n+1} f = k^{n+1} f$.

$$\hat{A}^{n+1} f = \hat{A} \hat{A}^n f = \hat{A} k^n f = k^{n+1} f$$

7. ამოცანა

ტალღური ფუნქცია და შრედინგერის დროზე დამოკიდებული განტოლება

ვიპოვოთ დროზე დამოკიდებული შრედინგერის განტოლების ამონახსნი თავისუფალი ნაწილაკისათვის, რომელსაც აქვს p იმპულსი და მოძრაობს x ღერძის დადებითი მიმართულებით.

რადგან ამ შემთხვევაში ნაწილაკის პოტენციური ენერგია ნულის ტოლია $U(x) = 0$,

შრედინგერის განტოლებას ექნება სახე:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}.$$

მოცემული განტოლების ამონახსნი ვეძებოთ ცვლადთა განცალგების მეთოდით, ანუ წარმოვიდგინოთ Ψ ტალღური ფუნქცია ორი ფუნქციის ნამრავლის სახით, რომელთაგანაც ერთი დამოკიდებულია მხოლოდ კოორდინატზე, ხოლო მეორე t დროზე.

$$\Psi(x, t) = \psi(x)f(t). \quad (2)$$

$$i\hbar \psi(x) \frac{df(t)}{dt} = -\frac{\hbar^2}{2m} f(t) \frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2}. \quad (3)$$

ან

$$i\hbar \frac{\dot{f}(t)}{f(t)} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\psi''(x)}{\psi(x)}, \quad (4)$$

სადაც

$$\dot{f}(t) = \frac{df(t)}{dt}, \quad \psi''(x) = \frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2}. \quad (5)$$

რადგან მე-4 განტოლების ორივე მხარე წარმოადგენს დამოუკიდებელ ცვლადების ფუნქციებს მათი ტოლობა შესაძლებელია მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როცა ორივე ტოლია ერთიდაიგივე მუდმივი სიდიდისა. თუ შევადარებთ მე-4 განტოლების მარჯვენა მხარეს შრედინგერის სტაციონალურ განტოლებას, მივიღებთ, რომ ეს მუდმივა უნდა იყოს ნაწილაკის ენერგია E . მაშინ

$$\psi''(x) + \frac{2mE}{\hbar^2} \psi(x) = 0 \qquad \dot{f}(t) + i\frac{E}{\hbar} f(t) = 0$$

ამ განტოლებათა საერთო ამონახსნებს უნდა ჰქონდეთ შემდეგი სახე

$$\psi(x) = C_1 e^{ikx} + C_2 e^{-ikx} \text{ სადაც } k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} = \frac{p}{\hbar};$$

$$f(t) = C e^{-i\omega t}, \text{ სადაც } \omega = \frac{E}{\hbar}.$$

საბოლოოდ მივიღებთ, რომ

$$\Psi(x, t) = A e^{i(kx - \omega t)}.$$

ეს ამონახსნი იქნება სასრული, როცა $E > 0$, თანაც ამ შემთხვევაში E შეიძლება მიიღოს ნებისმიერი მნიშვნელობა.

ამ შემთხვევაში x წერტილში ნაწილაკის ყოფნის ალბათობის სიმკვრივე

$$P(x) = \Psi \Psi^* = A A^* = \text{const.}$$

ეს ნიშნავს იმას, რომ ნაწილაკი ერთნაირი ალბათობით შეიძლება იმყოფებოდეს ნებისმიერ წერტილში. ეს შედეგი აიხსნება განუზღვრელობის პრინციპიდან :

როცა $\Delta p_x = 0$, $\Delta x \rightarrow \infty$. ანუ ნაწილაკი „განართხმულია“ მთელ სივრცეში.

მაგნიტური მომენტი

1. ამოცანა

ატომური ელექტრონების რომელიღაც (A) სრულად შევსებულ ქვეგარსში იმყოფება $k = 1.4$ -ჯერ მეტი ელექტრონი, ვიდრე მეზობელ (B) ქვეგარსში. რამდენჯერ აღემატება ელექტრონის ორბიტალური მაგნიტური მომენტი (B) ქვეგარსში, საკუთარ (სპინურ) მაგნიტურ მომენტს.

ამოხსნა:

დავუშვათ (A) ქვეგარსი ხასიათდება ორბიტალური კვანტური რიცხვით $l_A = l$, მაშინ (B) ქვეგარსის შესაბამის ორბიტალური კვანტური რიცხვი იქნება $l_B = l - 1$. რადგან ყველა ქვეგარსები შევსებულია ელექტრონებით, მაშინ მათი რიცხვი განისაზღვრება, როგორც:

$$N_A = 2(2l_A + 1) = 2(2l + 1);$$

$$N_B = 2(2l_B + 1) = 2(2l - 1)$$

პირობიდან $N_A = 1.4 N_B$, ვიპოვიტ ორბიტალური კვანტური l რიცხვის მნიშვნელობას:

$$2(2l+1) = 1,4 \cdot 2(2l-1) \Rightarrow 2l+1 = 2,8l-1,4 \Rightarrow l = \frac{1+1,4}{2,8-2} = 3$$

მაშინ B ქვეგარსის შესაბამისი ორბიტალური მაგნიტური მომენტი იქნება:

$$p_{mB} = \mu \sqrt{l_B(l_B+1)} = \mu \sqrt{(l-1)l} = \mu \sqrt{6}$$

სადაც μ ბორის მაგნეტონია. ასევე შეგვიძლია გამოვთვალოთ ელექტრონის სპინის შესაბამისი მაგნიტური მომენტი

$$p_{msB} = 2\mu \sqrt{s(s+1)} = 2\mu \sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+1\right)} = \mu \sqrt{3}.$$

აქ 2 სპინურ მაგნიტურ მომენტისთვის არის ე.წ. სპინის გ-ფაქტორი, რომელიც ორბიტალური კვანტური რიცხვის გ-ფაქტორთან შედარებით ორჯერ მეტია.

$$\text{ვიზოვოვოთ შეფარდება } p_m/p_{ms} = \sqrt{2}.$$

პასუხი: 1.41-ჯერ.

2. ამოცანა

რომელიდაც ატომის ელექტრონული გარსის კონფიგურაციას აქვს სახე:

$1s^2 2s^2 p^6 3s^2 p^6 d^{10} 4s^2 p^6 d^{10} f^8 5s^2 p^6$. გამოვთვალოთ როგორი შეიძლება იყოს ჯამური ორბიტალური მომენტის პროექციის მაქსიმალური მნიშვნელობა გამოყოფილ მიმართულებაზე (დაკვანტვის ღერძზე). $\hbar = 10^{-34}$ ჯ.წმ.

ორბიტალური მომენტის პროექცია Z ღერძზე იქნება:

$$L_z = 0, \pm \hbar, \pm 2\hbar, \dots, \pm l\hbar, \text{ თუ შევკრიბავთ მივიღებთ } 0\text{-ს}$$

ცხადია, რომ შევსებული ქვეგარსის პროექციების ჯამი 0-ია. ასეთებია

$$s^2, p^6, d^{10}, f^{14} \dots$$

მაგალითში მოყვანილ კონფიგურაციაში შეუვსებელ ქვეგარსს წარმოადგენს $4f^8$, რომელზეც იმყოფება 8 ელექტრონი ორბიტალური კვანტური რიცხვით $l = 3$. ერთნაირი მნიშვნელობა მაგნიტური მომენტისა ექნება ქვეგარსის ორ ელექტრონს (სპინით $+1/2$ და $-1/2$), ვიპოვოთ ჯამური მნიშვნელობა იმპულსის მომენტისა

$$\sum L_z = \underbrace{3\hbar + 3\hbar + 2\hbar + 2\hbar + \hbar + \hbar + 0 + 0}_{8 \text{ electrons}} = 12\hbar$$

პასუხი: $12 \cdot 10^{-34}$ ჯ.წმ

ტომსონის ატომის მოდელი – ამოცანები

1. ამოცანა

ტომსონის მოდელის მიხედვით გამოიანგარიშეთ წყალბადის ატომის რადიუსი და მის მიერ გამოსხივებული სინათლის ტალღის სიგრძე, თუ ცნობილია, რომ წყალბადის ატომის იონიზაციის ენერგია ტოლია $E = 13.6$ ევ-ის.

ტომსონის მოდელის ფარგლებში დადებითი მუხტი თანაბრად განაწილებული მთელ ატომში, ხოლო ელექტრონები ასევე თანაბრად არიან განაწილებული მთელ მოცულობაში. წყალბადის ატომის შემთხვევაში გვაქვს ერთი ელექტრონი. სიმეტრიიდან გამომდინარე ელექტრონი უნდა იყოს განთავსებული ატომის ცენტრში სადაც პოტენციალი ტოლია $\varphi_0 = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)\frac{3}{2}\frac{e}{R}$. სადაც R უნდა იყოს ბირთვის მუხტის განაწილების რადიუსი. ელექტრონის პოტენციალური ენერგია ბირთვის ცენტრში შესაბამისად იქნება $-e\varphi_0$. თუ მოვახდენთ ამ ელექტრონის იონიზაციას უნდა დავხარჯოთ ენერგია $E = e\varphi_0$. აქედან მივიღებთ, რომ ბირთვის რადიუსი უნდა იყოს $R = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)\frac{3}{2}\frac{e^2}{E}$. თუ შევიტანთ რიცხვით მნიშვნელობებს მივიღებთ $R = 0.159$ ნმ. როცა ელექტრონი გადაიხრება მცირე r მანძილზე წონასწორული მდგომარეობიდან, მაშინ ის იწყებს რხევას. ბირთვის პოტენციალი ცენტრიდან r მანძილზე იქნება $\varphi(r) = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)\frac{e}{R}\left(\frac{3}{2} - \frac{r^2}{2R^2}\right)$ სრული ენერგიის შენახვის კანონიდან ელექტრონისთვის ბირთვის ცვლად ველში დაიწერება

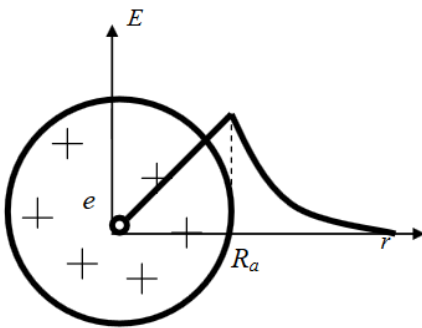
$$\frac{1}{2}mr^2 - \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)\frac{e^2}{R}\left(\frac{3}{2} - \frac{r^2}{2R^2}\right) = -e\varphi_0 + \delta E$$

სადაც $\delta E = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)\frac{e^2}{2R^3}r^2$ ესაა ენერგია ჰარმონიული ოსცილატორისა რომლის სიხშირის(ციკლიური) კვადრატი ტოლია: $\omega^2 = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)\frac{e^2}{mR^3}$, თუ შევიტანთ რიცხვით მნიშვნელობებს მივიღებთ $\lambda = 0.237$ მკმ.

2. ამოცანა

გამომდინარე ტომსონის მოდელიდან განვსაზღვროთ წყალბადის ატომის რადიუსი, თუკი იონიზაციის პოტენციალი ტოლია 13.6 ევ.

ტომსონის მოდელის თანახმად ატომი წარმოადგენს თანაბრად დადებითად დამუხტულ სფეროს, ხოლო ელექტრონები ჩანერგილი არიან ამ



სფეროში. წყალბადის ატომისათვის $q = |e|$, სიმეტრიიდან გამომდინარე ელექტრონი იმყოფება ატომის ცენტრში

იონიზაციის ენერგია I_{ion} ესაა ენერგია, რომელიც საჭიროა დაიხარჯოს იმისთვის, რომ გამოვანთავისუფლოთ ელექტრონი ატომიდან. ამისათვის უნდა შევასრუ-

ლოთ მუშაობა ელექტრონის გადაადგილებაზე ატომის ცენტრიდან უსასრულობაში.

$$I_{ion} = |A_{0-\infty}| = \int_0^{R_a} eE_1 dr + \int_{R_a}^{\infty} eE_2 dr$$

სადაც E_1 - ველის მნიშვნელობა (ველის დამაბულობა), რომელიც შექმნილია სფეროს დადებითი მუხტით ატომის შიგნით, ხოლო E_2 - ელექტრული ველის სიდიდეა რომელიც შექმნილია სფეროს დადებითი მუხტით ატომის გარეთ.

E_1 და E_2 შეიძლება ვიპოვოთ გაუსის თეორემიდან გამომდინარე:

$$\oint \vec{E} d\vec{s} = 4\pi \int \rho_q dV$$

მაშინ ატომის შიგნით გაუსის თეორიის თანახმად გვექნება:

$$E_1(r) \cdot 4\pi r^2 = 4\pi \rho_q V$$

სადაც მუხტის სიმკვრივე მოიცემა ასეთი სახით:

$$\rho_q = \frac{e}{\frac{4}{3}\pi R_a^3}$$

სადაც დამუხტული სფეროს მოცულობაა $V = \frac{4}{3}\pi r^3$, რომელსაც შემოაზღვრავს გაუსის ზედაპირი. ამოვხსნით რა ამ განტოლებას, ვიპოვით

$$E_1(r) = \frac{e}{R_a^3} r$$

ანალოგიურად

$$E_2(r) = \frac{e}{r^2}$$

საბოლოოდ გვექნება :

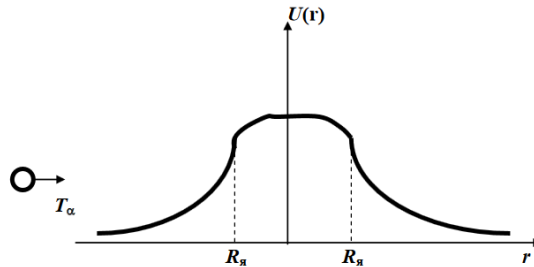
$$A_{0-\infty} = \int_0^{R_a} \frac{e^2}{R_a^3} r dr + \int_{R_a}^{\infty} e^2 \frac{1}{r^2} dr = \frac{3}{2} \frac{e^2}{R_a}$$

3. ამოცანა

რა არის ის მინიმალური მანძილი, რომლითაც მიუახლოვდება $T=40$ კეკ. კინეტიკური ენერგიის α ნაწილაკი შუბლა დაჯახებისას უძრავ ტყვიის ბირთვის.

ამოხსნა:

რადგან α ნაწილაკი და ტყვიის ატომის ბირთვი დადებითი ნაწილაკებია, ამიტომ მათი ურთიერთქმედების ენერგია შეიძლება წარმოვადგინოთ ასეთი სახით:



ამრიგად α ნაწილაკის მიახლოებისას ტყვიის ბირთვთან წარმოიშობა პოტენციური ჯგებირი. α ნაწილაკის არეკვლის პირობა მოიცემა ასეთი სახით:

$$T_\alpha \leq U_{\max} \approx \frac{3}{2} \frac{q_1 q_2}{r_{\min}}$$

სადაც $q_1 = 2e - \alpha$ ნაწილაკის მუხტია, ხოლო $q_2 = 82e$ ტყვიის ბირთვის მუხტი.

ფორმულიდან მივიღებთ: $r_{\min} \approx R_{pb} \approx 9.6 \cdot 10^{-10}$ სმ ბირთვთან მიახლოების მინიმალური მანძილია.

კლასიკური და კვანტური ობიექტების დე ბროილის ტალღა

1. ამოცანა

10 ტონა მასის სატვირთო მანქანა მოძრაობს სიჩქარით 36 კმ/სთ, შესაბამისი დე ბროილის ტალღის სიგრძე იქნება:

$$\lambda_D = \frac{6.63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{sec}}{10^4 \text{ kg} \cdot 10 \text{ M/sec}} \sim 7 \cdot 10^{-39} \text{ (მ)}$$

ეს სიდიდე გაცილებით მცირეა პლანკის სიგრძესთან შედარებით
პლანკის სიგრძე არის დაახლოებით $1.616 \cdot 10^{-35}$ მეტრი – ეს არის ფიზიკაში ერთ-ერთი ყველაზე მცირე სიგრძის ერთეული, რომელიც გამოიყენება თეორიულ მოდელებში, განსაკუთრებით კვანტურ გრავიტაციაში.

პლანკის სიგრძე წარმოადგენს იმ მასშტაბს, რომელზეც კვანტური ეფექტები გრავიტაციაში იწყებენ დომინირებას.

იგი მიღებულია ფუნდამენტური ფიზიკური მუდმივებისგან:

$$l_P = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}}$$

სადაც: $\hbar = h/2\pi$ – დირაკის მუდმივაა (პლანკის h მუდმივა გაყოფილი 2π), G – გრავიტაციული მუდმივა, c – სინათლის სიჩქარე. პლანკის სიგრძის **რიცხვითი მნიშვნელობა**: $l_P \approx 1.616 \cdot 10^{-35}$ მეტრი.

ეს სიგრძე იმდენად მცირეა, რომ **პროტონის ზომაზე დაახლოებით** 10^{20} -ჯერ პატარაა.

2. ამოცანა

10^{-3} გ მასის მტვრის ნაწილაკი მოძრაობს ჰაერში სიჩქარით $v = 1 \cdot 10^{-6}$ მ/წმ. ამ შემთხვევაში $\lambda_D \sim 7 \cdot 10^{-20}$ სმ.

ეს სიდიდე ასევე ძალზედ მცირეა ყველა ჩვენს წარმოდგენაში არსებულ მაკრო სხეულის ზომასთან შედარებით.

აქედან გამომდინარე შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ მაკროობიექტებისთვის შეუძლებელია კვანტური ბუნების დაკვირვება.

3. ამოცანა

ელექტრონი ϕ პოტენციალით აჩქარებისას შეიძენს იმპულსს $p = (2me\phi)^{1/2}$, რომელსაც შეესაბამება დე ბროილის ტალღის სიგრძე

$$\lambda_D = \frac{12.3}{\sqrt{\phi}}.$$

ელექტრონი ავლენს თავის ტალღურ ბუნებას, როცა ვაკვირდებით დიფრაქციას კრისტალებზე. ამისათვის აუცილებელია, რომ λ_D სიდიდე იყოს კრისტალური მესერის მუდმივას რიგის, ანუ $1 \text{ \AA}$. ასეთი ტალღის სიგრძე მიიღება პოტენციალისთვის $\phi \sim 100$ ე.

$$\lambda_D = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\sqrt{2me\phi}}.$$

4. ამოცანა

თითოეული ფოტონის ენერგია მონოქრომატული სხივის ნაკადში ტოლია $E_0 = 4.4 \cdot 10^{-19}$ ჯ. როგორი ტალღის სიგრძე λ ექნება ამ გამოსხივებას წყალში? მოცემულია $h = 6.63 \cdot 10^{-34}$ ჯ·წმ, $c = 3 \cdot 10^8$ მ/წმ. წყლის გარდატეხის მაჩვენებელი ოთახის ტემპერატურაზე (დაახლოებით $20-25^\circ\text{C}$) $n \approx 1.33$.

ამოხსნა:

როგორც ვიცით ენერგია ტალღის სიგრძესთან ვაკუუმში დაკავშირებულია შემდეგი თანაფარდობით

$$\lambda = \frac{hc}{E_0};$$

წყალში გასათვალისწინებელია გარემოს (წყლის) გარდატეხის მაჩვენებელი n საბოლოოდ გვექნება

$$\lambda = \frac{hc}{nE_0} = \frac{6.63 \cdot 3}{1.33 \cdot 4.4} 10^{-7} \text{მ} = 3.4 \cdot 10^{-7} \text{მ}.$$

5. ამოცანა

განვსაზღვროთ ელექტრომაგნიტური გამოსხივების ტალღის სიგრძე λ , როცა ერთი კვანტის ენერგია ელექტრონის უძრაობის ენერგიის ტოლია. რა v სიჩქარით უნდა მოძრაობდეს ელექტრონი, რომ მისი იმპულსი გაუტოლდეს ასეთი ფოტონის იმპულსს? განვსაზღვროთ მოძრავი ელექტრონის ფოტონის და ენერგიის შეფარდება.

ამოხსნა:

კვანტის ენერგია $E_1 = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$ გავუტოლოთ ელექტრონის უძრაობის ენერგიას mc^2 , სადაც m ელექტრონის უძრაობის მასაა, $\frac{hc}{\lambda} = mc^2$ აქედან მივიღებთ $\lambda = \frac{h}{mc} = 2.4 \cdot 10^{-12}$ მ. ეს ელექტრონის კომპტონის ტალღის სიგრძეა. მიღებული ტალღის სიგრძე შეესაბამება ხისტ რენტგენულ გამოსხივებას. შესაბამისი ფოტონის იმპულსი იქნება $p = \frac{h}{\lambda} = mc$. ელექტრონის სიჩქარე v განისაზღვრება თანაფარდობიდან $\frac{mv}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = mc$. აქედან მივიღებთ

$$v = \frac{c}{\sqrt{2}} = 2.1 \cdot 10^8 \text{მ/წმ}. \text{ რადგან } E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \text{ ვპოულობთ } \frac{E}{E_1} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = 1.41.$$

6. ამოცანა

მოძრავი ნაწილაკი – მეზონი იშლება ორ ფოტონად, რომლებიც მოძრაობენ ერთმანეთის საწინააღმდეგო მიმართულებით, განვსაზღვროთ მეზონის სიჩქარე, თუკი ფოტონების ენერგია ტოლია E_1 და E_2 შესაბამისად.

ამოხსნა:

გამოვიყენოთ ენერგიისა და იმპულსის შენახვის კანონები და ვიპოვოთ ნაწილაკის ენერგია E და p იმპულსი:

$$E = E_1 + E_2, \quad p = \frac{E_1 - E_2}{c}$$

(ჩვენ გავითვალისწინეთ, რომ E_0 ენერგიის ფოტონის იმპულსი ტოლია $\frac{E_0}{c}$).

გავყოთ ერთმანეთზე ნაწილაკის რელატივისტური იმპულსი $p = \frac{mv}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

და ენერგია $E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ მივიღებთ სიჩქარის გამოსახულებას

$$v = \frac{pc^2}{E} = c \frac{E_1 - E_2}{E_1 + E_2}$$

7. ამოცანა

განვსაზღვროთ პროტონის ტალღის სიგრძე λ_1 , როცა ის გადის $U = 3.0$ მეგ ამაჩქარებელ პოტენციალთა სხვაობას; ასევე განვსაზღვროთ ელექტრონის დებროილის λ_2 ტალღის სიგრძე, როცა ის გადის იგივე ამაჩქარებელ პოტენციალთა სხვაობას.

ამოხსნა:

პროტონის და ელექტრონის კინეტიკური ენერგია აჩქარების შემდეგ არის ერთიდაიგივე $T_p = T_e = eU = 3.0$ მეგ-ის ტოლი. ეს ენერგია გაცილებით ნაკლებია, ვიდრე პროტონის უძრაობის ენერგია 938მეგ და მნიშვნელოვნად, მეტია ვიდრე ელექტრონის უძრაობის ენერგია 0.511მეგ. ამიტომ პროტონი შეგვიძლია ჩავთვალოთ, როგორც არარელატივისტური ნაწილაკი მოცემულ შემთხვევაში, ხოლო ელექტრონი რელატივისტური. აქედან გამომდინარე პროტონის იმპულსი იქნება

$$p_p = \sqrt{2m_p T_p} = \sqrt{2m_p eU} \quad \text{და} \quad \lambda_1 = \frac{h}{p_p} = 1.7 \cdot 10^{-14} \text{მ.}$$

რელატივისტური ელექტრონისთვის შეგვიძლია დავწეროთ:

$$m_e c^2 + T_e = c \sqrt{p_e^2 + m_e^2 c^2}, \quad p_e = \frac{T_e}{c} \sqrt{1 + \frac{2m_e c^2}{T_e}};$$

შესაბამისად $\lambda_2 = \frac{h}{p_e} = 3.6 \cdot 10^{-13} \text{მ.}$

რომ გამოგვეყენებინა ელექტრონისთვის კლასიკური მიახლოება მივიღებდით თითქმის ორჯერ მეტი სიდიდის დებროილის ტალღის სიგრძეს $7.1 \cdot 10^{-13} \text{მ.}$

8. ამოცანა

რა სიჩქარეს შეიძენს პროტონი $U = 700$ კვ ამაჩქარებელ ველში, და რა სიჩქარეს შეიძენს იგივე ველში ელექტრონი? ნაწილაკების საწყისი სიჩქარე ნულის ტოლია.

გამოვიყენოთ ენერგიის შენახვის კანონი

$$mc^2 + eU = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

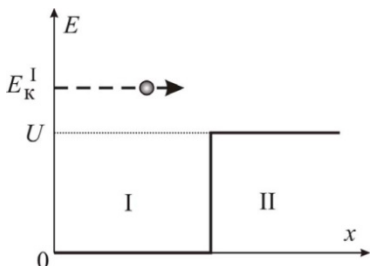
სადაც e – ელექტრონის მუხტია, ხოლო $eU = T$ ნაწილაკის კინეტიკური ენერგიაა. აქედან

$$v = c \frac{\sqrt{eU(2mc^2 + eU)}}{mc^2 + eU}.$$

ცხადია $eU = 700$ კევ, პროტონის უძრაობის ენერგია $m_p c^2 = 938 \cdot 10^3$ კევ, ხოლო ელექტრონის უძრაობის ენერგია $m_e c^2 = 511$ კევ -ის ტოლია. სიჩქარის ფორმულიდან მივიღებთ, რომ $v_p = 0.039c = 1.2 \cdot 10^7$ მ/წმ, ხოლო ელექტრონის სიჩქარე $v_e = 0.91c = 2.7 \cdot \frac{10^8 \text{ მ}}{\text{წმ}}$. რადგან პროტონისთვის $m_p c^2 \gg eU$ სიჩქარის ფორმულაში შეგვიძლია $2m_p c^2 + eU$ შევცვალოთ $2m_p c^2$, ხოლო $m_p c^2 + eU$ შევცვალოთ $m_p c^2$ მაშინ მივიღებთ $v_p = \sqrt{\frac{2eU}{m_p}}$ კლასიკურ ფიზიკაში მიღებულ ცნობილ ფორმულას. (როცა $v_p \ll c$ ენერგიის შენახვის კანონი შეგვიძლია ჩავწეროთ ასეთი სახით $\frac{m_p v_p^2}{2} = eU$).

9. ამოცანა

ნაწილაკი მოძრაობს OX ღერძის დადებითი მიმართულებით ერთგანზომილებიან პოტენციურ ველში (იხ. სურ. 2.1). პოტენციური ბარიერის სიმაღლე U , I არეში ნაწილაკის კინეტიკური ენერგიაა $E_K^I > U$. რამდენჯერ იცვლება ნაწილაკის ტალღის სიგრძე I არიდან II არეში გადასვლისას?



სურ. 1. პირველი I – არეში ნაწილაკი იმყოფება პოტენციურ ორმოში, მეორე შემთხვევაში ნაწილაკი არის II – არის ზევით.

ამოხსნა: აღვნიშნოთ λ_0 და λ ნაწილაკის ტალღის სიგრძე I და II არეში შესაბამისად,

$$E_K^{II} = E_K^I - U.$$

გამოვიყენოთ დე ბროილის ტალღის ცნება $\lambda = \frac{2\pi\hbar}{p}$, მაშინ კინეტიკური ენერგია E_K გამოისახება ფორმულით

$$E_K = \frac{p^2}{2m} = \frac{(2\pi\hbar)^2}{2m\lambda^2},$$

მაშინ $\lambda_0 = 2\pi\hbar/\sqrt{2mE_K^I}$, $\lambda = 2\pi\hbar/\sqrt{2mE_K^{II}}$ და

$$\frac{\lambda}{\lambda_0} = \sqrt{\frac{E_K^I}{E_K^I - U}}$$

პასუხი: $\frac{\lambda}{\lambda_0} = \sqrt{\frac{E_K^I}{E_K^I - U}}$, ანუ ტალღის სიგრძე იზრდება.

10. ამოცანა

როგორი დამატებითი ΔE ენერგია უნდა მივანიჭოთ არარელატივისტურ T კინეტიკური ენერგიის მქონე ელექტრონს, რომ მისი დე ბროილის ტალღის სიგრძე შემცირდეს n – ჯერ?

ამოხსნა:

აღვნიშნოთ ელექტრონის დე ბროილის ტალღის სიგრძე დასაწყისში და საბოლოოდ, როგორც λ და λ' შესაბამისად ვიცით, რომ $\lambda = h/p$; $\lambda \sim 1/\sqrt{T}$, სადაც $T = mv^2/2$ -ელექტრონის კინეტიკური ენერგიაა. პირობის თანახმად

$$n = \frac{\lambda}{\lambda'} = \sqrt{\frac{T + \Delta E}{T}}.$$

აქედან მივიღებთ, რომ

$$\Delta E = T(n^2 - 1)$$

$$T = \frac{p^2}{2m} = \frac{h^2}{m\lambda^2}$$

$$\Delta E = \frac{h^2}{m\lambda^2}(n^2 - 1)$$

სადაც m – ელექტრონის მასაა.

11. ამოცანა

ვიპოვოთ პროტონის დე ბროილის ტალღის სიგრძე, თუ ერთგვაროვან მაგნიტურ ველში ინდუქციის მნიშვნელობით B მისი მოძრაობის წრიული ორბიტის რადიუსი R ის ტოლია.

ამოხსნა:

წრეწირზე მოძრაობისას ცენტრისკენული ძალა უნდა გავუტოლოთ მაგნიტური ველის ლორენცის ძალას qvB -ს:

$$m \frac{v^2}{R} = evB, \quad mv = p = eRB \text{ საბოლოოდ მივიღებთ}$$

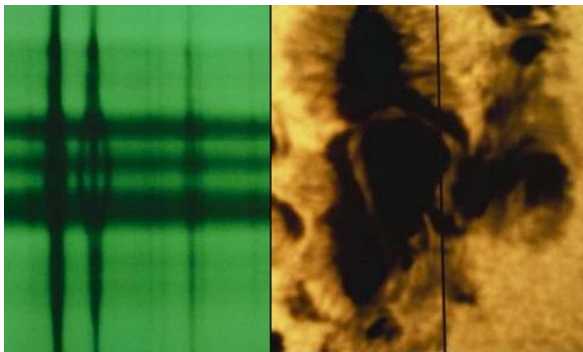
$$\lambda = h/p = h/eRB = 2\pi\hbar / eRB.$$

$\hbar = 2\pi\hbar$ – პლანკის მუდმივა, ხოლო $\hbar = 1.054 \cdot 10^{-34}$ ჯ · წმ – დაყვანილი პლანკის მუდმივა შესაბამისად.

ატომი მაგნიტურ ველში

მაგნიტური ველის მხრიდან, ატომების მიერ გამოსხივებულ სინათლის წყაროზე ზემოქმედების შესწავლის ტრადიცია ფარადეიდან მოდის. ახლა ამ ეფექტის არსებობა ყველას აშკარა გვეჩვენება, რადგან უკვე ვიცით, რომ ელექტრონებს სპინი გააჩნიათ, ანუ დამუხტული მიკროსკოპული ბზრიალასავით იქცევიან, გარშემო მაგნიტურ ველს წარმოქმნიან და ფაქტიურად, მიკროსკოპულ მაგნიტებს წარმოადგენენ. XIX ასწლეულის ბოლოს, როცა პიტერ ზეემანმა ატომების მაგნეტიზმზე ექსპერიმენტთა სერია ჩაატარა, ყველაფერი ეს, ასე აშკარად არ ეჩვენებოდათ. მეცნიერმა მაგნიტების პოლუსებს შორის ნატრიუმის ნიმუში მოაქცია და მისი ატომების სპექტრულ ხაზებზე, მაგნიტური ველის ზეგავლენის შესწავლას შეუდგა. გაირკვა, რომ მაგნიტური ველის გაძლიერებისას, სპექტრული ხაზები, სიხშირეთა ყოველ ჯგუფში, იდლაზნებოდა, ანუ მათში გამოსხივბათა ახალი სიხშირეები ჩნდებოდნენ.

ზეემანის ეფექტი



სურ. 1

1896 წ. ზეემანმა, ზუსტი სპექტრული ხელსაწყოების გამოყენებით აღმოაჩინა, რომ, თუ სინათლის წყარო მოთავსებულია საკმაოდ ძლიერ მაგნიტურ ველში, მაშინ მისი ატომური ან მოლეკულური სპექტრი განსხვავდება ამავე წყაროს სპექტრისაგან მაგნიტური ველის გარეშე.

ზეემანის ეფექტის ბუნება რომ გავიგოთ, ბორის ატომის მოდელს უნდა მივმართოთ და დავფიქრდეთ, საერთოდ როგორ ხდება სინათლის გამოსხივება. ელექტრონი, ზედა ორბიტიდან ქვედაზე კვანტურ „ნახტომს“ აკეთებს (იგივე, მაღალი ენერგეტიკული დონიდან დაბალზე გადმოსვლა), მკაცრად განსაზღვრული სიხშირის ფოტონს ასხივებს, რომელიც ორი ენერგეტიკული დონის ენერგიათა სხვაობის შესაფერისია. ახლა, თუ წარმოვიდგენთ, რომ ელექტრონი მართლაც მიკროსკოპული მაგნიტია, ხოლო თვითონ ატომი გარე მაგნიტური ველის ზემოქმედების ქვეშაა, ელექტრონის ენერგია მისი მაგნიტური სპინის პოლარობაზე იქნება დამოკიდებული – თუ ორბიტალზე მოძრავი ელექტრონისა და გარე მაგნიტური ველის მიმართულებები ერთნაირია, ან საპირისპირო, ელექტრონის ენერგიებიც განსხვავებული იქნება. ანუ საწინააღმდეგო სპინების მქონე ელექტრონებს, ერთ ორბიტალზე, განსხვავებული ენერგიები ექნებათ, რის გამოც ყველა ენერგეტიკული დონე ორ ქვედონედ იქნება გახლეჩილი. შესაბამისად, იქ, სადაც კვანტური გადასვლის ერთადერთი შესაძლო ენერგია არსებობდა ორ დონეს შორის, ახლა გადასვლის ოთხი შესაძლო ენერგია გვაქვს. გამოსხივების სპექტრში დავინახავთ, რომ ერთი მკაფიო სპექტრული ხაზის ნაცვლად, მძლავრ მაგნიტურ ველში, ოთხი თანაბრად დაშორებული სპექტრული ხაზები(სიხშირეები) გვექნება.

ორბიტალურ ელექტრონს გააჩნია ორბიტალური მაგნიტური მომენტი და სპინთან დაკავშირებული მაგნიტური მომენტი. როდესაც აგზნებულ ატომს მოვათავსებთ მაგნიტურ ველში, გვექნება ორი შემთხვევა:

1. გარე მაგნიტური ველის ურთიერთქმედების ენერგია, ელექტრონის მაგნიტურ მომენტთან, მცირეა სპინ-ორბიტალურ ურთიერთქმედების ენერგიასთან შედარებით.

2. გარე მაგნიტური ველის ურთიერთქმედების ენერგია ელექტრონის მაგნიტურ მომენტთან, აღემატება სპინ-ორბიტალურ ურთიერთქმედების ენერგიას.

ურთიერთქმედების შედეგად აგზნებულ ატომში იხსნება გადაგვარება – გაჩნდება ახალი ენერგეტიკული დონეები და შედეგად მივიღებთ გამოსხივების დამატებით ხაზებს.

ზეემანის ეფექტი ეწოდება ატომის ენერგეტიკული მდგომარეობების გახლეჩას. გარე მაგნიტურ ველში. დონეების გახლეჩა ხდება იმიტომ, რომ ატომის მაგნიტური მომენტი μ ურთიერთქმედებს B ინდუქციის მაგნიტურ ველთან.

$$\text{გახლეჩის სიდიდე ტოლია } \Delta E = -\mu B$$

ენერგეტიკული წანაცვლება დამოკიდებულია მაგნიტური მომენტის ორიენტაციაზე გარე მაგნიტური ველის მიმართ.

ბირთვულ მაგნიტური რეზონანსის და ელექტრონული პარამაგნიტური რეზონანსის მოვლენები დამოკიდებულია ატომური დონეების ზეემანის წანაცვლებაზე.

$$L + S = J$$

L – ორბიტალური მომენტი, s – სპინური მომენტი

გვექნება $2m_l + 1$ დონე, სადაც m_l – მაგნიტური კვანტური რიცხვია – სრული მექანიკური J მომენტის პროექცია მაგნიტური ველის მიმართულე-ბაზე.

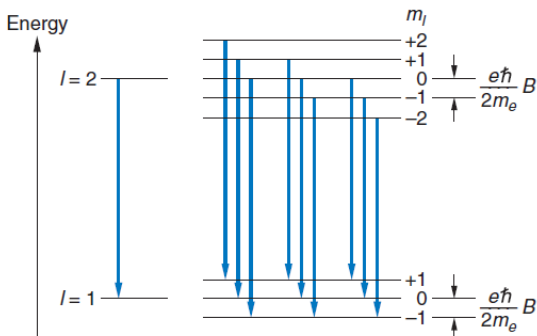
ზეემანის ნორმალური ეფექტი

$$\text{როცა სპინი ნულია } \vec{J} = \vec{L}$$

$\Delta E = -\vec{\mu} \vec{B} = -\mu_z B$ იგულისხმება, რომ ველი მიმართულია Z ღერძის გასწვრივ. ამ შემთხვევაში გვაქვს ნორმალური ზეემანის ეფექტი.

შერჩევის წესიდან გამომდინარე $\Delta m_l = \pm 1$ და წანაცვლების სიდიდე მოცემული l -თვის $\Delta E = m_l e \hbar B / 2m_e = m_l \mu_B B$. სადაც μ_B – ბორის მაგნეტონია

რადგან თითოეულ L -ს შეესაბამება $2L + 1$ რაოდენობის ქვემდგომარეობა, ამიტომ წანაცვლებულ ახალი ქვედონეების რიცხვი შესაბამისად იქნება $2L + 1$.



სურ. 2-ზე გამოსახულია ნორმალური ზეემანის ეფექტი, ნაჩვენებია მოცემულ პირობებში თუ როგორ განაწილდება ენერგეტიკული დონეები $L=1$ და $L=2$ შემთხვევებში.

ზეემანის ანომალური ეფექტი

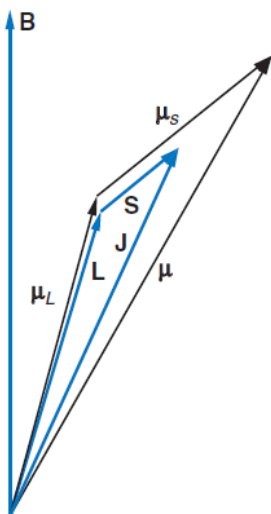
ანომალური ეფექტი წარმოიშობა, როცა სპინი განსხვავებულია ნულისგან.

$$J = L + S \quad (1)$$

$$\mu = -g_L \mu_B \frac{L}{\hbar} - g_S \mu_B \frac{S}{\hbar} \quad (2)$$

$$\mu = -\frac{\mu_B}{\hbar} (L + 2S)$$

რადგან $g_L = 1$ და $g_S = 2$ სადაც g – ფაქტორია ორბიტალური და სპინური კვანტური რიცხვებისთვის შესაბამისად. ჩვენ გვაქვს



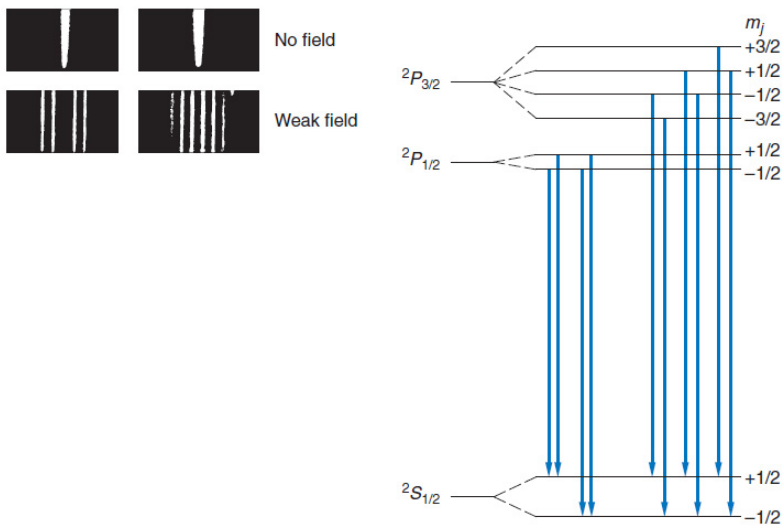
ნახ. 3-ზე გამოსახულია სპინური, ორბიტალური და ჯამური მაგნიტური მომენტების ვექტორული დიაგრამა.

თითოეული დონე იხლიჩება $2J + 1$ ქვედონედ. იგულისხმება, რომ ატომის მაგნიტური მომენტის გარე ველთან ურთიერთქმედების ენერგია მცირეა სპინ-ორბიტალურ ურთიერთქმედებასთან შედარებით. ამ შემთხვევაში ინახება სრული J მომენტი. ქვედონის ენერგია დამოკიდებულია m_j -ზე.

$$\Delta E = g m_j \left(\frac{e \hbar B}{2 m_e} \right) = g m_j \mu_B B \quad (3)$$

$$g = 1 + \frac{j(j+1) + s(s+1) - l(l+1)}{2j(j+1)} \quad (4)$$

როცა $S = 0, J = 1$ და $g = 1$, ეს განტოლება გვაძლევს გახლეჩის წანაცვლებას, რომელიც შეესაბამება ნორმალურ ზეემანის ეფექტს.



ნახ. 4. ზეემანის ანომალური ეფექტი

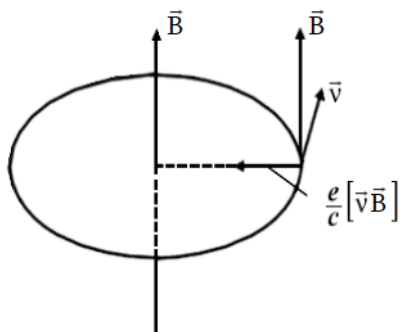
ნახაზზე მოცემულია ზეემანის ანომალური ეფექტის მაგალითი, როცა აგზნებული ნატრიუმის ატომი იმყოფება გარე მაგნიტურ ველში. შერჩევის წესიდან გამომდინარე $\Delta m_j = 0, \pm 1$. ნატრიუმის ატომს გარე ორბიტაზე გააჩნია მხოლოდ 1 ელექტრონი $3S$ მდგომარეობაში. მისი სტრუქტურაა $1s^2 2s^2 2p^6 3s$. სურათზე მოცემული შემთხვევა შეესაბამება $3P_{3/2}$ და $3P_{1/2}$ ნატრიუმის დუბლეტის აგზნებას, რომელთა სრული მომენტი ტოლია $3/2$ და $1/2$ – ის შესაბამისად.

იმ შემთხვევაში, როცა გვაქვს ძლიერი გარე მაგნიტური ველი (პაშენ-ბაკის ეფექტი), მაშინ მაგნიტური მომენტის გარე ველთან ურთიერთქმედების ენერგია მეტია სპინ – ორბიტალურთან შედარებით. გაწყდება კავშირი L და S მომენტებს შორის და ატომის ენერგია დამოკიდებული იქნება როგორც L -ზე, ისე S -ზე.

$$\Delta E = (m_l + 2m_s) \left(\frac{e\hbar B}{2m_e} \right) = (m_l + 2m_s) \mu_B B \quad (5)$$

ზეემანის ცდაში, რომელიც აკვირდებოდა ნატრიუმის ორთქლის ნათებას, წანაცვლება სპექტრში შეადგენდა მხოლოდ რამოდენიმე მეათედ ანგსტრემს $B = (20 \div 30) 10^3$ გაუსი ($1 \text{ ტესლა} = 10^4 \text{ გაუსი}$) მაგნიტურ ველში. ეს ეფექტი რაოდენობრივად შეისწავლა და ახსნა ლორენცმა, კლასიკური ელექტრონული თეორიის გამოყენებით. ეფექტის ახსნა როგორც კვანტური,

ისე კლასიკური წარმოდგენით იძლევა ერთნაირ შედეგს. ჯერ განვიხილოთ კლასიკური წარმოდგენა. განვიხილოთ წრიულ ორბიტაზე მოძრავი ელექტრონი (ნახ. 6).



ნახ. 5. ელექტრონზე მოქმედი ძალები B მაგნიტურ ველში.

ძალები, რომლებიც მოქმედებენ ელექტრონზე ტოლია.

$$F_3 = \frac{e^2}{r^2} \text{ და } F_6 = ma = mr\omega_0^2 \quad (6)$$

მაშასადამე

$$\frac{e^2}{r^2} = mr\omega_0^2. \quad (7)$$

აქ $\vec{F}_3$ კულონის ძალაა, $\vec{F}_6$ – ცენტრიდანული ძალა, ხოლო ω_0 – ელექტრონის ბრუნვის კუთხური სიხშირეა მაგნიტური ველის ჩართვამდე. სიმარტივისათვის დავუშვათ, რომ მაგნიტური ველი მიმართულია ორბიტის სიბრტყის პერპენდიკულარულად. ველის ჩართვის შემდეგ ელექტრონზე იმოქმედებს ლორენცის ძალაც

$$\vec{F}_\text{ლ} = \frac{e}{c} [\vec{v} \vec{B}]. \quad (8)$$

ბურღის წესის გამოყენებით ადვილად დავადგენთ მის მიმართულებას – ის რადიუსის გასწვრივაა მიმართული. ლორენცის ძალამ თითქოს უნდა გამოიწვიოს რადიუსის გაზრდა

ან შემცირება. სინამდვილეში ასე არ ხდება. იცვლება ბრუნვის სიხშირე, რადიუსი კი უცვლელი რჩება. როდესაც ვრთავთ გარეშე მაგნიტურ ველს, იგი თავის საბოლოო მნიშვნელობას მყისიერად ვერ აღწევს, მაგნიტური ველის ზრდის დრო იმდენად დიდია ელექტრონის ბრუნვის პერიოდთან შედარებით, რომ ეს პროცესი (მაგნიტური ველის თანდათანობითი

ზრდა) შეიძლება ჩაითვალოს უსასრულოდ ნელ პროცესად. ამ დაშვების შემდეგ ცხადია, რომ დროის ყოველ მომენტში იქნება დაცული ძალთა ტოლობა

$$\vec{F}_3 + \vec{F}_\omega = \vec{F}_g. \quad (9)$$

ცენტრიდანული ძალა მუდმივი არ არის, რადგან ცვლადი მაგნიტური ველი წარმოქმნის გრიგალურ ელექტრულ ველს (მაქსველის ელდინამიკის II განტოლების თანახმად).

სწორედ ეს გრიგალური ველი მოქმედებს ელექტრონზე, აჩქარებს ან ანელებს მას. ლორენცის ძალას არ შეუძლია ბრუნვის სიხშირის შეცვლა, რადგან იგი მიმართულია სიჩქარის პერპენდიკულარულად და არავითარ მუშაობას არ ასრულებს. მაშასადამე, ბრუნვის სიხშირეს ცვლის გრიგალური ელექტრული ველი.

ჩვენი დაშვების თანახმად პროცესი უსასრულოდ ნელია, ამიტომ ძალების ტოლობას ადგილი უნდა ჰქონდეს დროის ნებისმიერ მომენტში, მაშინაც კი, როდესაც $\vec{B}$ -მაგნიტური ველის დამაბულობა აღწევს თავის მაქსიმალურ მნიშვნელობას. ელექტრონის ბრუნვის სიხშირე ამ დროს აღვნიშნოთ ω -თი. მაშინ ძალთა ტოლობის პირობა იქნება

$$\frac{e^2}{r^2} + \frac{e}{c} r \omega B = m r \omega^2. \quad (10)$$

თუ გავითვალისწინებთ (1) განტოლებას, მივიღებთ

$$m r \omega_0^2 + \frac{e}{c} r \omega B = m r \omega^2 \quad (11)$$

საიდანაც

$$\omega^2 - \frac{eB}{2mc} \omega - \omega_0^2 = 0. \quad (12)$$

მხედველობაში მივიღოთ, რომ $\frac{eB}{2mc} = \theta$ არის ლარმორის სიხშირე (ელექტრონის მაგნიტური მომენტის პრეცესიის სიხშირე ველის მიმართულების გარშემო). მაშინ (3) მიიღებს სახეს

$$\begin{aligned} \omega^2 - 2\theta\omega - \omega_0^2 &= 0, \\ \omega &= \theta \pm \sqrt{\theta^2 + \omega_0^2} \end{aligned} \quad (13)$$

θ -ს სიმცირის გამო რადიკალის ნიშნის ქვეშ მყოფი სიდიდე θ კვადრატში შეგვიძლია უგულვებელვყოთ. მაშინ

$$\omega = \theta \pm \omega_0 \quad (14)$$

ქ.ო.

$$\omega_1 = \theta + \omega_0, \quad \omega_2 = \theta - \omega_0 \quad (15)$$

ამრიგად, მაგნიტური ველის მოქმედებით ω_0 კომპონენტს გაუჩნდა თანამგზავრები სიხშირით ω_1 და ω_2 . ისინი ძირითადი ω_0 -გან განსხვავდებიან θ სიდიდით.

ზემოთ აღვნიშნეთ, რომ ზეემანის ეფექტის ახსნა შეიძლება კვანტური თეორიითაც. კვანტური წარმოდგენით ატომი შეიძლება იმყოფებოდეს მხოლოდ გარკვეულ სტაციონარულ მდგომარეობაში, რომელიც ხასიათდება ენერგიის გარკვეული მნიშვნელობით. ასეა ელექტრონიც. სტაციონარულ მდგომარეობაში მყოფი ელექტრონი არ ასხივებს. სინათლის გამოსხივება ხდება მაშინ, როცა ელექტრონი გადადის ერთი დონიდან მეორეზე. ამ გადასვლის დროს გამოსხივდება მონოქრომატული სინათლე სიხშირით

$$\nu_0 = \frac{E_2}{h} - \frac{E_1}{h} \quad (16)$$

სადაც h – პლანკის მუდმივაა, ხოლო E_1 და E_2 შესაბამისი დონის ენერგია. ელექტრონის კურსიდან ცნობილია, რომ ორბიტაზე მოძრავ ელექტრონს მექანიკური $\vec{M}$ მომენტის (ანუ იმპულსის მომენტის) გარდა გააჩნია მაგნიტური მომენტიც

$$\vec{\mu} = -\frac{e}{2mc} \vec{M}, \quad (17)$$

რომელსაც მაგნიტურ ველში აქვს ენერგია

$$W = -\vec{\mu} \vec{B} = -\mu B \cos \alpha = -\mu_B B. \quad (18)$$

აქ μ_B – მაგნიტური მომენტის პროექციაა ველის მიმართულებაზე. კვანტური მექანიკიდან ცნობილია, რომ იმპულსის მომენტი იკვანტება, ანუ ღებულობს პლანკის მუდმივას ჯერად მნიშვნელობებს $M_H = m\hbar$, სადაც $m = 0, \pm 1, \dots, \pm l$ მაგნიტური კვანტური რიცხვია. მაშინ ცხადია, რომ

$$\mu_B = -\frac{e}{2m_e c} M_B = -\frac{e}{2m_e c} m\hbar = -\mu_{Bor} m \quad (19)$$

$$\mu_{Bor} = \frac{e\hbar}{2mc} \quad (20)$$

სიდიდეს ბორის მაგნეტონი ეწოდება. როდესაც წყარო თავსდება მაგნიტურ ველში, ყოველი დონე იღებს დამატებით ენერგიას

$$\Delta W = \mu_B B = m \mu_{Bor} B, \quad (21)$$

რის შემდეგაც გამოსხივების სიხშირე იქნება

$$\nu_0 + \Delta \nu = \frac{W_2 + \Delta W_2}{h} - \frac{W_1 + \Delta W_1}{h}. \quad (22)$$

თუ ამ გამოსახულებაში გავითვალისწინებთ (21)-ს, მივიღებთ, რომ სიხშირის წანაცვლება

$$\Delta \nu = \frac{\Delta W_2}{h} - \frac{\Delta W_1}{h} \quad (23)$$

მაგრამ $\Delta W_1 = m_1 \mu_{Bor} B$ და $\Delta W_2 = m_2 \mu_{Bor} B$, ამიტომ

$$\Delta \nu = (m_2 - m_1) \frac{\mu_{Bor}}{h} B \quad (24)$$

ან

$$\Delta \nu = \Delta m \frac{1}{4\pi c} \frac{e}{m_e} B \quad (25)$$

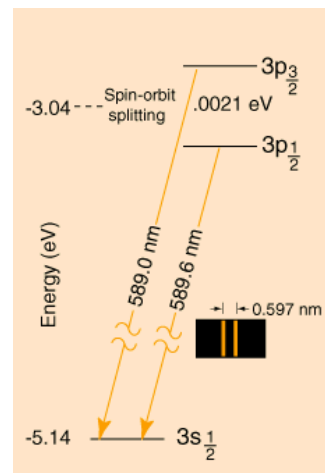
Δm_l ექვემდებარება შერჩევის წესს, რომლის მიხედვითაც ის შეიძლება იცვლებოდეს მხოლოდ ± 1 -ით, ხოლო $\Delta m_j = 0, \pm 1$. თუ ამას გავითვალისწინებთ (25)-ში, მივიღებთ

$$\Delta \nu = \pm \frac{1}{4\pi c} \frac{e}{m_e} B \quad (26a)$$

და, შესაბამისად, $(\lambda = c/\nu, \Delta \lambda = c\Delta \nu/\nu^2)$

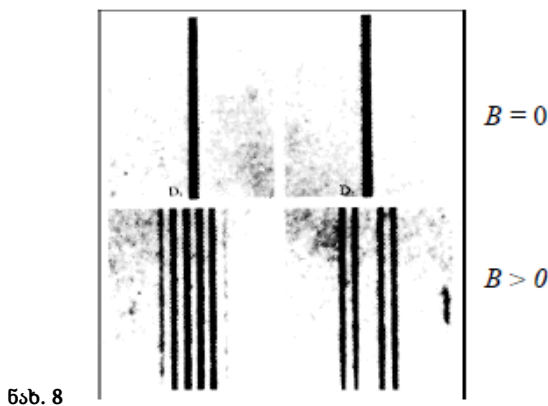
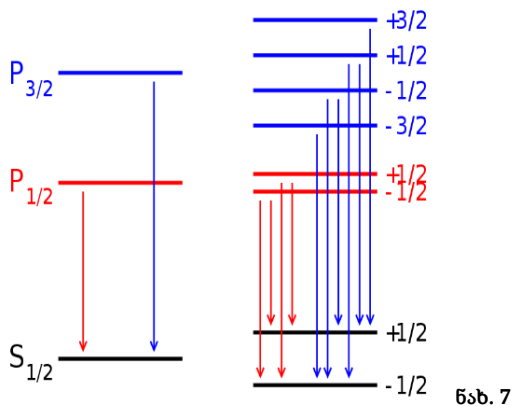
$$\Delta \lambda = \pm \frac{1}{4\pi c^2} \frac{e}{m_e} \lambda^2 B \quad (26b)$$

ველის გარეშე ნატრიუმის ატომისათვის გვაქვს შემდეგი სურათი:



ნახ. 6

ველის გავლენით სპექტრი იქნება



ზეემანის მიერ ექსპერიმენტში მიღებული სურათი.

გამოსხივების პოლარიზაცია

დავუშვათ, რომ გამოსხივებას ვაკვირდებით მაგნიტური ველის გასწვრივ, z -მიმართულებით.

სინათლის ტალღის შესაბამისი ელექტრული ვექტორი იცვლება გავრცელების მართობულ სიბრტყეში, ამიტომ x და y პოლარიზაციაა მხოლოდ შესაძლებელი.

Z -კომპონენტა ($\Delta m_l = 0$) არ გვექნება და დაიკვირვება მხოლოდ $\Delta m_l = \pm 1$ კომპონენტები.

მათ σ - კომპონენტები ეწოდებათ და გამოსხივება არის წრიულად პოლარიზებული. $\Delta m_l = +1$ მარჯვნივ და $\Delta m_l = -1$ მარცხნივ პოლარიზებული.

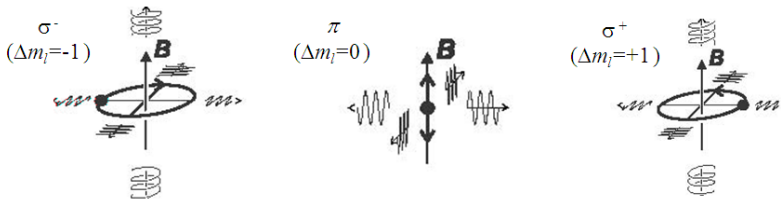
ლი შესაბამისად. როცა ვაკვირდებით ველისადმი მართობულად დაიკვირ-
ვება სამივე ხაზი. $\Delta m_l = 0$ გამოსხივება- π კომპონენტი, წრფივად პოლარი-
ზებულია და გამოსხივება ინტენსიურია ველის მიმართ მართობული მი-
მართულებით.

$\Delta m_l = \pm 1$, σ^- - კომპონენტები, გამოსხივება წრფივადაა პოლარიზებუ-
ლი, როცა ვაკვირდებით ველის მართობულად.

წრიული პოლარიზაციის მიმართულება
განისაზღვრება B -ს მიმართულებით.

ახსნა მოგვცა ლორენცმა (1896)

Δm_l	ენერგია	პოლარიზაცია	
		ველის გახწვრივ	ველის მართობულად
+1	$h\nu_0 - \mu_B B$	σ^+	$\mathcal{E} \perp B$
0	$h\nu_0$	არ დაიკვირვება	$\mathcal{E} \parallel B$
-1	$h\nu_0 + \mu_B B$	σ^-	$\mathcal{E} \perp B$



ნახ. 9. პოლარიზაცია ზეემანის ეფექტში :წრიული პოლარიზაცია დაიკვირვება ველის
გახწვრივ(π^-), ხოლო ველის მართობულად (σ^- σ^+)

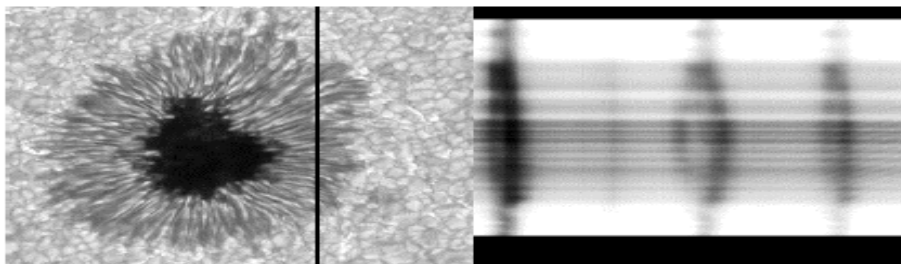
ზეემანის ეფექტის გამოყენება (ბირთვული მაგნიტური რეზონანსი და
ელექტრონული სპინური რეზონანსი)

ბირთვული მაგნიტური რეზონანსი და ელექტრონული სპინური რე-
ზონანსი (ელექტრონული პარამაგნიტური რეზონანსი – ეპრ) ორივე დამო-
კიდებულია ზეემანის გახლეჩაზე-წანაცვლებაზე ატომში. ბმრ-ში წანაც-
ვლება დამოკიდებულია ბირთვული მაგნიტური მომენტის ორიენტაციაზე
გარე ძლიერი მაგნიტური ველის მიმართ, ბმრ რეალიზდება მცირე სიდი-
დის დამატებითი ცვლადი მაგნიტური ველის მოდებით, რომელიც შეესა-
ბამება $\Delta E = -\mu_B$ გახ-ლეჩას. დამატებითი ველის სიხშირეა 20 მგჰც, რაც იწ-
ვევს ბირთვული მომენტის ორიენტაციის შეცვლას სტატიკურ მაგნიტურ
ველში. ეპრ დამოკიდებულია ელექტრონის სპინური მაგნიტური მომენტის
ორიენტაციაზე და საჭიროებს გაცილებით დიდი ენერგიის დამატებით
ველს (10გჰც) რეზონანსის მისაღწევად.

როგორც ეპრ-ში ასევე ბმრ-ში დაიკვირვება ელექტრომაგნიტური ვე-
ლის ენერგიის რეზონანსული შთანთქმის სპექტრები.

ზეემანის ეფექტის გამოყენება ასტროფიზიკაში

ზეემანის ეფექტით ასტრონომები სარგებლობენ, რადგან, ციურ სხეულთა გამოსხივების გახლეჩილი სპექტრული ხაზების მიხედვით, შეგვიძლია ვიმსჯელოთ მათი მაგნიტური ველების სიდიდეზე. მაგალითად, სწორედ ზეემანის ეფექტით დაადგინეს ასტრონომებმა, რომ ლაქები მზის ზედაპირზე, მაგნიტური შეშფოთებების, მზიური მაგნიტური ქარიშხლების, შედეგად ჩნდებიან.



როგორც ვარსკვლავების, ისევე მზის მაგნიტური ველის სიდიდე შეიძლება განისაზღვროს სპექტრალური ხაზების ზეემანის წანაცვლებიდან. მაგალითად ნატრიუმის დუბლეტის ხაზებია 589.0nm და 589.6nm, მაგნიტურ ველში გაჩნდება ახალი ხაზები ზეემანის წანაცვლების გამო. წანაცვლების სიდიდე უმცირეს და უდიდეს ტალღის სიგრძეებს შორის ტოლია 0.0225მ.

$3^2P_{1/2}$ დონისათვის, ლანდეს მუდმივა ან g – ფაქტორი იქნება

$$g = 1 + \frac{j(j+1) + s(s+1) - l(l+1)}{2j(j+1)}$$

$$g = 1 + \frac{1/2(1/2+1) + 1/2(1/2+1) - 1(1+1)}{2(1/2)(1/2+1)} = 2/3$$

$3^2S_{1/2}$ დონისათვის

$$g = 1 + \frac{1/2(1/2+1) + 1/2(1/2+1) - 0}{2(1/2)(1/2+1)} = 2$$

$3^2P_{1/2}$ დონისათვის

$$\Delta E = (2/3)(\pm 1/2) 5.79 \cdot 10^{-9} \text{ eV / gauss} \cdot B$$

$3^2S_{1/2}$ დონისათვის

$$\Delta E = (2)(\pm 1/2) 5.79 \cdot 10^{-9} \text{ eV / gauss} \cdot B$$

გრძელი ტალღა შეესაბამება ($m_j = -1/2; m_j = -1/2$).

შესაბამისი ენერგეტიკული სხვაობა ტოლია

$$-1.93 \cdot 10^{-9} B - 5.79 \cdot 10^{-9} B = -7.72 \cdot 10^{-9} B \cdot eV$$

ყველაზე მოკლე ტალღას შეესაბამება ($m_j = +1/2; m_j = -1/2$).

შესაბამისი ენერგეტიკული სხვაობა ტოლია

$$1.93 \cdot 10^{-9} B + 5.79 \cdot 10^{-9} B = 7.72 \cdot 10^{-9} B \cdot eV$$

სრული ენერგიის სხვაობა ტოლია

$$\Delta E = -1.54 \cdot 10^{-8} B \cdot eV$$

აქედან მივიღებთ მაგნიტური ველის სიდიდეს მზის ზედაპირზე

$$B = 0.51T = 5100 Gauss$$

შესადარებლად დედამიწის შემთხვევაში $B = 50$ მკ ტესლა

დუბლეტის არსებობა ტუტე მეტალებში განპირობებულია ელექტრონის ორბიტალური და მაგნიტური მომენტების ურთიერთქმედებით (სპინ-ორბიტალური ურთიერთქმედება). ენერგია დამოკიდებულია სრულ მომენტზე, ანუ სრული მომენტის მახასიათებელი კვანტური რიცხვი J შენახვადი კვანტური რიცხვი) და გვაქვს გადაგვარება m_j პროექციის მიხედვით. მას მაგნიტური კვანტური რიცხვი ეწოდება.

შედარებით რთული ამოცანები

1. ამოცანა

წყალბადის ატომისათვის მივიღოთ ენერგეტიკული დონეების სქემა მთავარი კვანტური რიცხვებისთვის $n = 1, 2, 3$, უგულებელვყოთ რელატივისტური ეფექტები და პროტონი ჩავთვალოთ წერტილოვან მუხტად. ანალოგიური სქემა მივიღოთ ჰელიუმის ატომის დონეებისთვის, რომლებიც შეესაბამება ორიდან ერთერთი ელექტრონის აღგზნებას რა მსგავსებაა ამ ორ სქემას შორის და რა განსხვავებაა და რატომ?

ამოხსნა:

წყალბადის ენერგეტიკული დონეები მოცემულია ფორმულთ

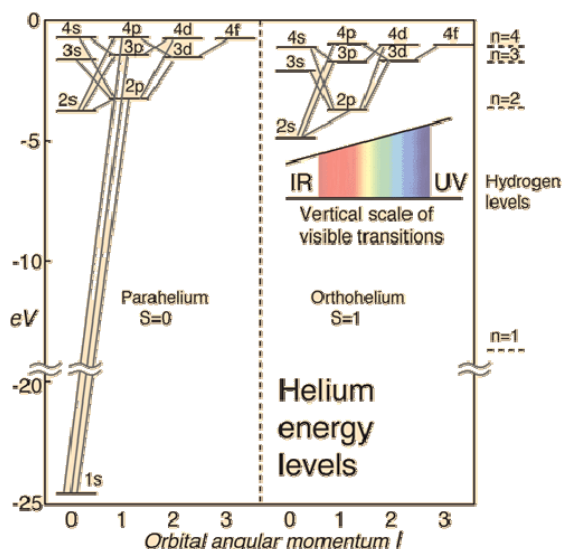
$$E_n = -\frac{13.6}{n^2} \text{ ევ, } n = 1, 2, \dots$$

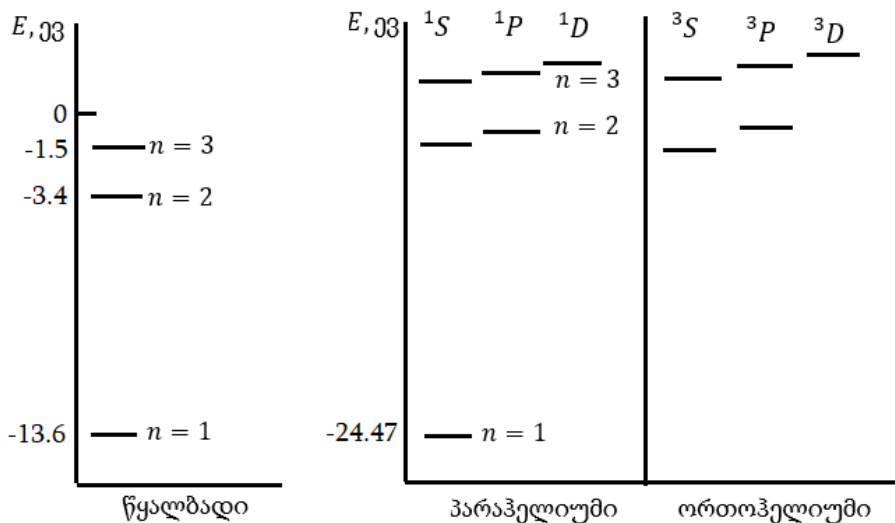
თუ ჩავთვლით, რომ ჰელიუმის ატომის ელექტრონები ერთმანეთთან არ ურთიერთქმედებენ, ერთელექტრონიანი აღგზნების შემთხვევაში ჰელი-

უმის ატომის დონეების ენერგიის დამოკიდებულება მთავარ კვანტურ რიცხვზე n აღიწერება იგივე ფორმულით, როგორც წყალბადის ატომში, განსხვავებული იქნება ბირთვის მუხტი, რომელიც ჰელიუმის ატომში ტოლია $Z = 2$. მაგრამ ელექტრონებს შორის ურთიერთქმედება არღვევს ამ ანალოგიას. ელექტრონებს შორის ურთიერთქმედება განპირობებულია კულონური განზიდვით e^2/r_{12} . თვისობრივად კულონური განზიდვის შეფასება შესაძლებელია, თუ გამოვთვლით e^2/r_{12} -ის საშუალო მნიშვნელობას შეუშფოთებელი ტალღური ფუნქციებისთვის. დონე ($n = 2, l = 0$) [ერთი ელექტრონი იმყოფება დონეზე ($n = 1, l = 0$), ხოლო მეორე – დონეზე ($n = 2, l = 0$)]. კულონის განზიდვის გათვალისწინების გარეშე არსებობს ორი გადაგვარებული სპინური მდგომარეობა: $S = 1$ და $S = 0$. კულონური განზიდვა ხსნის გადაგვარებას, და წარმოიშობა ენერგეტიკული წანაცვლება $J + K, J - K$, სადაც

$$J = \int u_{10}(r_1)u_{20}(r_2) \frac{e^2}{r_{12}} u_{10}(r_1)u_{20}(r_2) dr_1 dr_2$$

პირველი წანაცვლება შეესაბამება სინგლეტურ სივრცლად-სიმეტრიულ მდგომარეობას, ხოლო მეორე – ტრიპლეტურ სივრცლად-ანტისიმეტრიულ მდგომარეობას. ტრიპლეტური დონე განლაგებულია უფრო ქვემოთ ვიდრე სინგლეტური. ფიზიკის თვალსაზრისით ეს ცხადია: კულონური განზიდვის თანახმად უდიდესი ენერგია ექნება იმ მდგომარეობას, რომელშიც ელექტრონები დიდი ალბათობით იქნებიან ერთმანეთთან ახლოს.





P – დონეები გაიხლიჩება ანალოგიურად დონისა $n = 3$ და ა.შ. ამის გარდა, რადგან ელექტრომაგნიტური ურთიერთქმედების ოპერატორი კომუტირებს ელექტრონების სრული სპინის ოპერატორთან, ამიტომ რადიაციული გადასვლები (გადასვლები ატომის დონეებს შორის გამოსხივებით ან შთანთქმით) სინგლეტურ და ტრიპლეტურ დონეებს სორის აბსოლუტურად აკრძალულია სპინ-ორბიტალური ურთიერთქმედების არარსებობის შემთხვევაში. ამრიგად, ჰელიუმის ატომისთვის არსებობს ორი დამოუკიდებელი სპექტრი ჰელიუმის სინგლეტური (პარაჰელიუმი) და ტრიპლეტური (ორთოჰელიუმი) მდგომარეობებისთვის.

2. ამოცანა

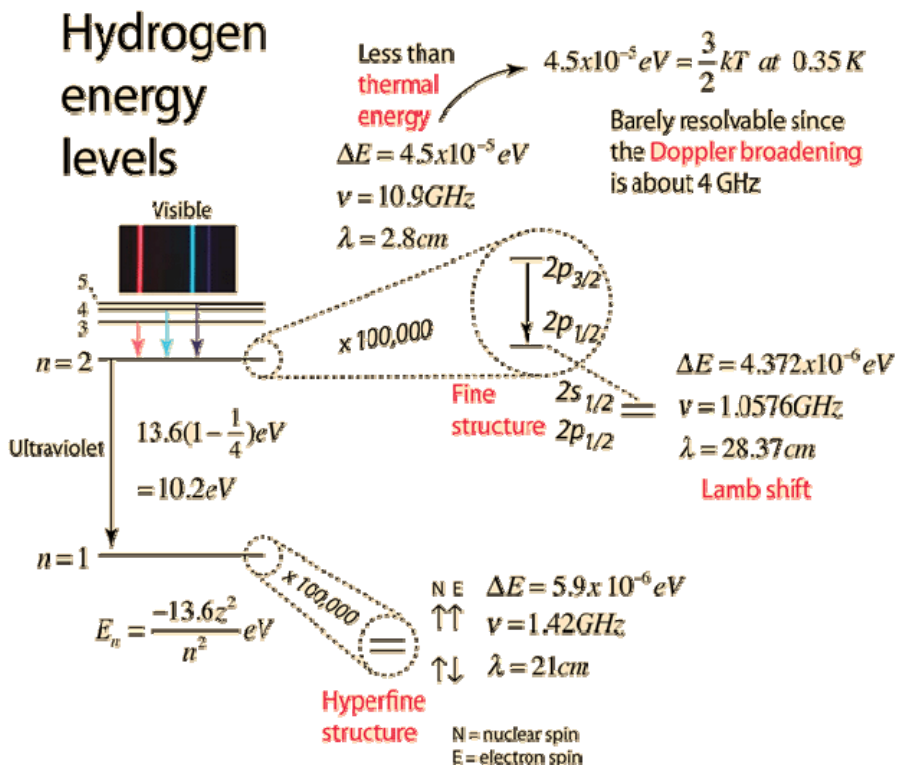
ვიპოვოთ სამი ქვედა თერმი ნახშირბადის ატომისთვის. დავწეროთ მათთვის ტალღური ფუნქციები.

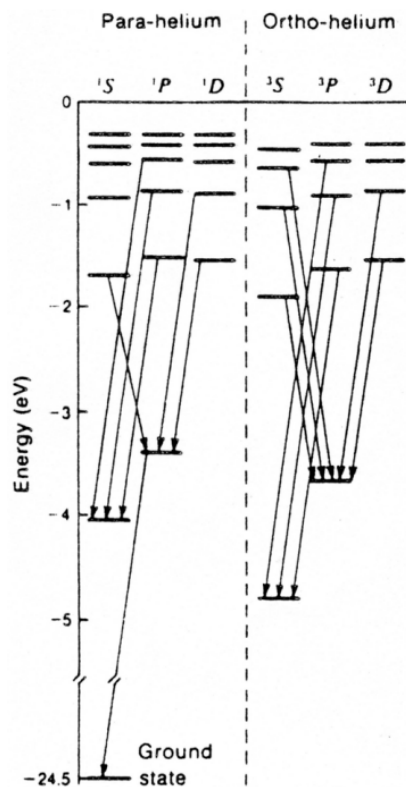
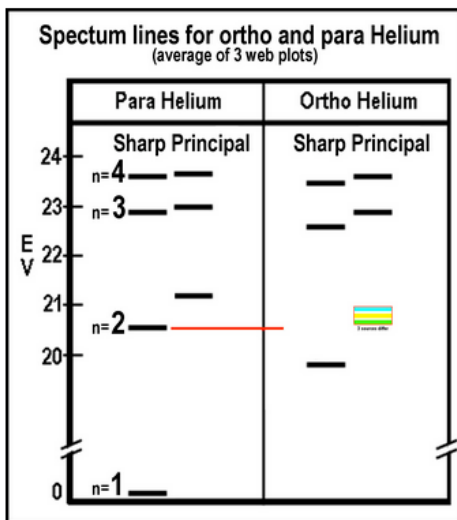
ამოხსნა:

ნახშირბადის ატომს აქვს ექვსი ელექტრონი. პაულის პრინციპის თანახმად ძირითად მდგომარეობას აქვს კონფიგურაცია $1s^2 2s^2 2p^2$. ორი ელექტრონი p – გარსში შეიძლება კომბინირებდნენ ისე, რომ შექმნან მდგომარეობები სპინით $S = 0$ და 1 და ორბიტალური მომენტით $L = 0, 1, 2$. მდგომარეობა ნულოვანი სპინით ანტისიმეტრიულია ელექტრონების გაც-

ლის მიმართ, ხოლო მდგომარეობა სპინით 1 სიმეტრიულია; მდგომარეობები $L = 0, 2$ – სიმეტრიულია, ხოლო $L = 1$ ანტისიმეტრიული. დავუშვათ დასაშვები მდგომარეობებია 1D_2 როცა $L = 2, S = 0$; $^3P_{0,1,2}$ როცა $L = 1, S = 1$ და 1S_0 როცა $L = S = 0$. ენერგეტიკულად ყველაზე ქვედა დონე განისაზღვრება ჰუნდის წესით: S და L უნდა იყოს მაქსიმალური მნიშვნელობის, ხოლო J მინიმალური. ვიცით, რომ $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$. პირველი ორი წესი მიმართულია კულონური ურთიერთქმედების მინიმაზიციისკენ. მაშინ როცა უკანასკნელი განაპირობებს სპინ-ორბიტალური ურთიერთქმედების ენერგიის მინიმალურ მნიშვნელობას. უკანასკნელი ჩვენს შემთხვევაში უგულვებელყოფილია ენერგეტიკული განსხვავებები 3P მდგომარეობებს შორის. ენერგეტიკული ზრდის მიხედვით ქვედა თერმები იქნება $^3P, ^1D_2, ^1S_0$.

ახლა ვიპოვოთ ტალღური ფუნქციების შესაბამისი კვანტური რიცხვები. შესაბამისი თითოეული ორბიტალური მომენტის პროექციისათვის $m_L = 0, \pm 1, \pm 2$.





გადასვლები დონეებს შორის

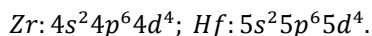
3. ამოცანა

დავადგინოთ ცირკონიუმის და ჰაფნიუმის ატომების ელექტრონული კონფიგურაციები და ავხსნათ რატომაა შეუძლებელი ამ ელემენტების ერთმანეთისგან გამოყოფა ქიმიური მეთოდებით. ცირკონიუმის და ჰაფნიუმის ატომური ნომერია 40 და 72 შესაბამისად.

ამოხსნა:

თითოეულ დონეს მთავარი კვანტური რიცხვით n გააჩნია ქვედონეები ორბიტალური კვანტური რიცხვით l , რომელიც იღებს მნიშვნელობებს 0 დან $n - 1$ ჩათვლით. პაულის პრინციპის თანახმად. თითოეულ ქვედონეზე შეიძლება განთავსდეს $2(2l + 1)$ ელექტრონი.

აქედან გამომდინარე ელექტრონულ კონფიგურაციებს ექნებათ სახე:



ორივე ელემენტის გარე d შრეზე იმყოფება ოთხი ელექტრონი, ამიტომ მათი ქიმიური თვისებები ერთნაირია.

4. ამოცანა

დავუშვათ, რომ თერმებს ნატრიუმში (გამოსახული სმ^{-1} ერთეულებში) აქვთ შემდეგი მნიშვნელობები:

$3s\ ^2S_{1/2}$	41448
$3p\ ^2P_{1/2,3/2}$	24484
$3d\ ^2D_{3/2,5/2}$	12274
$4s\ ^2S_{1/2}$	15705
$4p\ ^2P_{1/2,3/2}$	11180
$4d\ ^2D_{3/2,5/2}$	6897
$4f\ ^2F_{5/2,7/2}$	6858
$5s\ ^2S_{1/2}$	8246
$5p\ ^2P_{1/2,3/2}$	6407

ენერგეტიკული თერმების გამოსახვა სმ^{-1} ერთეულებში ნიშნავს ენერგიის გადაყვანას „სპექტროსკოპულ ერთეულებში“ თერმის ენერგია სმ^{-1} ერთეულებში აღინიშნება როგორც $\tilde{\nu}$.

$$\tilde{\nu} = \frac{E}{hc},$$

სადაც E – ენერგიაა ევ-ში, h – პლანკის მუდმივა, c – სინათლის სიჩქარე, $\tilde{\nu}$ – თერმი სმ^{-1} -ში.

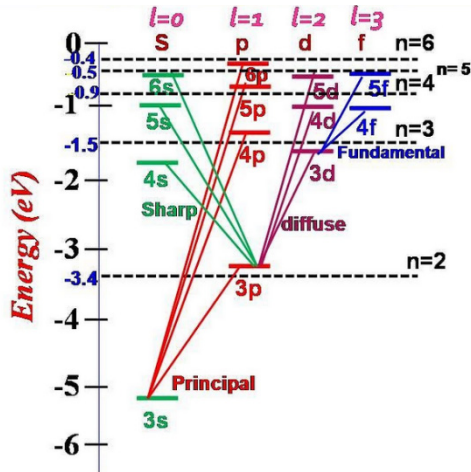
როცა ენერგია მოცემულია ელექტრონვოლტებში

$E = 1\text{ევ}$	$\rightarrow \tilde{\nu} = 8065\text{სმ}^{-1}$
$3s\ ^2S_{1/2}$	$\rightarrow -5.14\text{ევ}$
$3p\ ^2P_{1/2,3/2}$	$\rightarrow -3\text{ევ}$
$3d\ ^2D_{3/2,5/2}$	$\rightarrow -1.52\text{eV}$
$4s\ ^2S_{1/2}$	$\rightarrow -1.95\text{eV}$
$4p\ ^2P_{1/2,3/2}$	$\rightarrow -1.39\text{eV}$
$4d\ ^2D_{3/2,5/2}$	$\rightarrow -0.86\text{eV}$
$4f\ ^2F_{5/2,7/2}$	$\rightarrow -0.85\text{eV}$
$5s\ ^2S_{1/2}$	$\rightarrow -1.02\text{eV}$
$5p\ ^2P_{1/2,3/2}$	$\rightarrow -0.79\text{eV}$

მივუთითოთ რომელი გადასვლები იქნება დაკვირვებული, თუ ნატრიუმის ატომს აღვაგზნებთ ა) სინათლის დასხივებით ($\lambda = 4123\text{ \AA}$); ბ) 3.3ევ

ენერგიის ელექტრონებით ბომბარდირებისას, როცა თავდაპირველად ნატრიუმის ატომი იმყოფებოდა $3s$ მდგომარეობაში.

$$E = h\nu = h \frac{c}{\lambda} = 6.626 \cdot 10^{-34} \cdot (3 \cdot 10^8) / (4123 \cdot 10^{-10})$$



ნატრიუმის ატომის ენერგეტიკული დონეების სქემატური სურათი

ამოხსნა:

ა) ფოტონების ენერგია ტალღის სიგრძით $\lambda = 4123 \text{ \AA}$ ტოლია 3ევ-ის. კვანტის ენერგია დიდი სიზუსტით ტოლი უნდა იყოს ენერგიების სხვაობისა დონეებს შორის, სხვა შემთხვევაში აგზნება არ რეალიზდება. ასეთი ენერგეტიკული სხვაობა არცერთ დონეებს შორის გადასვლას არ შეესაბამება. რადგან ატომი იმყოფება ძირითად $3s \text{ } ^2S_{1/2}$ მდგომარეობაში ენერგიით -5.14ევ (მიწის ნიშანი მიუთითებს იმაზე, რომ მდგომარეობა ბმულია), მაშინ $-5.14 + 3 = -2.14$ (ევ). ასეთი ენერგიის დონე (ბმის ენერგიით 2.14ევ) ნატრიუმის ატომს არ გააჩნია.

ბ) ელექტრონების ენერგია ($E = 3.3$ ევ) გამოსახული სმ^{-1} ერთეულებში, ტოლია $E/c = 2800 \text{ სმ}^{-1}$, მაგარამ ელექტრონი ატომში ადაგზნებს ელექტრონს, დაჯახების კინემატიკიდან გამომდინარე მას შეუძლია აგზნების არხში გადასცეს მხოლოდ ნაწილი თავის ენერგიისა. შედეგად ადგილი ექნება მხოლოდ გადასვლებს $3s \rightarrow 3p$ და $3s \rightarrow 4s$. დაცემული ელექტრონების ენერგია არაა საკმარისი დანარჩენი დონეების აგზნებისათვის.

რადგან ამ დონეებს შორის ენერგეტიკული სხვაობა ნაკლებია 3,3ევ-ზე. $3s \rightarrow 3p$ აგზნებას სჭირდება 5.14ევ-3ევ = 2.10ევ, $3s \rightarrow 4s$ აგზნებას სჭირდება 5.14ევ-1.95ევ = 3.19ევ.

5. ამოცანა

შევავსოთ მაგნიტური ველის სიდიდე, რომელიც საჭიროა იმისთვის, რომ ჰელიუმის ატომში ელექტრონების სპინები განლაგდნენ ერთი მიმართულებით ერთმანეთის პარალელურად. ჰელიუმის ატომში „ძირითად მდგომარეობაში“ ორივე ელექტრონი იმყოფება ყველაზე ქვედა დონეზე და მათი სპინები ურთიერთპარალელურია და საწინააღმდეგოდაა მიმართული. პაულის აკრძალვის პრინციპის თანახმად, იმისათვის, რომ ელექტრონების სპინების მიმართულებები დაემთხვეს ერთმანეთს, ერთერთი ელექტრონი ძირითადი მდგომარეობიდან უნდა გადავიდეს აღზნებულ მდგომარეობაში, მაგალითად პირველ აღზნებულ მდგომარეობაში.

ამოხსნა:

იმისათვის, რომ ელექტრონების სპინები განვალაგოთ ერთი მიმართულებით, პაულის პრინციპიდან გამომდინარე საჭიროა ერთერთი ელექტრონის სპინი გადავბრუნოთ (spin-flip). აღზნებულ მდგომარეობაში ელექტრონის გადასაყვანად საჭიროა ატომს გადაეცეს ენერგია $\Delta E = \hbar\omega$, სადაც ω – ხილული არის გამოსხივების სიხშირეა, როცა ელექტრონი გადადის აღზნებული მდგომარეობიდან ძირითადში. ეს ენერგია ატომს შეიძლება გადაეცეს გარე მაგნიტური ველით, რომელიც ურთიერთქმედებაში შედის ელექტრონის საკუთარ მაგნიტურ მომენტთან. ელექტრონის სპინის მიმართულების ცვლილებისათვის საჭიროა ელექტრონის ენერგია გარე მაგნიტურ ველში შეიცვალოს სიდიდით $2\mu_0 B$ სადაც

$$\mu_0 = \frac{q_e \hbar}{2mc} = 0.927 \cdot 10^{-23} \text{ ა} \cdot \text{მ}^2$$

(q_e და m ელექტრონის მუხტი და მასაა შესაბამისად). შედეგად, მაგნიტური ველი, აუცილებელი სპინის „გადაბრუნებისთვის“ ჰელიუმის ატომის ერთ-ერთი ელექტრონისა, უნდა იყოს მეტი(ან ტოლი) სიდიდისა

$$B = \frac{\hbar\omega}{2\mu_0} = \frac{\pi\hbar c}{\mu_0\lambda}$$

თუ ჩავთვლით, რომ $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$, მივიღებთ $B \approx 2 \cdot 10^4$ ვებერი/მ² = $2 \cdot 10^4$ ტ.

1 ვებერი/მ² = 1 ტესლა. 20 000 ტესლა რეალურ ლაბორატორიებში არ გამოიყენება – ეს მნიშვნელობა გაცილებით აღემატება ტექნოლოგიურ შესაძლებლობებს. 20 000 T მაგნიტური ველი პრაქტიკულად არ გამოიყენება დედამიწაზე – ეს მნიშვნელობა მხოლოდ კოსმოსურ ობიექტებში (მაგნიტარები, ნეიტრონული ვარსკვლავები) გვხვდება.

6. ამოცანა-აზოტის კატასტროფა

ნეიტრონების აღმოჩენამდე ითვლებოდა, რომ ბირთვები შედგებოდნენ პროტონებისა და ელექტრონებისაგან. ვაჩვენოთ, რომ ამ შემთხვევაში აზოტის ატომი (მისი ბირთვის მასა 14-ჯერ მეტია პროტონის მასაზე) იქნებოდა ბოზე – ნაწილაკი, ანუ ერთ ქვანტურ მდგომარეობაში შეიძლება იმყოფებოდეს ნებისმიერი რაოდენობის ნაწილაკი. ცდებმა აჩვენა(მოლეკულური გამოსხივების სპექტრმა), რომ ეს ატომი ფერმი-ნაწილაკია. ეს ფაქტი იყო პირველი მტკიცებულება იმისა, რომ არსებობდა ახლი ბირთვული ნაწილაკი. ვაჩვენოთ, როგორ შეიძლება გადაწყვიტოს ეს ამოცანა ნეიტრონის არსებობამ.

ამოხსნა:

თუ ბირთვი შედგება პროტონებისა და ელექტრონებისაგან, მაშინ ბირთვი უნდა შეიცავდეს 14 პროტონს და 7 ელექტრონს, რადგან აზოტის ბირთვის მუხტია $+7q_e$. ამის გარდა ელექტრონულ გარსში დამატებით უნდა იყოს კიდევ 7 ელექტრონი. აქედან გამომდინარეობს, რომ აზოტის ატომი შეიცავს 28-ფერმი ნაწილაკს. ჯამური სპინი ასეთი სისტემისა უნდა იყოს მთელი. ამიტომ მთლიანობაში აზოტის ატომი უნდა ატარებდეს ბოზე ნაწილაკის თვისებებს. ასეთი წინაღმდეგობა ბირთვული ფიზიკის ისტორიაში ცნობილია, როგორც აზოტის კატასტროფა, რომელიც გადაწყვეტადია იმის დაშვებით, რომ არსებობს ნეიტრალური ნაწილაკი, რომლის მასა ახლოსაა პროტონის მასასთან და სპინით $1/2$ ($1/2$ -ის კენტი რაოდენობის სპინით). მაშინ ბირთვი შედგება 7 პროტონისგან, 7 ნეიტრონისგან და 7 ელექტრონისგან. ასეთი სისტემის სპინი იქნება ნახევარმთელი, შედეგად უნდა მივიღოთ ფერმი-ნაწილაკი.

7. ამოცანა

დეიტრონი არის ბოზე-ნაწილაკი სპინით 1; ამრიგად დეიტრონების ნაკადში იქნებიან ნაწილაკები სპინის პროექციით ან $+1$, ან 0 და -1 . ტარდება ცდა, რომელშიც დეიტრონები განიზნევიან დეიტრონებზე. განვსაზღვროთ როგორაა დამოკიდებული დეიტრონის რეგისტრაციის ალბათობა გაფანტვის კუთხეზე (კუთხე დეიტრონის მიმართულებას შორის დაჯახებამდე და დაჯახების შემდეგ მასათა ცენტრის სისტემაში) დავუშვათ, რომ დაჯახების პროცესში სპინის მიმართულება არ იცვლება და $f(\theta)$ არის θ კუთხეზე გაფანტვის ამპლიტუდა.

ამოხსნა:

ორი დეიტრონისგან შედგენილი სისტემა შეიძლება იმყოფებოდეს 9 სხვადასხვა სპინურ მდგომარეობაში (3-მდგომარეობა დაცემული ნაწილაკისა და 3 მდგომარეობა სამიზნე ნაწილაკის-დეიტრონის). როცა დეიტრონები დაცემულ ნაკადში და სამიზნეში არ არიან პოლარიზებული(ე.ი. სპინის მიმართულება არაა ორიენტირებული გარკვეული მიმართულებით), მაშინ თითოეული ასეთი მდგომარეობის რეალიზაციის ალბათობა არის $1/9$. როცა ორივე დეიტრონის სპინის პროექციები ერთნაირი, მაშინ გაფანტვის ალბათობა იქნება

$$|f(\theta) + f(\pi - \theta)|^2$$

მაგრამ რადგან არსებობს სამი ასეთი მდგომარეობა, ამიტომ წვლილი სრულ ალბათობაში მდგომარეობებისა ერთნაირი სპინების პროექციით იქნება

$$3 \cdot \frac{1}{9} |f(\theta) + f(\pi - \theta)|^2.$$

როცა დეიტრონების (დაცემული და სამიზნე) სპინების პროექციები განსხვავებულია ერთმანეთისგან, მაშინ ერთის გაფანტვა θ კუთხეზე და მეორის (სამიზნის) გაფანტვას $(\pi - \theta)$ კუთხეზე, შეიძლება განვასხვავოთ შემთხვევისაგან, როცა პირველი დეიტრონი იფანტება $(\pi - \theta)$ კუთხეზე, ხოლო მეორე θ კუთხეზე. მაშინ ნდა შეიკრიბოს არა ამპლიტუდები, არამედ ალბათობები

$$|f(\theta)|^2 + |f(\pi - \theta)|^2.$$

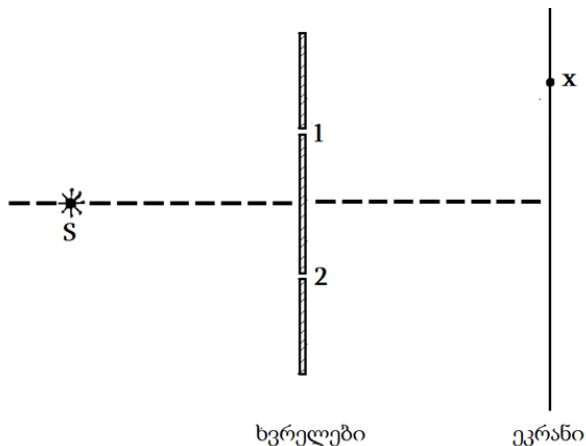
შესაბამისად სრული ალბათობა იქნება

$$\begin{aligned} \sigma(\theta) &= \frac{1}{3} |f(\theta) + f(\pi - \theta)|^2 + \frac{2}{3} |f(\theta)|^2 + \frac{2}{3} |f(\pi - \theta)|^2 = \\ &= |f(\theta)|^2 + |f(\pi - \theta)|^2 + \frac{2}{3} \operatorname{Re}[f^*(\theta)f(\pi - \theta)] \end{aligned}$$

8. ამოცანა

ელექტრონების ნაკადი სპინით $1/2$ გამოსხივდება S წყაროდან, რომელიც განთავსებულია ეკრანის წინ ორი ხვრელით, როგორც ეს ნაჩვენებია სურათზე. დავუშვათ, რომ ელექტრონი, რომელიც მიაღწევს ხვრელს გადის მასში α ამპლიტუდით, თუ მისი სპინი მაღლაა მიმართული და β ამპლიტუდით, თუ მისი სპინი დაბლაა მიმართული. დავუშვათ, რომ შუძლელბელია განვასხვავოთ, რომელ ხვრელში გაიარა ელექტრონმა.

ა) თუ ყველა ელექტრონი არის ზევით მიმართული სპინით, გამოთვალეთ ინტენსივობის განაწილება ეკრანზე x წერტილში, გამოხატეთ ის α , β -ით და $\langle x|s \rangle$ ამპლიტუდებით.



ა) იმის გამო, რომ წყარო ასხივებს მხოლოდ ელექტრონებს „ზევით მიმართული“ სპინით, ელექტრონის ამპლიტუდა x წერტილში მოხვედრისა იქნება.

$$\langle x|s \rangle = \langle x|1 \rangle \alpha \langle 1|s \rangle + \langle x|2 \rangle \alpha \langle 2|s \rangle.$$

ამრიგად,

$$P_+ = |\alpha|^2 |\langle x|1 \rangle \langle 1|s \rangle + \langle x|2 \rangle \langle 2|s \rangle|^2$$

ანუ ინტენსივობის განაწილების სახე იგივეა, რაც სპინის გათვალისწინების გარეშე, შეიცვლება მხოლოდ აბსოლუტური ინტენსივობის მნიშვნელობები.

ბ) თუ წყაროდან გამოსხივებული ელექტრონების სპინები მიმართულია ქვევით, გვაქვს

$$P_- = |\beta|^2 |\langle x|1 \rangle \langle 1|s \rangle + \langle x|2 \rangle \langle 2|s \rangle|^2$$

$$\frac{P_+}{P_-} = \frac{|\alpha|^2}{|\beta|^2} = \text{const}$$

გ) თუ სპინების მიმართულება შემთხვევითია, მაშინ სპინის მიმართულების ალბათობა „ზევით“ და „ქვევით“ ერთმანეთის ტოლია.

$$P_0(x) = \frac{1}{2} P_+(x) + \frac{1}{2} P_-(x)$$

და

$$\frac{P_+(x)}{P_-(x)} = \frac{2|\alpha|^2}{|\alpha|^2 + |\beta|^2} = \text{const}.$$

წყალბადის ატომის ნაზი და ზენაზი სტრუქტურა

9. ამოცანა

გამოვთვალოთ წყალბადის ატომის $J = 1$ დონის გახლეჩის სიდიდე, ვარსკვლავთ შორის გარემოში, სადაც მაგნიტური ველის სიდიდე 10^{-5} გაუსია ($1\text{გაუსი}=10^{-4}\text{ტესლა}$), დედამიწის ზედაპირზე (დაახლოებით 0.5 გაუსია) და ლაბორატორიულ პირობებში მიღებული მაგნიტური ველის სიდიდის საკმაოდ დიდი მნიშვნელობისთვის ($10\,000\text{გაუსი}=10\text{ტესლა}$). პასუხი გამოვსახოთ სიხშირისა და ტალღის სიგრძის გამოყენებით.

ამოხსნა:

ატომის ზეფაქიზი (ზენაზი) სტრუქტურის ენერგია წყალბადის ატომის ძირითად მდგომარეობაში მაგნიტურ ველში გამოსახება ფორმულებით:

$$\begin{aligned} E_I &= A + \mu B & \mu &= -(\mu_e + \mu_p) \\ E_{II} &= A - \mu B \end{aligned}$$

სადაც μ_e და μ_p ელექტრონის და პროტონის მაგნიტური მომენტებია შესაბამისად

$$\begin{aligned} E_{III} &= A \left(-1 + 2 \sqrt{1 + \left(\frac{\mu' B}{2A} \right)^2} \right) & \mu' &= -(\mu_e - \mu_p) \\ E_{IV} &= -A \left(1 + 2 \sqrt{1 + \left(\frac{\mu' B}{2A} \right)^2} \right). \end{aligned}$$

როცა მაგნიტური ველი სუსტია ($\mu B \ll 2A$), მაშინ პირველი სამი დონე E_I, E_{II} და E_{III} შეესაბამება მდგომარეობებს სრული სპინით $J = 1$ პროექციებით $m_j = +1, 0, -1$, ხოლო დონე E_{IV} მდგომარეობას ჯამური სპინით 0 . თუ უგულებელვყოფთ წევრებს, რომლებიც შეიცავენ B – ს კვადრატულ წევრებს, შეგვიძლია ჩავწეროთ სიხშირეების გამოსახულებები გადასვლებისთვის პირველი სამი დონიდან მეოთხე დონეზე უმცირესი ენერგიით.

$$f_1 = \frac{E_I - E_{IV}}{2\pi\hbar} = f_0 + \frac{\mu B}{2\pi\hbar}, \quad f_2 = f_0 - \frac{\mu B}{2\pi\hbar}, \quad f_3 = f_0,$$

სადაც f_0 – სიხშირე შეესაბამება გადასვლას ზენაზი სტრუქტურის დონეებს შორის თავისუფალ წყალბადის ატომში ($\sim 1420\text{მგჰც}$). ხაზის გახლეჩვის სიდიდე, განპირობებული გარე მაგნიტური ველით

$$\Delta f = \frac{\mu B}{2\pi\hbar}$$

ვარსკვლავთშორის გარემოში ~ 14.03 კ, დედამიწის მაგნიტურ ველში ~ 0.70 მგკ, (როცა $B = 1$ გაუსს $\mu B / 2\pi\hbar = 1.397048013 \cdot 10^7$ კ). ტალღის სიგრძის ცვლილება შესაბამისად არის $\sim 2 \cdot 10^{-7}$ და $1 \cdot 10^{-2}$ სმ.

დიდი სიდიდის მაგნიტური ველისათვის როცა სრულდება პირობა $\mu' B \gg A$ დონის ზეფაქიზი სტრუქტურა აღარ შეიძლება დავახასიათოდ სრული სპინით, ხოლო ენერგიები მოცემული დონისა ჩაიწერება შემდეგი სახით:

$$\begin{aligned} E_I &= A + \mu B & E_{II} &= A - \mu B \\ E_{III} &= -A + \mu' B, & E_{IV} &= -A - \mu' B \end{aligned}$$

მაშინ გადასვლის სიხშირეები E_I, E_{II} და E_{III} დონეებიდან E_{IV} დონეზე ჩაიწერება ასეთი სახით

$$f_1 = \frac{1}{2}f_0 + \frac{|\mu_e|B}{\pi\hbar}, f_2 = \frac{1}{2}f_0 + \frac{|\mu_p|B}{\pi\hbar}, f_3 = \frac{\mu' B}{\pi\hbar},$$

როცა $B = 10^5$ გაუსს, მაშინ

$$\begin{aligned} f_1 &= 0.28064114 \cdot 10^{12} \text{კ}, f_2 = 0.11359225 \cdot 10^{10} \text{კ}, \\ f_3 &= 0.280356521 \cdot 10^{12} \text{კ}. \end{aligned}$$

შესაბამისი ტალღის სიგრძეები ტოლია

$$\lambda_1 = 0.10689 \text{სმ}, \lambda_2 = 26.41062 \text{სმ}, \lambda_3 = 0.10701 \text{სმ}.$$

წყალბადის ატომი – ბმული მდგომარეობაა, შედგება დადებითად და-მუხტული ბირთვისაგან-ერთი პროტონისგან და უარყოფითად დამუხტული ელექტრონისგან.

ატომის ზომა განისაზღვრება მისი ელექტრონული გარსის ზომით $\approx 10^{-8}$ სმ. ელექტრონის ბმული მდგომარეობების ენერგია მიიღება შრედინგერის განტოლების ამოხსნით, როცა პოტენციალს აქვს სახე $V(r) = -\frac{e^2}{r}$ და განისაზღვრება თანაფარდობით

$$E_n = -2\pi\hbar c \frac{R}{n^2} = -\frac{13.6}{n^2} \text{ ევ}.$$

სადაც n – მთავარი კვანტური რიცხვია, რომელიც განსაზღვრავს ელექტრონის ენერგიას წყალბადის ატომის სხვადასხვა მდგომარეობაში ($n = 1, 2, 3, \dots$), R – რიდბერგის მუდმივაა ($R = 1.0974 \cdot 10^5 \text{ სმ}^{-1}$).

თითოეულ დონეს მთავარი კვანტური რიცხვით n შეესაბამება n მდგომარეობა, რომლებიც ერთმანეთისაგან განსხვავდებიან ორბიტალური კვან-

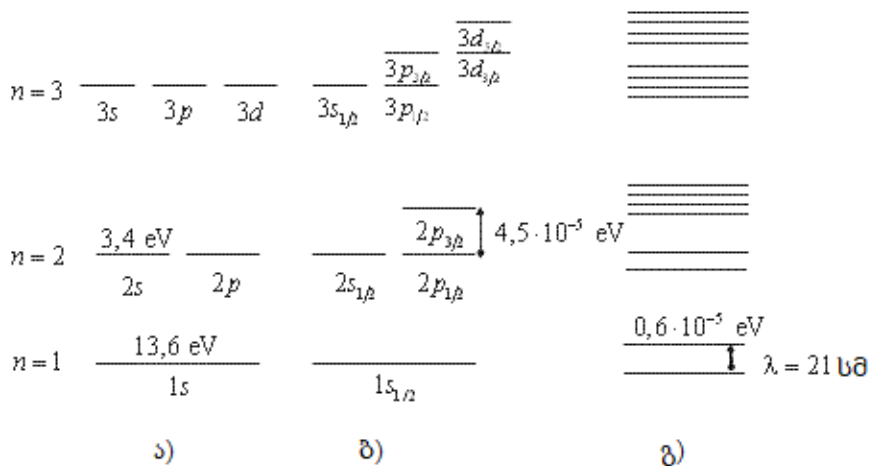
ტური რიცხვებით $l = 0, 1, 2, \dots, (n - 1)$. ასეთი გადაგვარება (ერთ მთავარ კვანტურ რიცხვს შეესაბამება ენერგიის ერთი მნიშვნელობა და უამრავი კვანტური მდგომარეობა) დამახასიათებელია მხოლოდ კულონური ველისთვის. ამის გარდა თითოეულ ენერგეტიკული დონე გადაგვარებული l -ით, დამატებით $(2l + 1)$ -ჯერაა გადაგვარებული მაგნიტური კვანტური რიცხვის მიხედვით $m = \pm l, \pm(l - 1), \dots, \pm 1, 0$. ამრიგად გადაგვარების ჯერადობა იქნება.

$$\sum_{l=0}^{n-1} (2l + 1) = n^2.$$

ასეთი განხილვა სამართლიანია, თუ ელექტრონის სპინს არ გავითვალისწინებთ, მაგრამ დამატებით ორჯერადი გადაგვარება გვექნება ელექტრონის სპინის გამო $s = 1/2$, რადგან ელექტრონს აქვს სპინი ელექტრონის სრული $\vec{J}$ მომენტი განისაზღვრება ორბიტალური და $\vec{L}$ სპინური $\vec{S}$ კომონენტების ვექტორული ჯამით $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$. რადგან ელექტრონის სპინი $s = 1/2$, მისი სრული მომენტი j შეიძლება იყოს მხოლოდ $1/2$ -ის ჯერადი. ორბიტალური მომენტის მოცემული მნიშვნელობისათვის j სრული მომენტი მიიღებს მნიშვნელობებს:

$$j = l + s = l + 1/2 \text{ და } j = l - s = l - 1/2.$$

ელექტრონის ენერგია მდგომარეობებში $l + 1/2$ და $l - 1/2$ პროტონის კულონურ ველში მცირედ განსხვავდება ერთმანეთისაგან და გადაგვარება იხსნება j კვანტური რიცხვის მიხედვით. ამ დამატებით ურთიერთქმედებას სპინ-ორბიტალური ურთიერთქმედება ეწოდება. გადაგვარების მოხსნის გამო დაბალენერგეტიკული სპექტრი წყალბადის ატომში მდიდრდება. ადგილი აქვს დონეების ნაზი სტრუქტურის ჩამოყალიბებას. სპინ ორბიტალური ურთიერთქმედების გათვალისწინებით ორი მდგომარეობის $1s$ და $2s2p$ (ნახ. 1ბ) ნაცვლად წარმოიშობა 4 მდგომარეობა. მათი კვანტური მახასიათებლები მოცემულია ცხრილში. ენერგეტიკული დონე სრული მექანიკური მომენტით $j = l + 1/2$ იმყოფება უფრო მაღლა ვიდრე დონე $j = l - 1/2$. დონეები განსხვავებული l -ით, მაგრამ ერთიდაიგივე n -თი კვლავ რჩება გადაგვარებული. მაგალითად $2s_{1/2}$ და $2p_{1/2}$. აქ ორივე შემთხვევაში მთავარი კვანტური რიცხვი $n = 2$ და ასევე ერთნაირია ამ მდგომარეობების სრული $j = 1/2$ მომენტი.



ნახ. 1. წყალბადის დონეების სქემა: ა – ელექტრონის სპინის და ბირთვის სპინის გათვალისწინების გარეშე, ბ – დონეების ნაზი სტრუქტურა ელექტრონის სპინის გათვალისწინებით, გ – დონეების ზეფაქიზი (ზენაზი გახლეჩა) გახლეჩა $0,6 \cdot 10^{-5}$, რომელიც ითვალისწინებს ელექტრონის მაგნიტური მომენტის(სპინთან დაკავშირებული) ბირთვის მაგნიტურ მომენტთან ურთიერთქმედებას. ლემზის წანაცვლება (ითვალისწინებს ატომური ელექტრონის ფიზიკურ ვაკუუმთან ურთიერთქმედებას) ორი რიგით მცირეა ზეფაქიზი გახლეჩის სიდიდესთან შედარებით $2s_{1/2}$ და $2p_{1/2} \sim 4 \cdot 10^{-6} \text{ ევ}$.

ელექტრონის კვანტური მახასიათებლები წყალბადის ატომის ყველაზე დაბალ ენერგეტიკულ მდგომარეობებში

n	l	s	j = l ± s	დონეები
1	0	1/2	1/2	1s _{1/2}
2	0	1/2	1/2	2s _{1/2}
	1	1/2	1/2, 3/2	2p _{1/2} , 2p _{3/2}
	0	1/2	1/2	3s _{1/2}
3	1	1/2	1/2, 3/2	3p _{1/2} , 3p _{3/2}
	2	1/2	3/2, 5/2	3d _{1/2} , 3d _{3/2}

ელექტრონისთვის სპინით $s = 1/2$ დირაკის რელატივისტური განტოლების ზუსტი ამონახსნი გვაძლევს ენერგიის n და j კვანტურ რიცხვებზე დამოკიდებულებას

$$E_{nj} = -2\pi\hbar c R \left[\frac{1}{n^2} - \frac{\alpha^2}{n^3} \left(\frac{1}{j + 1/2} - \frac{3}{4n} \right) \right]$$

სადაც $\alpha = 1/137$ – ნაზი სტრუქტურის მუდმივაა (განპირობებულია ელექტრომაგნიტური ურთიერთქმედებით). შესწორება E_{nj} არა დამოკიდებულია კვანტურ რიცხვზე l . ამიტომ მდგომარეობები ერთნაირი j -თი და სხვადასხვა l -ით ხასიათდებიან ენერგიის ერთიდაიგივე მნიშვნელობით. ნაზი სტრუქტურის გახლეჩის სიდიდე $\delta E_{j+1,j}$ მოცემული n -თვის განისაზღვრება

$$\delta E_{j+1,j} = 2\pi\hbar c R \frac{\alpha^2}{n^3} \frac{1}{(j + 1/2)(j + 3/2)} = 7.2 \cdot 10^{-4} \frac{\text{ევ}}{n^3(j + 1/2)(j + 3/2)}$$

$n = 2$ დონის გახლეჩის სიდიდე შეადგენს $\approx 4.5 \cdot 10^{-5}$ ევ. წყალბადის ატომბირთვის – პროტონს – ასევე აქვს საკუთარი სპინური მომენტი $s = 1/2$. ეს გარემოება ასევე ცვლის (მცირედ) ელექტრონის პროტონთან ურთიერთქმედებას, რადგან ადგილი აქვს სპინთან დაკავშირებული ელექტრონისა და პროტონის მაგნიტური მომენტების ურთიერთქმედებას. გავლენა ამ ურთიერთქმედებისა დამოკიდებულია პროტონის მაგნიტური მომენტისა და ელექტრონის სრული მომენტის ურთიერთ ორიენტაციაზე. ამრიგად წარმოიშობა კიდევ ერთი ტიპი დონეების გახლეჩისა (გადაგვარების მოხსნის, რომელიც დაკავშირებულია სისტემის სიმეტრიის დაქვეითებასთან). ამ გახლეჩას ზეფაქიზი-ზენაზი ეწოდება, რადგან მისი სიდიდე მნიშვნელოვნად მცირეა ნაზი გახლეჩის სიდიდეზე. ზენაზი გახლეჩა უკვე დაიკვირვება ძირითადი მდგომარეობისთვის ($n = 1, l = 0$). გადასვლას ზენაზი სტრუქტურის ქვედონეებს შორის მიყვავართ წყალბადის გამოსხივებასთან, რომელსაც შეესაბამება გამოსხივების ტალღის სიგრძე 21სმ (გამოსხივების სიხშირე შეადგენს 1420 მგჰც). ამ გამოსხივების საშუალებით ხდება ვარსკვლავთშორის გარემოში, სამყაროში წყალბადის ატომის რეგისტრაცია.

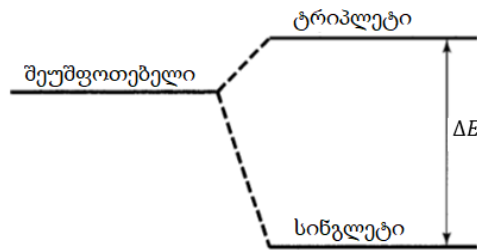
ორივე ელექტრონი და პროტონი წარმოადგენენ ნაწილაკებს, რომელთა სპინი $\frac{1}{2}$ -ის ტოლია, აქედან გამომდინარე წყალბადის ატომი შეიძლება იმყოფებოდეს ოთხ ჯამური სპინით განსხვავებულ კვანტურ მდგომარეობაში

$$\begin{aligned}
 &|\uparrow\uparrow\rangle, \\
 &\frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle), \\
 &|\uparrow\uparrow\rangle,
 \end{aligned}$$

და

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle).$$

პირველი სამი შეესაბამება $F = 1$ მდგომარეობას, რომელიც გადაგვარებულია მაგნიტური ველის გარეშე, ხოლო მეოთხე $F = 0$ მდგომარეობას. ენერგეტიკული გახლეჩის სურათი წარმოდგენილია ნახ. 2-ზე.



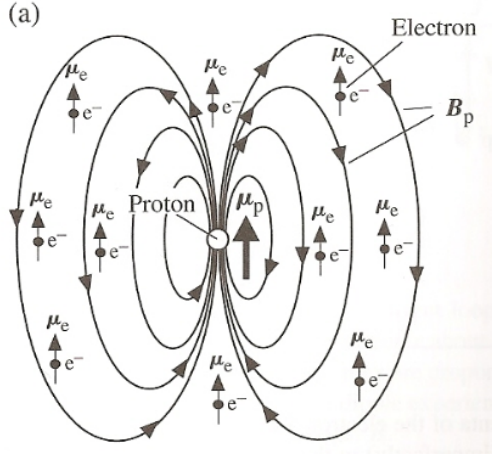
ნახ. 2. ნეიტრალურ წყალბადის ატომში დონეების ზეფაქიზი გახლეჩის სურათი.

სინგლეტური მდგომარეობა შეესაბამება $F = 0$ და ტრიპლეტური მდგომარეობა $F = 1$. ΔE – ენერგეტიკული გახლეჩის სიდიდე სინგლეტურ $F = 0$ და ტრიპლეტური მდგომარეობებს $F = 1$ შორის დამოკიდებულია ნაწილაკების მაგნიტურ მომენტზე. ორი ნაწილაკის ელექტრონის და პროტონის პოტენციური ენერგია მცირეა, როცა მათი მაგნიტური მომენტები ურთიერთ პარალელურია, ხოლო პოტენციური ენერგია მეტია როცა მათი მაგნიტური მომენტები ანტიპარალელურია. ჩვენ ვიცით, რომ

$$E_{pot} = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}.$$

აქ მაგნიტური მომენტი გამოისახება, როგორც $\vec{\mu} = g \frac{q}{2m} \vec{S}$, სადაც g –

წარმოადგენს g – ფაქტორს $\vec{S}$ არის ნაწილაკის სპინი და q – მუხტი. ჩვენ ვხედავთ რომ მაგნიტური მომენტი დამოკიდებულია მუხტზე; ამიტომ, ელექტრონსა და პროტონისათვის ენერგიის მნიშვნელობა მცირეა, როცა მათი სპინები ანტიპარალელურია. ამას აჩვენებს გამოთვლები [15].



ნახ. 3. მაგნიტური ველის ძალწირები და პროტონისა და ელექტრონის მაგნიტური მომენტების ვექტორები.

$$E_{pot} = -P (\vec{\mu}_e \cdot \vec{B}_p)$$

სადაც P არის ელექტრონის მოხვედრის ალბათობა პროტონის ძალწირების შიგნით.

$$\vec{\mu}_e = g_e \frac{e}{2m_e} \vec{S}$$

სადაც ელექტრონის g -ფაქტორი ტოლია -2.002319 . ხოლო თუ პროტონს წარმოვიდგენთ, როგორც სფეროს, რომელსაც განჰოლავს ერთგვაროვანი მაგნიტური ველი. მაშინ პროტონის ძალწირების შიგნით ველი იქნება

$$\vec{B}_p = g \frac{\mu_0}{2\pi R_p^3} \cdot \vec{\mu}_p$$

სადაც μ_0 ვაკუუმის მაგნიტური შეღწევადობაა.

საბოლოოდ E_{pot} ენერგიისთვის მივიღებთ:

$$E_{pot} = \frac{4}{3} \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{g_e g_p \mu_B \mu_N}{a_0^3} \frac{\vec{S} \cdot \vec{I}}{\hbar^2}$$

სადაც $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}$ ბორის მაგნეტონია, $\mu_N = \frac{e\hbar}{2m_p}$ ნუკლონის მაგნეტონია შესაბამისად, პროტონის g - ფაქტორი ტოლია 5.58569 და $\vec{I}$ - არის პროტონის სპინი.

რადგან გამოსახულებაში გვაქვს ელექტრონისა და პროტონის სპინების ნამრავლი, ამიტომ ამ წევრს უწოდებენ სპინ-სპინ ურთიერთქმედების პოტენციურ ენერგიას. განმარტების თანახმად ჯამური სპინი $\vec{F} = \vec{S} + \vec{I}$.

საბოლოოდ, როგორც გამოთვლებმა აჩვენა [Crystal Moorman, 2010] მივიღებთ

$$E_{pot} = 9.427 \times 10^{-25} \text{ჯ} = 5.88 \times 10^{-6} \text{ევ}.$$

ამ გადასვლის ენერგიას შეესაბამება სიხშირე $f = \frac{\Delta E}{h} = 1420 \text{ მგჰც}$ და ტალღის სიგრძე

$$\lambda = \frac{c}{f} = 21 \text{ სმ}$$

ანუ ნეიტრალური წყალბადი გამოასხივებს 21 სმ ტალღის სიგრძის რადიო ტალღას. რომელიც იწინასწარმეტყველეს ჰოლანდიელმა ასტრონომებმა ჯერ კიდევ წინა საუკუნეში 1944 წ. შესაბამისი ექსპერიმენტული აპარატურის-რადიოტელესკოპის დაბალი მგრძნობიარობის გამო ამ გამოსხივების რეგისტრირება ძალზედ რთულია. ლაბორატორიულ პირობებში ეს ხაზი აღმოჩენილ იქნა 1951 წ ჰარვარდის უნივერსიტეტში [Ewen and Purcell 1951].

დაახლოებით 2005 წ ასტრონომებმა აღმოაჩინეს, რომ დეიტერიუმში, წყალბადის მსგავსად, ასხივებს ელექტრომაგნიტური სპექტრის რადიო ნაწილში. ჩვენ შეგვიძლია მივყვეთ იგივე პროცედურას, რაც ზემოთ იყო დეიტერიუმისთვის პროტონის ჩანაცვლებით დეიტერიუმით. დეიტერიუმს, რომელიც ორჯერ მასიურია პროტონზე, აქვს სპინი +1, მუხტი +e და გ-ფაქტორი +0.857. ამ მნიშვნელობების შეტანით ზემოთ განტოლებებში, ჩვენ ვიღებთ შემდეგ შედეგებს:

$$E_{deut} = \frac{8\pi}{3} g_e g_D \mu_B \mu_D (F(F+1) - S(S+1) - I(I+1)).$$

სადაც $S = 1/2$ ელექტრონის სპინია, $I = 1$ დეიტერიუმის სპინი μ_D – წვლილი ბირთვული მაგნეტონისა დეიტერიუმის შემთხვევაში.

სრული კუთხური მომენტი

$$F = L + S \pm \frac{1}{2} = \frac{1}{2}, 3/2$$

სადაც L ელექტრონის ორბიტალური მომენტი 0-ის ტოლია. თუ გამოვთვლით ენერგიას ამ მუდმივებით მივიღებთ

$$E_{deut} = (0.2304) E_{pot} = 0.2304 (5.88 \times 10^{-6} \text{ევ}) = 1.35 \times 10^{-6} \text{ევ}$$

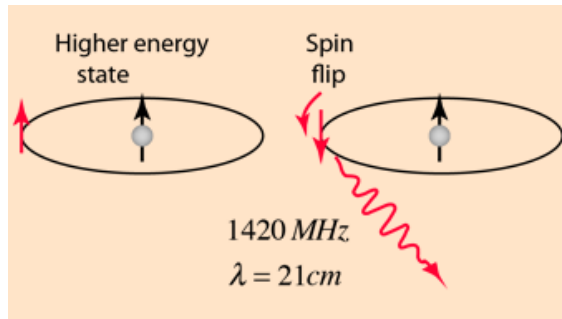
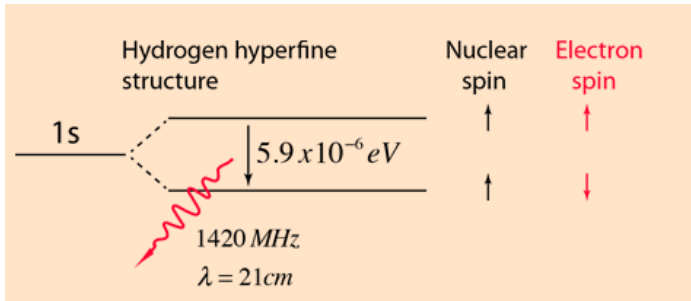
გამოსხივების შესაბამისი სიხშირე იქნება

$$f = \frac{\Delta E}{h} = 327.134 \text{ მგჰც}$$

და ტალღის სიგრძე

$$\lambda = \frac{c}{f} = 0.92\text{მ} = 92 \text{ სმ}$$

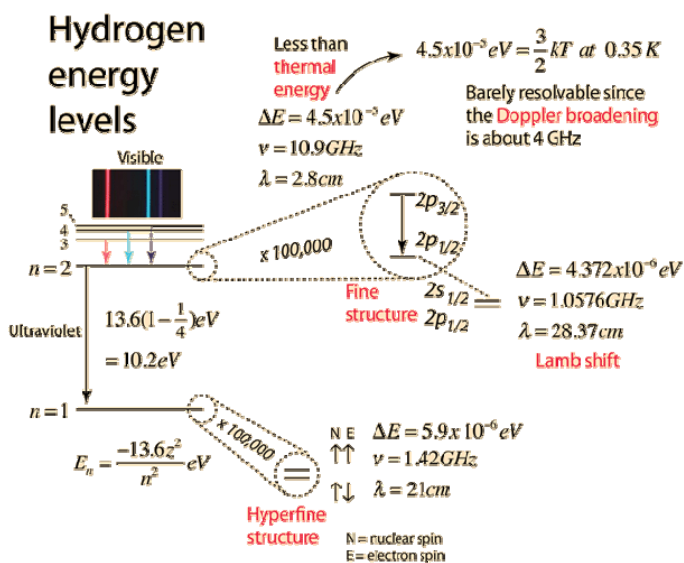
ანალოგიურად წყალბადის ატომისა, კოსმოსური დეიტერიუმი ასევე ასხივებს 92სმ ტალღის სიგრძის ფოტონს. ეს გამოსხივება განპირობებულია სპინის გადაბრუნების ეფექტით.



ლემბის წანაცვლება

ლემბის წანაცვლება – ეს არის ძალიან მცირე ენერგეტიკული სხვაობა წყალბადის ატომში ელექტრონის ორ მდგომარეობას $2s_{1/2}$ და $2p_{1/2}$ შორის, რომელიც კლასიკური კვანტური თეორიით (დირაკის განტოლებით) უნდა ყოფილიყო იდენტური. 1947 წელს ამერიკელმა ფიზიკოსმა **უილის ლემბმა** ექსპერიმენტულად გაზომა ეს ეფექტი (მან მიიღო ნობელის პრემია 1955წელს). ენერგეტიკული წანაცვლება დონეებს შორის შეადგენს $4.372 \cdot 10^{-6} \text{ ევ} = (1057.6 \text{ მგჰც})$ -ს. ეს წანაცვლება განპირობებულია ელექტრონის ურთიერთქმედებით ფიზიკურ ვაკუუმთან, ვირტუალურ ფოტონებთან, რომლებიც წარმოიშობიან ვაკუუმის ფლუქტუაციებით. ამ მოვლენის თეო-

რია განავითარეს რიჩარდ ფეინმანმა, ჟულიან შვინგერმა და სინ იტირო ტომონაგამ კვანტური ელექტროდინამიკის ფარგლებში.



10. ამოცანა

მზის რადიუსია $R_{\text{მზე}} = 7.0 \cdot 10^{10} \text{ მ}$, ხოლო მისი ზედაპირის ტემპერატურა ($T_{\odot} = 5770 \text{ K}$). სტეფან-ბოლცმანის კანონის გამოყენებით, შეაფასეთ მზის მიერ 1 წამში გამოსხივებული ენერგიის რაოდენობა.

ამოხსნა:

სტეფან-ბოლცმანის კანონიდან გამომდინარე ინტეგრალური გამოსხივების უნარიანობა $S(T) = \sigma T^4$. გამომდინარე აქედან მივიღებთ, რომ მზე 1 წამში ასხივებს ენერგიას $W = 4\pi R_{\text{მზე}}^2 \sigma T^4 \cong 3.87 \cdot 10^{26} \text{ ჯ/წმ} = 3.87 \cdot 10^{26} \text{ ვტ}$

11. ამოცანა

განსაზღვრეთ მზის მუდმივა β (მზის გამოსხივების ენერგიის ნაკადის სიმკვრივე დედამიწის ზედაპირზე). დედამიწის ორბიტის საშუალო რადიუსია $R_{\text{ორბ}} = 1.5 \cdot 10^{13} \text{ მ}$.

ამოხსნა:

$$\beta = \frac{W}{4\pi R_{\text{ორბ}}^2} = \frac{4\pi R_{\text{მზე}}^2 \sigma T^4}{4\pi R_{\text{ორბ}}^2} \cong 1.37 \cdot 10^3 \text{ ვტ/მ}^2$$

წონასწორული ელექტრომაგნიტური გამოსხივება

პლანკის ფორმულა – ენერგიის სიმკვრივის (აბსოლუტური შავი სხეულის) სპექტრული განაწილება

$$\begin{aligned}\rho_{\omega}(T) &= \frac{\hbar \omega^3}{\pi^2 c^3 (\exp(\hbar \omega / kT) - 1)} x = \\ &= \frac{(kT)^3}{\pi^2 c^3 \hbar^2} \frac{x^3}{(\exp(x) - 1)} \\ x &= \hbar \omega / kT\end{aligned}$$

სადაც $\rho_{\omega}(T)$ -ს განზომილებაა (ერგი $\cdot$ წმ/სმ³) = (10⁻¹ჯოული $\cdot$ წმ/მ³), ფოტონების სიმკვრივის სპექტრალური განაწილება სიხშირის მიხედვით

$$\begin{aligned}x &= \hbar \omega / kT \\ n_{\omega}(T) &= \frac{(kT)^2}{\pi^2 c^3 \hbar^2} \frac{x^2}{(\exp(x) - 1)}\end{aligned}$$

ფოტონების სიმკვრივის(რაოდენობა მოცულობის ერთეულში) სპექტრალური განაწილების განზომილებაა 1/სმ³

12. ამოცანა

კვანტების ენერგიისათვის დიაპაზონში $\hbar \omega < \hbar \omega_0 = 0.1$ ევ და ტემპერატურისთვის, რომელიც შეესაბამება $T = 300K$, შევაფასოთ წონასწორული სითბური გამოსხივების კვანტების რიცხვი მოცულობის ერთეულში.

ამოხსნა

კვანტების ენერგიისათვის $\hbar \omega < \hbar \omega_0 = 0.1$ ევ და $T = 300K$ ტემპერატურისთვის, როცა სრულდება პირობა $\hbar \omega / kT \ll 1$ შეფასებისთვის პლანკის ფორმულის მაგივრად გამოვიყენოთ ასიმპტოტური მიახლოების გამოსახულება დაბალი სიხშირებისთვის:

რელეი-ჯინსის კანონი

$$\rho_{\omega}(T) \equiv \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} kT$$

მაშინ

$$\begin{aligned}n_0(T) &= \int_0^{\omega_0} (\rho_{\omega} / \hbar \omega) d\omega \equiv \frac{k^3 T^3}{\pi^2 \hbar^3 c^3} \cdot \int_0^{\hbar \omega_0 / kT} x dx \equiv \frac{kT \omega_0^2}{2\pi^2 \hbar c^3} \equiv 6.6 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3} \\ &\equiv 6.6 \cdot 10^{10} \text{ სმ}^{-3}\end{aligned}$$

13ა. ამოცანა

მოდით შევადაროთ ფოტონების სიმკვრივე სხვადასხვა ტემპერატურაზე – ეს ძალიან საინტერესოა, რადგან გვიჩვენებს როგორ იცვლება გამოსხივების „სიხშირე“ გარემოში.

მოცემულ ტემპერატურაზე, ფოტონების რიცხვის შეფასება მოცულობის ერთეულში ეფუძნება შავი სხეულის გამოსხივების სტატისტიკას.

ძირითადი ფორმულა

ფოტონების საშუალო რიცხვი ერთეულ მოცულობაში ტემპერატურის T -ზე გამოითვლება:

$$n(T) = \frac{2 \cdot \zeta(3)}{\pi^2} \left(\frac{k_B T}{\hbar c} \right)^3$$

სადაც: $\zeta(3) \approx 1.202$ – რიმანის ზეტა ფუნქციის მნიშვნელობაა.

$k_B = 1.380649 \cdot 10^{-23} \text{ჯ/}K$ -ბოლცმანის მუდმივაა,

$\hbar = 1.0545718 \cdot 10^{-34} \text{ჯ} \cdot \text{წმ}$ – პლანკის დაყვანილი მუდმივა,

$(h/2\pi)$, $c = 3 \cdot 10^8 \text{მ/წმ}$ – სინთლის სიჩქარე.

13 ბ. ამოცანა

შევავსოთ წონასწორული ელექტრომაგნიტური გამოსხივების ფოტონების რიცხვი მოცულობის ერთეულში ტემპერატურისას: ა) 300 K , ბ) 3 K .

გამოთვლა 300 K -ზე

$$k_B T = 1.380649 \cdot 10^{-23} \cdot 300 \approx 4.14 \cdot 10^{-21} \text{ჯ}$$

გავყოთ $\hbar c$ -ზე:

$$\frac{k_B T}{\hbar c} = \frac{4.14 \cdot 10^{-21}}{1.0545718 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8} \approx 1.31 \cdot 10^5$$

ავიყვანოთ კუბში:

$$\left(\frac{k_B T}{\hbar c} \right)^3 \approx (1.31 \cdot 10^5)^3 \approx 2.25 \cdot 10^{15}.$$

გავამრავლოთ პირველ წევრზე:

$$\frac{2 \cdot 1.202}{\pi^2} \approx 0.243$$

$$n(300\text{K}) \approx 0.243 \cdot 2.25 \cdot 10^{15} \approx 5.5 \cdot 10^{14} \text{ფოტონი/მ}^3$$

პასუხი:

$$n(3\text{K}) \approx 5.5 \cdot 10^8 \text{ფოტონი/მ}^3$$

კოსმოსური ფონური გამოსხივებისთვის $T = 2.7 \text{ K}$,

$$n(2.7\text{K}) \approx 7.3 \cdot 10^{-7} \cdot 5.5 \cdot 10^{14} \text{ფოტონი/მ}^3 \approx 4.0 \cdot 10^8 \text{ფოტონი/მ}^3.$$

14. ამოცანა

როგორ შეიცვლება წონასწორული გამოსხივების სპექტრის მიხედვით კვანტის საშუალო ენერგია, თუ λ_{max} შემცირდება 3-ჯერ.

ამოხსნა:

ცხადია გაიზრდება 3-ჯერ, რადგან კვანტის $h\nu$ ენერგია პროპორციულია სიხშირის და შესაბამისად იქნება λ ტალღის სიგრძის უკუპროპორციული ($h\nu \sim c/\lambda$).

15. ამოცანა

რა სიჩქარე უნდა ჰქონდეს ელექტრონს, რომ მისი ენერგია ტოლი იყოს $\lambda = 912\text{\AA}$ ტალღის სიგრძის ფოტონის ენერგიისა?

ამოხსნა:

$$E_{\text{ფოტ}} = h\nu = hc/\lambda = m_e v^2/2$$
$$v = \sqrt{2hc/m_e \lambda} \approx 2.18 \cdot 10^8 \text{მ/წმ}$$

16. ამოცანა

ვარსკვლავების სპექტრებში დაიკვირვება გრავიტაციული „წითელი წანაცვლება“. შევაფასოთ წყალბადის ატომის $H_\alpha (\lambda_0 = 6563\text{\AA})$ ხაზის წანაცვლება ზეგიგანტური ვარსკვლავის VVკასიოპეას სპექტრში. ამ ვარსკვლავის მასაა $\tilde{M} = 57M$, ხოლო რადიუსი $\tilde{R} = 34R$, სადაც $M = 2 \cdot 10^{33}\text{გ}$, $R = 7 \cdot 10^{10}\text{მ}$ – მზის მასა და რადიუსია შესაბამისად.

ამოხსნა:

ფოტონის ენერგიის ცვლილება გრავიტაციულ ველში აღიწერება განტოლებით

$$h d\omega = -G \frac{M m_{ph}}{r^2} dr$$

სადაც G – გრავიტაციული მუდმივაა, $m_{ph} = h\omega/c^2$ – ფოტონის ეფექტური მასაა M – მასის გრავიტაციულ ველში. ინტეგრების შემდეგ, მივიღებთ

$$\ln(\omega/\omega_0) = \ln(\lambda_0/\lambda) = -\frac{GM}{Rc^2}$$

(ინტეგრება ჩატარებულია ვარსკვლავის ზედაპირიდან უსასრულობამდე). აქედან ვპოულობთ $\lambda = \lambda_0 \exp(R_g/2R)$ სადაც $R_g = 2GM/c^2$ – შვარცშილდის რადიუსია. რადგან $R \gg R_g$, გვექნება $\lambda \approx \lambda_0 (1 + R_g/2R)$. ამიტომ

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 \approx \lambda_0 R_g / 2R \approx 0.023 \text{ \AA}$$

შვარცშილდის რადიუსი (Schwarzschild radius) არის ფიზიკაში ძალიან მნიშვნელოვანი ცნება, რომელიც უკავშირდება შავი ხვრელების ბუნებას. ამ რადიუსზე ვერც სინათლე ტოვებს ობიექტს.

დედამიწისთვის: თუ მისი მთელი მასა შეკუმშულ იქნებოდა დაახლოებით **9 მილიმეტრის** რადიუსში, ის შავი ხვრელი გახდებოდა.

მზის მასის შვარცშილდის რადიუსი დაახლოებით **3 კილომეტრია**.

ეს კონცეფცია გვიჩვენებს, რამდენად ძლიერი უნდა იყოს გრავიტაცია, რომ სივრცე-დრო ისე დამახინჯდეს, რომ შავი ხვრელი წარმოიქმნას.

VV კასიოპეა (VV Cassiopeiae) არის ცვალებადი ზეგიგანტური ვარსკვლავი, რომლის სპექტრი მიეკუთვნება **F6–G2 Ib** ტიპს, ანუ ყვითელ ზეგიგანტს. მისი სპექტრული ხაზები მიუთითებს ფართო ატმოსფეროზე, დაბალ ზედაპირულ ტემპერატურაზე და პერიოდულ ცვლილებებზე.

მისი სიკაშკაშე იცვლება პერიოდულად, დაახლოებით **6.2 დღეში** ერთხელ.

ცეფეიდური ცვალებადობა გამოიყენება კოსმოსური მანძილების გასაზომად. მათი სიკაშკაშის პერიოდული ცვალებადობა არის ერთ-ერთი მთავარი საშუალება „კოსმოსური მანძილის“ გასაზომად.

- VV Cephei ტიპის სისტემები (რომლებსაც VV Cas-იც მიეკუთვნება) გვამღევს უნიკალურ შესაძლებლობას **ზეგიგანტების ატმოსფეროს შესწავლისთვის**.

სპექტრში დაიკვირვება წყალბადის ატომის ბალმერის სერიის ხაზები (H_α , H_β , H_γ) – ეს ხაზები მკაფიოდ ჩანს, თუმცა შედარებით სუსტია, რადგან VV Cas არის F–G ტიპის ზეგიგანტი.

- **მეტალური ატომების ხაზები** (FeI , $CaII$, MgI) – საკმაოდ მაღალი ინტენსივობისაა, რაც მიუთითებს ვარსკვლავის გაფართოებულ ატმოსფეროზე.
- **$NaI D$ ხაზები (5890–5896Å)** – სპექტრის ერთ-ერთი ყველაზე თვალსაჩინო მახასიათებელია.
- **სპექტრის საერთო ფერი** – ყვითელი ზეგიგანტისთვის დამახასიათებელია, დაახლოებით 5000–6000 K ტემპერატურაზე.

ასტრონომები ასეთ სპექტრს იყენებენ VV Cas-ის **ცეფეიდური ცვალებადობის შესასწავლად**, რადგან მისი ხაზების სიგანე და ინტენსივობა პერიოდულად იცვლება სინათლის ცვლილებასთან ერთად.

ჰაიზენბერგის განუზღვრელობის პრინციპი, ამოცანები

ის ფაქტი, რომ ნაწილაკებს აქვთ როგორც კორპუსკულური, ასევე ტალღური თვისებები, იწვევს განუზღვრელობის პრინციპს. განუზღვრელობის პრინციპი გვეუბნება, რომ არსებობს მიკროსკოპული სისტემისთვის დამახასიათებელი შეუღლებული სიდიდეების წყვილი, რომელთა გაზომვა ერთდროულად შეუძლებელია რა გინდა რა მაღალი სიზუსტით. თუ ნაწილაკის კოორდინატი განისაზღვრება Δx ფარგლებში, მაშინ ნაწილაკი არ აღიწერება ბრტყელი ტალღით და არ აქვს განსაზღვრული იმპულსი p . ნაწილაკის კოორდინატის Δx განუზღვრელობა და მისი იმპულსის Δp_x განუზღვრელობა დაკავშირებულია ერთმანეთთან ჰაიზენბერგის განუზღვრელობის პრინციპით.

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \sim \hbar \quad (1)$$

ნაწილაკის მოძრაობის კლასიკური კონცეფცია გარკვეული ტრაექტორიითა და ცნობილი იმპულსით კვანტურ ფიზიკაში გამოიყენება გარკვეული სიზუსტით, რომელიც მოცემულია (1) დამოკიდებულებით.

ანალოგიური თანაფარდობა სამართლიანია ენერგიისა და დროის განუზღვრელობებს შორის

$$\Delta E \cdot \Delta t \sim \hbar \quad (2)$$

1. ამოცანა

მონოენერგეტიკული ელექტრონების ნაკადი მართობულად ეცემა $b = 2,0$ მკმ სიგანის ხვრელს. ვიპოვოთ ელექტრონების სიჩქარე, თუ ეკრანზე, რომელიც ხვრელიდან იმყოფება $l = 50$ სმ მანძილზე, ჩანს დიფრაქციული მაქსიმუმი სიგანით $\Delta x = 0,36$ მმ.

ამოხსნა:

ერთ ხვრელზე დიფრაქციის მაქსიმუმისთვის იწერება პირობა

$$b \sin \varphi = \lambda \quad (1)$$

სადაც b ხვრელის სიგანეა. რადგან დიფრაქციის კუთხე საკმაოდ მცირეა, მაშინ

$$\sin \varphi = \frac{\Delta x}{2l} \quad (2)$$

ჩავსვათ $\sin \varphi$ მნიშვნელობა (1)-ში მივიღებთ :

$$\lambda = \frac{b \Delta x}{2l} \quad (3)$$

ვიცით, რომ დე ბროილის ტალღის სიგრძე

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{p} = \frac{2\pi\hbar}{m_e v} \quad (4)$$

მივიღებთ

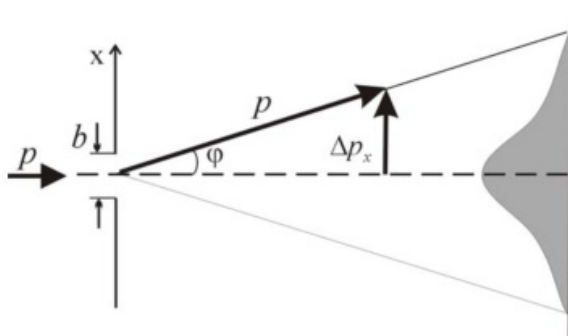
$$\frac{b\Delta x}{2l} = \frac{2\pi\hbar}{m_e v} \quad (5)$$

აქედან

$$v = \frac{4\pi\hbar l}{m_e b \Delta x} = 0.96 \cdot 10^6 \text{ მ/წმ}.$$

2. ამოცანა

ვაჩვენოთ, რომ როცა ნაწილაკი გადის ვიწრო b ხვრელს, მაშინ x კოორდინატის გაზომვას შეაქვს ისეთი სიდიდის განუზღვრელობა Δp_x ნაწილაკის იმპულსში, რომ $\Delta x \Delta p_x \geq \hbar$.



ნაწილაკის გავლისას ხვრელში წარმოიშობა კოორდინატის განუზღვრელობა $\Delta x = b$, ამის გამო წარმოიშობა განუზღვრელობა იმპულსში Δp_x . ხვრელის გავლის შემდეგ, დიფრაქციის შედეგად, ნაწილაკი იქნება 2φ კუთხის არეში (φ – კუთხე შეესაბამება პირველ დიფრაქციულ მაქსიმუმს), მაშინ

$$\Delta p_x = p \sin \varphi \quad (1)$$

დიფრაქციული მაქსიმუმის ორივე მხარეს გვაქვს მინიმუმი (პირველი და მეორე ერთნაირი სიდიდის) ერთერთ მათგანს შეესაბამება φ – კუთხე, რომლისთვისაც

$$\sin \varphi = \frac{\lambda}{b}. \quad (2)$$

შედეგად $\Delta p_x = p \frac{\lambda}{b}$ საიდანაც $\Delta x \Delta p_x = bp \frac{\lambda}{b} = p\lambda$.

რადგან დებროილის ტალღა გამოისახება როგორც $\lambda = \frac{2\pi\hbar}{p}$, მაშინ

$$\Delta x \Delta p_x = p \frac{2\pi\hbar}{p} = 2\pi\hbar \quad (3)$$

რაც შეესაბამება ჰაიზენბერგის განუზღვრელობის პრინციპს

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar \quad (4)$$

3. ამოცანა

ელექტრონი მოძრაობს ატომში ბორის პირველ ორბიტაზე. მხედველობაში მივიღოთ, რომ სიჩქარის დასაშვები განუზღვრელობა შეადგენს 10% მისი სიდიდიდან, განსაზღვრეთ ელექტრონის კოორდინატის განუზღვრელობა. მისაღებია, თუ არა ამ შემთხვევაში ტრაექტორიის ცნება?

ბორის დაქვანტვის პირობის თანახმად

$$m_e v r = n\hbar \quad (1)$$

პირობის თანახმად ელექტრონი მოძრაობს ($n = 1$) პირველ ორბიტაზე, მაშინ

$$v = \frac{\hbar}{m_e r} \quad (2)$$

რადგან $\Delta v = 0.1v$

$$\Delta v = 0.1 \frac{\hbar}{m_e r} \quad (3)$$

ვისარგებლოთ ჰაიზენბერგის განუზღვრელობის პრინციპით $\Delta x \Delta p_x \geq \hbar$ და გავითვალისწინოთ, რომ $\Delta x \Delta p_x = \Delta x m_e \Delta v_x = 0.1 m_e \Delta x \frac{\hbar}{m_e r} \geq \hbar$ აქედან,

$$\Delta x \geq 10r \quad (4)$$

ანუ ამ შემთხვევაში ტრაექტორიის ცნება აზრს კარგავს.

4. ამოცანა

რატომ არ შეიძლება არსებობდეს ელექტრონი ატომშირთვში?

ელექტრონის დე ბროილის ტალღის სიგრძე გაცილებით აღემატება ბირთვის ზომას.

ელექტრონის მუხტი უარყოფითია, ანუ თუ მას შეუძლია იარსებოს ბირთვში, დადებითი მუხტი გაანეიტრალებს მის არსებობას. ბირთვის ზომა 10^{-15} მ. აქედან გამომდინარე ელექტრონის მდებარეობის განუზღვრელობა იქნება 10^{-15} მ-ზე მცირე.

ვიციტ, რომ ელექტრონის მასა ტოლია $9.1 \cdot 10^{-31}$ კგ-ის.

ჰაიზენბერგის განუზღვრელობის პრინციპიდან გამომდინარე $\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$

მაშინ

$$v \geq \frac{\hbar}{2m\Delta x} = 5.79 \cdot 10^{10} \text{ m/s}$$

მივიღეთ, რომ $v \geq 5.79 \cdot 10^{10}$ მ/წმ. ამ შემთხვევაში ელექტრონის სიჩქარე ორი რიგით აღემატება სინათლის სიჩქარეს, რაც შეუძლებელია.

5. ამოცანა

გამომდინარე ჰაიზენბერგის განუზღვრელობის პრინციპიდან, დავამტკიცოთ ელექტრონის ბირთვის შიგნით ყოფნის შეუძლებლობა (ბირთვის ზომა $\sim 10^{-12}$ სმ)

ამოხსნა:

განუზღვრელობის პრინციპის თანახმად, ელექტრონს, რომელიც ლოკალიზდება ატომის ბირთვში, რომლის ზომაა R , აქვს იმპულსი $p \sim \hbar/R$ და კინეტიკური ენერგია

$$T = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4} - mc^2 = mc^2 \left(\sqrt{1 + (\Lambda_e / 2\pi R)^2} - 1 \right).$$

რადგან კომტონის ტალღის სიგრძე $\Lambda_e = 2\pi\hbar / mc \gg R$, გადავწეროთ კინეტიკური ენერგიის გამოსახულება შემდეგი სახით $T \approx mc^2 \frac{2\pi\Lambda_e}{R} \approx \hbar c / R$.

თუ ეს სიდიდე აღემატება ელექტრონის პოტენციურ ენერგიას ბირთვში $|V| \sim Ze^2 / R$, მაშინ ელექტრონს ვერ შეაკავებენ ბირთვში ელექტროსტატიკური ძალები. პირობა $\hbar c / R > Ze^2 / R$ სრულდება ყველა ბირთვისთვის, რომლებიც აკმაყოფილებენ პირობას $Z \leq Z^* = 1/\alpha = 137$, სადაც $\alpha = e^2 / \hbar c$ – ნაზი სტრუქტურის მუდმივაა, უგანზომილებო სისტემაში ელექტროსტატიკური-კულონური ურთიერთქმედების მუდმივაა.

6. ამოცანა

რეზერფორდის ცდაში ხდებოდა თხელი ოქროს ($Z = 79$) ფოლგის დასხივება $E_\alpha = 4.5$ მევ ენერგიის α ნაწილაკებით. ექსპერიმენტულად დაადგინეს, რომ მხოლოდ მცირე ნაწილი დაცემული ნაწილაკებისა გადაიხრებოდა კუთხეზე $\geq \pi/2$. გამოვიყენოთ ექსპერიმენტის შედეგები და შევაფასოთ ბირთვის ზომა.

ამოხსნა:

α ნაწილაკების. გადახრა დიდ კუთხეებზე ხდება მაშინ, როცა მათი ბირთვთან მაქსიმალური მიახლოებისას ნაწილაკის კინეტიკური ენერგია მცირეა, ვიდრე განზიდვის პოტენციური ენერგია. მაშინ მივიღებთ:

$$E_\alpha \sim \frac{2Ze^2}{R} \quad \text{და} \quad R \sim \frac{2Ze^2}{E_\alpha} \sim 5 \cdot 10^{-12} \text{ სმ.}$$

7. ამოცანა

კლასიკური ფიზიკის წარმოდგენით, ბირთვის გარშემო აჩქარებულად მოძრაობის (ივლის მიმართულებას) ელექტრონი უნდა ასხივებდეს და ენერგიას კარგავდეს, რის შემდეგაც ის უნდა დაეცეს ბირთვზე. აჩვენეთ, რომ ელექტრონის მიერ ერთი ბრუნვისას გამოსხივებული ენერგია მცირეა მის ენერგიასთან შედარებით. წყალბადის ატომისთვის იპოვეთ ორბიტის რადიუსისა და ენერგიის დამოკიდებულება დროზე, ასევე დრო, რომელიც ელექტრონს ბირთვზე დაცემისთვის სჭირდება. განვიხილოთ საწყისი ორბიტის რადიუსი, როგორც მოცემული და ტოლი $r(0) \sim 10^{-8}$ სმ.

ამოხსნა:

აჩქარებულად მოძრაობის ელექტრონის გამოსხივების სიმძლავრე არის

$$\frac{dW}{dt} = -\frac{2e^2}{3c^3} \left| \ddot{\vec{r}} \right|^2.$$

წრიულ ორბიტაზე აჩქარება $|\ddot{\vec{r}}| = v^2/r$, სადაც v – ელექტრონის სიჩქარეა ორბიტაზე. ბირთვის გარშემო ორბიტაზე ერთი წრის შემდეგ იკარგება ენერგია

$$\frac{2e^2}{3c^3} \left| \ddot{\vec{r}} \right|^2 \cdot \frac{2\pi r}{v} \sim \left(\frac{v}{c} \right)^3 \frac{e^2}{r} \sim \left(\frac{v}{c} \right)^3 W.$$

ეს ენერგია გაცილებით ნაკლებია ორბიტაზე ელექტრონის ენერგიასთან შედარებით, ამიტომ ტრაექტორია იქნება სპირალური, რომელიც ნელა იხვევა. თუ გავითვალისწინებთ

$$W = -e^2/2r, \text{ მივიღებთ } \dot{r} = -\frac{4}{3} \frac{e^4}{m^2 c^3} \frac{1}{r^2}. \text{ ამ გამოსახულების ინტეგრე-}$$

ბის შემდეგ მივიღებთ $r(t)^3 = r(0)^3 - 4 \frac{e^4}{m^2 c^3} t = r(0)^3 \left(1 - \frac{t}{\tau} \right)$. ენერგიისთვის ვპოულობთ:

$$W(t) = -\frac{e^2}{2r(t)} = -\frac{e^2}{2r(0)} \frac{1}{\left(1 - \frac{t}{\tau} \right)^{1/3}};$$

ელექტრონის ბირთვზე დაცემის დრო დაწყებული საწყისი $r(0)$ რადიუსიდან ტოლია $\tau = \frac{r(0)^3 m^2 c^3}{4e^4}$. შეფასება გვაძლევს $\tau \approx 1.25 \cdot 10^{-10}$ წმ.

8. ამოცანა

წყალბადის ატომში ელექტრონის კინეტიკური ენერგია T დაახლოებით 10 eV-ია წყალბადის ატომში ეს შეესაბამება მდგომარეობის აღზნებას მთავარი კვანტური რიცხვით $n > 2$ (n -მთავარი კვანტური რიცხვია). განუზღვრელობის პრინციპის გამოყენებით შეაფასეთ ატომის მინიმალური წრფივი ზომები. ჰაიზენბერგის განუზღვრელობის პრინციპი:

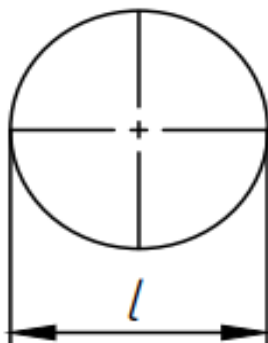
ატომი

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}, \quad \Delta x = \frac{l}{2}$$

$$\frac{l}{2} \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2} \rightarrow l \geq \frac{\hbar}{\Delta p_x}$$

$$\Delta p_x \leq p = \sqrt{2mE}$$

$$l_{\min} \approx \frac{\hbar}{\sqrt{2mE}}$$



პასუხი: $l_{\min} \approx \frac{\hbar}{\sqrt{2mE}}$

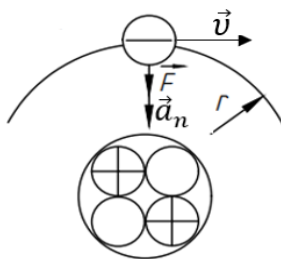
9. ამოცანა

აჩვენეთ, რომ განუზღვრელობის პრინციპი საშუალებას გვაძლევს დავასკვნათ, რომ ატომი სტაბილურია, ანუ ატომში წრიულ ორბიტაზე მოძრა-
ვი ელექტრონი ვერ დაეცემა ბირთვს.

$$F = ma_n$$

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2}$$

$$a_n = \frac{v^2}{r}$$



$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \rightarrow \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r m} = v^2 \rightarrow v = \frac{e}{\sqrt{4\pi\epsilon_0 r m}}$$

$\vec{d}_n$ – წრეწირზე მოძრავი ელექტრონის ცენტრისკენული აჩქარებაა, $\vec{v}$ სიჩქარე (მიმართულია მხეზის გასწვრივ). $\vec{F}$ – ცენტრისკენული ძალა. აღვნიშნოთ ელექტრონის მასა m -ით, მაშინ განუზღვრელობის პრინციპიდან გამომდინარე:

$$\Delta p_x \approx p = mv$$

$$\Delta x = r$$

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$r \cdot mv \geq \frac{\hbar}{2} \rightarrow r \cdot m \cdot \frac{e}{\sqrt{4\pi\epsilon_0 r m}} \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$\frac{e\sqrt{rm}}{\sqrt{4\pi\epsilon_0}} \geq \frac{\hbar}{2} \rightarrow \frac{e^2 rm}{\pi\epsilon_0} \geq \hbar^2 \rightarrow r \geq \frac{\hbar^2}{e^2} \cdot \frac{\pi\epsilon_0}{m} = 0.13 \cdot 10^{-10} \text{ მ}$$

პასუხი: $r \geq \frac{\hbar^2}{e^2} \cdot \frac{\pi\epsilon_0}{m} = 0.13 \cdot 10^{-10} \text{ მ}$

ანუ მივიღეთ, რომ ელექტრონის მოძრაობის ტრაექტორიის რადიუსი არ შეიძლება იყოს წინასწარ განსაზღვრულზე ნაკლები სიდიდის.

10. ამოცანა

რა კინეტიკური ენერგიისთვის უნდა იყოს გათვლილი m მასის დამუხტული ნაწილაკების ამაჩქარებელი, რათა მათი გამოყენება შესაძლებელი იყოს წრფივი l ზომის მქონე სტრუქტურების შესასწავლად?

დავუშვათ l შეესაბამება – საკვლევი სტრუქტურის ატომის დიამეტრს (წრფივი ზომა).

რელატივისტური ნაწილაკისთვის იმპულსი გამოისახება შემდეგი ფორმულით:

$$p = \frac{1}{c} \sqrt{T(T + 2m_0 c^2)}, \quad p_{\min} = \frac{1}{c} \sqrt{T_{\min}(T_{\min} + 2m_0 c^2)}$$

განუზღვრელობის პრინციპიდან

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2} \\ \Delta x = \frac{l}{2} \\ \Delta p_x \approx p_{\min} \end{array} \right\} \rightarrow l \cdot p_{\min} \approx \hbar$$

აქედან

$$p_{\min} = \frac{1}{c} \sqrt{T_{\min} (T_{\min} + 2m_0 c^2)} = \frac{\hbar}{l}$$

$$T_{\min}^2 + 2m_0 c^2 T_{\min} = \left(\frac{c\hbar}{l} \right)^2$$

$$T_{\min} = -m_0 c^2 \pm c \sqrt{m_0 c^2 + \frac{\hbar^2}{l^2}}$$

$$T_{\min} = -m_0 c^2 + c \sqrt{m_0 c^2 + \frac{\hbar^2}{l^2}}$$

პასუხი: $T_{\min} = -m_0 c^2 + c \sqrt{m_0 c^2 + \frac{\hbar^2}{l^2}}$

11. ამოცანა

იმის გათვალისწინებით, რომ ატომის r რადიუსის მნიშვნელობა დაახლოებით 0.1 ნმ-ია, შეაფასეთ ელექტრონის სიჩქარე წყალბადის ატომში განუზღვრელობის პრინციპის გამოყენებით.

$$\left\langle \begin{array}{l} \Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2} \\ \Delta x = r \\ \Delta p_x \approx mv \end{array} \right\rangle \rightarrow r \cdot mv \geq \frac{\hbar}{2}$$

პასუხი: $v \geq \frac{\hbar}{2mr}$.

12. ამოცანა

გამოვიყენოთ განუზღვრელობის პრინციპი და შეაფასეთ ნაწილაკის კინეტიკური ენერგიის სიდიდე, თუ ნაწილაკი ლოკალიზებულია L ზომის სივრცულ გარემოში. შეაფასეთ კინეტიკური ენერგია ელექტრონისა, რომელიც ლოკალიზებულია ატომური რიგის $\sim 10^{-8}$ სმ არეში.

ამოხსნა:

არარელატივისტური ნაწილაკის კინეტიკური ენერგიაა $T = p^2/2m$, სადაც m – ნაწილაკის მასაა, ხოლო p – იმპულსი. ჰაიზენბერგის განუზღვრელობის პრინციპიდან $\Delta L \Delta p \geq \hbar/2$.

მიკრონაწილაკისთვის $\Delta L \sim L, \Delta p \sim p$. მაშინ განუზღვრელობის პრინციპიდან გამომდინარე

$$p \cdot L \sim \hbar, p \sim \hbar/L$$

$$T \sim p^2/m \sim \hbar^2/mL^2$$

ატომისთვის მივიღებთ $T \sim 10$ ევ.

13. ამოცანა

განუზღვრელობის პრინციპის გამოყენებით, შეაფასეთ წრფივი ჰარმონიული ოსცილატორის მინიმალური ენერგიის მნიშვნელობა (ნულოვანი ენერგია).

ამოხსნა:

რადგან ოსცილატორისთვის $\Delta p \sim p, \Delta x \sim x$ განუზღვრელობის პრინციპის თანახმად $x \cdot p \sim \hbar$.

ოსცილატორის სრული ენერგია გამოსახება ფორმულით $E \approx \frac{\hbar^2}{2mx^2} + \frac{m\omega^2 x^2}{2}$. რომ მოვახდენოთ ამ გამოსახულების მინიმიზაცია, ამისათვის საჭიროა ამ გამოსახულების გაწარმოება x -ით და ნულთან გატოლება. მაშინ მივიღებთ

$$\frac{dE}{dx} \approx -\frac{\hbar^2}{mx^3} + m\omega^2 x \approx 0, \text{ მივიღებთ } \frac{\hbar^2}{m^2\omega^2} \approx x^4,$$

ნულოვანი რხევების ამპლიტუდა იქნება

$$x \approx \sqrt{\hbar/m\omega}$$

თუ ამ სიდიდეს შევიტანთ ენერგიის გამოსახულებაში, მივიღებთ $E \approx \hbar\omega$

14. ამოცანა

წარმოვიდგინოთ, რომ გვაქვს წყალბადის ატომი, რომელშიც უარყოფითი e – მუხტის მქონე ელექტრონი მოძრაობს პროტონის გარშემო ელექტრულ ველში. პროტონის მუხტია $+e$ ელექტრონის პოტენციური ენერგია

$$V(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

სადაც r არის მანძილი პროტონსა და ელექტრონს შორის, ელექტრონის კინეტიკური ენერგია ტოლია

$$T = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m},$$

სრული ენერგია იქნება

$$E(r) = \frac{p^2}{2m} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

კლასიკური წარმოდგენით წყალბადის ატომის ენერგია იქნებოდა $-\infty$, როცა ელექტრონის იმპულსის სიდიდე ნულია და r მიისწრაფის 0-ნულისკენ.

კვანტურ წარმოდგენაში, განუზღვრელობის პრინციპიდან გამომდინარე ელექტრონს არ შეიძლება ჰქონდეს ნულოვანი სიდიდის იმპულსი და ნულოვანი მანძილი ბირთვიდან. თუ ჩავთვლით, რომ ელექტრონის საშუალო მანძილი ბირთვამდე არის a -ს ტოლი, მაშინ ელექტრონის იმპულსი იქნება $\hbar/a$ - ს რიგის. მაშინ სრული ენერგია იქნება

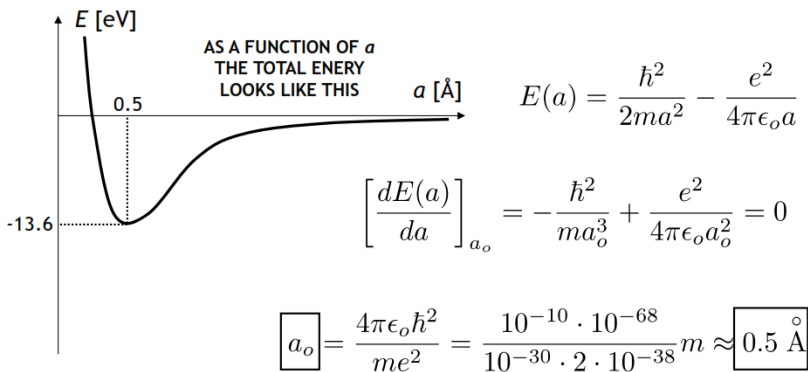
$$E(r) = \frac{\hbar^2}{2ma^2} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 a}$$

$$E(0) \approx \lim_{a \rightarrow 0} \left[\frac{\hbar^2}{2ma^2} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 a} \right] \approx$$

$$\approx \lim_{a \rightarrow 0} \left[\frac{2\pi\epsilon_0 \hbar^2 - me^2 a}{4\pi\epsilon_0 ma^2} \right] \approx$$

$\rightarrow +\infty$

კვანტური მექანიკა გვეუბნება, რომ ატომი არასოდეს კოლაფსირებს, გამოვთვალოთ მდგომარეობის ენერგიის მინიმალური მნიშვნელობა და შევაფასოთ როცა $a = a_0$, ვიპოვოთ $E(r)$ - ის მინიმალური მნიშვნელობის შესაბამისი a_0 . გავაწარმოთ $E(r)$, a -თი და გავუტოლოთ 0-ს მივიღებთ



ეს სიდიდე ძალიან ახლოსაა ბორის პირველ რადიუსთან წყალბადის ატომში $a_0 = 0.53 \text{ \AA}$.

15. ამოცანა

მივიღოთ მიახლოებითი გამოსახულება ატომური წყალბადის ძირითადი მდგომარეობის შესაბამისი ენერგეტიკული დონის წანაცვლებისათვის, თუ ჩავთვლით, რომ ბირთვი არ წარმოადგენს წერტილოვან მუხტს და გავითვალისწინებთ მის ზომას $R = 10^{-13}$ სმ. ასეთ შემთხვევაში პროტონისთვის უნდა ჩავთვალოთ, რომ მუხტი თანაბრადაა განაწილებული R – რადიუსის სფეროს შიგნით.

ელექტროსტატიკური ურთიერთქმედების პოტენციური ენერგია წერტილოვანი ელექტრონის მუხტისა და თანაბრად განაწილებული მუხტისა R – რადიუსის სფეროში იქნება:

თუ გვაქვს **თანაბრად დამუხტული სფერო** (ანუ მყარი სფერო, რომლის მოცულობაში მუხტი თანაბრადაა განაწილებული):

სფეროს გარეთ: ელექტრული ველი და პოტენციალი ისეთივეა, თითქმის მთელი მუხტი Q კონცენტრირებული იყოს ცენტრში.

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r}, r \geq R$$

სფეროს შიგნით: სიტუაცია განსხვავებულია. ელექტრული ველი ცენტრში ნულოვანია და იზრდება რადიუსის პროპორციულად:

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Qr}{R^3}, r \leq R$$

აქედან გამომდინარე, პოტენციალი სფეროს შიგნით მიიღება ინტეგრებით:

$$V(r) = V(R) + \int_r^R E(r') dr' = V(R) + \int_r^R \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Qr'}{R^3} dr'$$

$$\int_r^R r' dr' = \frac{1}{2} (R^2 - r^2)$$

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{R} + \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^3} \cdot \frac{1}{2} (R^2 - r^2)$$

$$V(r) = \frac{3}{8\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{R} - \frac{Qr^2}{8\pi\epsilon_0 R^3} = \frac{Q}{8\pi\epsilon_0 R} \left(3 - \frac{r^2}{R^2} \right)$$

$$V(r) = \frac{Q}{8\pi\epsilon_0 R} \left(3 - \frac{r^2}{R^2} \right), \text{ როცა } r \leq R, Q = e$$

$$U = -eV(r) = -e \cdot \begin{cases} \frac{e}{4\pi\epsilon_0 r} & \text{როცა } r > R \\ \frac{1}{2} \cdot \frac{e}{4\pi\epsilon_0 R} \left(3 - \frac{r^2}{R^2} \right) & \text{როცა } r \leq R \end{cases}$$

იმისათვის, რომ მიახლოებით გამოვთვალოთ ატომის ძირითადი მდგომარეობის წანაცვლება, შემოვიფარგლოთ შეშფოთების თეორიის პირველი რიგით

$$\Delta E = \langle \psi | \delta U | \psi \rangle \text{ და } \delta U = U - U_1,$$

სადაც U_1 – ელექტრონის ურთიერთქმედების ენერგიაა ბირთვულ წერტილოვან მუხტთან;

$$\delta U = \begin{cases} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} - \frac{3}{2} \cdot \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) & \text{როცა } r \leq R \\ 0 & \text{როცა } r > R \end{cases}$$

აქედან გამომდინარე მივიღებთ, რომ

$$\begin{aligned} \Delta E &= \frac{e^2}{\pi a^3} \int_0^R e^{-\frac{2r}{a}} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{R} \right) 4\pi r^2 dr = \\ &= \frac{2e^2}{4\pi\epsilon_0 a^3} \int_0^R e^{-2r/a} \left(2r + \frac{r^4}{R^3} - \frac{3r^2}{R} \right) dr. \end{aligned}$$

რადგან $R \approx 10^{-13} \text{ სმ} \ll \left(\frac{1}{2} \right) \cdot 10^{-8} \text{ სმ} = a$, შეგვიძლია ჩავთვალოთ, რომ $e^{-2r/a} \approx 1$. შედეგად მივიღებთ

$$\Delta E \approx \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 a^3} \left(R^2 + \frac{1}{5} R^2 - R^2 \right) = \frac{2}{5} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 a} \left(\frac{R}{a} \right)^2 \approx 4.4 \cdot 10^{-9} \text{ ევ.}$$

16. ამოცანა

ელექტრონი იმყოფება პოტენციურ ველში $V = -\frac{e^2}{r} + \alpha(x^2 + y^2) + \beta z^2$

სადაც $0 < \alpha < -\beta \ll \frac{e^2}{a_0^3}$. ელექტრონი სპინი უგულებელყოფილია. რომე-

ლია ხუთი ქვედა ორბიტალური მდგომარეობა? ვაჩვენოთ სქემატურად მათი ერთმანეთის მიმართ მდებარეობა. გამოვთვალოთ ზემანის წრფივი ეფექტი, როცა $\vec{B}$ – მაგნიტური ველი პარალელურია ა) z -ღერძის; ბ) პარალელურია x -ღერძის. სფერულ კოორდინატებში ეს პოტენციალი მოიცავს შემდეგი სახით: $V = -\frac{e^2}{r} + r^2 [\alpha + (\beta - \alpha) \cos^2 \theta]$ სადაც θ პოლარული კუ-

თხეა. უტოლობა $0 < \alpha < -\beta < \frac{e^2}{a_0^3}$ საშუალებას გვაძლევს განვიხილოთ ჰარ-
მონიული წევრი, როგორც მცირე შეშფოთება წყალბადის ატომის შეუშფო-
თებელი ჰამილტონიანისთვის. შეუშფოთებელი ფუნქციებს u_{nlm} აქვს სახე

$$\begin{aligned} u_{100} &= \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a} \\ u_{200} &= \frac{1}{\sqrt{32\pi a^3}} \left(2 - \frac{r}{a} \right) e^{-r/2a} \\ u_{210} &= \frac{1}{\sqrt{32\pi a^3}} \frac{r}{a} e^{-r/2a} \cos \theta, \\ u_{2l\pm 1} &= \frac{1}{\sqrt{64\pi a^3}} \frac{r}{a} e^{-r/2a} e^{\pm i\varphi} \sin \theta, \end{aligned}$$

შეშფოთება არ გამოიწვევს დონეების შერევას სხვადასხვა m -ით, V კო-
მუტირებს $L_z = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial \varphi}$ -თან. შეშფოთების თეორიის პირველი რიგში

$$\begin{aligned} \Delta E_{100} &= (2\alpha + \beta)a^2, \quad \Delta E_{200} = 14(2\alpha + \beta)a^2, \\ \Delta E_{210} &= 6(2\alpha + 3\beta)a^2, \quad \Delta E_{2l\pm 1} = 6(4\alpha + \beta)a^2, \end{aligned}$$

შედეგად დონეები იხლიჩებიან. როცა მაგნიტური ველი $\vec{B}$ მიმართულია z -ღერძის გასწვრივ, მას მიყვავართ დონის გახლეჩასთან $m_l = 1$ და $m_l = -1$. ეს წანაცვლება გამოიხატება წევრის დამატებით $E_M = (eB\hbar/2mc)m_l$ ზე-
მთ მოყვანილი დონეების ენერგიებისთვის. როცა $\vec{B}$ პარალელურია x -ღერძის, მაგნიტური ურთიერთქმედების ენერგია გამოსახება როგორც:
 $E_M = (eB\hbar/2mc)L_x$. რადგან L_x -ის მატრიცული ელემენტები გადასვლები-
სას განსაზღვრული m_z -ით 0-ნულისაგან განსხვავებულია მხოლოდ იმ შემ-
თხვევაში, როცა $m_l = \pm 1$. ამრიგად, ამ შემთხვევაში არ არსებობს წრფივი
ზეემანის ეფექტი.

$$\left. \begin{array}{l} \text{—————} \quad l = 1, \quad m_l = \pm 1 \\ \text{—————} \quad l = 0 \\ \text{—————} \quad l = 1, \quad m_l = 0 \end{array} \right\} n = 2$$

$$\text{—————} \quad n = 1, \quad l = 0$$

17. ამოცანა

ბირთვული ძალების მეზონურ თეორიაში ითვლება, რომ ნუკლონებს შორის ურთიერთქმედება გაცვლითი ხასიათისაა. ურთიერთქმედების გადამტანი ნაწილაკებია ნეიტრალური ან დამუხტული პიონები ($\pi^0, \pi^\pm$). გამომდინარე ჰაიზენბერგის განუზღვრელობის პრინციპიდან, შეაფასეთ პიონის მასა, თუ ბირთვული ძალების ქმედების რადიუსი $R \approx 1.4 \cdot 10^{-13}$ სმ-ის რიგისაა.

განუზღვრელობის პრინციპის თანაფარდობის შესაბამისად პიონის გამოსხივებისა და შთანთქმის აქტები უნდა განსხვავდებოდნენ დროის სიდიდით $\tau \sim \hbar / E_\pi$, სადაც $E_\pi = m_\pi c^2$ – პიონის ენერგიაა. ბირთვული ძალების მოქმედების რადიუსი განისაზღვრება, როგორც მანძილი რომელსაც გაივლის პიონი დაბადების წერტილიდან τ -დროში. შევაფასოთ ეს სიდიდე, როგორც $R \approx c\tau$. მივიღებთ $R \approx \hbar / m_\pi c = \Lambda_\pi$ – პიონის კომპტონის ტალღის სიგრძეს. აქედან გამომდინარე $m_\pi c^2 \approx \hbar c / R \approx 120$ მევ. ზუსტი მნიშვნელობა $E_{\pi^\pm} = 139.57$ მევ, $E_{\pi^0} = 134.96$ მევ.

18. ამოცანა

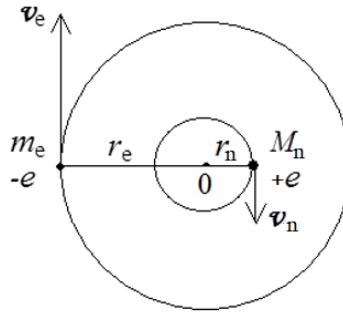
წყალბადის ატომის ერთერთი ხაზის ტალღის სიგრძეა $4861,320 \text{ \AA}$. 1932 წ. გ. ურიმ წყალბადის ატომის სპექტრში აღმოაჩინა ახლომდებარე ხაზი $4859.975 \text{ \AA}$ (Phys.Rev., 1932,v.39. p.164; 1932, v.40, p1). ახსნა მდგომარეობს იმაში, რომ ჩვეულებრივი წყალბადი წარმოადგენს 1H და $^2H = D$, ნარევს. წილი შედარებით მძიმე იზოტოპისა D (დეიტერიუმი) შეადგენს 0.015%, და სწორედ დეიტერიუმი არის მეორე დამატებითი ხაზის წყარო.

წყალბადის ატომის სპექტრის შესწავლისას პირველ მიახლოებაში ბირთვის მოძრაობა შეიძლება უგულებელვყოთ. თუმცა, ვეცდებით ვიქონიოთ მხედველობაში. თუმცა ეხლა ჩავთვლით, რომ უძრავია არა ბირთვი არამედ ბირთვი-ელექტრონის სისტემის მასათა ცენტრი. თეორია, რომელიც ითვალისწინებს ბირთვის მოძრაობას, წინასწარმეტყველებს ხაზის წანაცვლებას იმ შემთხვევასთან შედარებით, როცა ბირთვი უძრავია (უსასრულოდ მძიმე ბირთვის შემთხვევა). ეს წანაცვლება დამოკიდებულია ბირთვის მასაზე (ჩვენს შემთხვევაში ეს მასებია წყალბადისა და დეიტერიუმის მასა). სპექტრული ხაზებისთვის მოყვანილი შედეგებიდან შევაფასოთ დეიტრონისა და პროტონის მასის შეფარდება.

ამოხსნა:

ცენტრისკენული აჩქარება წარმოიქმნება კულონური მიზიდულობის ძალით ელექტრონსა და ბირთვს შორის, ასე რომ

$$\frac{m_e v_e^2}{r_e} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{(r_e + r_n)^2}$$



სტაციონალურ მდგომარეობებს შეესაბამებიან ის ორბიტები, რომელთა იმპულსის მომენტი სისტემისთვის ელექტრონი-ბირთვი მთელ ჯერადია პლანკის $\hbar$ მუდმივისა

$$m_e v_e r_e + M_n v_n r_n = n\hbar, \quad n=1,2,3,\dots \quad m_e v_e^2 r_e (1 + m_e/M_n)^2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} e^2$$

$$m_e v_e r_e (1 + m_e/M_n) = n\hbar$$

$$r_e = 4\pi\epsilon_0 \frac{\hbar^2}{m_e e^2} n^2$$

$$r = r_e + r_n = r_e \left(1 + \frac{m_e}{M_n}\right) = 4\pi\epsilon_0 \frac{\hbar^2}{m_e e^2} (1 + m_e/M_n) n^2$$

$$E = T + U, \quad T = \frac{m_e v_e^2}{2} + \frac{M_n v_n^2}{2} = \frac{m_e v_e^2}{2} (1 + m_e/M_n)$$

$$U = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r_e + r_n} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r_e (1 + m_e/M_n)}$$

$$E_n = -\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \frac{m_e e^4}{2\hbar^2 (1 + m_e/M_n)} \frac{1}{n^2}$$

$$m_e \rightarrow \mu = \frac{m_e M_n}{m_e + M_n}$$

$$E_n = \frac{A}{n^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \text{ როცა ბირთვის მასა უსასრულოდ დიდია } M_n = \infty, \text{ მა-}$$

შინ

$$A_\infty = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{m_e e^4}{2\hbar^2} = 13,605692 \text{ eV} \text{ და}$$

$$\text{რიდბერგის მუდმივა } R = \frac{A}{ch} = \frac{A_\infty}{ch(1 + m_e/M_n)} = \frac{R_\infty}{(1 + m_e/M_n)}; R_\infty = \frac{A_\infty}{ch} \text{ და}$$

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad m = 1, 2, 3, \dots, n-1 \text{ შესაბამისად } n = m+1, m+2, m+3, \dots$$

$$R_H = \frac{R_\infty}{1 + m_e/M_H} \text{ რიდბერგის მუდმივაა წყალბადის ატომისთვის,}$$

$$\text{ხოლო } R_D = \frac{R_\infty}{1 + m_e/M_D} \text{ და შესაბამისად ტალღის სიგრძეებისთვის გვექნება}$$

$$\lambda_H = \lambda_\infty (1 + m_e/M_H) \text{ და } \lambda_D = \lambda_\infty (1 + m_e/M_D)$$

$$\text{სადაც } \frac{1}{\lambda_\infty} = R_\infty \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\frac{\lambda_H}{\lambda_D} = 1.000277$$

$$\frac{\lambda_H}{\lambda_D} = \frac{1 + m_e/M_H}{1 + m_e/M_D}$$

$$\frac{\lambda_H}{\lambda_D} = \frac{1 + m_e/M_H}{1 + m_e/M_D} \approx 1.000277$$

$$\frac{\lambda_H}{\lambda_D} = 1.000277$$

$$\frac{1 + m_e/M_H}{1 + m_e/M_D}$$

$$\frac{M_D}{M_H} = x, M_D = M_H \cdot x$$

$$\frac{M_D}{M_H} = \frac{1875.61}{938.27} = 1.9990$$

$$\frac{1 + m_e/M_H}{1 + m_e/M_D} = \frac{1 + m_e/M_H}{1 + m_e/M_H \cdot x} = \frac{M_H + m_e}{M_H \cdot x + m_e} \frac{M_H \cdot x}{M_H} = \frac{M_H \cdot x + m_e \cdot x}{M_H \cdot x + m_e} = 1.000277$$

$$x(M_H + m_e - M_H \cdot 1.000277) = 1.000277 m_e$$

$$x = \frac{1.000277m_e}{M_H + m_e - M_H \cdot 1.000277} = \frac{1.000277m_e}{m_e - M_H \cdot 0.000277} = \frac{1.000277 \cdot 0.511 \text{ MeV}}{(0.511 - 938.27 \cdot 0.000277) \text{ MeV}} =$$

$$= \frac{1.000277 \cdot 0.511}{0.2511} = \frac{0.5111}{0.2511} \approx 2$$

ცხრილის მონაცემები

- ელექტრონის მასა: $\approx 9.109 \cdot 10^{-31}$ კგ (ან $0.511 \text{ MeV}/c^2$)
- პროტონის მასა: $1.673 \cdot 10^{-27}$ კგ (ან $938.27 \text{ MeV}/c^2$)
- დეიტრონის მასა: $\approx 3.344 \cdot 10^{-27}$ კგ (ან $1875.61 \text{ MeV}/c^2$)

ცხრილის მონაცემებით

$$\frac{M_D}{M_H} = \frac{1875.61}{938.27} = 1.9990$$

რაც კარგად ემთხვევა ჩვენი გამოთვლის შედეგს.

19. ამოცანა

რამდენი დონე ექნება ელექტრონს, რომელიც იმყოფება თანაბრად დამუხტულ მასიურ ბირთვში რადიუსით $R = 2a_0$, სადაც a_0 ბორის რადიუსია.

ამოხსნა:

ფიზიკური მოდელი

გვაქვს სფერული სიმეტრიის მქონე დამუხტული ბირთვი, რომლის მუხტი თანაბრადაა განაწილებული მოცულობაში.

ელექტრონი იმყოფება ან ბირთვის ($r < R$) შიგნით ან $r \geq R$ გარეთ.

ასეთ შემთხვევაში პოტენციალი განსხვავდება წერტილოვანი ბირთვის კულონის პოტენციალისგან: ბირთვის გარეთ $r \geq R$ ჩვეულებრივი კულონის პოტენციალია $V(r > R) = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$, შიგნით ($r < R$) პოტენციალი ჰარმონიული ოსცილატორის პოტენციალის მსგავსია:

$$V(r < R) = -\frac{Ze^2}{8\pi\epsilon_0 R} \left(3 - \frac{r^2}{R^2} \right) = V(0) + \frac{Ze^2 r^2}{8\pi\epsilon_0 R^3} = -\frac{3e^2}{8\pi\epsilon_0 R} + \frac{Ze^2 r^2}{8\pi\epsilon_0 R^3} \quad (1)$$

სადაც $V_0 = -\frac{3e^2}{8\pi\epsilon_0 R}$ პოტენციალის სიღრმეს წარმოადგენს

განვიხილოთ შრედინგერის რადიალური სტაციონალური განტოლება:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi(r) + V(r) \psi(r) = E \psi(r) \quad (2)$$

სადაც $V(r)$ ოსცილატორის პოტენციალია :

$$V(r) = \frac{1}{2} m \omega^2 r^2 \quad (3)$$

ხოლო ტალღური ფუნქცია $\psi(r) = R(r)Y_l^m$ სადაც $R(r)$ ტალღური ფუნქციის რადიალური ნაწილია, ხოლო Y_l^m სფერული (მოიცავს სფერულ ჰარმონიკებს)

შრედინგერის რადიალურ განტოლებას ჰარმონიული ოსცილატორისთვის აქვს სახე:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left[\frac{d^2 u(r)}{dr^2} - \frac{l(l+1)}{r^2} u(r) \right] + \frac{1}{2} m \omega^2 r^2 u(r) = E u(r) \quad (4)$$

სადაც $u(r) = rR(r)$ და l არის ორბიტალური კვანტური რიცხვი.

ამ განტოლების ამოხსნა იძლევა ენერგეტიკულ დონეებს

$$E_{n,l} = \hbar \omega \left(2n + l + \frac{3}{2} \right) \quad (5)$$

$\frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2}$ ცენტრგამშორ პოტენციალურ ენერგიას უწოდებენ – ცენტრიდანულ ბარიერს, ჩვენს შემთხვევაში ეს წევრი არ განიხილება, რადგან პოტენციალი მიღებული ბირთვის შიგნით არის ჰარმონიული ოსცილატორის პოტენციალის სახის $V_0 + \frac{1}{2} m \omega^2 r^2$, როცა $l = 0$.

სადაც

$$V_0 = -\frac{3e^2}{8\pi\epsilon_0 R} = \frac{3e^2}{16\pi\epsilon_0 a_0} \quad (6)$$

ხოლო

$$\frac{1}{2} m \omega^2 r^2 = \frac{Ze^2 r^2}{8\pi\epsilon_0 R^3}.$$

აქედან გამომდინარე ენერგიისთვის $E_{n,l}$ როცა $l = 0$ მოვიღებთ:

$$E_{n,0} = \hbar \omega \left(2n + \frac{3}{2} \right) \quad (7)$$

ამოცანის პირობის თანახმად $R = 2a_0$

თუ დავწერთ პოტენციალს როგორც:

$$V(r) = V_0 + \frac{1}{2} m \omega^2 r^2 \quad (8)$$

და შევადარებთ მიღებულ შედეგს

$$V(r) = -\frac{3e^2}{8\pi\epsilon_0 R} + \frac{Ze^2 r^2}{8\pi\epsilon_0 R^3}$$

$$\text{მივიღებთ } V_0 = -\frac{3e^2}{8\pi\epsilon_0 R} \text{ და } \frac{1}{2}m\omega^2 r^2 = \frac{Ze^2 r^2}{8\pi\epsilon_0 R^3} \text{ აქედან } \omega = \sqrt{\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 m R^3}}$$

დაშვებული დონეების რაოდენობა

ელექტრონი იმყოფება ატომის შიგნით ბმულ მდგომარეობაში მხოლოდ მაშინ, როცა $E_{n,l} < 0$

რადგან $R = 2a_0$ პოტენციალის სიღრმე არის შეზღუდული, ეს ნიშნავს იმას, რომ მხოლოდ რამოდენიმე დონე იქნება უარყოფითი სიდიდის (ანუ შეესაბამება ელექტრონის ბმულ მდგომარეობას) შრედინგერის განტოლების ზუსტი ამოხსნა გვიჩვენებს, რომ: ელექტრონს ექნება **დაშვებული ჰარმონიული ოსცილატორის მსგავსი დონეები**.

მაგრამ ბმული მდგომარეობები შეზღუდულია პოტენციალის სიღრმით.

$R = 2a_0$ -ის შემთხვევაში, ელექტრონს ექნება **სამი ენერგეტიკული დონე** (ძირითადი და ორი აგზნებული).

ძირითადი პარამეტრები

ბორის რადიუსი:

$$a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{me^2} \approx 0.529 \text{ \AA}$$

წყალბადის ენერგია ძირითად მდგომარეობაში:

$$E_1 = -13.6 \text{ eV}$$

პოტენციალის სიღრმე

ატომის შიგნით პოტენციალის მინიმუმი (ცენტრში $r = 0$):

$$V_0 = -\frac{3e^2}{8\pi\epsilon_0 R}$$

რადგან $R = 2a_0$

$$V_0 = -\frac{3e^2}{16\pi\epsilon_0 a_0}$$

ვიცით, რომ

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 a_0} = 27.2 \text{ eV}$$

$$E_n = \hbar\omega \left(2n + \frac{3}{2}\right), n = 0, 1, 2, \dots$$

ამიტომ

$$V_0 = -\frac{3}{4} \cdot 27.2 \text{ eV} \approx -20.4 \text{ eV}$$

ჰარმონიული პოტენციალი – პოტენციალის კვადრატული ნაწილი:

$$\frac{1}{2} m \omega^2 r^2 = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 R^3} r^2$$

აქედან:

$$\omega = \sqrt{\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m R^3}}$$

რიცხვითი მნიშვნელობების ჩასმის შემდეგ (წყალბადის შემთხვევაში, $R = 2a_0$): $\hbar\omega \approx 6.8 \text{ ევ}$

ენერგეტიკული დონეები

ჰარმონიული ოსცილატორის მსგავსი დონეები: $E_{n,l}$

ძირითადი დონე ($n = 0, l = 0$):

$$E_{1,0} = V_0 + \hbar\omega \left(0 + \frac{3}{2}\right)$$
$$E_{0,0} = -20.4 + 6.8 \cdot 1.5 \approx -10.2 \text{ ევ}$$

მდგრადია – ელექტრონი იმყოფება ატომში ბმულ მდგომარეობაში

შემდეგი დონე ($n = 1, l = 0$):

$$E_{1,0} = V_0 + \hbar\omega \left(1 + \frac{3}{2}\right)$$
$$E_{1,0} = -20.4 + 6.8 \cdot 2.5 \approx -3.4 \text{ ევ}$$

ისევ მდგრადია.

მესამე დონე ($n = 2, l = 0$):

$$E_{2,0} = V_0 + \hbar\omega \left(2 + \frac{3}{2}\right)$$
$$E_{3,0} = -20.4 + 6.8 \cdot 3.5 \approx +3.4 \text{ ევ} > 0$$

უკვე დადებითია $\rightarrow$ მდგომარეობა არამდგრადია-შეესაბამება მდგომარეობას, როცა ელექტრონი თავისუფალია.

20. ამოცანა

მეზოატომი $\mu - p$ (მიუონის მასაა $m_\mu = 207m_e$) წარმოიშობა $\mu -$ მეზონის დამუხრუჭებისას თხევად წყალბადში. მეზონი „ჯდება“ r_n ორბიტაზე, რომელიც ტოლია ელექტრონის ორბიტის რადიუსისა ძირითად მდგომარეო-

ბაში. შემდგომ იწყება კასკადური გადასვლები მეზოატომში $n \rightarrow n-1 \rightarrow n-2 \rightarrow \dots \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$. მოიძებნება თუ არა ამ გადასვლებისას ოპტიკური ხაზები გამოსხივების ხილულ $\lambda \sim 4000\text{\AA} - 7000\text{\AA}$ არეში?

ამოხსნა:

$7000\text{\AA}$ გამოსხივებას შეესაბამება ენერგია $\approx 1.77\text{ევ}$ ხოლო $4000\text{\AA} -$ შეესაბამება ენერგია $\approx 3.10\text{ევ}$. მოდით გამოვთვალოთ რომელ დონეებს შორის გადასვლას შეესაბამება ეს ენერგიები მიუონურ წყალბადში?

ატომური ენერგეტიკული დონეები (წყალბადის მსგავსი სისტემებისთვის) გამოითვლება:

$$E_n = -\frac{\mu e^4}{2(\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2 n^2}$$

n – მთავარი კვანტური რიცხვია

μ – დაყვანილი მასა:

დაყვანილი მასა მიუონური წყალბადისთვის

$$\mu_{\mu H} = \frac{m_p m_\mu}{m_p + m_\mu}$$

ჩვეულებრივ წყალბადში $\mu_H = m_e$, ხოლო მიუონურ წყალბადში $\mu_{\mu H} \approx 95.998\text{MeV}/c^2$, რადგან $m_p \sim 88.8m_\mu$.

მასების შედარება

ელექტრონი: $m_e \approx 0.511\text{MeV}/c^2$

მიუონი: $m_\mu \approx 105.7\text{MeV}/c^2$

პროტონი: $m_p \approx 938.3\text{MeV}/c^2$

$$\mu_H \approx m_e, \quad \mu_{\mu H} \approx \frac{105.7 \cdot 938.3}{105.7 + 938.3} \approx 95.998\text{MeV}/c^2.$$

შედეგად: დაყვანილი მასა მიუონურ წყალბადში ~ 185 -ჯერ მეტია, ვიდრე ელექტრონულ წყალბადში.

ენერგეტიკული დონეები

წყალბადში ძირითადი მდგომარეობის ენერგიაა:

$$E_1^H \approx -13.6\text{eV}$$

მიუონურ წყალბადში:

$$E_1^{\mu H} \approx -13.6\text{eV} \cdot 185 \approx -2.5\text{keV}$$

გადასვლები

Lyman- α ($2 \rightarrow 1$ გადასვლა)

ჩვეულებრივ წყალბადში: $\sim 10.2 \text{ eV}$ (ულტრაიისფერი)

მიუონურ წყალბადში: $\sim 10.2 \times 185 \approx 1.9 \text{ keV}$ (X-ray- რენტგენი)

Balmer- α ($3 \rightarrow 2$ გადასვლა)

ჩვეულებრივ წყალბადში: $\sim 1.89 \text{ eV}$ (ხილული, წითელი)

მიუონურ წყალბადში: $\sim 1.89 \times 185 \approx 350 \text{ eV}$ (ხისტი ულტრაიისფერი / რბილი X-რენტგენი)

მიუონური წყალბადის გამოსხივების სპექტრი ხილულ არეში პრაქტიკულად არ ჩანს, რადგან მათი დასახლების ალბათობა მცირეა $\sim \frac{1}{n^3}$ როდესაც n – მთავარი კვანტური რიცხვის მნიშვნელობა დიდია – რამოდენიმე ათეულის რიგისაა.

$$E_n = -\frac{\mu_{\mu H} e^4 Z^2}{2\hbar^2 n^2} = -2.5 \frac{Z^2}{n^2} \text{ კეV}$$

მაშინ დონეებს შორის გადასვლისთვის შეგვიძლია დავწეროთ

$$E_n - E_m = 2.5 \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \text{ კეV}$$

დავუშვათ $n = m + 1$, და გამოსხივებული ფოტონის ენერგიაა 3.10ეე, რომელიც შეესაბამება $4000\text{\AA}$ გამოსხივებულ ტალღის სიგრძეს.

$$\begin{aligned} E_{m+1} - E_m &= 2.5 \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{(m+1)^2} \right) \text{ კეV} = 2.5 \frac{(m+1)^2 - m^2}{m^2 \cdot (m+1)^2} = \\ &= 2.5 \frac{2m+1}{(m^2+m)^2} \text{ კეV} \end{aligned}$$

გავუტოლოთ ეს სიდიდე 3.10.

$$2500 \frac{2m+1}{(m^2+m)^2} \approx 3.1, 833.3(2m+1) \approx (m^2+m)^2$$

$$m^4 + 2m^3 + m^2 - 1666m - 833 = 0$$

ამ განტოლებას აქვს 4 ამონახსნი $m_1 \approx 41.00$, $m_2 \approx -41.00$, $m_3 \approx -1$, $m_4 \approx -1$.

ცხადია, რომ მხოლოდ ერთ ამონახსნს აქვს ფიზიკური აზრი $m_1 \approx 41.00$ ანუ გამოდის, რომ რეალიზდება გადასვლა $n = 42 \rightarrow m = 41$ დონეებს შორის. ეს პრაქტიკულად შეუძლებელია, რადგან $n \sim 40$ დონის აგზნების ალბათობა ძალზედ მცირეა-პრაქტიკულად ნულია.

გამოსხივებული ხაზები რენტგენულ დიაპაზონში

ენერგია (კეე)	ენერგია(ეე)	ტალღის სიგრძე (nm)	ტალღის სიგრძე (Å)
2 keV	2000 eV	0.62 nm	6.2 Å
4 keV	4000 eV	0.31 nm	3.1 Å
5.4 keV	5400 eV	0.23 nm	2.3 Å
7.5 keV	7500 eV	0.165 nm	1.65 Å

ეს ხაზები შეესაბამება გადასვლებს დაბალი ენერგეტიკული დონეებიდან ძირითად მდგომარეობაში ($n = 2 \rightarrow 1, n = 3 \rightarrow 1$ და ა.შ.), და მათი პოზიციები სპექტრში მიგვითითებს, რომ **მიუონური წყალბადის სპექტრი მთლიანად ხილული არეს გარეთაა.**

ლიტერატურა:

- [1] Макс Борн «Атомная физика» изд.Мир, Москва 1970.
- [2] Д.В Сивухин «общий курс физики., т. 5, ч. 1 атомная физика
- [3] Матвеев А.Н. «Атомная физика». М.: Высш. школа, 1989. –439с.
- [4] ვ.მ. მამასახლისოვი, ი.შ. ვაშაკიძე, გ.ა. ჭილაშვილი „კვანტური მექანიკა“ თსუ, თბილისი 1959- 559 გვ.
- [5] Eyvind H. Wichmann “Quantum Physics” (Berkley Physics Course, Volume 4), ISBN-10:0070048614, June 1,1971.
- [6] ჯემალ მებინია „ატომური ფიზიკა“ თბილისის უნივერსიტეტის გამომცემლობა, თბილისი 2002.
- [7] ზაალ მაჭავარიანი „ატომური ფიზიკა“ ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამომცემლობა, 2018, ISBN 978-9941-13-722-8.
- [8] გიგა მირიანაშვილი „ატომური ფიზიკა“ თბილისის უნივერსიტეტის გამომცემლობა, თბილისი, 1983, 311 გვ.
- [9] *O. Carnal and J. Mlynek* Young’s double-slit experiment with atoms: A simple atom interferometer Phys. Rev. Lett. 66, 2689–2692 (1991)
- [10] <https://chembaby.ru/materialy/metodichka-s-resheniiami-zadach-po-atomnoi-i-iadernoi-fizike>, Uploaded 2025.
- [11] Мельникова Тамара Николаевна ст. преподаватель ОЭФ ИЯТШ ТПУ АТОМ ВОДОРОДА ПО ТЕОРИИ Бора., 2020.
- [12] И.Е. Иродов “квантовая физика, основные законы 2007.
- [13] <https://vdoc.pub/documents/2-27360ca98810> “Феймановские-лекции.-Квантовая-механика-часть-2”
- [14] МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В.ЛОМОНОСОВА, ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ, НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ имени Д.В.СКОБЕЛЫЦЫНА “СБОРНИК ЗАДАЧ ПО АТОМНОЙ ФИЗИКЕ” 2008.
- [15] Ewen and Purcell “Observation of a Line in the Galactic Radio Spectrum: Radiation from Galactic Hydrogen at 1,420 Mc./sec.” *Nature* volume 168, page 356 (1951)
- [16] Муравлева Л.В. Семин В.А.Тульский государственный университет, Кафедра физики “Методические указания к практическим занятиям по физике, часть 6, 2010.

- [17] Spin Flip Transition of Hydrogen in Astrophysics., Crystal Moorman., Physics Department, Drexel University, Spring 2010, Physics-518: Quantum Mechanics III Fall 2013, Curtis - 459 .
- [18] “2022 CODATA Value: electron g factor”. The NIST Reference on Constants, Units, and Uncertainty. NIST. May 2024. Retrieved 18 May 2024.
- [19] “2022 CODATA Value: proton g factor”. The NIST Reference on Constants, Units, and Uncertainty. NIST. May 2024. Retrieved 18 May 2024.
- [20] Peter J. Mohr, Barry N. Taylor, and David B. Newell, CODATA recommended values of the fundamental physical constants: 2010, National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, Maryland 20899-8420, USA (published 13 November 2012).
- [21] “2022 CODATA Value: neutron g factor”. The NIST Reference on Constants, Units, and Uncertainty. NIST. May 2024. Retrieved 18 May 2024.
- [22] Physical Review Letters. **130** (7) 071801. arXiv: 2209.13084. Bibcode: 2023PhRvL.130g1801F. doi: 10.1103/PhysRevLett.130.071801. PMID 36867820 – via aps.org.
- [23] Lamb, Willis E.; Retherford, Robert C. (1947). "Fine Structure of the Hydrogen Atom by a Microwave Method". *Physical Review*. **72** (3): 241–243
- [24] Bethe, H.A.; Salpeter, E.E. (2013) [1957]. "c) Radiative and other corrections §21. Fine structure and the Lamb shift". *Quantum Mechanics of One- and Two-Electron Atoms*. Springer. p. 103. ISBN 978-3-662-12869-5.
- [25] Красильников С.С., Попов А.М., Тихонова О.В. “СТО ОДИННАДЦАТЬ ЗАДАЧ ПО АТОМНОЙ ФИЗИКЕ” МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В.ЛОМОНОСОВА. УНЦ ДО Москва, 2003.
- [26] I.E. Irodov, “Problems in General Physics” Translated from the Russian by Yuri Atanov, First published 1981, ISBN 5-03-000800-4.
- [27] С.В. Бакурский, С.М. Зырянов, Н.В. Кленов, С.С. Красильников, Е.А. Крылова, М.А. Олеванов, А.М. Попов, О.В. Тихонова, П.Р. Шарапова, В.В. Шорохов “Сборник задач по атомной физике”: учебное пособие / под редакцией Н.В. Кленова, С.С. Красильникова, А.М. Попова, О.В. Тихоновой 2014.
- [28] А.М. Попов, О.В. Тихонова “АТОМНАЯ ФИЗИКА”, Москва, 2019, ISBN 978-5-518-40180-8
- [29] *Anton Zeilinger* et al. Single and double – slit diffraction of neutrons. *Rev. Mod Phys* 1988. **60**, 1067–1073
- [30] Дж. Кронин, Д.Гринберг. В. Телегди, СБОРНИК ЗАДАЧ С РЕШЕНИЯМИ. Атомиздат, Москва , 1975.

გამოცემაზე მუშაობდნენ:

ლალი კურდღელაშვილი
ლელა წიკლაური
ნინო ებრაღიძე

0179 თბილისი, ი. ჭავჭავაძის გამზირი 1
1, Ilia Tchavtchavadze Ave., Tbilisi 0179
Tel 995(32) 225 04 84, 6284/6279
<https://www.tsu.ge/ka/publishing-house>

